অধ্যায়-১: ভৌতজগৎ ও পরিমাপ

প্রশ্ন ▶ ১ $F = \frac{mv^2}{r}$ সূত্রের সাহায্যে কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় করতে m = 3.5kg ± 100 gm, v = 200 ms^{-1} ± 1ms^{-1}, r = 12.5 m ± 50cm পাওয়া গেল। অন্য পরীক্ষায় বস্তুটির আয়তন পাওয়া গেল B = (100 ± 3)m^3। *[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]*

ক. স্বীকার্য কী? ১

খ. অবিন্যস্ত ত্রুটি ব্যাখ্যা করো। ২

গ. ঘনত্বের আপেক্ষিক ত্রুটি নির্ণয় করো। ৩

ঘ. কেন্দ্রমুখী বলের শতকরা ত্রুটি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব একটি সার্বিক বিবৃতির মাধ্যমে স্বীকার করে নিলে তাকে স্বীকার্য বলে।

খ আমরা যখন কোন রাশি একাধিকবার পরিমাপ করি, তখন প্রাপ্ত মান কখনো প্রকৃত মান থেকে কম আবার কখনো বেশি হতে পারে। এমনকি এ কম বা বেশি হওয়ার মানও ভিন্ন হতে পারে। এ ধরনের ত্রুটিকে অবিন্যস্ত ত্রুটি বলে।

গ আমরা জানি, ঘনত্ব, $\rho = \frac{m}{V}$

∴ ঘনত্বের আপেক্ষিক ত্রুটি,

$$\frac{\partial\rho}{\rho} = \frac{\delta m}{m} + \frac{\delta V}{V} = \frac{0.1}{3.5} + \frac{3}{100} = 0.0585 \text{ (Ans.)}$$

দেয়া আছে,
ভরের প্রকৃত মান, m = 3.5 kg
ত্রুটি, δm = 0.1 kg
আয়তনের প্রকৃত মান, V = 100 m^3
ত্রুটি, δV = 3 m^3

ঘ কেন্দ্রমুখী বল, $F = \frac{mv^2}{r}$

∴ কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয়ে ত্রুটি δF হলে,

$$\frac{\delta\rho}{F} = \frac{\delta m}{m} + 2\frac{\delta v}{v} + \frac{\delta r}{r} = \frac{0.1}{3.5} + 2\times\frac{1}{200} + \frac{0.5}{12.5} = 0.0786 = 7.86\%$$

দেয়া আছে,
ভরের, প্রকৃত মান, m = 3.5 kg
ত্রুটি, δm = 100g = 0.1 kg
বেগের প্রকৃত মান, v = 200 m/s
ত্রুটি, δv = 1 m/s
ব্যাসার্ধের প্রকৃত মান, r = 12.5 m
ত্রুটি, δr = 0.5 m

অতএব, কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয়ে শতকরা 7.86% ত্রুটি আছে।

প্রশ্ন ▶ ২ নিহারিকা বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান একটি খেলনা গাড়ির ভর, দ্রুতি ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে (5 ± 0.1)g, (10 ± 0.1)cms^{-1} এবং (20 ± 0.2)cm পরিমাণ করল। *[ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. পরম শীতলতা কী? ১

খ. বীট ব্যাখ্যা করো। ২

গ. কেন্দ্রমুখী বলের অনিশ্চয়তা হিসেব করো। ৩

ঘ. গাড়িটির কৌণিক ভরবেগের ত্রুটি নিরূপণ সম্ভব হবে কী— উত্তরের অনুকূলে গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পরম শীতলতা হল সেই তাপমাত্রা যে তাপমাত্রায় স্থির চাপে কোনো গ্যাসের আয়তন তাত্ত্বিকভাবে শূন্য হয়, পদার্থের তাপশক্তি শূন্য হয় এবং পদার্থের মৌলিক কণাগুলোর কোন কম্পন জনিত শক্তি থাকে না।

খ ভিন্ন কম্পাঙ্কের দুটি তরঙ্গ একই সময়ে একই সরলরেখায় একই দিকে একই বেগে নিরবচ্ছিন্নভাবে সঞ্চালিত হতে থাকলে তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের জন্য গতি পথের কোনো বিন্দুতে সময়ের সাথে দশা পার্থক্য পরিবর্তিত হতে থাকবে। ফলে তরঙ্গদ্বয় কখনো সমদশায় আবার কখনো বিপরীত দশায় মিলিত হবে।

সুতরাং লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার কখনো বৃদ্ধি পাবে আবার কখনো হ্রাস পাবে। শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে কম্পাঙ্কের পার্থক্য কম হলে শব্দ পর্যায়ক্রমে জোরে ও আস্তে শোনা যায়। একে বীট বা স্বরকম্প বলে।

গ কেন্দ্রমুখী বল, F হলে,

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{5\times(10)^2}{20} = 25 \text{ dyne}$$

এখানে,
ভর, m = 5g
বেগ, v = 10 cms^{-1}
ব্যাসার্ধ, r = 20 cm

কেন্দ্রমুখী বল, $F = mv^2r^{-1}$

এখন, কেন্দ্রমুখী বলের অনিশ্চয়তা, ∂F হলে,

$$\frac{\partial F}{F} = \frac{\partial m}{m} + 2\frac{\partial v}{v} + \frac{\partial r}{r} = \frac{0.1}{5} + 2\times\frac{0.1}{10} + \frac{0.2}{20} = 0.05$$

এখানে,
ভরের অনিশ্চয়তা, $\partial_m = 0.1g$
বেগের অনিশ্চয়তা, $\partial_v = 0.1\ cms^{-1}$
ব্যাসার্ধের অনিশ্চয়তা $\partial_r = 0.2$ cm

$$\therefore \partial F = 0.05\times F = 0.05\times 25 = 1.25 \text{ dyne. (Ans.)}$$

[**Note :** $F = x.y^m.z^{-n}$ হলে এর আপেক্ষিক ত্রুটির পরিমাণ,
$\frac{dF}{F} = \frac{dx}{x} + m\frac{dy}{y} + n\frac{dz}{z}$]

ঘ কৌণিক ভরবেগ L হলে,

$$L = mvr = 50\times10\times20 = 1000\ gcm^2s^{-1}$$

কৌণিক ভরবেগের অনিশ্চয়তা, ∂L হলে,

$$\frac{\partial L}{L} = \frac{\partial m}{m} + \frac{\partial v}{v} + \frac{\partial r}{r}$$

বা, $\partial L = \left(\frac{\partial m}{m} + \frac{\partial v}{v} + \frac{\partial r}{r}\right) \times L$

$$= \left(\frac{0.1}{5} + \frac{0.1}{10} + \frac{0.2}{20}\right) \times 1000$$

$$= 40\ gcm^2s^{-1}$$

অতএব, কৌণিক ভরবেগের অনিশ্চয়তা বা ত্রুটি $\partial L = 40\ gcm^2s^{-1}$ অতএব, ইহা নির্ণয় সম্ভব।

প্রশ্ন ▶৩ পদার্থবিজ্ঞান ব্যবহারিক পরীক্ষায় পরীক্ষক একই ধরনের উত্তল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ মাপার জন্য দুইজন পরীক্ষার্থীকে দিলেন। কিন্তু তারা যাতে একজনের ডাটা অন্যজনে দেখে না লেখে লক্ষ্যে ৭০৫ রোল নং ধারীকে ছোট আকারের (পায়ায় দূরত্ব 40mm) এবং ৭১৮ রোল নং ধারীকে বড় আকারের (পায়ায় দূরত্ব 60mm) স্ফেরোমিটার দিলেন। উভয় স্ফেরোমিটারের পিচ 1mm এবং বৃত্তাকার স্কেলের ভাগসংখ্যা 100। ৭০৫ রোল নং ধারী সমতলে ও লেন্সের উপর বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ নিল যথাক্রমে 0,15 এবং 2, 95।

[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]

ক. লব্ধ একক কাকে বলে? ১

খ. শূণ্য ত্রুটি বলতে কি বুঝ? ২

গ. প্রদত্ত লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. ৭১৮ রোল নং ধারীর সঠিক রৈখিক ও বৃত্তাকার পাঠ কত হওয়া উচিত? ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মৌলিক একক হতে যে একক পাওয়া যায় তাকে লব্ধ একক বলে।

খ স্লাইডক্যালিপার্স বা স্ফেরোমিটারের ক্ষেত্রে, যদি প্রধান স্কেলের শূন্য দাগ, ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগের সাথে না মিলে, তবে তাকে শূন্য ত্রুটি বলে।

গ এখানে,

৭০৫ রোল নং ধারীর স্ফেরোমিটারের পায়ার দূরত্ব, $d_1 = 40$ mm

লঘিষ্ট গণন $= \frac{1\ mm}{100} = 0.01$ mm

মোট পাঠ, h_1 = রৈখিক স্কেল পাঠের পার্থক্য + (বৃত্তাকার স্কেলের পাঠের ব্যবধান) × লঘিষ্ঠ গণন

$$= (2 - 0) + (95 - 15) \times 0.01 = 2.8\ mm$$

আমরা জানি,

বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d_1^2}{6h_1} + \frac{h_1}{2}$

$$= \frac{40^2}{6 \times 2.8} + \frac{2.8}{2}$$

$$= 96.638\ mm.$$ **(Ans.)**

ঘ যদি ৭১৮ নং এর স্কেলপাঠ h_2 হয় তবে,

পায়ার দূরত্ব, $d_2 = 60$ mm হলে,

আমরা জানি,

$$R = \frac{d_2^2}{6h_2} + \frac{h_2}{2}$$

বা, $96.638 = \frac{60^2}{6 \times h_2} + \frac{h_2}{2}$

বা, $96.638 = \frac{600}{h_2} + \frac{h_2}{2}$

বা, $96.638 = \frac{1200 + h_2^2}{2h_2}$

বা, $h_2^2 - 193.276\ h_2 + 1200 = 0$

$$\therefore h_2 = \frac{+193.276 \pm \sqrt{(-193.276)^2 - 4 \times 1 \times 1200}}{2 \times 1}$$

$\therefore h_2 = 6.422$ অথবা, $h_2 = 186.8538$ [গ্রহণযোগ্য নয়।]

মোট পাঠ, $h_2 = (6 + 0.422)$ mm

এখানে রৈখিক স্কেল পাঠ = 6

বৃত্তাকার স্কেল পাঠ $= \frac{0.422}{0.01}$ [লঘিষ্ট গণন = 0.01]

$$= 42.2 \approx 42$$

অতএব, ৭১৮ রোল ধারীর সঠিক রৈখিক স্কেল পাঠ 6 এবং বৃত্তাকার স্কেল পাঠ 42. **(Ans.)**

পদার্থবিজ্ঞান

প্রথম অধ্যায় : ভৌতজগৎ ও পরিমাপ

১. কত সালে আপেক্ষিক তত্ত্ব আবিষ্কৃত হয়? (জ্ঞান)
ক) ১৯০৫ খ) ১৯২১
গ) ১৮০৫ ঘ) ১৯১১ ক

২. বিখ্যাত দার্শনিক থেলিস কোন দেশের অধিবাসী ছিলেন? (জ্ঞান)
ক) গ্রিস খ) ইংল্যান্ড
গ) ইতালি ঘ) ফ্রান্স ক

৩. পদার্থ বিজ্ঞানের ভিত্তির সাধারণ সূত্রগুলোকে কী বলা হয়? (জ্ঞান) *[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]*
ক) নীতি খ) ধারণা
গ) অনুমিতি ঘ) স্বীকার্য ক

৪. পাখির উড়া পর্যবেক্ষণ করে উড়োজাহাজের মডেল তৈরি করেন কে? (জ্ঞান)
ক) রজার বেকন খ) লিওনার্দো দা ভিঞ্চি
গ) রবার্ট হুক ঘ) হাইগেনস খ

৫. ইবনে আল হাইয়াম কোন বিষয় নিয়ে গবেষণা করেন? (জ্ঞান)
ক) রসায়ন খ) জ্যোতির্বিজ্ঞান
গ) আলোকতত্ত্ব ঘ) চুম্বকত্ব গ

৬. আল-মাসুদী নিচের কোনটির ধারণা দেন? (জ্ঞান)
ক) বায়ুকল খ) লিভারের কার্যনীতি
গ) উদস্থিতি বিদ্যার ঘ) প্রতিসরণের সূত্র ক

৭. কে π এর মান $\frac{22}{7}$ দ্বারা প্রকাশ করেন? (জ্ঞান) [চট্টগ্রাম বিজ্ঞান কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক) সত্যেন বোস খ) আইনস্টাইন
গ) আইজ্যাক নিউটন ঘ) ভাস্করাচার্য ঘ

৮. মহাকর্ষ সূত্র প্রদান করেন কে? (জ্ঞান)
ক) গ্যালিলিও
খ) আলবার্ট আইনস্টাইন
গ) স্নেল
ঘ) স্যার আইজ্যাক নিউটন ক

৯. কোন বিজ্ঞানী ক্যালকুলাস আবিষ্কার করেন? (জ্ঞান) [বি এফ শাহীন কলেজ, পাহাড়কাঞ্চনপুর, টাঙ্গাইল]
ক) জন ডাল্টন খ) আইনস্টাইন
গ) রাদারফোর্ড
ঘ) স্যার আইজ্যাক নিউটন ঘ

১০. ক্রিশ্চিয়ান ওয়েরস্টেড কোনটি সম্পর্কে গবেষণা করেন? (জ্ঞান)
ক) আপেক্ষিকতা খ) পড়ন্ত বস্তু
গ) বাষ্প ইঞ্জিন ঘ) তড়িৎ চৌম্বক ক্রিয়া ঘ

১১. বিজ্ঞানী মার্কনি কোন দেশের অধিবাসী ছিলেন? (জ্ঞান)
ক) ইতালি খ) জার্মানি
গ) ফ্রান্স ঘ) ইংল্যান্ড ক

১২. 'পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষার মাধ্যমেই বিজ্ঞানের সব সত্য যাচাই করা উচিত'-মতবাদটি কোন বিজ্ঞানীর? (জ্ঞান) *[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*
ক) থেলিস খ) রজার বেকন
গ) গ্যালিলিও ঘ) নিউটন গ

১৩. কত সালে কোয়ান্টাম তত্ত্ব আবিষ্কৃত হয়? (জ্ঞান) [চট্টগ্রাম বিজ্ঞান কলেজ, চট্টগ্রাম]
ক) ১৯০৫ খ) ১৯১৩
গ) ১৮০০ ঘ) ১৯০০ ঘ

১৪. নিচের কোন বিজ্ঞানী কোয়ান্টাম তত্ত্ব আবিষ্কার করেন? (জ্ঞান)
ক) ম্যাক্সওয়েল খ) ম্যাক্স প্লাঙ্ক
গ) হেনরিখ হার্জ ঘ) স্রেসম্যান খ

১৫. কোয়ান্টাম তত্ত্বের জনক কে? (জ্ঞান) *[সরকারি এম এম কলেজ, যশোর]*
ক) আইনস্টাইন খ) ম্যাক্সওয়েল
গ) প্লাঙ্ক ঘ) হাইসেনবার্গ গ

১৬. সেক্সট্যান্ট যন্ত্র আবিষ্কার করেন কে? (জ্ঞান)
ক) আল-খুজান্দী খ) আল-খোয়ারিজমি
গ) আল-বাত্তানি ঘ) আল বেরুনী ক

১৭. আইনস্টাইনের বিশেষ আপেক্ষিক তত্ত্ব কয়টি মৌলিক স্বীকার্যের ওপর প্রতিষ্ঠিত? (জ্ঞান)
ক) ১টি খ) ২টি
গ) ৩টি ঘ) ৪টি খ

১৮. 'আমাদের চারপাশে যা কিছু আছে তার সবই স্থান'— এই ধারণা কার? (জ্ঞান)
ক) অ্যারিস্টটল খ) আর্কিমিডিস
গ) ইউক্লিড ঘ) থেলিস গ

১৯. মৌলিক একক কয়টি? (জ্ঞান)
ক) ৩টি খ) ৫টি
গ) ৭টি ঘ) ৯টি গ

২০. সময়ের একক নির্ধারণ করে কোনটি? *[স্কলার্সহোম, সিলেট]*
ক) Cs-15 খ) Cs-65
গ) Cs-133 ঘ) Cs-153 গ

২১. নীচের কোনটি লব্ধ একক? (জ্ঞান) *[আইডিয়াল স্কুল ও কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*
ক) ওহম খ) কেলভিন
গ) ক্যান্ডেলা ঘ) অ্যাম্পিয়ার ক

২২. গ্যালিলিও গ্যালিলি কোন দেশের বিজ্ঞানী? (জ্ঞান)
ক) ফ্রান্স খ) ইতালি
গ) ব্রিটেন ঘ) গ্রিস খ

২৩. প্রথম ডায়নামো আবিষ্কার করেন কে? (জ্ঞান)
ক) ইয়ং খ) নিলস বোর
গ) রাদারফোর্ড ঘ) মাইকেল ফ্যারাডে ঘ

২৪. আইনস্টাইন কত সালে নোবেল পুরস্কার লাভ করেন? (জ্ঞান)
ক) ১৯০৫ সালে খ) ১৯১১ সালে
গ) ১৯১৫ সালে ঘ) ১৯২১ সালে ঘ

২৫. একটি রাশির প্রকৃত মান x এবং পরিমাপ মান y হলে ত্রুটির শতকরা হার কত হবে? (প্রয়োগ)
ক) $\frac{x-y}{x} \times 100\%$ খ) $\frac{x+y}{x} \times 100\%$
গ) $\frac{x \sim y}{y} \times 100\%$ ঘ) $\frac{x \sim y}{x} \times 100\%$ ঘ

২৬. কোনো গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ R = ? (প্রয়োগ)

ক $\frac{d^2}{4h}+\frac{h}{2}$ খ $\frac{d^2}{6h}+h$

গ $\frac{d^2}{6h}+\frac{h}{2}$ ঘ $\frac{d^2}{4h}+h$ **গ**

২৭. একটি স্ফেরোমিটার দ্বারা একটি কাঁচ পাত্রের পুরুত্ব নির্ণয় করতে গিয়ে রৈখিক পাঠ 2 মি.মি. সমপাতন পাঠ 25 এবং লঘিষ্ঠ গুণন 0.001 mm পাওয়া গেল। তাহলে কাঁচের পুরুত্ব কত? (জ্ঞান) *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]*

ক 2.205 cm খ 0.2025 cm

গ 2.025 cm ঘ 20.25 cm **খ**

২৮. যন্ত্রের পিচকে বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে কী পাওয়া যায়? (জ্ঞান)

ক পিচ খ যান্ত্রিক ত্রুটি

গ লঘিষ্ঠ গণন ঘ ভার্নিয়ার ধ্রুবক **গ**

২৯. সৌরজগৎ সম্পর্কে মতবাদ রাখেন— (অনুধাবন)

i. থেলিস
ii. অ্যারিস্টটল ও প্লেটো
iii. অ্যারিস্টার্কাস

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩০. ভাস্করাচার্য—(অনুধাবন)

i. π এর মান $\frac{22}{7}$ দ্বারা প্রকাশ করেন
ii. আলোর বেগ নির্ণয় করেন
iii. সর্বপ্রথম সঠিকভাবে পৃথিবীর ব্যাস বের করেন

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৩১. লিওনার্দো দা ভিঞ্চি— (অনুধাবন)

i. মূলত চিত্রকর ছিলেন
ii. বলবিদ্যায় যথেষ্ট দখল রাখতেন
iii. পাখি উড়া দেখে উড়োজাহাজের মডেল তৈরি করেন

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩২. আইজ্যাক নিউটন— (অনুধাবন)

i. সর্বকালের সর্বশ্রেষ্ঠ পদার্থবিজ্ঞানী
ii. ক্যালকুলাসের আবিষ্কারক
iii. গণিতশাস্ত্র ও জ্যোতির্বিদ্যায়ও অবদান রাখেন

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৩. শূন্য ত্রুটি ঘটে— (অনুধাবন)

i. ভার্নিয়ার স্কেল বা বৃত্তাকার স্কেল যুক্ত যন্ত্রে
ii. স্লাইড ক্যালিপার্স, স্ক্রু-গজ ইত্যাদিতে
iii. বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের অনুভূমিক দাগের সাথে না মিললে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

ইরতিজা পরিমাপের আন্তর্জাতিক পদ্ধতি কীভাবে এসেছে সেটি জানল। সে দেখল প্রত্যেকটি এককের একটি মানদণ্ড আছে।

৩৪. ইরতিজা কোন পদ্ধতিকে আন্তর্জাতিক পদ্ধতি হিসেবে জেনেছে? (অনুধাবন)

ক এফপিএস খ এমপিএস

গ এমকেএস ঘ সিজিএস **গ**

৩৫. উক্ত মানদণ্ড বলতে বুঝায়— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. 1K বলতে পানির ত্রৈধ বিন্দুর তাপমাত্রার $\frac{1}{273.16}$ ভাগ
ii. 0.012 kg C – 12 তে অবস্থিত সমসংখ্যক প্রাথমিক ইউনিট থাকে 1 mol পদার্থে
iii. একটি নিরেট গোলকের ভর 2 kg

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৬ ও ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

আদনান ও ফেরদৌস পদার্থবিজ্ঞান বিভিন্ন বিজ্ঞানীদের অবদান নিয়ে আলোচনা করছিল। তারা দেখল একজন মধ্যযুগের ইংরেজ বিজ্ঞানী পদার্থবিজ্ঞানকে এতটা সমৃদ্ধ করেছেন যে তাঁকেই সর্বকালের সর্বশ্রেষ্ঠ পদার্থবিজ্ঞানী বলা যায়। তাঁর রচিত গ্রন্থ Philosophie Naturalis Pirincipia mathematica

৩৬. আদনান ও ফেরদৌস কোন বিজ্ঞানী ব্যাপারে কথা বলছিল? (অনুধাবন)

ক গ্যালিলিও খ আইজ্যাক নিউটন

গ টমাস ইয়ং ঘ মাইকেল ফ্যারাড **খ**

৩৭. উক্ত গ্রন্থটি— (অনুধাবন)

i. ১৬৮৭ সালে প্রকাশিত হয়
ii. ৩টি খণ্ডে বিভক্ত
iii. সর্বজনীন মহাকর্ষ সূত্র ও গতিসূত্র প্রদান করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৮–৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

রাফি সেকেন্ড দোলকের একটি মাত্র দোলনের সময় নির্ণয় করতে ও কাফি ২০টি দোলনের সময় নির্ণয় করতে 0.4s ত্রুটি করে।

৩৮. কার ত্রুটির হার কম? (অনুধাবন)

ক রাফির খ কাফির

গ উভয়ের ঘ কারও নয় **খ**

৩৯. রাফির ত্রুটির হার কত? (প্রয়োগ)

ক 1% খ 2%

গ 10% ঘ 20% **ঘ**

৪০. রাফির নির্ণীত দোলনকাল— (প্রয়োগ)

i. 2.02 sec ii. 2.4 sec
iii. 1.98 sec

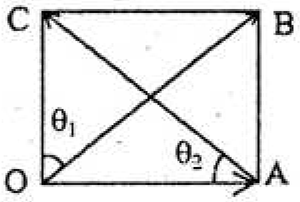
নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

অধ্যায়-২: ভেক্টর

প্রশ্ন ▶ ১



উপরের চিত্র অনুসারে OABC একটি আয়তক্ষেত্র। এর OA এবং OB বাহু দ্বারা দুটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ নির্দেশিত হয়েছে। *[চা. বো. ২০১৭]*

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে দুইটি পার্থক্য লিখ। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে ΔOAB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে θ_1 ও θ_2 এর মধ্যে কোনটি বড় তা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বের কর। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময়ের খুব অল্প ব্যবধানে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

খ পরবশ কম্পন এবং অনুনাদের মধ্যে পার্থক্য—

পরবশ কম্পন	অনুনাদ
(১) নিজস্ব কম্পাঙ্ক এবং আরোপিত পর্যাবৃত্ত কম্পনের কম্পাঙ্ক সাধারণত সমান হয় না।	(১) নিজস্ব কম্পাঙ্ক এবং আরোপিত পর্যাবৃত্ত কম্পনের কম্পাঙ্ক সমান হয়।
(২) কম্পন বিস্তার কম হয় এবং পর্যায়ক্রমে হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে।	(২) সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কাঁপতে থাকে।

গ দেওয়া আছে,

OA বাহু দ্বারা নির্দেশিত ভেক্টর, $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$

OB বাহু দ্বারা নির্দেশিত ভেক্টর, $\vec{Q} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$

এখন, $\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-4-3) - \hat{j}(2+2) + \hat{k}(-3+4)$

$= -7\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$

$|\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2 + (1)^2} = \sqrt{66}$

$\therefore \Delta AOB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times |\vec{P} \times \vec{Q}|$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{66}$ বর্গ একক

$= 4.062$ বর্গ একক **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,

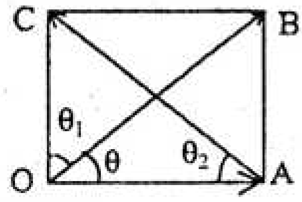
$|\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{66}$

বা, $PQ \sin\theta = \sqrt{66}$

বা, $\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2} \times \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 2^2} \times \sin\theta = \sqrt{66}$

$\therefore \theta = 53.55°$

$\therefore$ OA এবং OB এর অন্তর্গত কোণ, $\theta = 53.55°$



$\because$ OABC একটি আয়তক্ষেত্র,

$\therefore \angle AOC = 90°$

$\therefore \theta_1 = 90° - \theta$

$= 90° - 53.55°$

$= 36.45°$

আবার,

ΔAOC এবং ΔOAB সর্বসম।

অতএব, $\angle AOB = \angle OAC$

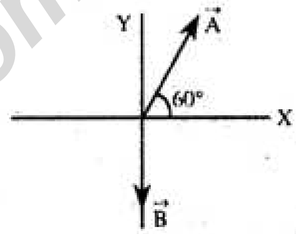
$\therefore \theta_2 = \theta$

$\therefore \theta_2 = 53.55°$

অতএব, $\theta_2 > \theta_1$

অর্থাৎ, θ_2, θ_1 অপেক্ষা বড়।

প্রশ্ন ▶ ২



চিত্রে, $|\vec{A}| = 5$ এবং $|\vec{B}| = 6$

[চা. বো. ২০১৬]

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কেন? ২

গ. চিত্রে $(\vec{A} - \vec{B})$ এর মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে $(\vec{A} \times \vec{B})$ ভেক্টরটি $(\vec{A} + \vec{B})$ এর উপর লম্বভাবে অবস্থিত— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু থেকে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন পদার্থের সাথে তরলের অভ্যন্তরে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কঠিন ও তরলের স্পর্শ কোণ বলে।

খ পাখার প্রতিটি কণা ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে সমান সময়ে সমান কোণ উৎপন্ন করে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে। তাই প্রতিটি কণার কৌণিক বেগ একই থাকে।

গ এখানে, $|\vec{A}| = A = 5$

$|\vec{B}| = B = 6$

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 90° + 60° = 150°$

$|\vec{C}| = C = ?$

$\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$ হলে

$|\vec{C}| = C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(\pi - \alpha)}$

$= \sqrt{5^2 + 6^2 + 2 \times 5 \times 6\cos(180° - 150°)}$

$= \sqrt{25 + 36 + 60\cos30°}$

$= 10.63$

ঘ X-অক্ষ বরাবর– $\vec{A}$ এর উপাংশ, $A_X = |\vec{A}|\cos 60°$
$= 5 \times \frac{1}{2}$
$= \frac{5}{2}$

$\vec{B}$ এর উপাংশ, $B_X = |\vec{B}|\cos(-90°)$
$= 0$

Y-অক্ষ বরাবর– $\vec{A}$ এর উপাংশ, $A_Y = |\vec{A}|\sin 60°$
$= 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$\vec{B}$ এর উপাংশ, $B_Y = |\vec{B}|\sin(-90°)$
$= -6$

$\therefore \vec{A} = \frac{5}{2}\hat{i} + \frac{5\sqrt{3}}{2}\hat{j}$

$\vec{B} = -6\hat{j}$

$\therefore \vec{A} + \vec{B} = \left(\frac{5}{2}\hat{i} + \frac{5\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right) - 6\hat{j}$

$= \frac{5}{2}\hat{i} + \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} - 6\right)\hat{j}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{5}{2} & \frac{5\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$= -15\hat{k}$

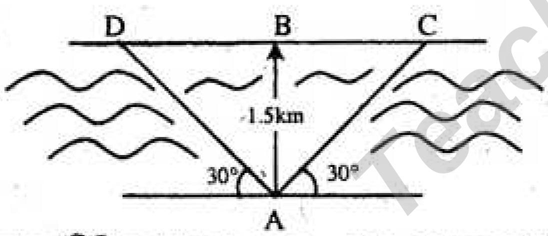
$\therefore (\vec{A} \times \vec{B}) . (\vec{A} + \vec{B})$

$= -15\hat{k} . \left[\frac{5}{2}\hat{i} + \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} - 6\right)\hat{j}\right]$

$= 0$

অতএব, $(\vec{A} \times \vec{B})$ ভেক্টরটি $(\vec{A} + \vec{B})$ এ উপর লম্ব।

প্রশ্ন ▶ ৩



চিত্রে প্রবাহমান নদীটির প্রশস্ততা 1.5 km এবং স্রোতের বেগ 4 kmh^{-1}। রহমত মাঝি AB বরাবর নৌকা চালনা করে AC বরাবর ওপারে পৌঁছালেন। নৌকার বেগ 3 kmh^{-1}। *[ঢা. বো. ২০১৫]*

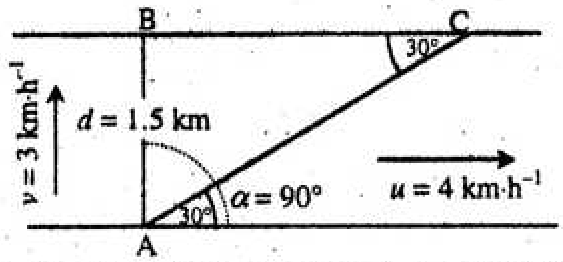
ক. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? ১
খ. ভর ও জড়তার ভ্রামকের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। ২
গ. AC বরাবর নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩
ঘ. AD বরাবর নৌকা চালিয়ে রহমত মাঝি কি B বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবেন? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সমস্ত সংঘর্ষের ক্ষেত্রে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

খ ভর হচ্ছে বস্তুর জড়তার পরিমাপ। বস্তু যে ধর্মের কারণে কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে তার কৌণিক গতির পরিবর্তনে বাধা দেয় তাকে তার ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক বলে। অর্থাৎ রৈখিক গতির ক্ষেত্রে ভর যে ভূমিকা পালন করে কৌণিক গতির ক্ষেত্রে ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক সে ভূমিকা পালন করে। কোনো বস্তুর ভর সকল ক্ষেত্রে ধ্রুব অপর পক্ষে নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর ঘূর্ণন জড়তা নির্দিষ্ট কিন্তু ভিন্ন ভিন্ন অক্ষের সাপেক্ষে ভিন্ন ভিন্ন।

গ



মাঝি AB বরাবর নৌকা চালনা করে AC বরাবর ওপারে পৌঁছাল।
স্রোত ও নৌকার বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 90°$
প্রদত্ত চিত্রানুসারে,
ΔABC এ, $\angle ACB = \theta = 30°$

$\therefore \sin\theta = \frac{AB}{AC}$

বা, $AC = \frac{AB}{\sin\theta} = \frac{1.5 \text{ km}}{\sin 30°} = \frac{1.5 \text{ km}}{0.5}) = 3 \text{ km}$

AC বরাবর নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব = 3 km **(Ans.)**

বিকল্প পদ্ধতি,
স্রোতের বেগ, $u = 4 \text{ km·h}^{-1}$
নৌকার বেগ, $v = 3 \text{ km·h}^{-1}$

নৌকার পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{AB}{v} = \frac{1.5 \text{ km}}{3 \text{ km·h}^{-1}} = 0.5 \text{ h}$

এ সময় নৌকা স্রোতের দিকে BC দূরত্ব অতিক্রম করবে, সুতরাং
$\therefore BC = u \times t = 4 \text{ km·h}^{-1} \times 0.5 \text{ h} = 2 \text{ km}$
সুতরাং $AC^2 = AB^2 + BC^2 = (1.5 \text{ km})^2 + (2 \text{ km})^2 = 6.25 \text{ km}^2$
$\therefore AC = 2.5 \text{ km}$
(দুই পদ্ধতিতে AC এর দুটি ভিন্ন মান পাওয়া যায়। সুতরাং প্রদত্ত তথ্য ত্রুটি পূর্ণ)

ঘ AD বরাবর নৌকা চালালে চিত্রানুসারে স্রোতের বেগ u ও নৌকার বেগ v এর মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = 180° - 30° = 150°$। সুতরাং স্রোতের বেগ ও লব্ধি বেগের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha} = \frac{3\sin 150°}{4 + 3\cos 150°}$

$= \frac{3 \times 0.5}{4 + 3 \times (-0.866025)} = \frac{1.5}{4 - 2.598} = 1.07$

$\therefore \theta = 46.91°$

এখানে, $\theta < 90°$। সুতরাং নৌকা AB বরাবর নদী পার হতে পারবে না।

বিকল্প উত্তর: চিত্রানুসারে স্রোতের বেগ u ও নৌকার বেগ v এর মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = 180° - 30° = 150°$। সুতরাং স্রোতের বেগ ও লব্ধি বেগের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

এখন, $\theta = 90°$ হতে হলে $u + v\cos\alpha = 0$ হবে। কিন্তু
$u + v\cos\alpha = 4 + 3\cos 150° = 4 + 3 \times - 0.866025$
$= 4 - 2.598 = 1.402 \neq 0$
সুতরাং নৌকা AB বরাবর নদী পার হতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶ ৪ কোনো এক বৃষ্টির দিনে নাফিসা জানালার পাশে দাঁড়িয়ে দেখছিল বৃষ্টি উলম্বভাবে 6 km·h^{-1} বেগে পতিত হচ্ছে। নাফিসা লক্ষ্য করল, রাস্তায় একজন লোক 4 km·h^{-1} বেগে হাঁটছে এবং অপরজন 8 km·h^{-1} বেগে সাইকেলে যাচ্ছে। তাদের উভয়ের ছাতা ভিন্ন ভিন্ন কোণে বাঁকাভাবে ধরা। *[রা. বো. ২০১৭]*

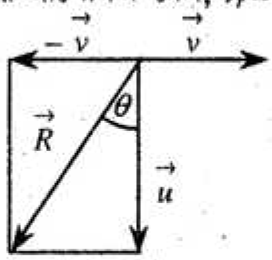
ক. একক ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. কোনো রাশির পরিমাপ প্রকাশ করতে এককের প্রয়োজন হয় কেন? ২
গ. উদ্দীপকে হেঁটে চলা লোকটির সাপেক্ষে পড়ন্ত বৃষ্টির লব্ধি বেগ কত? ৩
ঘ. হেঁটে চলন্ত লোকটির এবং সাইকেলে চলন্ত লোকটির ছাতা একই রকমভাবে বাঁকানো নয়– নাফিসার পর্যবেক্ষণটি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান এক তাকে একক ভেক্টর বলে। মান শূন্য নয় এরূপ ভেক্টরকে তার মান দ্বারা ভাগ করলে ভেক্টরটির দিকে একটি একক ভেক্টর পাওয়া যায়।

খ প্রত্যেকটি রাশি পরিমাপের জন্য তারই একটি সুবিধাজনক অংশকে আদর্শ ধরে নেওয়া হয় এবং এরই সাথে তুলনা করে সে জতীয় রাশির পরিমাপ করা হয়। এই আদর্শ অংশকে ঐ রাশি একক বলা হয়। সুতরাং, কোনো রাশির পরিমাপ প্রকাশ করতে এককের প্রয়োজন হয়

গ মনে করি, বৃষ্টির বেগ, $u = 6\ \text{km·h}^{-1}$
এবং লোকটির বেগ, $v = 4\ \text{km·h}^{-1}$
লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ, $v_r = ?$



ধরা যাক, বৃষ্টির ফোটার বেগ $\vec{u}$ সাইকেলের বেগ $\vec{v}$ (পাশের চিত্র)। সুতরাং সাইকেলের সাপেক্ষে বৃষ্টির ফোঁটার বেগ হলে

$$v_r = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos(\pi - \alpha)}$$
$$= \sqrt{(6)^2 + (4)^2 + 2(6)(4)\cos90°}$$
$$= \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 7.21\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

আবার, $\tan\theta = \dfrac{v\sin(\pi - \alpha)}{u + v\cos(\pi - \alpha)} = \dfrac{4\sin90°}{6 + 4\cos90°} = \dfrac{4}{6} = 0.666667$

$\theta = 33.69°$

সুতরাং, লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগের মান $7.21\ \text{km·h}^{-1}$ এবং এই বেগ উল্লম্বের সাথে 33.69° কোণ তৈরি করে। **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,
হেঁটে চলা লোকের বেগ, $v_1 = 4\ \text{km·h}^{-1}$
সাইকেলে চলন্ত লোকের বেগ, $v_2 = 8\ \text{km·h}^{-1}$
বৃষ্টির বেগ, $u = 6\ \text{km·h}^{-1}$

মনেকরি, বৃষ্টি হতে বাঁচার জন্য হেঁটে চলন্ত লোককে উলম্বের সাথে θ_1 কোণে এবং সাইকেলে চলন্ত লোককে উলম্বের সাথে θ_2 কোণে ছাতা ধরতে হবে।

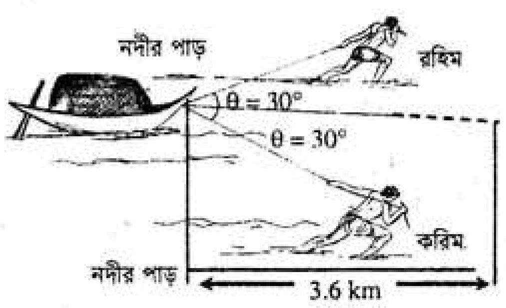
$$\tan\theta_1 = \frac{v_1\sin(\pi - \alpha)}{u + v_1\cos(\pi - \alpha)} = \frac{4\sin90°}{6 + 4\cos90°} = \frac{4}{6} = 0.666667$$
$$\therefore \theta_1 = 33.69°$$

এবং, $\tan\theta_2 = \dfrac{v_2\sin(\pi - \alpha)}{u + v_2\cos(\pi - \alpha)} = \dfrac{8\sin90°}{6 + 8\cos90°} = \dfrac{8}{6} = 1.333333$

$\therefore \theta_2 = 53.13°$

অতএব, হেঁটে চলা লোকটির এবং সাইকেলে চলন্ত লোকটির ছাতা একই রকমভাবে বাঁকানো নয়।

প্রশ্ন ▶৫ নিচের চিত্রে করিম ও রহিম দুজন মাঝি স্থির পানিতে 500 kg ভরের একটি স্থির নৌকাকে নদীর দু'তীর থেকে দড়ি দিয়ে 30° কোণে $\vec{F}$ বলে টানছে। নৌকাটি 5 মিনিটে তীরের সমান্তরালে 3.6 km পথ অতিক্রম করে। করিম রহিমকে বলে "সমান টানে এ দূরত্ব 5 মিনিটের কম সময়ে পৌছা সম্ভব।" [নৌকার তল ও পানির ঘর্ষণ বল উপেক্ষণীয়]।



[রা. বো. ২০১৬]

ক. ভেক্টর বিশ্লেষণ কী? ১
খ. নাল ভেক্টরের সুনির্দিষ্ট দিক নেই কেন? ২
গ. উদ্দীপকের $\vec{F}$ এর মান বের কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকে করিমের বক্তব্য সঠিক কিনা — গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি ভেক্টরকে যদি দুই বা ততোধিক ভেক্টরে এমনভাবে বিভক্ত করা হয়, যাদের লব্ধি হবে মূল ভেক্টর, তবে এ বিভক্তকরণ প্রক্রিয়াকে ভেক্টরের বিশ্লেষণ বলে।

খ নাল ভেক্টর হলো শূন্য ভেক্টর। এর মান শূন্য বলে এর কোনো সুনির্দিষ্ট দিক নির্ণয় করা সম্ভব নয়। তাই এর দিক যেকোনো দিকেই বিবেচনা করা যেতে পারে।

গ ধরা যাক, করিম ও রহিমের প্রযুক্ত বল দ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 2θ।
সুতরাং বল দ্বয়ের লব্ধি

$$R = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F \times F\cos2\theta}$$
$$= F\sqrt{1 + 1 + 2\cos2\theta}$$
$$= F\sqrt{2(1 + \cos2\theta)}$$
$$= F\sqrt{2 \times 2\cos^2\theta}$$
$$= 2F\cos\theta$$

এখন প্রদত্ত তথ্যানুসারে $\theta = 30°$। সুতরাং
$R = 2F\cos30° = \sqrt{3}\,F$
নৌকার আদিবেগ, $u = 0\ \text{m·s}^{-1}$
সময়কাল, $t = 5\ \text{min} = 300\ \text{sec}$
সরণ, $s = 3.6\ \text{km} = 3600\ \text{m}$
আমরা জানি,
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2$$
বা, $a = \dfrac{2s}{t^2} = \dfrac{2 \times 3600\ \text{m}}{(300\ \text{s})^2} = 0.08\ \text{m·s}^{-2}$

সুতরাং, $\sqrt{3}\,F = ma = 500\ \text{kg} \times 0.08\ \text{m·s}^{-2} = 40\ \text{N}$

$\therefore\ F = \dfrac{40\ \text{N}}{\sqrt{3}} = 23.094\ \text{N}$ **(Ans.)**

ঘ "গ" অনুসারে,
লব্ধি টান, $R = 2F\cos\theta$
$s = 3.6\ \text{km} = 3600\ \text{m}$
$\therefore$ সময়, t হলে,
$t < 5\ \text{min}$

বা, $\sqrt{\dfrac{2s}{a}} < 5 \times 60\text{s}$

বা, $a > \dfrac{2s}{(300)^2}$

বা, $\dfrac{R}{m} > \dfrac{2 \times 3600}{90000}$

বা, $R > \dfrac{2 \times 3600 \times 500}{90000}$

বা, $2F\cos\theta > 40$

বা, $\cos\theta > \dfrac{20}{F}$

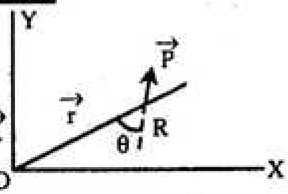
বা, $\cos\theta > \dfrac{20}{\frac{40}{\sqrt{3}}}$

বা, $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ \theta < 30°$

অতএব, θ এর মান 30° এর চেয়ে কমিয়ে সময় 5 min এর চেয়ে কমানো সম্ভব। এ ক্ষেত্রে তাদের তীরের একটি নিকটে এসে টানতে হবে। অর্থাৎ করিমের বক্তব্য সঠিক।

প্রশ্ন ▶ ৬



R বিন্দুতে বস্তুর ভর m = 2kg
$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + b\hat{k})$ m
$\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})$ ms^{-1}
$\vec{P}$ = ভরবেগ।

/দি. বো. ২০১৬/

ক. মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১

খ. বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হয়– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. b = 2 হলে বস্তুর কৌণিক ভরবেগের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. $\vec{r}$ ও $\vec{v}$ পরস্পর সমান্তরাল ও লম্ব হলে b এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে– বিশ্লেষণ কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ আমরা জানি, কেন্দ্রমুখী বল, $F = m\omega^2 r$। এখানে m বস্তুর ভর, ω কৌণিক বেগ এবং r বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ। একটি নির্দিষ্ট ভরের বস্তু একটি নির্দিষ্ট কৌণিক বেগে বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করলে, $F \propto r$ অর্থাৎ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হয়।

গ দেয়া আছে, বস্তুর ভর, $m = 2$ kg

$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + b\hat{k})$ m

$\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})$ $m{\cdot}s^{-1}$

কৌণিক ভরবেগের মান, $L = ?$

$b = 2$ হলে

$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ m

$\vec{P} = m\vec{v} = 2\text{ kg} \times (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})\ m{\cdot}s^{-1} = (4\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k})\ kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 4 & -8 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\ (-8 + 16) - \hat{j}\ (4 - 8) + \hat{k}\ (-8 + 8)$$

$$= (8\hat{i} + 4\hat{j})\ kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}$$

কৌণিক ভরবেগের মান $= |\vec{L}| = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}\ kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেয়া আছে,

$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + b\hat{k})$ m

$\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})$ $m{\cdot}s^{-1}$

$\vec{r}$ ও $\vec{v}$ পরস্পর সমান্তরাল হলে, $\vec{r} \times \vec{v} = 0$

$$\therefore \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & b \\ 2 & -4 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

বা, $(-4 + 4b)\hat{i} + (2b - 2)\hat{j} + (-4 + 4)\hat{k} = 0$

বা, $(-4 + 4b)\hat{i} + (2b - 2)\hat{j} = 0$

এখন, $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$-4 + 4b = 0$ বা, $b = 1$

এবং $2b - 2 = 0$ বা, $b = 1$

$\therefore$ $\vec{r}$ ও $\vec{v}$ পরস্পর সমান্তরাল হলে, $b = 1$ হবে।

আবার, $\vec{r}$ ও $\vec{v}$ পরস্পর লম্ব হলে,

$\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$

বা, $(\hat{i} - 2\hat{j} + b\hat{k}) \cdot (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}) = 0$

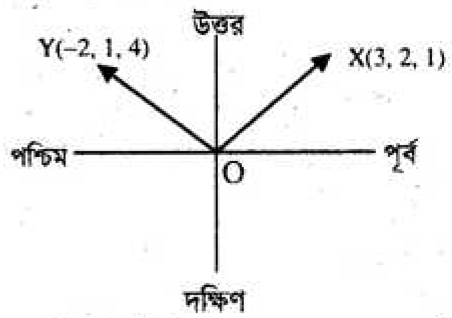
বা, $2 + 8 + 2b = 0$

বা, $2b = -10$

$\therefore b = -5$

অতএব, $\vec{r}$ ও $\vec{v}$ পরস্পর লম্ব হলে $b = -5$ হবে। সুতরাং $\vec{r}$ ও $\vec{v}$ এর লম্ব অবস্থায় b এর মান সমান্তরাল অবস্থায় b এর মানের চেয়ে $1 - (-5) = 6$ কম হবে।

প্রশ্ন ▶ ৭



উদ্দীপকে X ও Y বিন্দু দুইটি কলেজের অবস্থান নির্দেশ করে। O উভয় কলেজের যাত্রা অবস্থানের সাধারণ বিন্দু। /দি. বো. ২০১৫/

ক. তাৎক্ষণিক ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায় কেন? ২

গ. $\overrightarrow{OX}$ ও $\overrightarrow{OY}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর এবং $\overrightarrow{OY}$, $\overrightarrow{OX}$ এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর, একই হবে কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যুক্তি দাও। ৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তনের হারকে ঐ বিশেষ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

খ উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষ বলের দিক নিচের দিকে। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণের দিকও খাড়া নিচের দিকে। এ ত্বরণের কারণে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায়।

গ এখানে, X বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 2, 1)

Y বিন্দুর স্থানাঙ্ক (–2, 1, 4)

তাহলে,

$\overrightarrow{OX} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\overrightarrow{OY} = -2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$

বের করতে হবে, এদের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = ?$

আমরা জানি,

$\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OY} = (3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \cdot (-2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k})$

বা, $|\overrightarrow{OX}|\ |\overrightarrow{OY}| \cos\theta = 3 \times (-2) + 2 \times 1 + 1 \times 4 = 0$

বা, $\cos\theta = 0$

$\therefore \theta = \cos^{-1}0 = 90°$

অতএব, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 90°। **(Ans.)**

ঘ $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ তলের ওপর লম্ব একক ভেক্টর $= \dfrac{\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}}{|\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}|}$

এখানে, $\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$

$= 7\hat{i} - 14\hat{j} + 7\hat{k}$

আবার, $|\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}| = \sqrt{7^2 + (-14)^2 + 7^2} = 7\sqrt{6}$

$$\therefore \frac{\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}}{|\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}|} = \frac{7\hat{i} - 14\hat{j} + 7\hat{k}}{7\sqrt{6}} = \frac{\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$$

কিন্তু $\overrightarrow{OY}$, $\overrightarrow{OX}$ এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর $= \dfrac{\overrightarrow{OY} \times \overrightarrow{OX}}{|\overrightarrow{OY} \times \overrightarrow{OX}|}$

সুস্পষ্টত: $\overrightarrow{OY} \times \overrightarrow{OX} = -(\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}) = -7\hat{i} + 14\hat{j} - 7\hat{k}$

এবং $|\overrightarrow{OY} \times \overrightarrow{OX}| = |\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}| = 7\sqrt{6}$

$\therefore \dfrac{\overrightarrow{OY} \times \overrightarrow{OX}}{|\overrightarrow{OY} \times \overrightarrow{OX}|} = \dfrac{-7\hat{i} + 14\hat{j} - 7\hat{k}}{7\sqrt{6}} = -\dfrac{\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$

অর্থাৎ লম্ব একক ভেক্টরদ্বয় মানে সমান হলেও দিকে পরস্পর বিপরীত। $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}$এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর কাগজপৃষ্ঠ হতে লম্বভাবে খাড়া ওপর দিকে ক্রিয়া করে এবং $\overrightarrow{OY}, \overrightarrow{OX}$ এর তলের ওপর লম্ব একক ভেক্টর কাগজপৃষ্ঠ হতে লম্বভাবে খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে।

প্রশ্ন ▶৮ দুটি বিন্দুর ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় স্থানাঙ্কদ্বয় যথাক্রমে A(1, 0, – 1) এবং B(1, 1, 0)। *[কু. বো. ২০১৭]*

ক. ডান হাতি স্ক্রু নিয়মটি বিবৃত কর। ১

খ. একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যেতে পারে-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের সমান্তরালে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর। ৩

ঘ. দুটি বিন্দুর A ও B এর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপ এর তুলনামূলক বিশ্লেষণ করো। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফলের দিক হবে উভয় ভেক্টরের ওপর লম্বভাবে স্থাপিত একটি ডানহাতি স্ক্রুকে প্রথম ভেক্টর থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে স্ক্রুটি যে দিকে অগ্রসর হবে সেই দিকে।

খ একই দিকে ক্রিয়াশীল দুটি ভেক্টরের একটির মান অপরটির মানের বিপরীত হলে ভেক্টর দুটিকে পরস্পর বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে। যেমন– $\vec{A} = A\,\hat{a}$ এবং $\vec{B} = \frac{1}{A}\hat{a}$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর বিপ্রতীপ ভেক্টর।

যেহেতু বিপ্রতীপ ভেক্টরদ্বয় একই দিকে ক্রিয়াশীল তাই, বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যেতে পারে।

গ দেওয়া আছে

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক, A (1, 0, – 1)

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক, B (1, 1, 0)

অর্থাৎ, ভেক্টর $\overrightarrow{AB} = (1-1)\hat{i} + (1-0)\hat{j} + (0+1)\hat{k}$

$= \hat{j} + \hat{k}$

$\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের সমান্তরালে একটি একক ভেক্টর,

$$\hat{n} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{\hat{i} + \hat{k}}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k} \text{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপক হতে,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক, A (1, 0, – 1)

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক, B (1, 1, 0)

অর্থাৎ

A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\overrightarrow{OA} = \hat{i} - \hat{k}$

B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\overrightarrow{OB} = \hat{i} + \hat{j}$

$\therefore$ X- অক্ষের উপর $\overrightarrow{OA}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ,

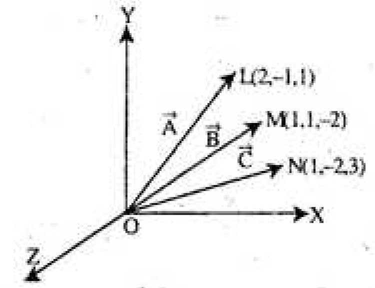
$$|\overrightarrow{OA}|\cos\theta_1 = \frac{(\overrightarrow{OA}).\hat{i}}{|\hat{i}|} = \frac{(\hat{i} - \hat{k}).\hat{i}}{1} = 1$$

এবং X- অক্ষের উপর $\overrightarrow{OB}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ

$$|\overrightarrow{OB}|\cos\theta_2 = \frac{|\overrightarrow{OB}|.\hat{i}}{|\hat{i}|} = \frac{(\hat{i} + \hat{j}).\hat{i}}{1} = 1$$

অতএব, A ও B এর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপের মান সমান এবং তা 1।

প্রশ্ন ▶৯



[কু. বো. ২০১৬]

ক. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

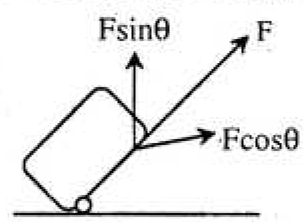
গ. $\vec{C}$, X অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণের মান কত? ৩

ঘ. $\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ ভেক্টরদ্বয়ের লম্বদিকের ভেক্টরটি $\vec{A}$ এর সাথে একই সমতলে অবস্থান করে কি না গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দিয়ে নির্দেশ করা হয় তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ ট্রলি ব্যাগের হাতল দ্বারা ট্রলি ব্যাগকে সামনের দিকে টেনে নিয়ে যাওয়ার সময় হাতলে প্রযুক্ত বল F দুইটি উপাংশে বিভক্ত হয়। একটি $F\sin\theta$ এবং অপরটি $F\cos\theta$। $F\sin\theta$ উপাংশটি উপরের দিকে কার্যরত হয়, এবং $F\cos\theta$ উপাংশটি ব্যাগকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়। হাতল লম্বা হলে θ এর মান কম হয়। এ অবস্থায় $\cos\theta$ এর মান বেশি হয় এবং ট্রলির বেগ ধ্রুব রেখে টানতে কম বল লাগে। এ কারণে ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয়।



গ দেয়া আছে, N বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, - 2, 3)

সুতরাং N বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{C} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$

যেহেতু X অক্ষের দিকে একক ভেক্টর $\hat{i}$, সুতরাং $\hat{i}$ এর সাথে কোণই X অক্ষের সাথে কোণ

$\vec{C}$ ও X অক্ষের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = ?$

$$\cos\theta = \frac{\vec{C}\cdot\hat{i}}{C} = \frac{(\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})\cdot\hat{i}}{\sqrt{1+4+9}} = \frac{1}{\sqrt{14}} = 0.267$$

$\therefore \theta = \cos^{-1}(0.267) = 74.5°$ **(Ans.)**

ঘ প্রদত্ত চিত্রের তথ্যানুসারে,

$\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

$\vec{C} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$

$\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

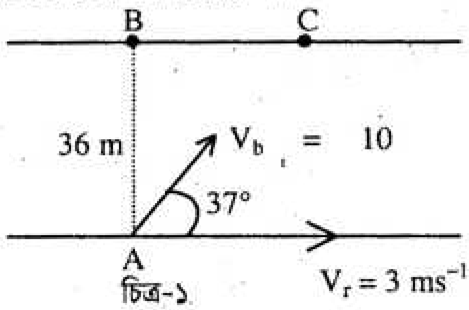
ধরা যাক, $\vec{D} = \vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

$= (3-4)\hat{i} + (-2-3)\hat{j} + (-2-1)\hat{k}$

$= -\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k}$

এখন আমাদেরকে দেখতে হবে, $\vec{A}$ ও $\vec{D}$ একই সমতলে কি না। দুটি ভেক্টর যে অবস্থাতেই থাক না কেন তারা একই সমতলে। সুতরাং $\vec{A}$ ও $\vec{D}$ ভেক্টরদ্বয়ও একই সমতলে।

প্রশ্ন ▶১০ 36 m চওড়া একটি নদীতে $10\ ms^{-1}$ বেগে একটি নৌকা চলছে (চিত্র-১)। নৌকাটি নদী পার হয়ে বিপরীত তীরের C বিন্দুতে পৌছাল। নদীতে স্রোতের বেগ $3ms^{-1}$।



চিত্র-১

/কু. বো. ২০১৬/

ক. কার্ল কি? ১
খ. কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয় —ব্যাখ্যা কর। ২
গ. নদীটির বিপরীত পাড়ের BC দূরত্ব বের কর। ৩
ঘ. নদীর বিপরীত পাড়ের B বিন্দুতে নৌকাটিকে পৌছাতে হলে, মাঝির কি ব্যবস্থা নিতে হবে? ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক $\vec{v}(x, y, z)$ অন্তরিকরণযোগ্য ভেক্টর ক্ষেত্র হলে $\vec{\nabla} \times \vec{v}$ কে $\vec{v}$ এর কার্ল বলে।

খ আমরা জানি, বেগ একটি ভেক্টর রাশি। মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টরের পরিবর্তন হয়। কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণন কালে বেগের মান পরিবর্তিত না হলেও প্রতি মুহূর্তে দিকের পরিবর্তন হয় এবং বেগের দিক হয় যেকোনো বিন্দুতে বৃত্তাকার পথের স্পর্শক বরাবর। সুতরাং বলা যায়, কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

গ নদীর প্রস্থ বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ $= V_b \sin37°$
$= 10\ m{\cdot}s^{-1} \times \sin37° = 6.02\ m{\cdot}s^{-1}$

∴ নদী পার হতে সময়, $t = \dfrac{d}{6.02\ m{\cdot}s^{-1}} = \dfrac{36\ m}{6.02\ m{\cdot}s^{-1}} = 5.982$ sec

নদীর পাড় বরাবর বেগের উপাংশের যোগফল $= V_b \times \cos37° + V_r$
$= 10\ m{\cdot}s^{-1} \times \cos37° + 3\ m{\cdot}s^{-1} = 10.986\ m{\cdot}s^{-1}$

∴ দূরত্ব, $BC = 10.986\ m{\cdot}s^{-1} \times 5.982\ sec = 65.72\ m$ **(Ans.)**

ঘ নৌকাটিকে A থেকে সরাসরি B বিন্দুতে পৌছাতে হলে নৌকা ও স্রোতের বেগের লব্ধি এবং স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 90°$ হতে হবে। নৌকা ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ α হলে আমরা পাই

$$\tan90° = \frac{v_b \sin\alpha}{v_r + v_b \cos\alpha}$$

বা, $\infty = \dfrac{v_b \sin\alpha}{v_r + v_b\cos\alpha}$

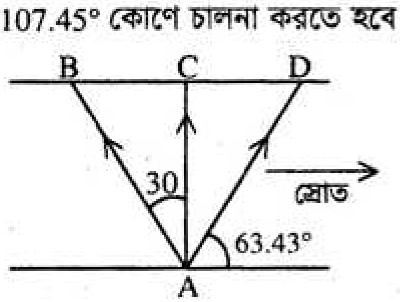
বা, $v_r + v_b\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\dfrac{v_r}{v_b} = -\dfrac{3\ m{\cdot}s^{-1}}{10\ m{\cdot}s^{-1}} = -0.3$

∴ $\alpha = 107.45°$

সুতরাং A থেকে সরাসরি B বিন্দুতে পৌছাতে হলে নৌকাটিকে স্রোতের দিকের সাথে 107.45° কোণে চালনা করতে হবে।

প্রশ্ন ▶১১



চিত্রানুযায়ী একটি নদী 31 km প্রশস্ত। দুটি ইঞ্জিন বোট আড়াআড়ি পার হওয়ার জন্য A হতে অভিন্ন বেগে যাত্রা শুরু করল যাদের একটি AB বরাবর অপরটি AC বরাবর। প্রথমটি আড়াআড়ি পার হয়ে C বিন্দুতে পৌছালেও দ্বিতীয়টি D বিন্দুতে পৌছায়। স্রোতের বেগ $9\ km{\cdot}h^{-1}$।

/চ. বো. ২০১৭/

ক. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১
খ. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য কিনা– ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপক হতে নৌকার অভিন্ন বেগ হিসাব কর। ৩
ঘ. নৌকা দুটি একই সময়ে নদীর অপর পারে পৌছায় কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দিয়ে নির্দেশ করা হয় তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য নয়। কারণ, প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বস্তুর বেগের উল্লম্ব উপাংশ (v_y) শূন্য হলেও অনুভূমিক উপাংশ (v_x) শূন্য নয়। অতএব, প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ, $v = v_x$

∴ প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি $= \dfrac{1}{2} m v_x^2$

অর্থাৎ, সর্বোচ্চ উচ্চতায় v_x শূন্য নয়। তাই প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য নয়।

গ দেওয়া আছে,
স্রোতের বেগ, $u = 9\ km{\cdot}h^{-1}$
১ম ইঞ্জিন বোট ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = (30 + 90)° = 120°$
লব্ধি বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$
ধরি, উভয় নৌকার বেগ $= v$
আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v \sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

বা, $\tan90° = \dfrac{v\sin120°}{u + v\cos120°}$

বা, $u + v\cos120° = 0$

বা, $v = \dfrac{-9}{\cos120°}$

বা, $v = \dfrac{-9}{-0.5}$

∴ $v = 18\ km{\cdot}h^{-1}$ (Ans.)

ঘ দেওয়া আছে,
নদীর প্রস্থ, $d = 31$ km
স্রোতের বেগ, $u = 9\ km{\cdot}h^{-1}$
'গ' হতে পাই, নৌকার বেগ, $v = 18\ km{\cdot}h^{-1}$
স্রোতের বেগ ও ১ম নৌকার বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 120°$
স্রোতের বেগ ও ২য় নৌকার বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha' = ?$
দ্বিতীয় নৌকার ক্ষেত্রে,

$$\tan63.43° = \frac{18\sin\alpha'}{9 + 18\cos\alpha'}$$

বা, $2 = \dfrac{2\sin\alpha'}{1 + 2\cos\alpha'}$

বা, $\dfrac{\sin\alpha'}{1 + 2\cos\alpha'} = 1$

বা, $\dfrac{2\sin\alpha'/2 \cos\alpha'/2}{2\cos^2\alpha'/2} = 1$

বা, $\tan\alpha'/2 = 1$

বা, $\alpha'/2 = 45°$

বা, $\alpha' = 90°$

ধরি, ১ম নৌকার নদী পার হতে t ও ২য় নৌকার নদী পার হতে t' সময় লাগে।

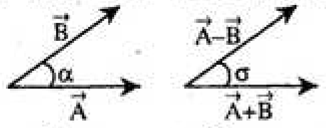
$$\therefore \quad t = \frac{d}{v \sin \alpha} = \frac{31}{18 \sin 120^\circ} = 1.988 \text{ h}$$

$$t' = \frac{d}{v \sin \alpha'} = \frac{31}{18 \sin 90^\circ} = 1.722 \text{ h}$$

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায়, $t' < t$

অতএব, নৌকা দুটি একই সময়ে নদীর অপর পারে পৌছায় না। ২য় নৌকাটি আগে নদীর অপর পারে পৌছায়।

প্রশ্ন ▶ ১২



$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$
$$\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

[চি. বো. ২০১৬]

ক. লব্ধ একক কী? ১

খ. দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে কিনা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. α-এর মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. α-এর মানের পরিবর্তন কত হলে $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$-এর অভিক্ষেপ এক-চতুর্থাংশ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল একক মৌলিক একক সমন্বয়ে গঠিত হয় তাদেরকে লব্ধ একক বা যৌগিক একক বলে।

খ দুইটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না। কারণ দুটি ভেক্টর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি সর্বনিম্ন হয় এবং এক্ষেত্রে লব্ধির মান হয় ভেক্টরদ্বয়ের মানের বিয়োগফলের সমান। তাই অসমান সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের লব্ধি কখনোই শূন্য হতে পারে না।

গ দেয়া আছে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$
$$\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$A = \sqrt{(2)^2 + (2)^2 + (-1)^2} = 3$$
$$B = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (2)^2} = 7$$
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}).(6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$
$$= 12 - 6 - 2$$
$$= 4$$

আমরা জানি,

বা, $\cos\alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{4}{3 \times 7} = \frac{4}{21}$

বা, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{4}{21}\right)$

$\therefore \quad \alpha = 79.02^\circ$ (প্রায়)

$\therefore \vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর অন্তর্গত কোণ, $\alpha = 79.02^\circ$ (প্রায়)। **(Ans.)**

ঘ মনে করি, α এর পরিবর্তে কোণের মান α' করলে $\vec{A}$ এর ওপর $\vec{B}$ এর অভিক্ষেপ এক চতুর্থাংশ হবে।

যেহেতু, $\alpha = 79.02^\circ$ [(গ) অংশ হতে প্রাপ্ত]

$\therefore \vec{A}$ এর ওপর $\vec{B}$ এর অভিক্ষেপ,

$$B\cos\alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A}$$

$= \frac{4}{3}$; [$\vec{A} \cdot \vec{B}$ এবং A এর মান (গ) হতে]

$\therefore \vec{A}$ এর ওপর $\vec{B}$ এর অভিক্ষেপের এক চতুর্থাংশ $= \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$

এখন,

$$B\cos\alpha' = \frac{1}{3}$$

বা, $7\cos\alpha' = \frac{1}{3}$

বা, $\alpha' = \cos^{-1}\left(\frac{1}{21}\right)$

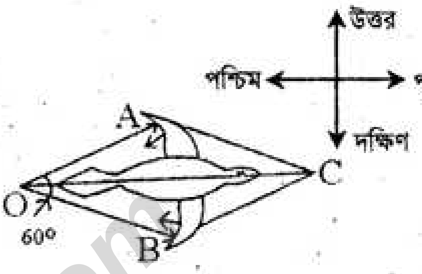
$\therefore \quad \alpha' = 87.27^\circ$

$\therefore$ কোণের মান 87.27° হলে $\vec{A}$ এর ওপর $\vec{B}$ এর অভিক্ষেপ পূর্বের এক চতুর্থাংশ হবে।

$\therefore \alpha$ এর মানের পরিবর্তন $= 87.27^\circ - 79.02^\circ = 8.25^\circ$

সুতরাং α এর মান 8.25° বাড়ালে $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর অভিক্ষেপ পূর্বের এক চতুর্থাংশ হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৩



চিত্রানুযায়ী একটি পাখি সমতল ভূমির সমান্তরালে আকাশে উড়ছে। পাখিটির উভয় পাখা কর্তৃক ধাক্কার পরিমাণ 5 N। [সি. বো. ২০১৭]

ক. কার্ল কাকে বলে? ১

খ. আমাদের পায়ে হাঁটা কিভাবে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়? ২

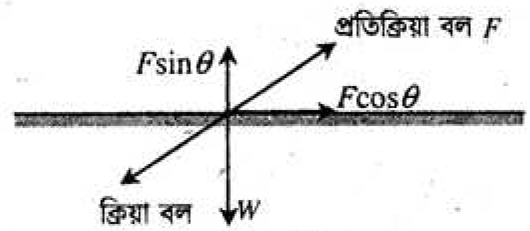
গ. চিত্রের OC বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের মান কত? ৩

ঘ. AO বরাবর পাখার ধাক্কার পরিমাণ দ্বিগুণ হলে পাখিটি কোনদিকে উড়বে? গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক $\vec{\nabla}$ অপারেটরের সাথে কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের ($\vec{V}$) ক্রস বা ভেক্টর গুণ ($\vec{\nabla} \times \vec{V}$) কে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল বলে।

খ



হাঁটার সময় আমরা ভূমিকে পা দিয়ে তীর্যক বল প্রয়োগে পেছনের দিকে ঠেলে দেই। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে ভূমি আমাদের ওপর একটি প্রতিক্রিয়া বল F প্রয়োগ করে। ধরা যাক, প্রতিক্রিয়া বল ভূমির সাথে θ কোণে ক্রিয়া করে। এ প্রতিক্রিয়া বল দুটি উপাংশে বিভক্ত হয়। উলম্ব উপাংশ $F\sin\theta$ যা আমাদের ওজনের বিপরীতে অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া হিসেবে কাজ করে এবং অনুভূমিক উপাংশ $F\cos\theta$ আমাদেরকে সামনের দিকে এগিয়ে যেতে সাহায্য করে।

গ দেওয়া আছে,

OA বরাবর প্রতিক্রিয়া বল, $P = 5$ N

OB বরাবর প্রতিক্রিয়া বল, $Q = 5$ N

OA ও OB বলের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60^\circ$

OC বরাবর লব্ধি প্রতিক্রিয়া বল, $R = ?$

আমরা জানি,

প্রতিক্রিয়া বল, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$

$= \sqrt{(5)^2 + (5)^2 + 2(5)(5)\cos 60^\circ}$

$= \sqrt{25 + 25 + 50 \times \frac{1}{2}}$

$= \sqrt{75}$

$\therefore R = 8.66$ N **(Ans.)**

ঘ এখানে,

AO বরাবর ধাক্কার মান 10 N

সুতরাং OA বরাবর প্রতিক্রিয়ার মান, $P = 10$ N

অনুরূপে OB বরাবর প্রতিক্রিয়ার মান, $Q = 5$ N

OA ও OB এর মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60^\circ$

মনে করি, পাখিটি OA এর সাথে θ কোণে উড়বে।

আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha} = \frac{5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10 + 5 \times \frac{1}{2}} = \frac{4.33}{12.5} = 0.346$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.346)$

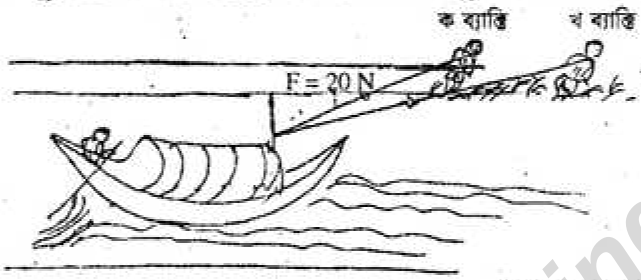
$= 19.10^\circ$

পাখিটির পূর্বের চলার দিক বা পূর্বদিকের সাথে বর্তমান চলার দিকে মধ্যবর্তী কোণ $= 30^\circ - 19.10^\circ$

$= 10.9^\circ$

অতএব, পাখিটি পূর্বদিকের সাথে 10.9° কোণে উত্তর-পূর্ব দিকে চলবে।

প্রশ্ন ▶ ১৪



/সি. বো. ২০১৬/

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. $\hat{i}.\hat{i} = 0$ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. যদি ক ব্যক্তি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে গুণ টানে তবে বলের অনুভূমিক উপাংশ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি ক ব্যক্তি ও খ ব্যক্তি একই বলে নৌকা দুটি টানে তবে কে সহজেই নৌকাটি চালাতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোনো অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ $\hat{i}.\hat{i} = 0$ নয় 1।

$\hat{i}$ এবং $\hat{i}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 0°

$\therefore \hat{i}.\hat{i} = 1 \times 1 \times \cos 0^\circ = 1 \times 1 \times 1 = 1$।

গ দেওয়া আছে, অনুভূমিকের সাথে কোণ, $\theta = 45^\circ$

প্রযুক্ত বল, $F = 20$ N

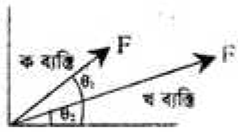
$\therefore$ অনুভূমিক উপাংশ $= F\cos\theta$

$= 20\cos 45^\circ$

$= 20 \times 0.7071$ N

$= 14.142$ N **(Ans.)**

ঘ চিত্র থেকে স্পষ্ট যে, $\theta_1 > \theta_2$

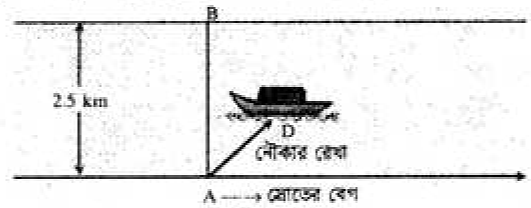


$\therefore \cos\theta_1 < \cos\theta_2$

$\therefore F\cos\theta_1 < F\cos\theta_2$

$\therefore$ খ ব্যক্তি সহজেই নৌকাটি চালাতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি নৌকা চিত্রানুযায়ী 2.5 km প্রস্থের একটি নদীতে A অবস্থান হতে অন্য প্রান্তে AD বরাবর যাচ্ছে।



স্থির পানিতে নৌকার বেগ $= (3\hat{i} + 3\hat{j})$ m·s^{-1} এবং স্রোতের বেগ $= 2\hat{i}$ m·s^{-1}, অন্য একটি ক্ষেত্রে নৌকাটিকে AB বরাবর একই দ্রুতিতে চালানো হয়। /য. বো. ২০১৭/

ক. স্বাধীন ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. প্রত্যায়নী বল দ্বারা কৃত কাজ কখন ঋণাত্মক হবে— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. নদীর সমতলের লম্ব বরাবর একক ভেক্টর নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে কোন ক্ষেত্রে নৌকাটি আগে অপর তীরে পৌঁছবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক উত্তর দাও। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের পাদবিন্দু নির্দিষ্ট নয় বা যে ভেক্টরের পাদবিন্দু ইচ্ছানুযায়ী পরিবর্তন করা যায়, তাকে স্বাধীন ভেক্টর বলে।

খ আমরা জানি, বলের বিপরীত দিকে বস্তুর সরণ হলে ঋণাত্মক কাজ হয়। স্থিতিস্থাপক বস্তুর বিকৃতি ঘটালে প্রযুক্ত বলের বিপরীতে বস্তুর অভ্যন্তরে উদ্ভূত বলই প্রত্যয়নী বল। সংকোচন বা প্রসারণ যাই হোক না কেন এ বল সর্বদা সাম্যাস্থান থেকে সরণের বিপরীতে ক্রিয়া করে। তাই যখন কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটানো হয় তখন প্রত্যয়নী বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক হয়।

গ এখানে,

নৌকার বেগ, $\vec{v_b} = (3\hat{i} + 3\hat{j})$ m·s^{-1}

এবং স্রোতের বেগ, $\vec{v_c} = 2\hat{i}$ m·s^{-1}

নদীর সমতলের লম্ব বরাবর একক ভেক্টর, $\hat{\eta} = ?$

নদীর সমতলের লম্ব বরাবর একক ভেক্টর হবে $\vec{v_b}$ ও $\vec{v_c}$ যে সমতলে অবস্থিত সেই সমতলের উপর লম্ব।

$\therefore \hat{\eta} = \frac{\vec{v_c} \times \vec{v_b}}{|\vec{v_c} \times \vec{v_b}|}$

$\vec{v_c} \times \vec{v_b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(0 - 0) - \hat{j}(0 - 0) + \hat{k}(6 - 0)$

$= 6\hat{k}$

$|\vec{v_c} \times \vec{v_b}| = \sqrt{(6)^2} = 6$

$\therefore \hat{n} = \frac{6\hat{k}}{6} = \hat{k}$ **(Ans.)**

ঘ ১ম ক্ষেত্রে,

নৌকার বেগ, $\vec{v_b} = (3\hat{i} + 3\hat{j})$ m·s^{-1}

$\therefore$ নৌকার দ্রুতি $= \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ m·s^{-1}

এবং AB বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ, $v_{by} = 3$ m·s^{-1}

নদীর প্রশস্ততা, $d = 2.5$ km $= 2.5 \times 10^3$ m

$\therefore$ ১ম ক্ষেত্রে অন্য তীরে পৌঁছানোর সময়, $t_1 = \frac{d}{v_{by}} = \frac{2.5 \times 10^3 \text{ m}}{3 \text{ m·s}^{-1}}$

$= 833.33$ sec.

২য় ক্ষেত্রে,

নৌকার বেগ, $\vec{v_b} = 3\sqrt{2}\hat{j}$ m·s^{-1}

AB বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ, $v_{by} = 3\sqrt{2}\ m{\cdot}s^{-1}$

$\therefore$ ২য় ক্ষেত্রে অপর তীরে পৌঁছানোর সময়, $t_2 = \frac{d}{v_{by}} = \frac{2.5 \times 10^3\ m}{3\sqrt{2}\ m{\cdot}s^{-1}}$

$= 589.26$ sec.

দেখা যাচ্ছে, $t_2 < t_1$

সুতরাং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে নৌকাটি অপর তীরে আগে পৌঁছাবে।

প্রশ্ন ▶১৬ কোনো এক বৃষ্টির দিনে আসাদ ঘরের দরজায় দাঁড়িয়ে বৃষ্টি দেখছিল। বৃষ্টি উল্লম্বভাবে 6 kmh^{-1} বেগে পড়ছিল। এমন সময় আসাদ দেখল এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 33.8° কোণে ছাতা ধরে পায় হেঁটে চলছে। অপর এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 53.06° কোণে ছাতা ধরে সাইকেলে চলছে। উভয়ই বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেল। *[য. বো. ২০১৬]*

ক. আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. প্রাসের বেগ বিশ্লেষণ কর। ২

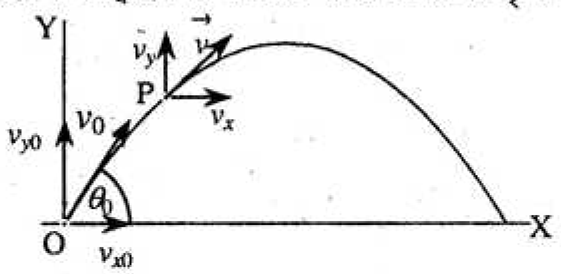
গ. পায়ে হেঁটে চলা ব্যক্তির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য ব্যক্তিদ্বয়ের ভিন্ন কোণে ছাতা ধরার কারণ ব্যাখ্যা কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ডানহাতি ত্রিমাত্রিক স্থানাংক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X, Y ও Z অক্ষ বরাবর যথাক্রমে $\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$ একক ভেক্টরগুলোকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

খ প্রাসের বেগ সমত্বরণে দ্বি-মাত্রিক গতির একটি উৎকৃষ্ট উদাহরণ।



মনে করি, ভূমির উপরস্থ O বিন্দু থেকে $\vec{v_0}$ বেগে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে একটি প্রাসকে নিক্ষেপ করা হলো। X ও Y অক্ষ বরাবর আদিবেগের উপাংশগুলো হলো যথাক্রমে

$$v_{x0} = v_0\cos\theta_0$$
$$v_{y0} = v_0\sin\theta_0$$

বস্তুটি t সময় পর P অবস্থানে পৌঁছালে তার বেগ $\vec{v}$ এর অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে,

$$v_x = v_{x0} = v_0\cos\theta_0 \text{ এবং}$$
$$v_y = v_{y0} - gt = v_0\sin\theta_0 - gt$$

সুতরাং t সময়ে বা P অবস্থানে, প্রাসের বেগ $\vec{v}$ এর মান হলো $|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ এবং বেগ $\vec{v}$, X অক্ষ তথা অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

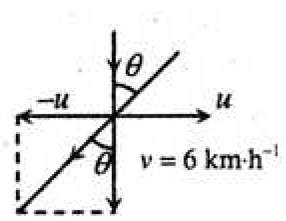
$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

গ দেয়া আছে, বৃষ্টির বেগ, $v = 6\ km{\cdot}h^{-1}$

ছাতা ও উল্লম্বের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 33.8°$

পায় হেঁটে চলা ব্যক্তির বেগ, $u = ?$

চিত্র হতে পাই,



$\tan\theta = \frac{u}{v}$

বা, $u = v\tan\theta$

$= 6 \times \tan 33.8°$

$= 4\ km{\cdot}h^{-1}$ **(Ans.)**

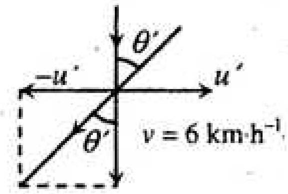
ঘ সাইকেলে চলা ব্যক্তির ছাতা ও উল্লম্বের সাথে-

উৎপন্ন কোণ, $\theta' = 53.06°$

বৃষ্টির বেগ, $v = 6\ km{\cdot}h^{-1}$

সাইকেলে চলা ব্যক্তির বেগ, $u' = ?$

চিত্র হতে পাই,



$\tan\theta' = \frac{u'}{v}$

বা, $u' = v\tan\theta'$

$= 6 \times \tan 53.06°$

$= 7.98\ km{\cdot}h^{-1}$

'গ' অংশ হতে পাই, পায়ে হাঁটা ব্যক্তির বেগ, $u = 4\ km{\cdot}h^{-1}$

ব্যক্তিদ্বয়ের বেগ ভিন্ন হওয়ায় তাদের সাপেক্ষে বৃষ্টির পানির আপেক্ষিক বেগও ভিন্ন। অর্থাৎ উলম্বের সাথে আপেক্ষিক বেগের উৎপন্ন কোণও ভিন্ন। তাই বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাবার জন্য ব্যক্তিদ্বয়ের ভিন্ন কোণে ছাতা ধরতে হয়েছিল।

প্রশ্ন ▶১৭ সাবিহা একদিন শপিং মলে বাজার করার সময় ট্রলি গাড়ী ব্যবহার করল। সে ট্রলি গাড়ীর হেন্ডেলটিতে উলম্বের সাথে 30° কোণে 10N বল প্রয়োগ করে গাড়ীটিকে ঠেলতে থাকে। এই দেখে দোকানদার বলল, আপনি গাড়ীর হেন্ডেল ধরে টানেন, তাহলে কম বল লাগবে। *[য. বো. ২০১৫]*

ক. লব্ধি ভেক্টর কী? ১

খ. অভিকর্ষজ বল অসংরক্ষণশীল বল নয় — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ট্রলির গতি সৃষ্টিকারী বল কত? ৩

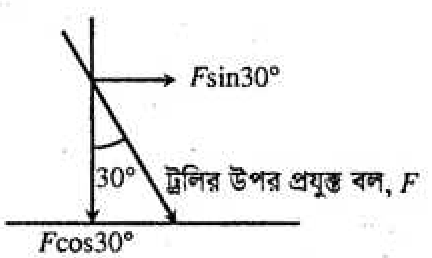
ঘ. দোকানদার সাবিহাকে ট্রলির হেন্ডেল ধরে সামনে টানতে বলল কেন — যুক্তিসহ গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুই বা ততোধিক একই জাতীয় ভেক্টর যোগ করলে যে ভেক্টর পাওয়া যায় তাকে ভেক্টরগুলোর লব্ধি ভেক্টর বলে।

খ অভিকর্ষ বলের ক্ষেত্রে এক বিন্দু হতে অপর বিন্দুতে বস্তুর গমনের ফলে কৃতকাজ, পথের ওপর নির্ভর করে না বরং আদি ও অন্তবিন্দুর ওপর নির্ভর করে। বস্তুটি পুনরায় আদি বিন্দুতে ফিরে এলে কৃত কাজ শূন্য হয় এবং শক্তির অপচয় ঘটে না। তাই অভিকর্ষ বল অসংরক্ষণশীল বল নয় অর্থাৎ সংরক্ষণশীল বল।

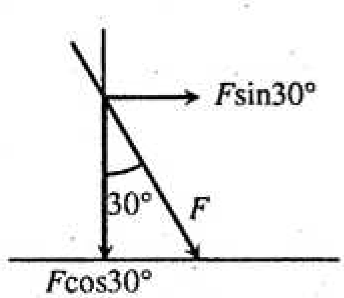
গ



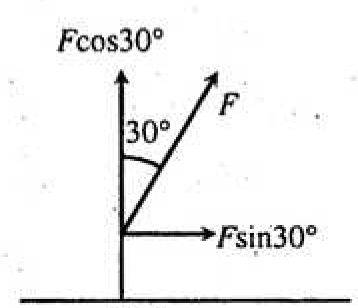
ট্রলির গতি সৃষ্টিকারী বল = প্রযুক্ত বলের অনুভূমিক উপাংশ।

$= F\sin 30° = 10\ N \times 0.5 = 5\ N$ **(Ans.)**

ঘ



চিত্র-১



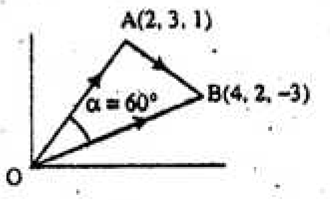
চিত্র-২

চিত্র-১ অনুসারে যখন ট্রলিকে ঠেলা হচ্ছে তখন বলের উলম্ব উপাংশ $F\cos 30°$ নিচের দিকে ক্রিয়া করছে। ট্রলির ওজন W হলে, নিম্নমুখী মোট বল $= W + F\cos 30°$

এতে ভূমির প্রতিক্রিয়া বল বৃদ্ধি পায় ফলে ঘর্ষণ বল বেশি হয় কারণ ঘর্ষণ বল অভিলম্ব প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক। অপর পক্ষে ট্রলিটিকে চিত্র-২ অনুসারে টানা হলে বলের উলম্ব উপাংশ $F\cos 30°$ উপরের দিকে ক্রিয়া করে। ফলে নিম্নমুখী মোট বল $= W - F\cos 30°$

এতে ভূমির প্রতিক্রিয়া বল হ্রাস পায় ফলে ঘর্ষণ বল কম হয়। এ কারণে ট্রলি ঠেলার থেকে টানা সহজ হয়। তাই দোকানদার সাবিহাকে ট্রলি টানতে বলেছিল।

প্রশ্ন ▶ ১৮ নিচের চিত্রে দুটি বিন্দু A ও B স্থানাংক দেয়া আছে :



[ব. বো. ২০১৭]

ক. নাল ভেক্টরের সংজ্ঞা লিখ। ১

খ. একটি ভারী বস্তুকে স্বল্প কোণে টেনে নেওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২

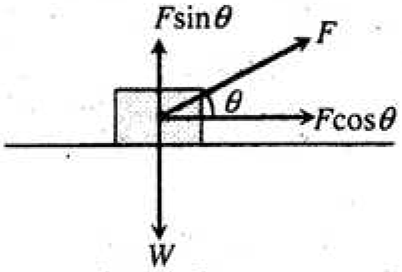
গ. AB সংযোগকারী ভেক্টরের মান নির্ণয় কর? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ত্রিভুজ সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করবে কি? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বা শূন্য ভেক্টর বলে।

খ



একটি ভারি বস্তুকে যদি অনুভূমিকের সাথে θ কোণে F বলে টেনে নিয়ে যাওয়া হয় তাহলে বস্তুটিকে গতিশীল রাখতে F বলের অনুভূমিক উপাংশ $F\cos\theta$ ক্রিয়া করে। আমরা জানি যে, θ এর মান যত ছোট হয় $\cos\theta$ এর মান তত বড় হয়। তাই স্বল্প কোণে কোনো বস্তুকে টেনে নিয়ে গেলে কার্যকর বলের মান বেশি হয় তথা বস্তুর গতি বৃদ্ধি পায়।
সুতরাং, সহজে একটি ভারি বস্তুকে টেনে নিয়ে যেতে স্বল্প কোণে বল প্রয়োগ করা হয়।

গ দেওয়া আছে,

A এর স্থানাঙ্ক (2, 3, 1)

B এর স্থানাঙ্ক (4, 2, –3)

AB সংযোগকারী ভেক্টর $\overrightarrow{AB} = ?$

এখানে, $\overrightarrow{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$

$\overrightarrow{OB} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

আমরা জানি,

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$
$$= (4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) - (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$
$$= 2\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$$

সুতরাং, AB সংযোগকারী ভেক্টরের মান $= |\overrightarrow{AB}|$
$$= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-4)^2}$$
$$= \sqrt{21} \text{ (Ans.)}$$

ঘ 'গ' অংশ হতে,

$$\overrightarrow{AB} = 2\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$$
$$\overrightarrow{OA} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$
$$\overrightarrow{OB} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$$
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{21}$$
$$|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (1)^2} = \sqrt{14}$$
$$|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{(4)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{29}$$

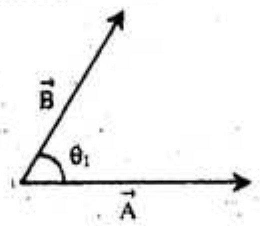
এখানে,

$$|\overrightarrow{OB}|^2 = (\sqrt{29})^2 = 29$$
$$|\overrightarrow{OA}|^2 + |\overrightarrow{AB}|^2 = (\sqrt{14})^2 + (\sqrt{21})^2 = 35$$

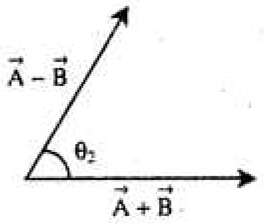
অর্থাৎ, $|\overrightarrow{OB}|^2 \neq |\overrightarrow{OA}|^2 + |\overrightarrow{AB}|^2$

অতএব, উদ্দীপকের ত্রিভূজ সমকোণী ত্রিভূজ গঠন করবে না।

প্রশ্ন ▶ ১৯



চিত্র-১



চিত্র-২

উপরের চিত্রে $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$.

[ব. বো. ২০১৬]

ক. ঘাত বল কাকে বলে? ১

খ. একটি ইঞ্জিনের দক্ষতা 60% বলতে কী বুঝায়? ২

গ. উদ্দীপকের আলোকে θ_1 এর মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

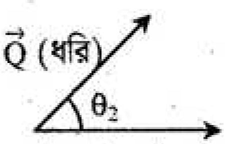
খ একটি ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা 60% বলতে বুঝায়, যদি এই ইঞ্জিনে 100 J শক্তি দেয়া হয় তাহলে সেই ইঞ্জিন থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি হবে 60 J।

গ ১২(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $\theta_1 = 24.87°$।

ঘ 'গ' নং প্রশ্নের আলোকে আমরা θ_1 এর মান পাই 24.87°।

আবার চিত্র—২ থেকে পাই,

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{Q}$ (ধরি)



$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ (ধরি)

এখানে, $\vec{P} = \vec{A} + \vec{B} = (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + (2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$
$$= 3\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$$

এবং $\vec{Q} = \vec{A} - \vec{B} = (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) - (2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$
$$= \hat{i} - \hat{j} + \hat{k} - 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$$
$$= -\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$$

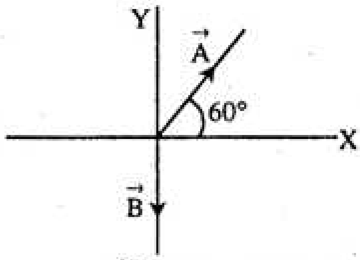
এখন, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ\cos\theta_2 \Rightarrow \cos\theta_2 = \dfrac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{PQ}$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = 3 \times (-1) + (-4) \times (2) + 7 \times (-5)$$
$$= -3 - 8 - 35$$
$$= -46$$
$$P = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 7^2}$$
$$= \sqrt{74}$$
$$Q = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{30}$$
$$\therefore \cos\theta_2 = \frac{-46}{\sqrt{74} \times \sqrt{30}}$$
$$= -0.9763$$
$$\Rightarrow \theta_2 = \cos^{-1}(-0.9763) = 167.5°$$

কাজেই $\theta_2 > \theta_1$

$\therefore$ দেখা যায় যে $\theta_2 = \theta_1$ হওয়া সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ▶ ২০



চিত্রে A = 4 এবং B = 6

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

ক. নাল ভেক্টর কী? ১

খ. দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণ ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপক থেকে $\vec{A} - \vec{B}$ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. $\vec{A} \times \vec{B}$ ও $\vec{A} + \vec{B}$ পরস্পর লম্ব— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে শূন্য ভেক্টর বা নাল ভেক্টর বলে।

খ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের ভেক্টর বা ক্রস গুণফল,

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta \hat{n}$ এখানে, A ও B হলো যথাক্রমে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর মান, θ হলো $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যকার কোণ। $\vec{A}$ থেকে $\vec{B}$ এর দিকে একটি ডানহাতি কর্ক স্ক্রু কে ঘুরালে স্ক্রুর মাথাটি যেদিকে অগ্রসর হয়, সেদিক বরাবর একক ভেক্টর হলো $\hat{n}$।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: $\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} + (2\sqrt{3} - 6)\hat{j}$

ঘ ২(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ২১ $\vec{V} = (3x^2y + 4xy)\ \vec{i} + 5xy^3z\ \vec{j} + (6y^2 - 7xz)\ \vec{k}$ একটি ভেক্টর ফাংশন।

[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. স্পর্শকোণ কাকে বলে? ১

খ. ভেক্টরের সাহায্যে পাখি কীভাবে উড়ে তা ব্যাখ্যা করো। ২

গ. (1,–1, 1) বিন্দুতে $\vec{\nabla}.\vec{V}$ এর মান নির্ণয় করো। ৩

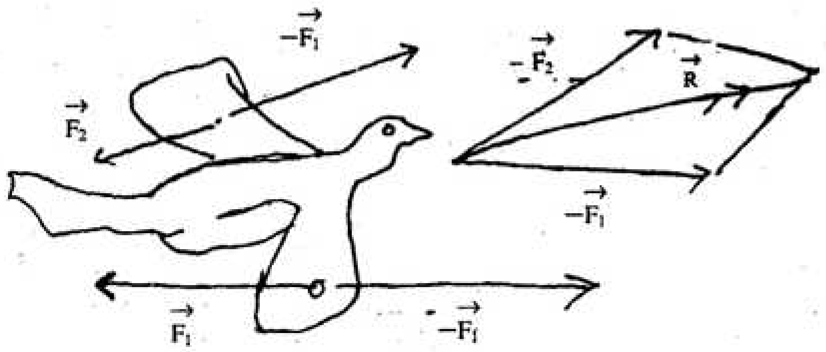
ঘ. যথার্থ গাণিতিক যুক্তি দ্বারা উদ্দীপকের ভেক্টরটি সংরক্ষণশীল কিনা তা বিশ্লেষণ করো। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ পাখি তার ডানা দিয়ে বাতাসের ওপর $\vec{F_1}$ বল প্রয়োগ করে, এতে গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে,

পাখির উক্ত ডানার ওপর বায়ু দ্বারা $-\vec{F_1}$ প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয়। একই কারণে, পাখির অপর ডানার ওপর $-\vec{F_2}$ প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয়। এ বলদ্বয়ের ভেক্টর যোগের মাধ্যমে $\vec{R}$ লব্ধি বল উৎপন্ন হয়। $\vec{R}$ এর দিকেই পাখির দেহটি এগিয়ে যায়।



গ $\vec{\nabla}.\vec{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial x}\hat{k}\right)$

$[(3x^2y + 4xy)\hat{i} + 5xy^3z\hat{j} + (6y^2 - 7xz)\hat{k}]$

$= \frac{\partial}{\partial x}(3x^2y + 4xy) + \frac{\partial}{\partial y}(5xy^3z) + \frac{\partial}{\partial z}(6y^2 - 7xz)$

$= 6xy + 4y + 15xy^2z - 7x$

∴ (1, – 1, 1) বিন্দুতে,

$\vec{\nabla}.\vec{V}$ এর মান $= 6 \times 1 \times (-1) + 4(-1) + 15 \times 1 \times (-1)^2 \times 1 - 7 \times 1$

$= -6 - 4 + 15 - 7$

$= -2$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপকের ভেক্টর $\vec{V}$ সংরক্ষণশীল হবে যদি এর কার্ল,

অর্থাৎ, $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$ হয়।

এখন, $\vec{\nabla} \times \vec{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial x}\hat{k}\right) \times$

$[(3x^2y + 4xy)\hat{i} + 5xy^3z\hat{j} + (6y^2 - 7xz)\hat{k}]$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 3x^2y+4xy & 5xy^3z & 6y^2-7xz \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}\left[\frac{\partial}{\partial y}(6y^2 - 7xz) - \frac{\partial}{\partial z}(5xy^3z)\right]$

$-\hat{j}\left[\frac{\partial}{\partial x}(6y^2 - 7xz) - \frac{\partial}{\partial z}(3x^2y + 4xy)\right]$

$+\hat{k}\left[\frac{\partial}{\partial x}(5xy^3z) - \frac{\partial}{\partial y}(3x^2y + 4xy)\right]$

$= (12y - 5xy^3)\ \hat{i} + 7z\hat{j} + (5y^3z - 3x^2 - 4x)\ \hat{k}$

∴ $\vec{\nabla} \times \vec{V} \neq 0$ যেহেতু, $\vec{V}$ এর কার্ল অশূন্য, তাই এটি সংরক্ষণশীল নয়।

প্রশ্ন ▶ ২২ দেওয়া আছে, $\vec{F} = (2x + y - z)\hat{i} + (x - 2y + 3z)\hat{j} + (x - y - z)\hat{k}$

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]

ক. সমতলীয় ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. কাজ একটি স্কেলার রাশি— ব্যাখ্যা করো। ২

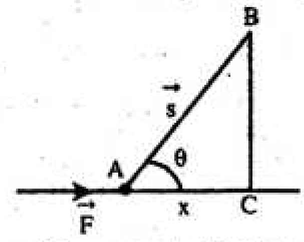
গ. (1, –1, 1) বিন্দুতে $\vec{F}$ এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের ভেক্টরটি কি ঘূর্ণনশীল নাকি অঘূর্ণনশীল গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই সমতলে অবস্থিত হয় তবে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে।

খ ধরা যাক, কোনো বস্তুর ওপর F বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি বলের সাথে θ কোণ করে s পরিমাণ সরে যায়। তাহলে,



কাজ, W = বল × বলের দিকে সরণের উপাংশ

= F × x

কিন্তু ΔABC-এ, x = scosθ

∴ $W = F_s \cos\theta = \vec{F} \cdot \vec{s}$

সুতরাং বল ভেক্টর এবং সরণ ভেক্টরের স্কেলার গুণফলই হলো কাজ। এ কারণে কাজ একটি স্কেলার রাশি।

গ দেয়া আছে, $\vec{F} = (2x + y - z)\hat{i} + (x - 2y + 3z)\hat{j} + (x - y - z)\hat{k}$

ডাইভারজেন্স $= \vec{\nabla}\cdot\vec{F}$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(2x + y - z) + \frac{\partial}{\partial y}(x - 2y + 3z) + \frac{\partial}{\partial z}(x - y - z)$$
$$= 2 - 2 - 1$$
$$= -1$$

$\therefore$ (1, −1, 1) বিন্দুতে ডাইভারজেন্স = −1 **(Ans.)**

ঘ একটি ভেক্টর ঘূর্ণনশীল হবে যদি তার কার্ল $\neq 0$ হয়।

এখন, $$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2x + y - z & x - 2y + 3z & x - y - z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(x - y - z) - \frac{\partial}{\partial z}(x - 2y + 3z)\right\}$$
$$- \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(x - y - z) - \frac{\partial}{\partial z}(2x + y - z)\right\}$$
$$+ \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(x - 2y + 3z) - \frac{\partial}{\partial y}(2x + y - z)\right\}$$
$$= \hat{i}(-1 - 3) - \hat{j}(1 + 1) + \hat{k}(1 - 1)$$
$$= -4\hat{i} - 2\hat{j}$$
$$\neq 0$$

অতএব, ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল।

প্রশ্ন ▶২৩ $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} - 10\hat{k}$

ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α

[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী]

ক. কার্ল কী? ১

খ. গ্রাডিয়েন্ট বলতে কী বোঝ? ২

গ. = 90° হলে m এর মান কত? ৩

ঘ. গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো ভেক্টর দুটি ভেক্টর গুণনের বিনিময় সূত্র মেনে চলে কি? ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং ভেক্টর $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণকে কার্ল বলে।

খ ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla}$ কোনো স্কেলার ফাংশন (φ) এর উপর অপারেট করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকে (x, y, z) অবস্থানে ঐ রাশির গ্রাডিয়েন্ট বলে।

$\therefore$ φ এর গ্রাডিয়েন্ট, $\vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\delta}{\delta x} + \hat{j}\frac{\delta}{\delta y} + \hat{k}\frac{\delta}{\delta z}\right)\varphi$

$$= \hat{i}\frac{\delta\varphi}{\delta x} + \hat{j}\frac{\delta\varphi}{\delta y} + \hat{k}\frac{\delta\varphi}{\delta z}$$

কাজেই অবস্থানের সাপেক্ষে কোনো স্কেলার ক্ষেত্র φ এর সর্বোচ্চ পরিবর্তনের হারই ঐ ক্ষেত্রের গ্রাডিয়েন্ট এবং দেখা যাচ্ছে grad φ ভেক্টর, ফলে এটি একটি ভেক্টর ক্ষেত্র। অর্থাৎ ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla}$ দ্বারা অন্তরীকরণ করে অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র φ কে ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{\nabla}\varphi$ এ রূপান্তর করা যায়।

গ $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\alpha$

বা, $(2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k})\cdot(m\hat{i} + 2\hat{j} - 10\hat{k}) = AB\cos 90°$

বা, $2m + 6 + 50 = AB\cdot 0$

বা, $2m + 56 = 0$

বা, $2m = -56$

$\therefore$ $m = -28$ **(Ans.)**

এখানে,
$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$
$\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} - 10\hat{k}$
$\alpha = 90°$
$m = ?$

ঘ প্রদত্ত ভেক্টরদ্বয় $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = -28\hat{i} + 2\hat{j} - 10\hat{k}$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -5 \\ -28 & 2 & -10 \end{vmatrix} = \hat{i}\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -10 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -28 & -10 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -28 & 2 \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}\{3\times(-10) - (-5)\times 2\} - \hat{j}\{2\times(-10) - (-5)\times(-28)\} + \hat{k}\{2\times 2 - 3(-28)\}$$
$$= \hat{i}(-30 + 10) - \hat{j}(-20 - 140) + \hat{k}(4 + 84)$$
$$= -20\hat{i} + 160\hat{j} + 88\hat{k}$$

$$\vec{B}\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -28 & 2 & -10 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix} = \hat{i}\begin{vmatrix} 2 & -10 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} -28 & -10 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} -28 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}\{2(-5) - (-10)3\} - \hat{j}\{(-28)(-5) - (-10)2\} + \hat{k}\{(-28)3 - 2\times 2\}$$
$$= 20\hat{i} - 160\hat{j} - 88\hat{k} = -(-20\hat{i} + 160\hat{j} + 88\hat{k}) = -\vec{A}\times\vec{B}$$

$\therefore$ $\vec{B}\times\vec{A} \neq \vec{A}\times\vec{B}$

সুতরাং, ভেক্টর দুটি ভেক্টর গুণের ক্ষেত্রে বিনিময় সূত্র মেনে চলে না।

প্রশ্ন ▶২৪ নিম্নে তিনটি ভেক্টর দেওয়া হলো:

$\vec{A} = 6x^2y\hat{i} + 4xy^2\hat{j} + 2x\hat{k}$

$\vec{B} = x^2y\hat{i} - 2xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$

$\vec{C} = (6x^2y - z^3x)\hat{i} + 2x^3\hat{j} - 3xz^2\hat{k}$

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. ডট গুণ কী? ১

খ. ডাইভারজেন্সের তাৎপর্য লিখো। ২

গ. (1, −2, 1) বিন্দুতে $\vec{A}$ এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো। ৩

ঘ. $\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাঝে কোনটি (1, 2, −1) বিন্দুতে ঘূর্ণনশীল?— তোমার উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে গুণনে দুটি সমজাতীয় বা ভিন্ন ভেক্টর গুণ করলে গুণফল একটি স্কেলার রাশি হয়, সেই গুণনই ডট গুণ।

খ ডাইভারজেন্সের ভৌত ধর্মগুলো হলো:

i. ডাইভারজেন্স দ্বারা একক আয়তনে এই দিক রাশির মোট কতটুকু ফ্লাক্স কোনো বিন্দু অভিমুখী বা অপসারিত হচ্ছে তা প্রকাশ করে। $\vec{\nabla}\cdot\vec{V}$ বা div $\vec{V}$ দ্বারা একক সময়ে কোনো তরল পদার্থের ঘনত্বের পরিবর্তনের হার বোঝায়।

ii. মান ধনাত্মক হলে, তরল পদার্থের আয়তন বৃদ্ধি পায়; ঘনত্বের হ্রাস ঘটে।

iii. মান ঋণাত্মক হলে আয়তনের সংকোচন ঘটে, ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়।

গ দেওয়া আছে, $\vec{A} = 6x^2y\hat{i} + 4xy^2\hat{j} + 2x\hat{k}$

$\therefore$ div $\vec{A} = \vec{\nabla}\cdot\vec{A}$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\cdot\left(6x^2y\hat{i} + 4xy^2\hat{j} + 2x\hat{k}\right)$$
$$= \frac{\partial}{\partial x}(6x^2y) + \frac{\partial}{\partial y}(4xy^2) + \frac{\partial}{\partial z}(2x)$$
$$= 12xy + 8xy + 0$$
$$= 20xy$$

$\therefore$ (1, −2, 1) বিন্দুতে $\vec{A}$ এর ডাইভারজেন্স $= 20\times 1\times(-2)$
$= -40$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

$\vec{B} = x^2y\hat{i} - 2xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$

এবং $\vec{C} = (6x^2y - z^3x)\hat{i} + 2x^3\hat{j} - 3xz^2\hat{k}$

$\vec{B}$ এর কার্ল $= \vec{\nabla} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2y & -2xz & 2yz \end{vmatrix}$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(2yz) - \frac{\partial}{\partial z}(-2xz)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(2yz) - \frac{\partial}{\partial z}(x^2y)\right\} + \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(-2xz) - \frac{\partial}{\partial y}(x^2y)\right\}$$

$$= \hat{i}(2z + 2x) - \hat{j}(0 - 0) + \hat{k}(-2z - x^2)$$

$$= \hat{i}(2z + 2x) + \hat{k}(-2z - x^2)$$

$(1, 2, -1)$ বিন্দুতে $\vec{B}$ এর কার্ল $= \hat{i}\{(2 \times (-1) + 2 \times 1) + \hat{k}(-2 \times (-1) - 1^2)\}$

$$= \hat{i}\cdot 0 + \hat{k}(2 - 1) = \hat{k} \neq 0$$

$\vec{C}$ এর কার্ল $= \vec{\nabla} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 6x^2y - z^3x & 2x^3 & -3xz^2 \end{vmatrix}$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(-3xz^2) - \frac{\partial}{\partial z}(2x^3)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(-3xz^2) - \frac{\partial}{\partial z}(6x^2y - z^3x)\right\} + \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(2x^3) - \frac{\partial}{\partial y}(6x^2y - z^3x)\right\}$$

$$= \hat{i}(0 - 0) - \hat{j}(-3z^2 - 0 + 3xz^2) + \hat{k}(6x^2 - 6x^2)$$

$$= \hat{j}(3z^2 - 3xz^2)$$

$\therefore (1, 2, -1)$ বিন্দুতে $\vec{C}$ এর কার্ল $= \hat{j}\{3(-1)^2 - 3.1.(-1)^2\}$

$$= \hat{j}(3 - 3) = 0$$

সুতরাং, গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা গেল যে, $\vec{B}$ এবং $\vec{C}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাঝে $\vec{B}(1, 2, -1)$ বিন্দুতে ঘূর্ণনশীল, $\vec{C}$ ঘূর্ণনশীল নয়।

প্রশ্ন ▶২৫ $\vec{A} = x^2z\hat{i} - 2y^3\hat{j} + xy^2\hat{k}$

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. সংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১

খ. ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল কেন ব্যাখ্যা করো। ২

গ. $(1, 1 - 1)$ বিন্দুতে $\vec{A}$ এর মান নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই করো। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

খ আমরা জানি, ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণ চক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক। ফলে একটি পূর্ণ চক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ কখনই শূন্য হতে পারে না। আবার ঘর্ষণ বলের ক্ষেত্রে দুটি নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্যে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ গতিপথের উপর নির্ভর করে। তাই ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ এখানে, $\vec{A} = x^2z\hat{i} - 2y^3\hat{j} + xy^2\hat{k}$

এখন, $(1, 1, -1)$ বিন্দুতে তথা, $x = 1, y = 1$ এবং $z = -1$

$\vec{A} = \{1^2 \times (-1)\}\hat{i} - (2 \times 1^3)\hat{j} + (1 \times 1^2)\hat{k} = -\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

$\therefore \vec{A}$ এর মান, $A = |\vec{A}|$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 4 + 1}$$

$\therefore A = \sqrt{6}$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, $\vec{A} = x^2z\hat{i} - 2y^3\hat{j} + xy^2\hat{k}$

আমরা জানি, $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$\therefore$ Curl. $A = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right) \times (x^2z\hat{i} - 2y^3\hat{j} + xy^2\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2z & -2y^3 & xy^2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(xy^2) - \frac{\partial}{\partial z}(-2y^3)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(xy^2) - \frac{\partial}{\partial z}(x^2z)\right\} + \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(-2y^3) - \frac{\partial}{\partial y}(x^2z)\right\}$$

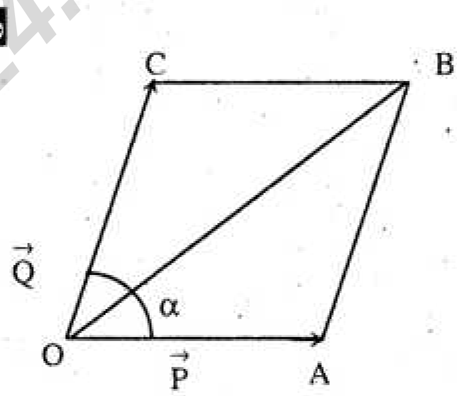
$$= \hat{i}(2xy - 0) - \hat{j}(y^2 - x^2) + \hat{k}(0 - 0)$$

$$= 2xy\hat{i} - \hat{j}(y^2 - x^2)$$

$\because$ curl $A \neq 0$

$\therefore$ ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল।

প্রশ্ন ▶২৬



দেওয়া আছে, $|\vec{P}| = 30$ এবং $|\vec{Q}| = 20$, $\alpha = 60°$

[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. সমান্তরিকের সূত্রটা লিখ। ১

খ. যদি দুইটি বস্তুর ভরবেগ সমান হয় অর্থাৎ $m_1v_1 = m_2v_2$ হয় তবে তাদের গতিশক্তি কী সমান হবে? $(m_1 < m_2)$ ২

গ. উদ্দীপক হতে কি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়? ৩

ঘ. যদি $|\vec{P}| = |\vec{Q}|$ হয় তবে উদ্দীপকের $\overrightarrow{OB}$ এবং $\overrightarrow{CA}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমকোণে ছেদ করবে। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু কোন কণার উপর একই সময়ে ক্রিয়াশীল একই জাতীয় দুটি ভেক্টর রাশি নির্দেশ করলে ঐ সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের মিলিত বিন্দু হতে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি নির্দেশ করে।

খ দুটি বস্তুর ভরবেগ সমান হলেও তাদের গতিশক্তি সমান নাও হতে পারে। দুটি বস্তুর ভর ও বেগ যথাক্রমে m_1, v_1 এবং m_2, v_2 হলে এদের গতিশক্তির অনুপাত :

$$\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2} = \frac{\frac{(m_1v_1)^2}{m_1}}{\frac{(m_2v_2)^2}{m_2}} = \left(\frac{m_1v_1}{m_2v_2}\right)^2 \frac{m_2}{m_1}$$

এদের ভরবেগ সমান হলে ঃ $m_1v_1 = m_2v_2$

$$\therefore \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{m_2}{m_1}$$

কেবলমাত্র $m_1 = m_2$ হলে $E_{k_1} = E_{k_2}$ হয়।

অতএব, সমান ভরবেগ সম্পন্ন দুটি বস্তুর গতিশক্তি তখনই সমান হবে যদি তাদের ভর সমান হয়। অন্যথায় হালকা বস্তুটির গতিশক্তি বেশি হবে।

গ সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল A হলে,

$A =$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= OA \times OC \sin\alpha$

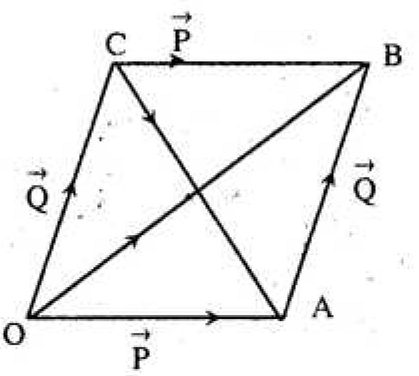
$= |\vec{P}| \times |\vec{Q}| \times \sin 60°$

$= 30 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 519.62$ বর্গ একক।

অতএব, উদ্দীপকের সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে এবং তা 519.62 বর্গ একক। **(Ans.)**

ঘ



$|\vec{P}| = |\vec{Q}|$

চিত্রে, ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \vec{P} + \vec{Q}$

এবং $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$

$= \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{AB}$ [∵ $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{CB}|$ ও এরা সমান্তরাল]

$= \vec{P} - \vec{Q}$

এখন, $\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{CA}$ পরস্পর লম্ব হবে যদি এদের ডট গুণফল শূন্য হয়।

$\therefore \overrightarrow{OB} . \overrightarrow{CA} = (\vec{P} + \vec{Q}).(\vec{P} - \vec{Q})$

$= \vec{P}.\vec{P} + \vec{P}.\vec{Q} - \vec{P}.\vec{Q} - \vec{Q}.\vec{Q}$

$= |\vec{P}|^2 - |\vec{Q}|^2$

$= |\vec{P}|^2 - |\vec{P}|^2$ [যেহেতু $|\vec{P}| = |\vec{Q}|$]

$= 0$

অতএব, $\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{CA}$ পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে।

প্রশ্ন ▶২৭ স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ $18kmh^{-1}$ এবং প্রতিকূলে নৌকার বেগ $8kmh^{-1}$। নদীর প্রস্থ 3km। নৌকাটিকে সোজা অপর পাড়ের কোন বিন্দুতে যাওয়ার জন্য চালনা করা হয়। অপর একটি নৌকাকে স্রোতের বিপরীত দিকের সাথে 110° কোণে চালনা করা হয় যার বেগ পূর্বের নৌকার বেগের সমান।

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. মৌলিক একক কী? ১

খ. একটি ভেক্টর থেকে অপর কোন ভেক্টর কীভাবে বিয়োগ করা হয় ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রথম নৌকাটিকে কোনদিকে চালনা করা হয়েছিল? ৩

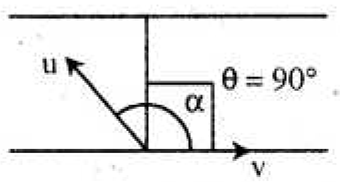
ঘ. কোন নৌকাটি কম সময়ে অপর পাড়ে পৌঁছাতে পারবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মৌলিক রাশির একককে মৌলিক একক বলে। যেমন– kg

খ একটি ভেক্টর থেকে অপর একটি ভেক্টরকে বিয়োগ করার জন্য যে ভেক্টরটিকে বিয়োগ করতে হবে তার বিপরীত ভেক্টর নেয়া হয়। অতঃপর এই বিপরীত ভেক্টরটিকে প্রথম ভেক্টরের সাথে যোগ করে ভেক্টর দুটির বিয়োগফল নির্ণয় করা হয়।

গ



ধরা যাক,
নৌকার বেগ = u
স্রোতের বেগ = v
দেয়া আছে,
স্রোতের অনুকূলে বেগ, $u + v = 18$ km/h
স্রোতের প্রতিকূলে বেগ, $u - v = 8$ km/h
সমাধান করে পাই,
$\therefore u = 13$ km/h
এবং $v = 5$ km/h

ধরি, ঠিক অপরপ্রান্তে পৌঁছতে নৌকাটিকে স্রোতের দিকের সাথে α কোণে চালনা করা হয়েছিল।

$\therefore \tan 90° = \frac{u \sin\alpha}{v + u\cos\alpha}$

$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{u \sin\alpha}{v + u\cos\alpha}$

$\Rightarrow v + u\cos\alpha = 0$

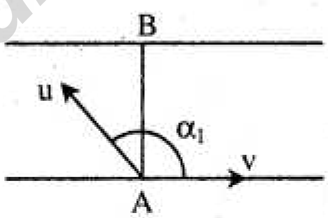
$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{v}{u}$

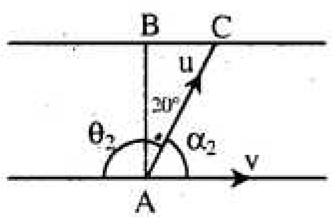
$= -\frac{5}{13}$

$\therefore \alpha = 112.6°$

$\therefore$ প্রথম নৌকাটিকে 112.6° কোণে চালানো হয়েছিল। **(Ans.)**

ঘ





'গ' হতে পাই,

নৌকার বেগ, u = 13 km/h

স্রোতের বেগ, v = 8 km/h

প্রথম নৌকার ক্ষেত্রে,

মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha_1 = 112.6°$ ['গ' হতে]

$\therefore$ লব্ধি বেগ, $w_1 = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha_1}$

$= \sqrt{13^2 + 5^2 + 2 \times 13 \times 5 \times \cos 112.6°}$

$= 12$ km/h

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 =$ নদীর প্রস্থ $= AB = 3$ km [দেয়া আছে]

$\therefore$ প্রয়োজনীয় সময়, $t_1 = \frac{s_1}{w_1} = \frac{3\text{ km}}{12\text{ km/h}} = 15$ min.

দ্বিতীয় নৌকার ক্ষেত্রে,

নৌকা ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha_2 = 180° - \theta_2$

$= 180° - 110°$ [দেয়া আছে]

$= 70°$

নৌকাটির নদীর প্রস্থ বরাবর বেগের উপাংশ $= u\sin 0° + v\sin\alpha_2$

$= v\sin\alpha_2$

$\therefore$ প্রয়োজনীয় সময়, $t_2 = \frac{d}{v\sin\alpha_2}$

$= \frac{3}{13\sin 70°}$

$= 14.73$ min

অতএব, দ্বিতীয় নৌকাটি কম সময়ে অপর প্রান্তে পৌঁছতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ২৮ $\vec{V} = 3x^2\hat{i} + (4xy + 5z)\hat{j} + (6y^2 - 7x)\hat{k}$

[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

ক. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. কী শর্তে তিনটি অসমান সামতলিক ভেক্টর কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকবে? ২

গ. div $\vec{V}$ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ভেক্টরটি কী ঘূর্ণনশীল?— ব্যাখ্যা কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসজ্জা কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় বা নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকবে তখনই যখন বল তিনটির লব্ধি শূণ্য হবে। সুতরাং তিনটি অসমান সামতলিক ভেক্টর কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকবে যদি বল তিনটির লব্ধি শূণ্য হয়।

গ দেওয়া আছে,

$$\vec{V} = 3x^2\hat{i} + (4xy + 5z)\hat{j} + (6y^2 - 7x)\hat{k}$$

বের করতে হবে, div $\vec{V}$ = ?

$$\text{div}\,\vec{V} = \vec{\nabla}\cdot\vec{V}$$
$$= \frac{\partial}{\partial x}(3x^2) + \frac{\partial}{\partial y}(4xy + 5z) + \frac{\partial}{\partial z}(6y^2 - 7x)$$
$$= 6x + 4x + 0$$
$$= 10x \textbf{ (Ans.)}$$

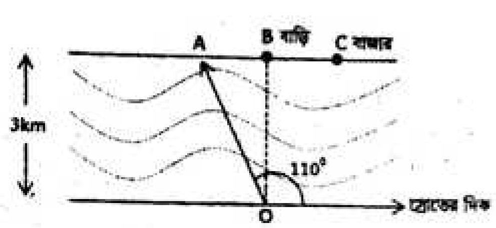
ঘ $\vec{V} = 3x^2\hat{i} + (4xy + 5z)\hat{j} + (6y^2 - 7x)\hat{k}$

$$\vec{\nabla}\times\vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 3x^2 & 4xy + 5z & 6y^2 - 7x \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(6y^2 - 7x) - \frac{\partial}{\partial z}(4xy + 5z)\right\}$$
$$-\hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(6y^2 - 7x) - \frac{\partial}{\partial z}(3x^2)\right\}$$
$$+\hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(4xy + 5z) - \frac{\partial}{\partial y}(3x^2)\right\}$$
$$= \hat{i}(12y - 5) - \hat{j}(-7) + \hat{k}(4y)$$
$$= (12y - 5)\hat{i} + 7\hat{j} + 4y\hat{k}$$

যেহেতু, $\vec{\nabla}\times\vec{V} \neq 0$

সুতরাং ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল।

প্রশ্ন ▶ ২৯ নিঝুম দ্বীপের একজন মাঝি O বিন্দু হতে মেঘনা নদীর অপর পাড়ে তার বাড়ি B-তে যাওয়ার জন্য বিকাল 5.00 টায় চিত্রের ন্যায় OA বরাবর 6kmh^{-1} বেগে যাত্রা করে নিঝুম দ্বীপের বাজার C-তে পৌছল। C হতে স্রোতের প্রতিকূল নৌকা চালিয়ে 19 মিনিট পর বাড়িতে পৌছল। ঐ দিনের সূর্যাস্ত ছিল সন্ধ্যা 6.00 টায় এবং নদীতে স্রোতের বেগ 4 kmh^{-1}।



[মাইলস্টোন কলেজ]

ক. ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. "লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ"— ব্যাখ্যা কর। ২

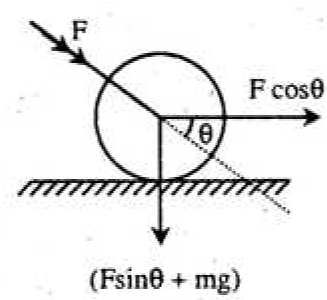
গ. নৌকার লব্ধি বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. সূর্যাস্তের পূর্বে মাঝি বাড়ি ফিরতে পারবে কী? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

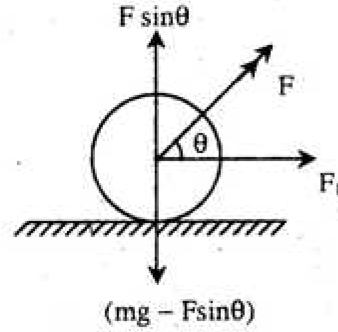
২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসজ্জা কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বা ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

খ লন রোলার ঠেলার সময় এর আপাত ওজন বৃদ্ধি পায় কিন্তু টানার সময় আপাত ওজন হ্রাস পায়। এজন্য লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।



চিত্র: ঠেলার ক্ষেত্রে



চিত্র: টানার ক্ষেত্রে

m ভর বিশিষ্ট একটি লন রোলার কে F বলে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ঠেলার ক্ষেত্রে নিচের দিকে লব্ধি বল হয় $(F\sin\theta + mg)$, যা লন রোলারের নিজস্ব ওজন mg অপেক্ষা বেশি। অন্য দিকে টানার ক্ষেত্রে নিচের দিকে ক্রিয়াশীল বল হয় $(mg - F\sin\theta)$, ফলে রোলারটি হালকা মনে হয়।

গ নৌকার লব্ধি বেগ, w হলে,

$$w = \sqrt{v^2 + u^2 + 2uv\cos\alpha}$$
$$= \sqrt{6^2 + 4^2 + 2\times4\times6\cos110^\circ}$$
$$= 5.97\text{ kmh}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

এখানে,
নৌকার বেগ, $v = 6\text{kmh}^{-1}$
স্রোতের বেগ, $u = 4\text{kmh}^{-1}$
স্রোত ও নৌকার বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 110^\circ$

ঘ নৌকাটি স্রোতের সাথে 110° কোণে যাত্রা করে।
ফলে নদীর প্রস্থ বরাবর স্রোতের বেগ, u ও নৌকার বেগ, v এর উপাংশের যোগফল, তথা বেগদ্বয়ের লব্ধি, $w_1 = u\sin0^\circ + v\sin110^\circ$
$$= 6\times0.9397$$
$$= 5.638\text{ kmh}^{-1}$$

∴ নৌকাটির নদী পার হতে t_1 সময় লাগলে,

$$t_1 = \frac{d}{w_1}$$
$$= \frac{3}{5.638}$$
$$= 0.532\text{ h}$$
$$= 31.92\text{ min}$$

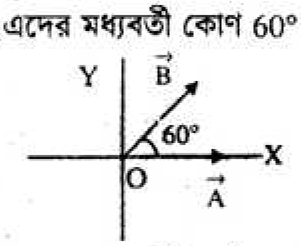
এখানে,
নদীর প্রস্থ, d = 3 km
নৌকার নদীর প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগ, $w_1 = 5.638\text{ kmh}^{-1}$

যেহেতু C বিন্দু হতে বাড়িতে পৌছাতে (B বিন্দু) মাঝির t_2 = 9 min লাগে।

∴ বাড়িতে পৌছাতে মাঝির মোট সময় লাগবে, $t = t_1 + t_2 = 31.92 + 19$
$$= 50.92\text{ min}$$

ফলে সে বাড়িতে পৌছাবে 5:53 মিনিটে, অর্থাৎ সূর্যাস্তের পূর্বে।
সুতরাং, মাঝি সূর্যাস্তের আগে পৌছাতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ৩০ চিত্রে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর দেখানো হলো যেখানে $|\vec{A}|$ = 5N এবং $|\vec{B}|$ = 6N এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ 60°।



[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. চিত্রে $|\vec{A} - \vec{B}| = ?$ ৩

ঘ. 'X-অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর উপাংশের সমষ্টি, একই দিকে এদের লব্ধির উপাংশের সমান'— উদ্দীপক হতে গাণিতিকভাবে যাচাই করো। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ আমরা জানি, কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি সর্বদাই নির্দিষ্ট অবস্থানে থাকে এবং প্রান্তবিন্দু যদি পরিবর্তন হতে পারে তবে একে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে।

দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক ভেক্টর স্থানাংক ব্যবস্থায়, যেকোনো বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরের পাদবিন্দু সর্বদাই মূলবিন্দুতে অবস্থিত। তাই অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর।

গ $\vec{A}$ এবং $-\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ,

$180° - 60° = 120°$

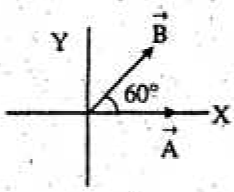
$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}|\,|\vec{B}| \cos 120°}$$

$$= \sqrt{5^2 + 6^2 + 2(5)(6)\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= 5.57\text{N}$$ **(Ans.)**

এখানে,
$\vec{A}$ ভেক্টরের মান, $|\vec{A}| = 5\text{N}$
$|\vec{B}|$ ভেক্টরের মান, $|\vec{B}| = 6\text{N}$

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,



$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর লব্ধি $\vec{R}$ হলে,

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 60°}$$

$$= \sqrt{5^2 + 6^2 + 2 \times 5 \times 6 \times \frac{1}{2}}$$

$$= 9.54\text{N}$$

এখানে, ভেক্টর, $|\vec{A}| = 5\text{N}$
ভেক্টর, $|\vec{B}| = 6\text{N}$
মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60°$

ভেক্টর $\vec{A}$ এর সাথে লব্ধি $\vec{R}$ এর উৎপন্ন কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \frac{B \sin 60°}{A + B \cos 60°}$$

$$= \frac{6 \sin 60°}{5 + 6 \cos 60°}$$

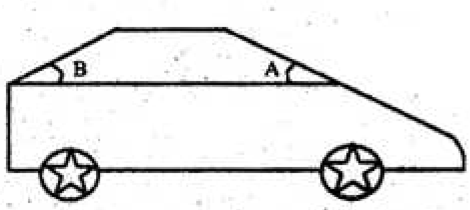
$$\theta = 33°$$

X অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর উপাংশের সমষ্টি, $5 \cos 0° + 6 \cos 60° = 8\text{N}$

X অক্ষ বরাবর $\vec{R}$ এর উপাংশ, $9.54 \cos 33° = 8\text{N}$

অর্থাৎ X অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর উপাংশের সমষ্টি, একই দিকে তাদের লব্ধির উপাংশের সমান।

প্রশ্ন ▶৩১ 2ms^{-1} বেগে বয়ে যাওয়া বাতাসের দিকে একটি গাড়ি 12ms^{-1} বেগে চলছে। চিত্রানুযায়ী গাড়িটির সামনের ও পিছনের গ্লাসের কোণ $\angle A = 35°$ ও $\angle B = 60°$। গাড়িটির সামনের গ্লাসে লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে।



[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১

খ. $\hat{i} \times \hat{i}$ -একটি নাল ভেক্টর কেন? তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বৃষ্টির বেগ বের কর। ৩

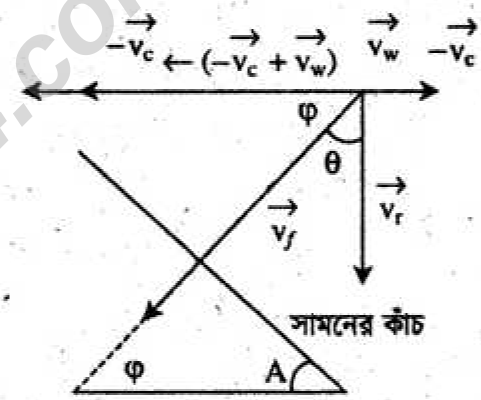
ঘ. বৃষ্টির ফোটা কি সরাসরি পিছনের কাঁচে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা ও কৌণিক বেগের গুণফলকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় যে সাধারণ তলে অবস্থিত, $\vec{A} \times \vec{B}$ এর দিক তার লম্ব দিকে। $\hat{i}, \hat{i}$ ভেক্টরদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থান করায় এবং একই দিক নির্দেশ করায় এদের ধারণকারী সাধারণ তল খুঁজে পাওয়া সম্ভব নয় এবং $\hat{i} \times \hat{i}$ এর মান শূন্য তাই লম্ব ভেক্টরের দিকও নির্দেশ করা সম্ভব নয়। সুতরাং $\hat{i} \times \hat{i}$ দ্বারা এমন একটি ভেক্টর নির্দেশিত হয় যার কোনো নির্দিষ্ট মান নেই এবং দিক নেই, এরূপ ভেক্টর কেবল একটিই আছে, সেটি হলো নাল ভেক্টর। একারণেই $\hat{i} \times \hat{i}$ দ্বারা নাল ভেক্টর বুঝায়।

গ



বৃষ্টির লব্ধি বেগ, $\vec{v}_F = \vec{v}_r + \vec{v}_w$

গাড়ীর সাপেক্ষে বৃষ্টির লব্ধির আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}_f = \vec{v}_F - \vec{v}_c$

$= \vec{v}_r + \vec{v}_w - \vec{v}_c$

$= \vec{v}_r + \vec{v}_w - \vec{v}_c$

এখানে,
গাড়ীর বেগ, $v_c = 12\text{ms}^{-1}$
বাতাসের বেগ, $v_w = 2\text{ms}^{-1}$
গাড়ীর সামনের ও পেছনের কাঁচের অনুভূমিকের সাথে নতি কোন যথাক্রমে $\angle A = 35°$
$\angle B = 60°$
$\therefore$ বৃষ্টির বেগ, $v_r = ?$

$v_C > v_W$; তাই মধ্যবর্তী কোণ,

$$\theta = \tan^{-1}\frac{|-\vec{v}_c + \vec{v}_w|}{|\vec{v}_r|}$$

বা, $$\theta = \tan^{-1}\frac{v_c - v_W}{v_r}$$

আবার, $\angle A + \varphi = 90°$

$\theta + \varphi = 90°$

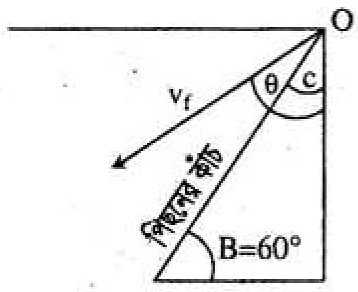
$\therefore \theta = \angle A = 35°$

$$\therefore 35° = \tan^{-1}\left(\frac{0.12 - 2}{v_r}\right)$$

বা, $$\frac{10}{v_r} = \tan 35°$$

$\therefore v_r = 14.28\text{ms}^{-1}$ (Ans.)

ঘ



চিত্র থেকে পাই, $\theta = 35°$

$\angle B + \angle C = 90°$

$\therefore \angle C = 90° - \angle B$

$= 90° - 60°$

$= 30°$

যেহেতু $\theta > \angle C$, সেহেতু এমনকি গাড়ির ছাদের পেছনের অংশ ঘেষে বৃষ্টি পড়লেও পিছনের কাঁচে আঘাত করবে না।

প্রশ্ন ▶৩২ ২টি ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}, \vec{B} = 6\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ একই বিন্দু P এর উপর ক্রিয়াশীল। PQRS সমান্তরিকের ২টি সন্নিহিত বাহু $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দ্বারা নির্দেশ করা যায়। *[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]*

ক. ভেক্টর ক্ষেত্র কি? ১

খ. লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ, ব্যাখ্যা করো। ২

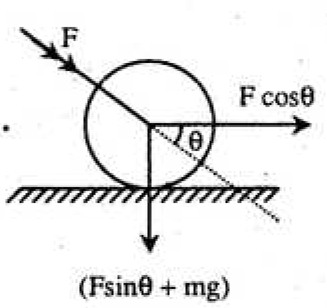
গ. উদ্দীপকের ভেক্টর ২ টির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো। ৩

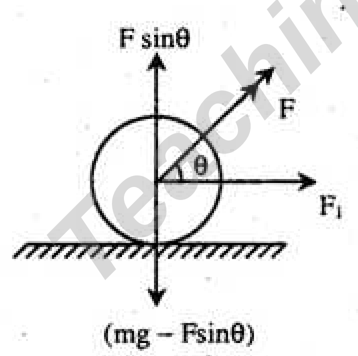
ঘ. উদ্দীপকের সামান্তরিকের কর্ণ ও ক্ষেত্রফলের মান কিরূপ হবে, নির্ণয় করো। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশিগুলো যদি ভেক্টর হয় তবে ঐ ক্ষেত্রকে ভেক্টর ক্ষেত্র বলে।

খ লন রোলার ঠেলার সময় এর আপাত ওজন বৃদ্ধি পায় কিন্তু টানার সময় আপাত ওজন হ্রাস পায়। এজন্য লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।





m ভর বিশিষ্ট একটি লন রোলার কে F বলে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ঠেলার ক্ষেত্রে নিচের দিকে লব্ধি বল হয় ($F \sin\theta + mg$), যা লন রোলারের নিজস্ব ওজন mg অপেক্ষা বেশি। অন্য দিকে টানার ক্ষেত্রে নিচের দিকে ক্রিয়াশীল বল হয় ($mg - F \sin\theta$), ফলে রোলারটি হালকা মনে হয়।

গ

$\vec{A} . \vec{B} = AB \cos \theta$ ....(i)

$\vec{A} . \vec{B} = 2 \times 6 + (-2) \times (-4) + (-1) \times 2$

$= 18$

$A = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = 3$

$B = \sqrt{6^2 + (-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{56}$

(i) নং এ মান বসিয়ে পাই,

$18 = 3\sqrt{56} \cos\theta$

$\therefore \theta = 36.7°$

এখানে,

$\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{B} = 6\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$

ঘ সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি হল $\vec{A} + \vec{B}$ ও $\vec{A} - \vec{B}$

$\therefore \vec{A} + \vec{B} = (2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}) + (6\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})$

$= 8\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$

$\therefore$ একটি কর্ণের মান $= \sqrt{8^2 + (-6)^2 + (1)^2} = 10.05$ একক **(Ans.)**

আবার, $\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k} - 6\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$

$= -4\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$

$\therefore$ অপর কর্ণের মান $= |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{29}$

$= 5.39$ একক

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{A} \times \vec{B}|$

এখন, $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & -1 \\ 6 & -4 & 2 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-4 - 4) - \hat{j}(4 + 6) + \hat{k}(-8 + 12)$

$= -8\hat{i} - 10\hat{j} + 4\hat{k}$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{(-8)^2 + (-10)^2 + 4^2}$

$= \sqrt{180}$

$= 6\sqrt{5}$ বর্গ একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৩ 3 কি.মি. বিস্তার বিশিষ্ট একটি স্রোতের নদীতে স্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে একটি নৌকার বেগ যথাক্রমে 20 km/hr ও 10 km/hr। *[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? ২

গ. কোন দিকে চালনা করলে ঠিক অপরপারে পৌঁছা যাবে? ৩

ঘ. যদি সর্বনিম্ন সময়ে নদী পার হয় তাহলে স্রোতের দিকে নৌকার সরণ কত হবে? ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট ত্বরণ ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ ট্রলি ব্যাগের হাতল দ্বারা ট্রলি ব্যাগকে সামনের দিকে টেনে নিয়ে যাওয়ার সময় হাতলে প্রযুক্ত বল দুইটি উপাংশে বিভক্ত হয়। একটি $F\sin\theta$ এবং অপরটি $F\cos\theta$। $F\sin\theta$ উপাংশটি উপরের দিকে কার্যরত হয়, এবং $F\cos\theta$ উপাংশটি ব্যাগকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়। হাতল লম্বা হলে θ এর মান কম হয়। এ অবস্থায় $\cos\theta$ এর মান বেশি হয় এবং ট্রলির বেগ ধ্রুব রেখে টানতে কম বল লাগে। এ কারণে ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয়।

গ ধরি,

নৌকার বেগ, u km/hr

স্রোতের বেগ, v km/hr

দেওয়া আছে,

স্রোতের অনুকূলে বেগ, $u + v = 20$ .... (1)

" প্রতিকূলে " , $u - v = 10$ ....(2)

(1) ও (2) যোগ করে,

$2u = 30$

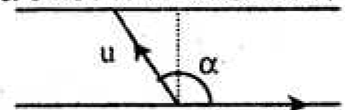
বা, $u = 15$

(1) হতে (2) বিয়োগ করে,

$2v = 10$

$\therefore v = 5$

ধরি, স্রোতের সাথে α কোণে চালনা করতে হবে।



তাহলে যদি সোজা অপরপারে পৌঁছায়, তবে v বরাবর u ও v এর উপাংশের যোগফল শূন্য হবে কারণ $\tan 90° = \frac{1}{0} = \frac{u \sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$।

∴ স্রোতের দিকে, u ও v এর উপাংশের যোগফল = $u \cos \alpha + v$

$u \cos \alpha + v = 0$

বা, $\cos \alpha = -\frac{v}{u}$

বা, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{v}{u}\right)$

$= \cos^{-1}\left(\frac{-5}{15}\right)$

$= \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$

∴ $\alpha = 109.47°$

∴ সোজা অপরপারে পৌছানোর জন্য স্রোতের সাথে 109.47° কোণে যাত্রা করতে হবে। (Ans.)

ঘ নদীর প্রস্থ d ও নদী পার হতে সময়, t হয় তবে, $t = \frac{d}{u \sin\alpha}$ .....(1)

এখন, t সর্বনিম্ন হবে যদি, $u \sin \alpha$ সর্বোচ্চ হয়, অর্থাৎ, $\sin \alpha$ সর্বোচ্চ হয়, যেহেতু u ধ্রুবক।

যেহেতু, $\sin \alpha$ এর সর্বোচ্চ মান 1,

∴ $\sin \alpha = 1$

∴ $\alpha = \sin^{-1}(1) = 90°$

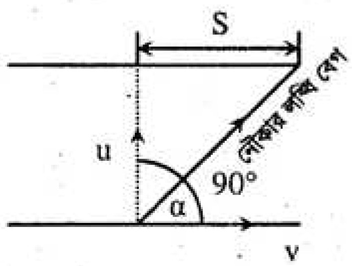
∴ (1) হতে,

∴ $t = \frac{d}{u \sin 90°}$

$= \frac{3 \text{ km}}{15 \text{ km/hr} \times 1}$

$= \frac{1}{5}$ hr

$= 0.2$ hr



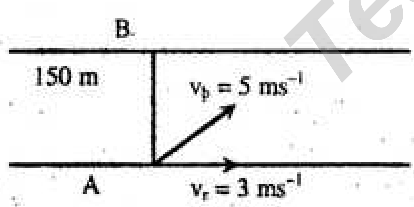
এখন স্রোতের দিকে নৌকার বেগ, u ও স্রোতের বেগ, v এর উপাংশের যোগফল = $u \cos 90° + v \cos 0° = v$

∴ t = 0.2 hr এ নৌকার স্রোতের দিকে সরণ হবে, $s = vt$

$= 5 \times 0.2$

$= 1$ km **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৪



চিত্র হতে নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও—

[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. অপারেটর কী? ১

খ. ডট গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. কোন দিকে নৌকা চালালে B বিন্দুতে পৌছানো যাবে? ৩

ঘ. নৌকাটি সর্বনিম্ন কত সময়ে নদী পাড় হতে পারবে? ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে গাণিতিক ক্রিয়া একটি রাশিকে অন্য রাশিতে রূপান্তরিত করে তাকে অপারেটর বলে।

খ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি ভেক্টর এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে।

ভেক্টরদ্বয়ের ডট গুণ থেকে পাই, $\vec{A}.\vec{B} = AB \cos \theta$

$\vec{B}.\vec{A} = BA \cos \theta$

কিন্তু A ও B যথাক্রমে ভেক্টর রাশি $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ এর মান অর্থাৎ A ও B স্কেলার রাশি।

∴ স্কেলার রাশির গুণন থেকে পাই,

$AB \cos \theta = BA \cos \theta$

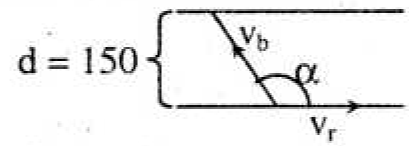
∴ $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$ এটিই বিনিময় সূত্র।

অর্থাৎ, দুইটি ভেক্টর রাশির ডট গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে।

গ ১০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : স্রোতের দিকের সাথে 126.87° কোণে চালাতে হবে।

ঘ ধরি, নৌকাটি পৌছানোর সর্বনিম্ন সময়, t এবং নৌকাটি স্রোতের সাথে α কোণে যাত্রা করে।



নদীর প্রস্থ বরাবর নৌকার বেগ, v_b ও স্রোতের বেগ, v_r এর উপাংশের যোগফল $= v_b \sin\alpha + v_r \sin 0°$

$= v_b \sin\alpha$

∴ নদী পার হতে সর্বনিম্ন সময় $t = \frac{d}{v_b \sin\alpha}$

t সর্বনিম্ন হবে যদি $v_b \sin\alpha$ অর্থাৎ, $\sin\alpha$ সর্বোচ্চ হয়, যেহেতু, v_b ধ্রুবক $\sin\alpha$ সর্বোচ্চ হয়, যখন $\alpha = 90°$

∴ $t = \frac{d}{v_b \sin 90°} = \frac{150 \text{ m}}{5 \times 1} = 30$ sec **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৫ দুটি ভেক্টর $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$; θ কোণে অবস্থান করছে। *[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. কার্ল কী? ১

খ. কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দ্বারা গঠিত সামন্তরিকের বাহু দ্বারা সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণনকে কার্ল বলে।

খ বেগ একটি ভেক্টর রাশি। বৃত্তাকার পথে বস্তু চলতে সবসময় বেগের দিকের পরিবর্তন ঘটে। এমনকি একই দ্রুতিতে চললেও দিকের পরিবর্তনের জন্য সবসময়ই বেগ পরিবর্তিত হয়। এজন্য বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

গ ১২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 90°।

ঘ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু হলে,

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $|\vec{A} \times \vec{B}|$

এখানে,
$\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$
$\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 9 & 1 & -6 \\ 4 & -6 & 5 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(5 - 36) - \hat{j}(45 + 24) + \hat{k}(-54 - 4)$

$= -31\hat{i} - 69\hat{j} - 58\hat{k}$

∴ $|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(-31)^2 + (-69)^2 + (-58)^2}$

$= 95.321$ বর্গ একক

∴ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 95.321 বর্গএকক

প্রশ্ন ▶ ৩৬ রতন সাতপাড় সরকারি কলেজের ছাত্র। তার বাড়ির সামনে 1km প্রশস্ত একটি নদী প্রবাহিত। বাড়ির সোজাসুজি অপর পাড়ে তার কলেজ। একটি সকালে সে ক্লাশ শুরু হওয়ার 4 মিনিট পূর্বে স্রোতের বেগের সাথে 120° কোণে $12 kmh^{-1}$ বেগের একটি নৌকায় কলেজের উদ্দেশ্যে রওনা দিলেন।

[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১

খ. আমাদের পায়ে হাঁটা কিভাবে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়? ২

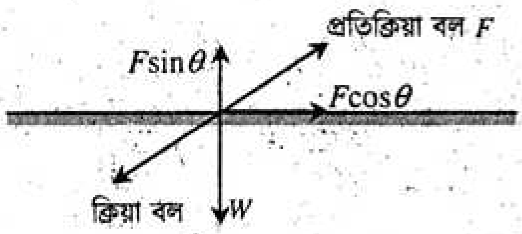
গ. নদীতে স্রোতের বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. রতন কী যথাসময়ে ক্লাশে উপস্থিত হতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

খ



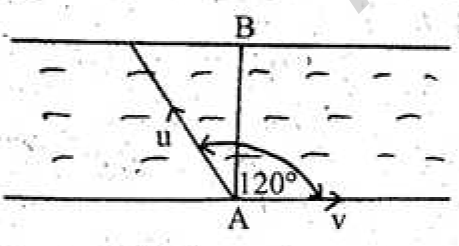
হাঁটার সময় আমরা ভূমিকে পা দিয়ে তীর্যক বল প্রয়োগে পেছনের দিকে ঠেলে দেই। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে ভূমি আমাদের ওপর একটি প্রতিক্রিয়া বল F প্রয়োগ করে। ধরা যাক, প্রতিক্রিয়া বল ভূমির সাথে θ কোণে ক্রিয়া করে। এ প্রতিক্রিয়া বল দুটি উপাংশে বিভক্ত হয়। উলম্ব উপাংশ $F\sin\theta$ যা আমাদের ওজন কিছুটা হ্রাস করে এবং অনুভূমিক উপাংশ $F\cos\theta$ আমাদেরকে সামনের দিকে এগিয়ে যেতে সাহায্য করে।

গ উদ্দীপক হতে পাই,

নৌকার বেগ, $u = 12\ kmh^{-1}$

স্রোতের বেগের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\alpha = 120°$

স্রোতের বেগ, $v = ?$



আমরা জানি, $\tan\theta = \dfrac{u\sin\alpha}{v + u\cos\alpha}$

বা, $\tan 90° = \dfrac{12\sin 120°}{v + 12\cos 120°}$

বা, $\dfrac{1}{0} = \dfrac{12\sin 120°}{v - 6}$

বা, $v - 6 = 0$

$\therefore v = 6\ kmh^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

নৌকার বেগ, $u = 12\ kmh^{-1}$

নদীর প্রস্থ, $d = 1\ km$

স্রোতের বেগের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\alpha = 120°$

নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$d = u\sin\alpha\, t$

বা, $t = \dfrac{d}{u\sin\alpha} = \dfrac{1}{12\sin 120°} = 0.0964 hr = 5.77\ min$

$\therefore t = 5.77\ min$

কিন্তু রতন ক্লাস শুরুর 4 মিনিট আগে রওনা হয়েছিল। তাই সে যথাসময়ে ক্লাসে উপস্থিত হতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶ ৩৭ পদার্থবিজ্ঞান ক্লাস শেষে দুই বন্ধু জনি ও তপু বাসায় যাওয়ার পথে $6 ms^{-1}$ বেগে পতিত বৃষ্টির সম্মুখীন হলো। জনি ও তপু যথাক্রমে $10 ms^{-1}$ ও $15 ms^{-1}$ বেগে সাইকেলে ছাতা ধরে নিরাপদে বাসায় ফিরল।

[নিউ গভ: ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী]

ক. কার্ল কি? ১

খ. শূণ্য ভেক্টর একাধিক ভেক্টরের লব্ধি-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. তপুর সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের জনি ও তপুর ছাতা ধরার কৌশল-গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণকে কার্ল বলে।

খ একটি ভেক্টরের মান আলাদা আলাদাভাবে শূন্য হতে পারে না। কিন্তু দুই বা ততোধিক সমজাতীয় ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে। যেমন, দুটি সমান মানের নলের সমজাতীয় ভেক্টর কোনো বিন্দুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে সামন্তরিকের সূত্রানুযায়ী তাদের লব্ধি হবে একটি শূন্য ভেক্টর। আবার একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি সমজাতীয় ভেক্টরকে একই ক্রমে কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা প্রকাশ করলে ত্রিভুজের সূত্রানুযায়ী তাদের লব্ধি হবে শূন্য ভেক্টর। অতএব বলা যায়, শূন্য ভেক্টর হলো একাধিক ভেক্টরের লব্ধি।

গ ৪(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: $16.15\ ms^{-1}$; উল্লম্বের সাথে 68.2° কোণ উৎপন্ন করে।

ঘ ৪(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: জনি উল্লম্বের সাথে 59.036° কোণে এবং তপু উল্লম্বের সাথে 68.2° কোণে ছাতা ধরবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৮ স্থির পানিতে একজন সাঁতারু $4 kmh^{-1}$ বেগে সাঁতার কাটতে পারে। $2 kmh^{-1}$ বেগে প্রবাহিত নদীটি সাঁতার কেটে সাঁতারু এপাড় থেকে ঠিক ওপাড়ে সাঁতরে গেলেন। নদীর প্রস্থ 2km.

[বরিশাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, বরিশাল]

ক. গ্র্যাডিয়ান্ট কাকে বলে? ১

খ. ঠেলার সময় রোলারের আপাত ওজন বৃদ্ধি পায় কেন? ২

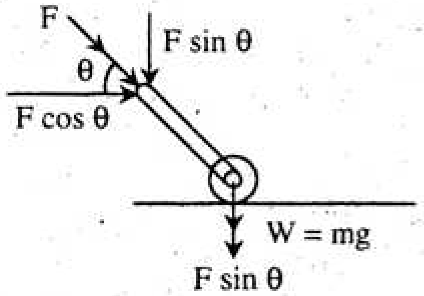
গ. নদীটি সোজাসুজি পাড় হতে সাঁতারুকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে? ৩

ঘ. নদীটি 30 মিনিট সময়ে পার হওয়া সম্ভব কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক $\phi(x, y, z)$ একটি ব্যবকলনযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করলে $\vec{\nabla}\phi$ কে ϕ-এর গ্র্যাডিয়েন্ট বলা হয়।

খ ঠেলার সময়:



ধরি, লন রোলারের ভর = m

∴ লন রোলারের ওজন, W = mg

লন রোলারের ঠেলার সময় F বল প্রয়োগ করা হলে θ কোণে ভূমির সাথে তা দুইটি উপাংশে বিভক্ত হয় যার একটি F sinθ ওজন বরাবর কাজ করে।

∴ আপাত ওজন = W + F sinθ

এজন্য লন রোলার ঠেলার সময় ওজন বেড়ে যায়।

গ ১০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: স্রোতের দিকের সাথে $120°$ কোণে সাঁতার কাটতে হবে।

ঘ আমরা জানি, সর্বনিম্ন সময়ে নদী পার হতে চাইলে সোজাসুজি অপরপ্রান্তে রওনা দিতে হবে।

∴ সেক্ষেত্রে, স্রোতের বেগ ও সাঁতারুর বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 90°$

দেয়া আছে, সাঁতারুর বেগ, $u = 4$ km/h

স্রোতের বেগ, $v = 2$ km/h

নদীর প্রস্থ, $d = 2$km

নদীর প্রস্থ বরাবর u ও v উপাংশের যোগফল, $w = u\cos0° + v\cos90°$
$= 4 \times 1 + 2 \times 0$
$= 4\ \text{kmh}^{-1}$

∴ এক্ষেত্রে, প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{w}$
$= \frac{2\ \text{km}}{4\ \text{kmh}^{-1}}$
$= 0.5$ hr
$= 30$ min

অতএব, সাঁতারু যদি নদীর প্রস্থ বরাবর যাত্রা শুরু করে, তবে 30 min এ নদী পার হওয়া সম্ভব। তবে এর চাইতে কম সময়ে পার হওয়া সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ▶ ৩৯ $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$; $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{C} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]

ক. একক ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. একটি ট্রলি ব্যাগকে স্থানান্তরের সময় টানা হয় কেন? ২

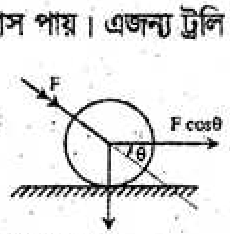
গ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? ৩

ঘ. ভেক্টর তিনটি একই সমতলে অবস্থিত কিনা-গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

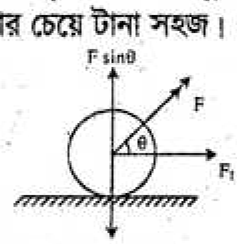
৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান এক তাকে একক ভেক্টর বলে। কোন ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ করলে ঐ ভেক্টরের দিকে একক ভেক্টর পাওয়া যায়।

খ ট্রলি ঠেলার সময় এর আপাত ওজন বৃদ্ধি পায় কিন্তু টানার সময় আপাত ওজন হ্রাস পায়। এজন্য ট্রলি ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।



ঠেলার ক্ষেত্রে (Fsinθ + mg)



টানার ক্ষেত্রে (mg − Fsinθ)

m ভর বিশিষ্ট একটি ট্রলিকে F বলে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ঠেলার ক্ষেত্রে নিচের দিকে লব্ধি বল হয় (F sinθ + mg), যা ট্রলির নিজস্ব ওজন mg অপেক্ষা বেশি। অন্য দিকে টানার ক্ষেত্রে নিচের দিকে ক্রিয়াশীল বল হয় (mg − F sinθ).ফলে ট্রলিটি হালকা মনে হয়।

গ দেওয়া আছে,

$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ∴ $A = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{17}$

$\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ ∴ $B = \sqrt{1^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{21}$

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$

বা, $2 \times 1 + 2 \times 2 + (-3) \times 4 = \sqrt{17} \times \sqrt{21}\cos\theta$

বা, $\cos\theta = \frac{-6}{\sqrt{17} \times \sqrt{21}}$

বা, $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-6}{\sqrt{357}}\right) = 108.52°$ **(Ans.)**

ঘ একই সমতলে অবস্থিত হবে

যদি $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = 0$ হয়

এখানে,
$\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$
$\vec{C} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

$$\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(2 - 8) - \hat{j}(1 - 8) + \hat{k}(2 - 4)$

$= -6\hat{i} + 7\hat{j} - 2\hat{k}$

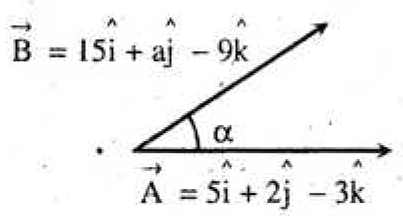
∴ $\vec{B} \times \vec{C} = -6\hat{i} + 7\hat{j} - 2\hat{k}$

এবং $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

আবার, $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = -6 \times 2 + 7 \times 2 + (-2) \times (-3)$
$= 8 \neq 0$

∵ $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) \neq 0$. তাই A, B ও C একই সমতলে অবস্থিত নয়।

প্রশ্ন ▶ ৪০



চিত্রে A ও B এর মধ্যবর্তী কোণ = α

[বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. কার্লের তাৎপর্য বর্ণনা কর। ২

গ. a এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে? ৩

ঘ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় কী ভেক্টর গুণনের বিনিময় সূত্র মেনে চলে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বা ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

খ কার্লের ভৌত তাৎপর্যগুলো নিম্নরূপ:

i. কার্ল একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রে একক ক্ষেত্রের জন্য সর্বাধিক রেখা ইন্টিগ্রালের সমান।

ii. ভেক্টরটির দিক ঐ ক্ষেত্রের ওপর অঙ্কিত লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে।

iii. কার্ল এর মাধ্যমে প্রাপ্ত ভেক্টরটির মান ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক বেগের দ্বিগুণ হয়। অর্থাৎ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ হলে, $|\vec{\nabla} \times \vec{v}| = 2\vec{\omega}$ হবে। এখানে $\vec{\omega}$ একটি ধ্রুব ভেক্টর।

iv. কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল-এর নতিমাত্রা শূন্য।

অর্থাৎ $\vec{\nabla}.(\vec{\nabla} \times \vec{v}) = 0$

গ এখানে, $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

এবং $\vec{B} = 15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k}$

$a = ?$

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর সমান্তরাল হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 0^0$ হবে।

অর্থাৎ, $\vec{A} \times \vec{B} = \hat{\eta}\, AB\sin 0^\circ = 0$ হবে।

এখন, $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & 2 & -3 \\ 15 & a & -9 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-18 + 3a) - \hat{j}(-45 + 45) + \hat{k}(5a - 30)$

$= (3a - 18)\hat{i} + (5a - 30)\hat{k}$

সুতরাং $(3a - 18)\hat{i} + (5a - 30)\hat{k} = \vec{0}$

এখন, $\hat{i}$ এবং $\hat{k}$ এর সহগ সমীকৃত করে অর্থাৎ সমীকরণের দুইপাশের সহগ সমান বিবেচনা করে পাই,

$3a - 18 = 0$

বা, $a = 6$

এবং $5a - 30 = 0$

$\therefore a = 6$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

$\vec{B} = 15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k}$

$\therefore \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & 2 & -3 \\ 15 & a & -9 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ a & -9 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 15 & -9 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 15 & a \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-18 + 3a) - \hat{j}(-45 + 45) + \hat{k}(5a - 30)$

$= (3a - 18)\hat{i} + (5a - 30)\hat{k}$

আবার,

$\vec{B} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 15 & a & -9 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}\begin{vmatrix} a & -9 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} 15 & -9 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 15 & a \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-3a + 18) - \hat{j}(-45 + 45) + \hat{k}(30 - 5a)$

$= -\{(3a - 18)\hat{i} + (5a - 30)\hat{k}\}$

$= -\vec{A} \times \vec{B}$

$\therefore \vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$

সুতরাং, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় ভেক্টরগুণনের বিনিময় সূত্র মেনে চলে না।

প্রশ্ন ▶ ৪১ $\vec{A} = m\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{V} = (x + 3y)\hat{i} + (ay - 2z)\hat{j} + (x + 4z)\hat{k}$

[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]

ক. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা থাকার সুবিধা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. a এর মান কত হলে $\vec{V}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে তা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. $\vec{A}$, $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টর একই সমতলে রাখতে তোমার কী ব্যবস্থা নিতে হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় বা নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ ট্রলি ব্যাগের হাতল দ্বারা ট্রলি ব্যাগকে সামনের দিকে টেনে নিয়ে যাওয়ার সময় হাতলে প্রযুক্ত বল দুইটি উপাংশে বিভক্ত হয়। একটি $F\sin\theta$ এবং অপরটি $F\cos\theta$। $F\sin\theta$ উপাংশটি উপরের দিকে কার্যরত হয়, এবং $F\cos\theta$ উপাংশটি ব্যাগকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়। হাতল লম্বা হলে θ এর মান কম হয়। এ অবস্থায় $\cos\theta$ এর মান বেশি হয় এবং ট্রলির বেগ ধ্রুব রেখে টানতে কম বল লাগে। এ কারণে ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয়।

গ দেওয়া আছে, $\vec{V} = (x + 3y)\hat{i} + (ay - 2z)\hat{j} + (x + 4z)\hat{k}$

$\vec{V}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হলে $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$

বের করতে হবে, $a = ?$

আমরা জানি, $\vec{\nabla}.\vec{V} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right).\{(x + 3y)\hat{i} + (ay - 2z)\hat{j} + (x + 4z)\hat{k}\}$

$= \frac{\partial}{\partial x}(x + 3y) + \frac{\partial}{\partial y}(ay - 2z) + \frac{\partial}{\partial z}(x + 4z)$

$= 1 + 0 + a - 0 + 0 + 4 = a + 5$

শর্ত মতে, $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$

বা, $a + 5 = 0$

$\therefore a = -5$ **(Ans.)**

$\therefore$ a এর মান -5 হলে $\vec{V}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে।

ঘ প্রদত্ত $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ ভেক্টর তিনটি নিম্নরূপ:

$\vec{A} = m\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$

$\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টর তিনটি একই তলের উপর অবস্থিত হতে হলে $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = 0$ হতে হবে।

এখানে,

$\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$

$= -7\hat{i} - 14\hat{j} - 7\hat{k}$

$\therefore \vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = (m\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}).(-7\hat{i} - 14\hat{j} - 7\hat{k})$

$= -7m - 14 + 7 = -m - 7$

শর্তমতে, $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = 0$

বা, $-7m - 7 = 0$

বা, $-7m = 7$

বা, $m = -1$

সুতরাং m এর মান -1 হলে $\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টর তিনটি একই সমতলে রাখা যাবে।

প্রশ্ন ▶ ৪২ দুটি ভেক্টর রাশিকে নিম্নরূপে লেখা হলো:

$\vec{A} = 2\hat{i} + 7\hat{j} - 2\hat{k}$

$\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$

[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]

ক. একক ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. $\vec{A} \times \vec{B}$ এবং $\vec{B} \times \vec{A}$ সমান নয় কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. $\vec{A}+\vec{B}$ এবং $\vec{A}-\vec{B}$ এর মান কত? ৩

ঘ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণের চেয়ে $\vec{A}+\vec{B}$ এবং $\vec{A}-\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ বড় না ছোট হবে— বিশ্লেষণ কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান এক তাকে একক ভেক্টর বলে কোন ভেক্টরকে এর মান দিয়ে ভাগ করলে ঐ ভেক্টরের দিকে একক ভেক্টর পাওয়া যায়।

খ $\vec{A}\times\vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\sin\theta\,\hat{\eta}_1$

$= AB\sin\theta\,\hat{\eta}_1$

$\hat{\eta}_1$ হলো একটি একক ভেক্টর যার দিক একটি ডানহাতি স্ক্রুকে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরের সমতলে রেখে $\vec{A}$ ভেক্টর হতে $\vec{B}$ ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যেদিকে অগ্রসর হয় সেদিকে,

আবার, $\vec{B}\times\vec{A} = |\vec{B}|\,|\vec{A}|\sin\theta\hat{\eta}_2 = BA\sin\theta\,\hat{\eta}_2$

$\hat{\eta}_2$ হলো একটি একক ভেক্টর যার দিক একটি ডানহাতি স্ক্রুকে $\vec{B}$ ও $\vec{A}$ ভেক্টরের সমতলে রেখে $\vec{B}$ ভেক্টর হতে $\vec{A}$ ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যেদিকে অগ্রসর হয় সেদিকে,

যেহেতু $\hat{\eta}_1$ ও $\hat{\eta}_2$ এর ডান হাতি স্ক্রুকে দুই বিপরীত ঘুরানো হয়, তাই $\hat{\eta}_1$ ও $\hat{\eta}_2$ এর দিক বিপরীত।

$\therefore \hat{\eta}_2 = -\hat{\eta}_1$

$\therefore \vec{B}\times\vec{A} = AB\sin\theta\,(-\hat{\eta}_1) = -AB\sin\theta\hat{\eta}_1 = -\vec{A}\times\vec{B}$

অতএব এদের মান সমান কিন্তু $\vec{A}\times\vec{B}$ এর দিক যেদিকে $\vec{B}\times\vec{A}$ এর দিক তার বিপরীত দিকে। তাই এরা সমান নয়।

গ

দেওয়া আছে,
$\vec{A} = 2\hat{i}+7\hat{j}-2\hat{k}$
$\vec{B} = 2\hat{i}-3\hat{j}+3\hat{k}$

$\vec{A}+\vec{B} = 2\hat{i}+7\hat{j}-2\hat{k}+2\hat{i}-3\hat{j}+3\hat{k}$

$= 4\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$

$\therefore |\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{4^2+4^2+1^2} = \sqrt{33}$ **(Ans.)**

$\vec{A}-\vec{B} = 2\hat{i}+7\hat{j}-2\hat{k}-2\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}$

$= 10\hat{j}-5\hat{k}$

$\therefore |\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{10^2+(-5)^2} = 5\sqrt{5}$ **(Ans.)**

ঘ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে, $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\alpha$

দেওয়া আছে,
$\vec{A} = 2\hat{i}+7\hat{j}-2\hat{k}$
$\vec{B} = 2\hat{i}-3\hat{j}+3\hat{k}$

$\therefore \vec{A}.\vec{B} = 4-21-6$
$= -23$

$A = \sqrt{2^2+7^2(-2)^2}$
$= \sqrt{57}$

$B = \sqrt{2^2+(-3)^2+3^2}$
$= \sqrt{22}$

আবার,
$\vec{A}+\vec{B} = 4\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$
$\vec{A}-\vec{B} = 10\hat{j}-5\hat{k}$
$\therefore (\vec{A}+\vec{B}).(\vec{A}-\vec{B}) = 35$
$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{4^2+4^2+1}$
$= \sqrt{33}$
$|\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{10^2+(-5)^2}$
$= \sqrt{125}$

$\therefore \cos\alpha = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}$

$= \dfrac{-23}{\sqrt{57\times22}}$

$\therefore \alpha = 130.5°$

আবার, $\vec{A}+\vec{B}$ ও $\vec{A}-\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ β হলে,

$\cos\beta = \dfrac{(\vec{A}+\vec{B}).(\vec{A}-\vec{B})}{|\vec{A}+\vec{B}|\,|\vec{A}-\vec{B}|}$

$= \dfrac{35}{\sqrt{33\times125}}$

$\therefore \beta = 57°$

$\therefore \alpha > \beta$

$\therefore \vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $(\vec{A}+\vec{B})$ ও $(\vec{A}-\vec{B})$ এর মধ্যবর্তী কোণ অপেক্ষা বড়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৩ দেওয়া আছে, দুটি ভেক্টর $\vec{A} = A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ ও $\vec{B} = B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$ *[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]*

ক. কার্ল কী? ১

খ. ক্রস গুণ বিনিময় সূত্র মেনে চলে না— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের ভেক্টর দুটির ডট গুণফল নির্ণয় করো। ৩

ঘ. ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল হলে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, $\dfrac{A_x}{B_x} = \dfrac{A_y}{B_y} = \dfrac{A_z}{B_z}$। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণকে কার্ল বলে।

খ মনেকরি $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যকার কোণ θ হলে, $\vec{A}\times\vec{B} = \hat{\eta}\,AB\sin\theta$

আবার, $\vec{B}\times\vec{A} = AB\sin\theta\,(-\hat{\eta}) = -AB\sin\theta\,\hat{\eta}$

অর্থাৎ, $\vec{A}\times\vec{B}$ এর দিক যা হবে $\vec{B}\times\vec{A}$ এর দিক হবে বিপরীতে

তাই $\vec{A}\times\vec{B}$ এবং $\vec{B}\times\vec{A}$ ভেক্টরদ্বয়ের মান সমান হলেও দিক হবে পরস্পর বিপরীত। এ কারণে $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$

অর্থাৎ ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে না।

গ

দেওয়া আছে,
$\vec{A} = A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$
$\vec{B} = B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$

$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

যেহেতু $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$ এবং $\hat{i}.\hat{j} = \hat{i}.\hat{k} = \hat{j}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = \hat{k}.\hat{j} = 0$

ঘ আমরা জানি, দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে, $\vec{A}\times\vec{B} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) - \hat{j}\,(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}\,(A_xB_y - A_yB_x) = 0$

যেহেতু তিনটি পরস্পর লম্ব ভেক্টর এর যোগফল 0, সুতরাং তারা প্রত্যেকে আলাদাভাবে 0।

$\therefore A_yB_z - A_zB_y = 0$

$\Rightarrow A_yB_z = A_zB_y$

$\therefore \dfrac{A_y}{B_y} = \dfrac{A_z}{B_z}$ ....(i)

অনুরূপভাবে, $A_xB_z = A_zB_x$

$\therefore \dfrac{A_x}{B_x} = \dfrac{A_z}{B_z}$ ....(ii)

(i) ও (ii) হতে,

$\dfrac{A_x}{B_x} = \dfrac{A_y}{B_y} = \dfrac{A_z}{B_z}$ [দেখানো হলো]

প্রশ্ন ▶ ৪৪ দুইটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{A} = 4x^2yz\,\hat{i} + 3xy\,\hat{j} - x^2y\,\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3xy\,\hat{i} - yz\,\hat{j} + zx\,\hat{k}$ *[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. বিপ্রতীপ ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. ভেক্টরের সাহায্যে নৌকার গুণ টানা ব্যাখ্যা করো। ২

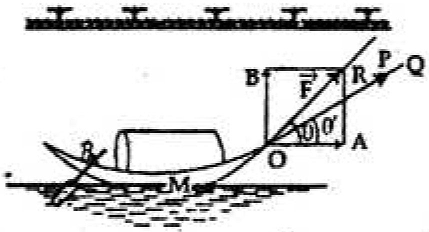
গ. ভেক্টর দুইটির লম্ব দিকের ভেক্টর নির্ণয় করো। ৩

ঘ. (2, -1,3) বিন্দুতে লম্বদিকের ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে কি-না গাণিতিক ব্যাখ্যা করো। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপরীত রাশি হলে এদেরকে পরস্পরের বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

খ মনে করি M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে F বলে টেনে নেওয়া হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা- স্রোতের দিকের উপাংশ ও নদীর প্রস্থ বরাবর উপাংশ।



স্রোতের দিকে উপাংশ = Fcosθ, এর দিক OA বরাবর। নদীর প্রস্থ বরাবর উপাংশ Fsinθ, এর দিক OB বরাবর।

বলের উপাংশ Fcosθ, নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উপাংশ Fsinθ, নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উপাংশ, Fsinθ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, θ এর মান তত কম হবে; ফলে Fsinθ এর মান কম হবে এবং Fcosθ এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে। অর্থাৎ গুণের রশি বেশি লম্বা হলে নৌকা বেশি দ্রুত চলবে। OP রশি দ্বারা টানলে নৌকার গতি OQ রশি দ্বারা টানার চেয়ে কম হবে। কারণ OQ রশি লম্বা এবং $\theta' < \theta$

গ দেওয়া আছে, $\vec{A} = 4x^2yz\,\hat{i} + 3xyz\,\hat{j} - x^2y\,\hat{k}$

$\vec{B} = 3xy\,\hat{i} - yz\,\hat{j} + zx\,\hat{k}$

ভেক্টর দুটির লম্ব দিকের ভেক্টর,

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4x^2yz & 3xyz & -x^2y \\ 3xy & -yz & zx \end{vmatrix}$$

$$= (3x^2yz^2 - x^2y^2z)\,\hat{i} - \hat{j}\,(4x^3yz^2 + 3x^3y^2) + \hat{k}\,(-4x^2y^2z^2 - 9x^2y^2z) \text{ (Ans.)}$$

ঘ (গ) হতে মান ব্যবহার করে,

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{A} \times \vec{B}) = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2yz^2 - x^2y^2z) - \frac{\partial}{\partial y}(4x^3yz^2 + 3x^3y^2) + \frac{\partial}{\partial z}(-4x^2y^2z^2 - 9x^2y^2z)$$

$$= 6xyz^2 - 2xy^2z - 4x^3z^2 - 6x^3y - 8x^2y^2z - 9x^2y^2$$

$$= 2xyz(3z - y) - 2x^3(2z^2 + 3y) - x^2y^2(8z + 9)$$

$\therefore$ (2, −1, 3) বিন্দুতে $\vec{\nabla}\cdot(\vec{A} \times \vec{B})$

$= 2 \times 2 \times (-1) \times 3\,(3 \times 3 + 1) - 2 \times 2^3\,\{2 \times 3^2 + 3 \times (-1)\} - 2^2 \times (-1)^2 \times (8 \times 3 + 9)$

$= -120 - 240 - 132$

$= -492 \neq 0$

$\therefore$ লম্ব ভেক্টরটি সলিনয়ডাল নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৫ করিম ও রহিম দুই মাঝি 500 মিটার প্রস্থ সন্ধ্যা নদীতে ট্রলার চালায়। একদিন নদীতে স্রোতের বেগ 8 মি./সে. স্রোতহীন নদীতে উভয়ের ট্রলারের বেগ 10 মি./সে। করিম স্রোতের সাথে তির্যকভাবে পাড়ি দিয়ে ঠিক অপর পারে পৌছায়। অন্যদিকে রহিম সোজাসুজি অপর পাড়ে পৌছুতে গিয়ে ব্যর্থ হয়।

[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]

ক. গ্র্যাডিয়েন্ট কাকে বলে? ১

খ. ফ্যানের বাতাস নিচে লাগে কেন ব্যাখ্যা করো। ২

গ. করিম মাঝি কত কোণে পাড়ি দেয় নির্ণয় করো। ৩

ঘ. করিম ও রহিমের মধ্যে কে বুদ্ধিমান গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

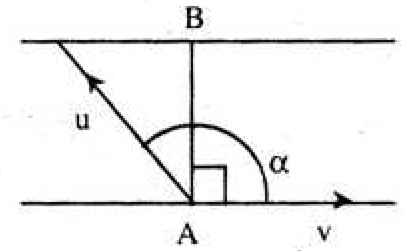
৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক $\phi(x, y, z)$ একটি ব্যবকলনযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করলে $\vec{\nabla}\phi$ কে ϕ-এর গ্রেডিয়েন্ট বলা হয়।

খ বৈদ্যুতিক ফ্যানের পাখার একটি ধার নিচের দিকে বাকাঁনো অবস্থায় থাকে এবং এ ধারটি ফ্যান যেদিকে ঘোরে তার বিপরীত পাশে থাকে। ফলে, যখন ফ্যান ঘোরে তখন পাখার সামনের বাতাস উক্ত বাকাঁনো ধারে বাধা পেয়ে নিচের দিকে নেমে আসে।

একারণে ফ্যানের নিচে বাতাস লাগে।

গ



দেওয়া আছে,
স্রোতহীন নদীতে নৌকার বেগ, u = 10 m/s
মধ্যবর্তী কোণ, α = ?
স্রোতের বেগ, v = 8 m/s

$$\tan\theta = \frac{u\sin\alpha}{v + u\cos\alpha}$$

$$\tan 90° = \frac{10\sin\alpha}{8 + 10\cos\alpha}$$

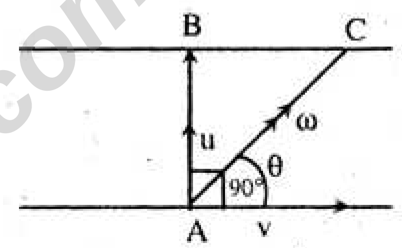
$$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{10\sin\alpha}{8 + 10\cos\alpha}$$

$\Rightarrow 8 + 10\cos\alpha = 0$

$\therefore \alpha = 143.1°$

করিম মাঝি 143.1° কোণে পাড়ি দেয়। **(Ans.)**

ঘ



এখানে,
নৌকার বেগ, u = 10 m/s
স্রোতের বেগ, v = 8m/s
নদীর প্রস্থ, AB = 500 m

যেহেতু রহিম সোজাসুজি 90° কোণ অনুযায়ী যাত্রা শুরু করে। সুতরাং তার ক্ষেত্রে u ও v এর মধ্যবর্তী কোণ, α = 90°

$\therefore$ লব্ধি ও v এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\tan\theta = \frac{u\sin\alpha}{v + u\cos\alpha}$

$$= \frac{10\sin 90}{8 + 10\cos 90}$$

$\therefore \theta = 51.34°$

$\therefore \angle BAC = 90° - 51.34° = 38.66°$

$\therefore BC = AB\tan(\angle BAC)$

$= 500 \times \tan(38.66°)$

$= 400$ m

$\therefore$ রহিম অপর পাড় হতে 400 m দূরে পৌছাবে।

কিন্তু (গ) হতে পাই, করিম 143.1° কোণে রওনা দেয়, ফলে ঠিক অপর প্রান্তে পৌছায়।

$\therefore$ করিম বুদ্ধিমান। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৬ $\vec{A} = xy\hat{i} + y^2z\hat{j} + z^2y\hat{k}$ এবং $\vec{B} = (6xy + z^3)\,\hat{i} + (3x^2 - z)\,\hat{j} + (3xz^2 - y)\,\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি নির্দেশ করে।

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]

ক. পীচ কাকে বলে? ১

খ. ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখার সুবিধা কী? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. (2, −1,2) বিন্দুতে $\vec{A}$ এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে $\vec{B}$ ভেক্টরটির কার্লের প্রকৃতি বিশ্লেষণ করো। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বৃত্তাকার স্কেল একবার ঘুরালে তা রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে ঐ যন্ত্রের পীচ বলে।

খ ট্রলি ব্যাগের হাতল দ্বারা ট্রলি ব্যাগকে সামনের দিকে টেনে নিয়ে যাওয়ার সময় হাতলে প্রযুক্ত বল দুইটি উপাংশে বিভক্ত হয়। একটি $F\sin\theta$ এবং অপরটি $F\cos\theta$। $F\sin\theta$ উপাংশটি উপরের দিকে কার্যরত হয়, এবং $F\cos\theta$ উপাংশটি ব্যাগকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়। হাতল লম্বা হলে θ এর মান কম হয়। এ অবস্থায় $\cos\theta$ এর মান বেশি হয় এবং ট্রলির বেগ ধ্রুব রেখে টানতে কম বল লাগে। এ কারণে ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয়।

গ

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{\partial}{\partial x}(xy) + \frac{\partial}{\partial y}(y^2z) + \frac{\partial}{\partial z}(z^2y)$$
$$= y + 2yz + 2yz$$
$$= y + 4yz$$
$$= y(1 + 4z)$$

এখানে,
$\vec{A} = xy\hat{i} + y^2z\hat{j} + z^2y\hat{k}$

$\therefore$ (2, −1, 2) বিন্দুতে, $\vec{\nabla}.\vec{A} = -1 \times (1 + 4 \times 2)$
$= -9$ **(Ans.)**

ঘ $\vec{B} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$

$$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 6xy + z^3 & 3x^2 - z & 3xz^2 - y \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(3xz^2 - y) - \frac{\partial}{\partial z}(3x^2 - z)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(3xz^2 - y) - \frac{\partial}{\partial z}(6xy + z^3)\right\}$$
$$+ \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(3x^2 - z) - \frac{\partial}{\partial y}(6xy + z^3)\right\}$$

$$= \hat{i}(-1 + 1) - \hat{j}(3z^2 - 3z^2) + \hat{k}(6x - 6x)$$
$$= 0$$

যেহেতু $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$

$\therefore \vec{B}$ অঘূর্ণনশীল। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪৭ জারিয়া স্টেশনে ট্রেন ধরার জন্য দুর্গাপুর বাসিন্দাদের নদী পার হতে হয়। একদিন ট্রেন ছাড়ার 30 মিনিট সময় বাকি আছে। নদীতে স্রোতের বেগ $1 kmh^{-1}$ একজন মাঝি 30° কোণে $3 kmh^{-1}$ নৌকা চালাচ্ছেন। নদীটির চওড়া 0.5 km। একদল যাত্রী নৌকায় ট্রেন ধরার জন্য নদী পার হচ্ছে। *[আহম্মদ উদ্দিন শাহ্ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]*

ক. সমান ভেক্টর কী? ১
খ. রৈখিক বেগ ভিন্ন হলেও কী কেন্দ্রমুখী ত্বরণ একই হতে পারে? ব্যাখ্যা করো। ২
গ. নৌকা আড়াআড়ি পার হতে হলে স্রোতের কালে কত কোণে নৌকা চালাতে হবে নির্ণয় করো। ৩
ঘ. যাত্রীরা কী ট্রেন ধরতে পেরেছিল। গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের মান যদি সমান হয় আর তাদের দিক যদি একই দিকে হয় তবে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।

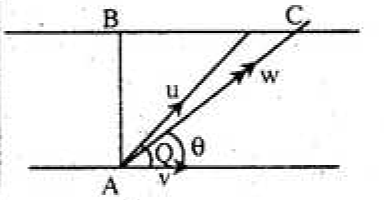
খ আমরা জানি, সমকৌণিক বেগে গতিশীল কণার একটি রৈখিক ত্বরণ সর্বদা কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে। এই ত্বরণকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলা হয়। এই রৈখিক ত্বরণ হলো কণার রৈখিক বেগের পরিবর্তনের হার। রৈখিক বেগের পরিবর্তনের হার একই হয় বলে রৈখিক ত্বরণ ধ্রুব থাকে। কিন্তু রৈখিক বেগ পরিবর্তিত হয় অর্থাৎ, রৈখিক বেগ প্রতিমুহূর্তে ভিন্ন ভিন্ন হয়। অতএব, রৈখিক বেগ ভিন্ন হলেও কেন্দ্রমুখী ত্বরণ একই হতে পারে।

গ ১০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 109.47°

ঘ লব্ধি বেগ,
$w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$
$= \sqrt{1^2 + 3^2 + 2 \times 1 \times 3 \times \cos 30°}$
$= 3.9$ km/h

এবং, v এর সাথে লব্ধির কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \frac{u\sin\alpha}{v + u\cos\alpha}$$
$$= \frac{3\sin 30°}{1 + 3\cos 30°}$$
$$= 0.4168$$



দেওয়া আছে,
স্রোতের বেগ, v = 1 km/h
নৌকার বেগ, u = 3 km/h
মধ্যবর্তী কোণ, α = 30°
নদীর প্রস্থ, AB = 0.5 km

$\therefore \theta = 22.63°$
$\therefore \angle ACB = 22.63°$

এখন, $\frac{AB}{AC} = \sin\angle ACB$

$\therefore AC = \frac{0.5}{\sin 22.63°}$
$= 1.3$ km

$\therefore$ অতিক্রম করতে সময় $= \frac{1.3}{3.9}$ h
$= 0.33$ h
$= 20$ min.

যেহেতু, তাদের হাতে সময় ছিল 30 min, সুতরাং তারা ট্রেনটি ধরতে পারবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪৮ সাথী শপিংমলে বাজার করার সময় একদিন ট্রলি গাড়ি ব্যবহার করছিল। সে ট্রলি গাড়ির হ্যান্ডেলটিতে উল্লম্বের সাথে 30° কোণে 10 N বল প্রয়োগ করে গাড়িটিকে ঠেলতে থাকে। এটা দেখে দোকানদার বললেন, আপনি গাড়ির হ্যান্ডেল ধরে টানেন, এতে কম পরিশ্রম হবে। *[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]*

ক. কার্ল কী? ১
খ. "কোন বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়"— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. ট্রলির গতি সৃষ্টিকারী বল কত? ৩
ঘ. দোকানদারের কথার যৌক্তিকতা প্রমাণ করো। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণকে কার্ল বলে।

খ সুষম বৃত্তাকার গতিতে বেগ সর্বদা বৃত্তাকার পথের যেকোনো বিন্দুতে স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। এজন্য বেগের মান এক হলেও দিক সর্বদা পরিবর্তনশীল হওয়ায় বেগের পরিবর্তনের মান শূন্য হয় না। এজন্য সুষম বৃত্তাকার গতিতে ত্বরণ থাকে।
এ কারণে বৃত্তাকার পথে গতিশীল বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

গ ১৭(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৪৯ একজন মাঝি 5 km প্রস্থ নদীতে নৌকা চালানোর সময় দেখল যে, স্রোতের অনুকূলে গতিবেগ 18 km/h এবং প্রতিকূলে গতিবেগ 6 km/h। মাঝি তার অভিজ্ঞতা কাজে লাগিয়ে সোজা ওপারে পৌঁছাল। ফেরার পথে সময় কম থাকায় নৌকার বেগ দ্বিগুণ করলেন এবং সোজা ঘাটে ফিরলেন। *[লালমনিরহাট সরকারি কলেজ, লালমনিরহাট]*

ক. তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. উদাহরণসহ সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও। ২
গ. যাওয়ার সময় নৌকাকে কোনদিকে চালাতে হয়েছিল এবং লব্ধি বেগ কত ছিল? ৩
ঘ. ফেরার পথে নৌকাকে কোনদিকে চালাতে হয়েছিল এবং সময় কত লেগেছিল? ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণ– অভিকর্ষীয় বল, বৈদ্যুতিক বল, আদর্শ স্প্রিং এর বিকৃতি প্রতিরোধী বল প্রভৃতি।

যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে ঐ বল কর্তৃক কাজ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণ– ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল প্রভৃতি।

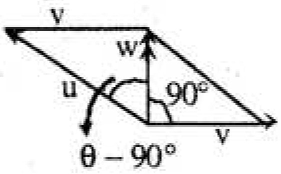
গ মনে করি, নৌকার প্রকৃত গতিবেগ, u
এবং স্রোতের গতিবেগ, v

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $u + v = 18 km/h$ এবং $u - v = 6km/h$

সমাধান করে পাই, $u = 12km/h$ এবং $v = 6km/h$

মনেকরি, নৌকাটিকে স্রোতের দিকের সাথে θ কোণে চালাতে হবে।

তাহলে,



$$\sin(\theta - 90°) = \frac{v}{u}$$

$$\text{বা, } -\sin(90° - \theta) = \frac{v}{u}$$

$$\text{বা, } -\cos\theta = \frac{v}{u}$$

$$\text{বা, } \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{v}{u}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right) = 120°$$

সুতরাং যাওয়ার সময় নৌকাটিকে স্রোতের দিকের সাথে 120° কোণে চালাতে হয়েছিল এবং এ সময় লব্ধিবেগ ছিল,

$$w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos 120°}$$

$$= \sqrt{12^2 + 6^2 + 2 \times 12 \times 6\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

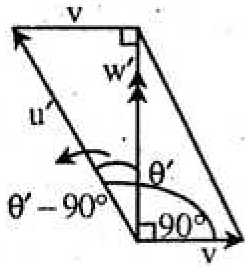
$$= 10.4 \text{ km/h}$$

ঘ ফেরার পথে নৌকাটির বেগ, $u' = 2 \times 12$ km/h
$= 24$ km/h

মনে করি, ফেরার পথে নৌকাকে স্রোতের দিকের সাথে θ′ কোণে চালাতে হয়েছিল।

তাহলে লব্ধিবেগের সাথে নৌকার দিকের কোণ = θ′ – 90°

এবার,



$$\sin(\theta' - 90°) = \frac{v}{u'}$$

$$\text{বা, } -\sin(90° - \theta') = \frac{v}{u'}$$

$$\text{বা, } -\cos\theta' = \frac{v}{u'}$$

$$\text{বা, } \theta' = \cos^{-1}\left(-\frac{v}{u'}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{24}\right) = 104.5°$$

সুতরাং স্রোতের দিকের সাথে 104.5° কোণে নৌকাটি চালাতে হয়েছিল।

এক্ষেত্রে লব্ধিবেগ, $w' = \sqrt{u'^2 - v^2}$

$$= \sqrt{24^2 - 6^2}$$

$$= 23.24 \text{ km/h}$$

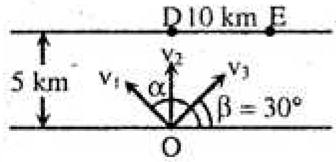
$$\text{সময় লেগেছিল, } t = \frac{\text{নদীর প্রশস্ততা}}{\text{নৌকার লব্ধি গতিবেগ}}$$

$$= \frac{5 \text{ km}}{23.24 \text{ km/h}} = 0.215 \text{ hr}$$

$$= 0.215 \times 60 \text{ min}$$

$$= 12 \text{ min } 54 \text{ sec}$$

প্রশ্ন ▶ ৫০ ক, খ ও গ তিন মাঝি 5 km প্রস্থবিশিষ্ট 3 kmh^{-1} স্রোতবিশিষ্ট একটি নদীর এক পাড় থেকে অপর পাড়ে 6 kmh^{-1} বেগে নদী পাড়ি দিতে শুরু করল। ক মাঝি ঠিক বিপরীত D বিন্দুতে পৌছায়।



[বান্দরবান সরকারি কলেজ]

ক. ভেক্টর অপারেটর বলতে কি বুঝ? ১

খ. গাড়ির গতি দ্বিগুণ হলে থামানোর দূরত্ব চারগুণ হতে হবে- ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ক মাঝির লব্ধি বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. খ মাঝি যদি নৌকার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত রাখে তাহলে কি E বিন্দুতে পৌছাতে পারবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি ভেক্টর রাশিকে অন্য একটি স্কেলার বা ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনো পরিবর্তনশীল ভেক্টর রাশির ব্যাখ্যা দেয়া যায় তাকে ভেক্টর অপারেটর বলে।

খ বাসটি থেমে গেলে, $v = 0$

$\therefore v^2 = v_0^2 - 2as$ সূত্র হতে

$v_0^2 = 2as$

মন্দন a ধ্রুবমানের হলে, $s \propto v_0^2$

সুতরাং কোনো বাস ড্রাইভারের গাড়ির গতিবেগ দ্বিগুণ হলে থামানোর দূরত্ব 2^2 বা 4 গুণ হতে হয়।

গ এখানে, ক মাঝির নৌকার বেগ, $v_1 = 6kmh^{-1}$

স্রোতের বেগ, $v = 3 \ kmh^{-1}$

নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ = α

স্রোতের সাথে লব্ধির উৎপন্ন কোণ, θ = 90°

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v_1\sin\alpha}{v + v_1\cos\alpha}$$

$$\text{বা, } \tan 90° = \frac{6\sin\alpha}{3 + 6\cos\alpha}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{0} = \frac{6\sin\alpha}{3 + 6\cos\alpha}$$

$$\text{বা, } 3 + 6\cos\alpha = 0$$

$$\text{বা, } \cos\alpha = -\frac{3}{6}$$

$$\text{বা, } \alpha = \cos^{-1}(-1/2)$$

$$\therefore \alpha = 120°$$

ক মাঝির লব্ধি বেগ w হলে,

$$w^2 = v_1^2 + v^2 + 2v_1 v\cos\alpha$$

$$\text{বা, } w = \sqrt{6^2 + 3^2 + 2 \times 6 \times 3\cos 120°}$$

$$\therefore w = 5.19 \text{ ms}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপক অনুযায়ী,

খ মাঝি v_2 বেগে স্রোতের বেগের সাথে 90° কোণে রওনা দেয়।

দেওয়া আছে, খ মাঝির নৌকার বেগ, $v_2 = 6 \ kmh^{-1}$

স্রোতের বেগ, $v = 3 \ kmh^{-1}$

নদীর প্রস্থ, d = 5 km

v_2 ও v এর অনুভূমিক উপাংশের যোগফল $= v_2 \cos 90° + v\cos 0°$
$= v = 3 \ kmh^{-1}$

এবং উল্লম্ব উপাংশের যোগফল $= v_2 \cos 0° + v\cos 90°$
$= v_2 = 6 \ kmh^{-1}$

∴ নদী পাড়ি দিতে খ মাঝির প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v_2}$

$= \frac{5\ km}{6\ kmh^{-1}}$

$= \frac{5}{6}\ hr$

এ সময়ে খ মাঝি কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব, $x = vt$

$= 3 \times \frac{5}{6}\ km$

$= 2.5\ km.$

কিন্তু, D হতে E এর দূরত্ব, $DE = 10\ km > 2.5\ km$

অতএব, খ মাঝি নৌকার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত রাখলে E বিন্দুতে পৌছাতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶৫১ $\vec{F_1} = (4\hat{i} - m\hat{j} + \hat{k})$ N এবং $\vec{F_2} = (2\hat{i} - 2\hat{j} + 0.5\hat{k})$ N এর দুটি সমান্তরাল বল 2 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করছে। 1 সেকেন্ড পর বলদ্বয়ের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায়। পরবর্তী 1 সেকেন্ডে বস্তুটি সমবেগে চলতে থাকে।

[ডা. আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]

ক. শিশির কী? ১

খ. চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার চাপ বৃদ্ধি পায় কেন? ২

গ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে m এর মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা সম্ভব কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক তাপমাত্রা যখন শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে আসে তখন বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের অতিরিক্ত বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুতে পরিণত হয়, একে শিশির বলে।

খ চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার অভ্যন্তরে সমআয়তন প্রক্রিয়া চলে। এতে চাকার অভ্যন্তরে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি পায় না। চাকার সাথে রাস্তার ঘর্ষণের ফলে চাকায় যে তাপ উৎপন্ন হয় তার কিছু অংশ গ্যাসে প্রবেশ করে, এছাড়া গাড়ির গতিশক্তির সামান্য অংশ গ্যাসের তাপশক্তিরূপে দেখা দেয়। এই তাপশক্তির কারণে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। তখন স্থির আয়তনে চাপের সূত্রানুসারে $\left(\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}\right)$ গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায়। এ কারণে চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার চাপ বৃদ্ধি পায়।

গ দেওয়া আছে, $\vec{F_1} = (4\hat{i} - m\hat{j} + \hat{k})$ N

$\vec{F_2} = (2\hat{i} - 2\hat{j} + 0.5)$ N

বলদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে তাদের অক্ষীয় উপাংশগুলো সমানুপাতিক হবে।

$\therefore \frac{4}{2} = \frac{-m}{-2} = \frac{1}{0.5}$

$\therefore$ m =4 **(Ans.)**

ঘ এখানে, $\vec{F_1} = (4\hat{i} - m\hat{j} + \hat{k})$ N

$= (4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k})$ N

'গ' থেকে পাই, m = 4

$\therefore\ |\vec{F_1}| = (\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 1^2})$ N

বা, $F_1 = \sqrt{33}$ N = 5.74 N

আবার, $\vec{F_2} = (2\hat{i} - 2\hat{i} + 0.5\hat{k})$ N

$\therefore\ |\vec{F_2}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (.5)^2}$ N

বা, $F_2 = 2.87$ N

$\because\ \vec{F_1}$ ও $\vec{F_2}$ পরস্পর সমান্তরাল।

তাদের মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = 0°$

$\vec{F_1}$ ও $\vec{F_1}$ এর লব্ধি $F = F_1 + F_2$

$= (5.74 + 2.87)$ N

$= 8.61$ N

F লব্ধি বলটি m = 2kg ভরের বস্তুর উপর $t_1 = 1$ sec ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুটি প্রথম 1 sec ত্বরণে যায়। পরবর্তী 1 sec বস্তুটি সমবেগে যায়। মনে করি, বস্তুটির ত্বরণ a এবং প্রথম 1 sec পর বেগ v।

এখানে, আদিবেগ $u = 0\ ms^{-1}$

সময় $t_1 = 1$ sec

ভর m = 2 kg

শেষ বেগ = $v\ ms^{-1}$

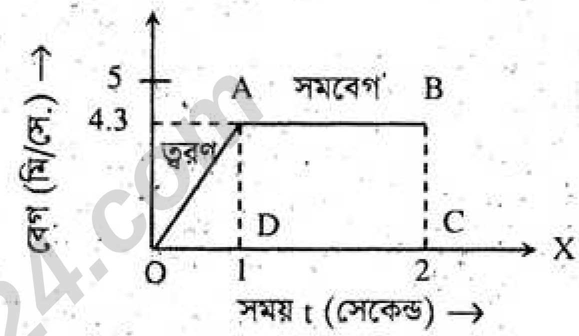
প্রযুক্ত বল F = 8.61 N

প্রথম ক্ষেত্রে, F = ma

বা, $8.61 = 2\left(\frac{v - u}{t_1}\right)$

বা, $8.61 = 2\left(\frac{v - 0}{1}\right)$

$\therefore\ v = 4.31\ ms^{-1}$



উপরের লেখচিত্রে, বস্তুটি প্রথম OA অংশ ত্বরণে এবং পরবর্তী AB অংশ সমবেগে অতিক্রম করে।

সুতরাং, বস্তুটির ত্বরণে অতিক্রান্ত দূরত্ব ΔOAD এর ক্ষেত্রফলের সমান এবং সমবেগে অতিক্রান্ত দূরত্ব ABCD চর্তুভুজের ক্ষেত্রফলের সমান।

∴ 2 sec এ বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব s = Δ ক্ষেত্র OAD + ক্ষেত্র ABCD

বা, $s = \left(\frac{1}{2} \times OD \times AD\right) + (AD \times DC)$

বা, $s = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 4.31\right) + (4.31 \times 1)$

$\therefore\ s = 6.465$ m

অতএব, বেগ বনাম সময় লেখচিত্র হতে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় সম্ভব এবং তা 6.465 m

প্রশ্ন ▶৫২ একজন লোক স্রোতহীন অবস্থায় 200 m প্রস্থ একটি নদী 8 মিনিটে সোজাসুজি সাঁতরিয়ে পাড়ে পৌছাইতে পারে। কিন্তু স্রোত থাকলে একই পথে 10 মিনিট সময় লাগে। *[সৃষ্টি কলেজ অব টাঙ্গাইল]*

ক. অপারেটর কী? ১

খ. কার্লের তাৎপর্য লিখ। ২

গ. উদ্দীপকে নদীর স্রোতের বেগ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের লোকটি স্রোতের সাথে 60° কোণে সাঁতার কাটলে অপর পাড়ে কোথায় পৌছাবে? ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে গাণিতিক ক্রিয়া একটি রাশিকে অন্য রাশিতে রূপান্তরিত করে তাকে অপারেটর বলে।

খ কার্লের ভৌত তাৎপর্যগুলো নিম্নরূপ:

i. কার্ল একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রে একক ক্ষেত্রের জন্য সর্বাধিক রেখা ইন্টিগ্রালের সমান।

ii. ভেক্টরটির দিক ঐ ক্ষেত্রের ওপর অঙ্কিত লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে।

iii. কার্ল এর মাধ্যমে প্রাপ্ত ভেক্টরটির মান ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক বেগের দ্বিগুণ হয়। অর্থাৎ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ হলে, $|\vec{\nabla} \times \vec{v}| = 2\vec{\omega}$ হবে। এখানে $\vec{\omega}$ একটি ধ্রুব ভেক্টর।

iv. কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল-এর নতিমাত্রা শূন্য।
অর্থাৎ $\vec{\nabla}.(\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0$

গ দেওয়া আছে, নদীর প্রশস্ততা, $d = 200$ m
স্রোতবিহীন অবস্থায় সময়কাল, $t_1 = 8 \text{ min} = 8 \times 60 \text{ sec} = 480 \text{ sec}$
স্রোত থাকাকালীন সময়কাল, $t_2 = 10 \text{ min} = 10 \times 60 \text{ sec} = 600 \text{ sec}$
মনে করি, লোকটির প্রকৃত বেগ u এবং স্রোতের বেগ v

তাহলে, $u = \frac{d}{t_1} = \frac{200 \text{ m}}{480 \text{ sec}} = 0.417 \text{ ms}^{-1}$

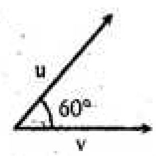
এবং লব্ধিবেগ, $w = \sqrt{u^2 - v^2} = \frac{d}{t_2} = \frac{200 \text{ m}}{600 \text{ sec}} = 0.33 \text{ ms}^{-1}$

বা, $u^2 - v^2 = (0.33)^2$

$\therefore v = \sqrt{u^2 - (0.33)^2} = \sqrt{0.417^2 - 0.33^2} = 0.255 \text{ms}^{-1}$

সুতরাং, নদীর স্রোতের বেগ 0.255 ms^{-1} **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,
লোকের প্রকৃত বেগ, $u = 0.417 \text{ ms}^{-1}$
এবং স্রোতের বেগ, $v = 0.255 \text{ ms}^{-1}$
স্রোতের দিকের সাথে লোকটির বেগের কোণ, $\theta = 60°$



নদীর প্রস্থ বরাবর লোকের বেগের উপাংশ $= u \sin\theta$
$= 0.417 \text{ ms}^{-1} \times \sin 60°$
$= 0.36 \text{ ms}^{-1}$

$\therefore$ নদী পার হতে সময় লাগবে, $t = \frac{d}{u \sin\theta}$
$= \frac{200 \text{ m}}{0.36 \text{ ms}^{-1}}$
$= 555.6 \text{ sec}$

নদীর পাড় বরাবর লব্ধিবেগের উপাংশ $= v + u\cos\theta$
$= 0.255 + 0.417 \cos 60°$
$= 0.4635 \text{ ms}^{-1}$

$\therefore$ উক্ত সময়কালে নদীর পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব,
$R = (v + u\cos\theta)t$
$= 0.4635 \text{ ms}^{-1} \times 555.6 \text{sec}$
$= 257.5 \text{ m}$

সুতরাং, উদ্দীপকের লোকটি স্রোতের সাথে 60° কোণে সাঁতার কাটলে অপর পাড়ে সোজাসুজি বিপরীত বিন্দু হতে 257.5m দূরত্বের অবস্থানে পৌছাবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৩ কোনো একদিন দ্বাদশ বিজ্ঞান শাখার মেধাবী ছাত্র সামির তিনটি ভেক্টর রাশি যথাক্রমে $\vec{P} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{Q} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$, $\vec{R} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ কে একই সমতল রাখার চেষ্টা করছিল। অপর একদিন সামির স্রোতস্বিনী নদীতে নৌকার বেগ পর্যবেক্ষণ করছিল। সে পর্যবেক্ষণ করে দেখল যে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ 24 kmh^{-1} এবং প্রতিকূলে নৌকার বেগ 12 kmh^{-1}।

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

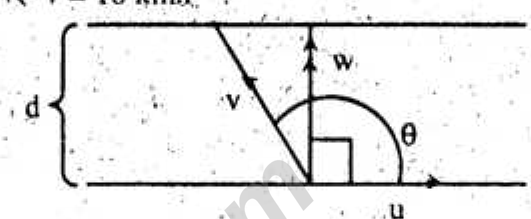
ক. আপেক্ষিক ত্রুটি কাকে বলে? ১
খ. কীভাবে একটি ভেক্টর ক্ষেত্র উৎস এবং লক্ষ্যস্থল হিসেবে কাজ করে? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের নৌকাটিকে কত বেগে কোন দিকে চালনা করলে ঠিক অপর পাড়ে পৌছাতে পারবে? নির্ণয় কর। ৩
ঘ. সামির ওপরে উল্লিখিত ভেক্টরগুলোকে একই সমতলে স্থাপন করতে পেরেছিল কি? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক গড় পরম ত্রুটি $|\overline{\Delta x}|$ ও ভৌত রাশির পরিমাপকৃত মান বা গড় মান $\bar{x}$ এর অনুপাতকে আপেক্ষিক ত্রুটি বলে।

খ যখন একটি ভেক্টর ক্ষেত্র উৎস হিসেবে কাজ করে, তখন ভেক্টর ক্ষেত্রের দিক বহির্মুখী হয় এবং উক্ত ভেক্টরক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স হয় ধনাত্মক। আবার একটি ভেক্টর ক্ষেত্র লক্ষ্য হিসেবে কাজ করলে ভেক্টরক্ষেত্রের দিক হয় অন্তর্মুখী। ফলে উক্ত ভেক্টরক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স ঋণাত্মক হয়। অতএব, ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স এর মান হতে বোঝা যায় যে এটি লক্ষ্য না উৎস হিসেবে কাজ করে।

গ ধরি, স্রোতের বেগ, $= u \text{ kmh}^{-1}$
নৌকার বেগ $= v \text{ kmh}^{-1}$
প্রশ্নমতে, $u + v = 24$ ....(i)
$v - u = 12$ ....(ii)
(i) ও (ii) হতে পাই,
$u = 6 \text{ kmh}^{-1}$
এবং $v = 18 \text{ kmh}^{-1}$



এখন, সোজা বিপরীত পাড়ে পৌছতে স্রোতের সাথে θ কোণে রওনা দিতে হবে। লব্ধি w এর সাথে u এর কোণ হবে 90°।

$\therefore \tan 90° = \frac{u \sin\theta}{u + v\cos\alpha}$

বা, $u + v\cos\alpha = 0$

$\cos\theta = -\frac{u}{v}$

$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{18}\right) = 109°.5°$

লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\theta}$
$= \sqrt{6^2 + 18^2 + 2.6.18 \cos 109.5°}$
$= 16.97 \text{ kmh}^{-1}$

অতএব, 16.97 kmh^{-1} বেগে স্রোতের বেগের সাথে 109.5° কোণে যাত্রা করলে ঠিক অপর পাড়ে পৌছাবে।

ঘ তিনটি ভেক্টর একই সমতলে থাকলে এবং ভেক্টরত্রয় $\vec{P}$, $\vec{Q}$ ও $\vec{R}$ হলে $(\vec{P} \times \vec{Q}).\vec{R} = 0$ হবে।

এখন, $\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -5 \end{vmatrix}$

এখানে,
$\vec{P} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$
$\vec{Q} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$
$\vec{R} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$

$= \hat{i}(5 + 3) + \hat{j}(1 + 10) + \hat{k}(-6 + 1)$
$= 8\hat{i} + 11\hat{j} - 5\hat{k}$

এখন, $(\vec{P} \times \vec{Q}).\vec{R} = (8\hat{i} + 11\hat{j} - 5\hat{k}).(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$
$= 24 - 44 + 20 = 0$

অতএব, ভেক্টর তিনটি একই সমতলে স্থাপন করতে পেরেছিল।

প্রশ্ন ▶ ৫৪ A (3, −2, 1), B (1, −3, 5), C (2, 1, −4)

[এম.সি কলেজ, সিলেট]

ক. কোন ভেক্টরক্ষেত্র সংরক্ষণশীল হওয়ার শর্ত কী? ১
খ. 'দুটি সমান ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে' —ব্যাখ্যা কর। ২
গ. $\overrightarrow{BC}$ বাহুর মান নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের ত্রিভুজটি সমকোণী কিনা- মূল্যায়নপূর্বক মতামত দাও। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন ভেক্টর ক্ষেত্র সংরক্ষণশীল হবে যদি ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল শূন্য হয়।

খ ধরা যাক, দুটি সমান ভেক্টরের মান P ভেক্টরদ্বয় যদি কোন বিন্দুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে অথবা ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $\alpha = 180°$ হলে, সামান্তরিকের সূত্রানুসারে লব্ধি $R = P^2 + P^2 + 2.P.P\cos 180°$

$$= 2P^2 + 2P^2(-1)$$
$$= 2P^2 - 2P^2 = 0$$

অর্থাৎ, দুটি সমান ভেক্টর একই বিন্দুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি শূন্য হবে।

গ ১৮(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $7\sqrt{2}$

ঘ ১৮(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করবে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৫ বাদল ও মনির দুজন মাঝি নৌকা চালিয়ে 5 km চওড়া একটি নদী পার হতে চাইল। 3 kmh^{-1} বেগে প্রবাহিত স্রোতের মধ্যদিয়ে উভয়ে 4 kmh^{-1} বেগে নৌকা চালাচ্ছিল। বাদলের নৌকা চালানোর অভিমুখ এমন ছিল যে নৌকা সোজা নদীর প্রস্থ বরাবর অপর পাড়ে পৌছায়। মনির তার নৌকা সোজা নদীর প্রস্থ বরাবর চালিয়েও অপর পাড়ে বাদল থেকে অনেক দূরে গিয়ে পৌছায়।

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি কলেজ, ঢাকা]

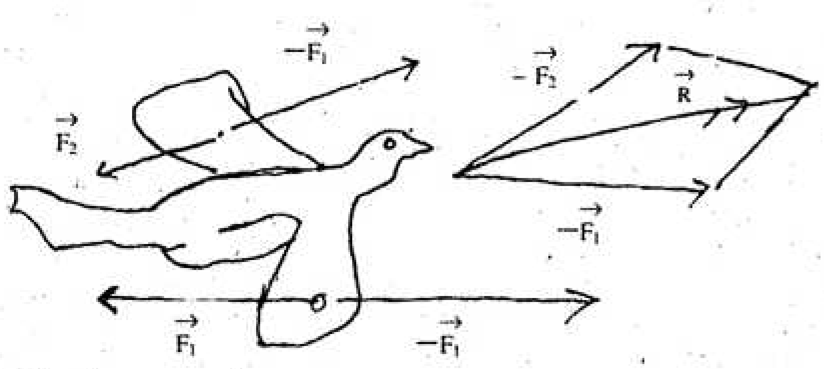
ক. আয়ত একক ভেক্টর কী? ১
খ. পাখি ওড়ার সময় কীভাবে সামনে এগিয়ে যায় —ব্যাখ্যা কর। ২
গ. বাদল কত কোণে নৌকা চালাচ্ছিল নির্ণয় কর। ৩
ঘ. তারা দুজন কি একই সময়ে নদীর অপর পাড়ে পৌছেছিল গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

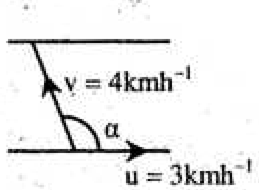
ক ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয়, তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

খ পাখি তার ডানা দিয়ে বাতাসের ওপর $\vec{F_1}$ বল প্রয়োগ করে, এতে গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে,

পাখির উক্ত ডানার ওপর বায়ু দ্বারা $-\vec{F_1}$ প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয়। একই কারণে, পাখির অপর ডানার ওপর $-\vec{F_2}$ প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয়। এ বলদ্বয়ের ভেক্টর যোগের মাধ্যমে $\vec{R}$ লব্ধি বল উৎপন্ন হয়। $\vec{R}$ এর দিকেই পাখির দেহটি এগিয়ে যায়।



গ



বাদল সোজা অপর পাড়ে পৌছায় বলে স্রোতের দিকে তার নৌকার লব্ধি বেগ = 0

নৌকার বেগ যদি স্রোতের বেগের সাথে α কোণ উৎপন্ন করে, তবে স্রোতের দিকে নৌকার লব্ধি বেগ $v\cos\alpha + u = 0$

বা, $\cos\alpha = \frac{-u}{v}$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-u}{v}\right)$
$= \cos^{-1}\left(\frac{-3}{4}\right)$
$= 138.6°$ **(Ans.)**

এখানে,
স্রোতের বেগ, $u = 3\ kmh^{-1}$
নৌকার বেগ, $v = 4\ kmh^{-1}$

ঘ ১১ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর :** বাদল 1.89 sec-এ অপর পাড়ে পৌছায়। মনির 1.25 sec-এ অপর পাড়ে পৌছায়।

প্রশ্ন ▶ ৫৬ বর্ষাকালে স্রোতের নদীতে মাঝি 7 kmh^{-1} বেগে নৌকা চালিয়ে আড়াআড়িভাবে নদী পার হয়। স্রোতের বেগ 3 kmh^{-1}।

[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]

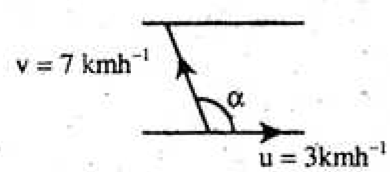
ক. পরিমাপের একক কাকে বলে? ১
খ. দুটি সমান ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এদের লব্ধি শূন্য হতে পারে কিনা? ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের মাঝিকে কোন দিকে নৌকা চালাতে হয়েছিল? ৩
ঘ. মাঝি আড়াআড়ি নৌকা চালনা করলে নৌকার লব্ধির মান উদ্দীপকের নৌকার লব্ধির বেগের বেশি হবে— উক্তিটি গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে কোনো রাশি পরিমাপের ক্ষেত্রে যে প্রমিত বা আদর্শ মাপের সাথে তুলনা করা হয়, তা-ই হলো পরিমাপের একক।

খ $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টর দুটি যদি α কোণে নত থাকে, তবে এদের লব্ধির মান হবে $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ যখন $\alpha = 180°$ তখন R ন্যূনতম হয়। অর্থাৎ লব্ধি ভেক্টরের ন্যূনতম মান, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ} = \sqrt{(P-Q)^2} = P - Q$। দেখা যাচ্ছে, যদি $P = Q$ হয় তবে R এর মান শূন্য হবে। সুতরাং সমান ভেক্টর দুটি পরস্পর বিপরীত দিকে কাজ করলে লব্ধি শূন্য হবে।

গ



ধরি নৌকাটি স্রোতের সাথে α কোণে গেলে তা আড়াআড়িভাবে নদী পার হয়। যেহেতু আড়াআড়িভাবে নদী পার হয়েছে, তাই স্রোতের দিকে নৌকার বেগের লব্ধি শূন্য হবে।

চিত্রে, স্রোতের দিকে নৌকার লব্ধি বেগ $= u\cos0° + v\cos\alpha$
$= u + v\cos\alpha$

$\therefore u + v\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\frac{u}{v}$

এখানে,
নৌকার বেগ, $v = 7\ kmh^{-1}$
স্রোতের বেগ, $u = 3\ kmh^{-1}$

বা, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-u}{v}\right)$
$= \cos^{-1}\left(-\frac{3}{7}\right)$
$= 115.38°$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে পাই, নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha_1 = 115.38°$

∴ নৌকার লব্ধি বেগ, w_1 হলে,

$$w_1 = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha_1}$$
$$= \sqrt{3^2 + 7^2 + 2 \times 3 \times 7 \times \cos 115.38°}$$
$$= 6.32 \text{ ms}^{-1}$$

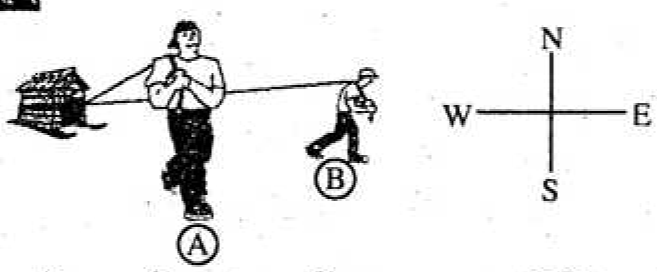
এখন, যদি নৌকাটি আড়াআড়িভাবে যাত্রা করে তবে, লব্ধি বেগ w_2 হলে,

$$w_2 = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos 90°}$$
$$= \sqrt{u^2 + v^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 7^2}$$
$$= 7.62 \text{ ms}^{-1}$$

$\therefore w_2 > w_1$

অর্থাৎ, নৌকাটি আড়াআড়ি চললে উদ্দীপকের চাইতে লব্ধির মান বেশি হবে উক্তিটি যথার্থ।

প্রশ্ন ▶ ৫৭



A ও B দুইজন ব্যক্তি কোন একটি কুড়ে ঘরকে পূর্ব দিকে স্থানান্তর করার জন্য চিত্র মোতাবেক রশি দিয়ে টানছে। A কর্তৃক প্রযুক্ত বল 120N যা xy তলে ক্রিয়ারত এবং এটি পূর্ব দিকের সাথে 315° কোণে ক্রিয়া করছে। B কর্তৃক প্রযুক্ত বল ভেক্টরটি $\vec{F} = 7\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং এটি 35° কোণে ক্রিয়া করছে। ঘর ও তলের মধ্যকার ঘর্ষণ বল 150N।

[সরকারি সিটি কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. ভেক্টর ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর কাকে বলে? ১

খ. দুটি ভেক্টরের লব্ধির সর্বোচ্চ মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফল অপেক্ষা বড় হতে পারে না– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. B এর বল ভেক্টরটির সমকোণে এবং xy তলের সমান্তরাল একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো। ৩

ঘ. A ও B এর টানের কারণে কুড়ে ঘরটি গতিশীল হবে কিনা যাচাই করো। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক Del বা Nabla কে ভেক্টর ডিফারেন্সিয়াল অপারেটর বলা হয়। একে $\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

খ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি ভেক্টর হলে, এদের লব্ধি,

$|\vec{R}| = R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}$ যেখানে α ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ।

লব্ধি R এর মান সর্বোচ্চ হবে যদি $\cos\alpha$ এর মান সর্বোচ্চ হয়।

আমরা জানি, $\cos\alpha$ এর সর্বোচ্চ মান 1

$$\therefore R_{max} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB.1}$$
$$= \sqrt{(A+B)^2}$$
$$\therefore R_{max} = A + B$$

এখন, যেহেতু $\cos\alpha$ এর মান 1 এর থেকে বেশি হওয়া সম্ভব নয়। তাই R এর সর্বোচ্চ মানও (A + B) এর চেয়ে বেশি হওয়া সম্ভব নয়।

গ B এর বল, $\vec{F}$ ভেক্টরটির সমকোণে কোনো ভেক্টর $\vec{V}$ হলে এটি xy তলের সমান্তরাল বলে এটির কোনো z-অক্ষের দিকে উপাংশ থাকবে না।

ধরি, ভেক্টরটি $\vec{V} = x\hat{i} + y\hat{j}$

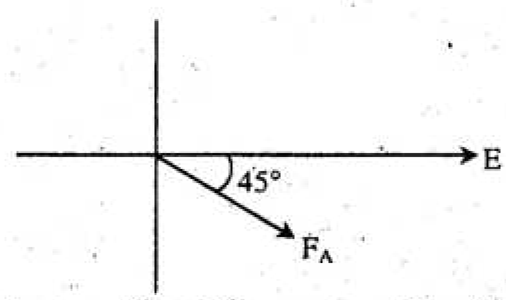
যেহেতু, $\vec{V}$ ও $\vec{F}$ সমকোণে আছে,

$$\therefore \vec{F} \cdot \vec{V} = 0$$
$$\text{বা, } (7\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (x\hat{i} + y\hat{j}) = 0$$
$$\text{বা, } 7x - 6y = 0$$
$$\therefore y = \frac{7}{6}x$$

∴ $\vec{V}$ ভেক্টরের দিকে একক ভেক্টর

$$= \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x\hat{i} + \frac{7}{6}x\hat{j}}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{7}{6}x\right)^2}} = \frac{x\left(\hat{i} + \frac{7}{6}\hat{j}\right)}{x\sqrt{1 + \frac{49}{36}}} = \frac{\hat{i} + \frac{7}{6}\hat{j}}{\frac{\sqrt{85}}{6}} = \frac{6\hat{i} + 7\hat{j}}{\sqrt{85}} \text{ (Ans.)}$$

ঘ



A কর্তৃক প্রযুক্ত F_A বলটি পূর্ব দিকের সাথে ঘড়ির কাঁটার উল্টোদিকে 315° অর্থাৎ, ঘড়ির কাঁটার দিকে (360°-315°) = 45° কোণ উৎপন্ন করে।

এটি xy তলে কাজ করে বলে,

$$\vec{F_A} = 120\cos(45°)\hat{i} + 120\sin(-45°)\hat{j}$$
$$= \frac{120}{\sqrt{2}}\hat{i} - \frac{120}{\sqrt{2}}\hat{j}$$

আবার, B এর প্রযুক্ত বল, $\vec{F_B} = 7\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k}$

xy তলে ক্রিয়ারত $\vec{F_B}$ বলের উপাংশ,

$$\vec{F}_{B_{xy}} = 7\hat{i} - 6\hat{j}$$

xy তলে ঘরের ওপর বলের লব্ধি $\vec{F}$ হলে,

$$\vec{F} = \vec{F_A} + \vec{F_B}$$
$$= \frac{120}{\sqrt{2}}\hat{i} - \frac{120}{\sqrt{2}}\hat{j} + 7\hat{i} - 6\hat{j}$$
$$= \left(\frac{120}{\sqrt{2}} + 7\right)\hat{i} - \left(\frac{120}{\sqrt{2}} + 6\right)\hat{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{\left(\frac{120}{\sqrt{2}}+7\right)^2 + \left(\frac{120}{\sqrt{2}}+6\right)^2}$$
$$= 129.2 \text{ N}$$

Z অক্ষ বরাবর ধনাত্মক দিকে ঘরের ওপর ক্রিয়ারত বল হল ঘরের ওজন বল ও $\overrightarrow{F_B}$ এর Z-অক্ষ বরাবর উপাংশের যোগফলের সমান।

$\therefore$ ঘর্ষণ বল, $F_s = \mu_s(W - 4)$
$$= \mu_s R\left(1 - \frac{4}{W}\right)$$

যেহেতু, স্বাভাবিক অবস্থায় ঘর্ষণ বল, $\mu_s R = 150N$
$$F_s = 150\left(1 - \frac{4}{W}\right)$$

ঘরটি গতিশীল হতে হলে,
$$F > F_s$$
বা, $129.2 > 150\left(1 - \frac{4}{W}\right)$

বা, $\left(1 - \frac{4}{W}\right) < \frac{129.2}{150}$

বা, $1 - \frac{4}{W} < 0.86$

বা, $\frac{4}{W} > 0.14$

বা, $\frac{W}{4} < 7.2$

বা, $W < 28.8$

বা, $mg < 28.8$

বা, $m < \frac{28.8}{9.8}$

$\therefore m < 2.94$

অর্থাৎ, ঘরটি গতিশীল হতে হলে ঘরের ভর 2.94 kg অপেক্ষা কম হতে হবে, যা অসম্ভব।
ফলে, ঘরটি গতিশীল হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ নদীতে স্রোতের বেগ $5kmh^{-1}$ এবং নৌকার বেগ $12kmh^{-1}$। বৃষ্টি $6kmh^{-1}$ বেগে উলম্ব ভাবে পড়ছে। *[ঢাকা সিটি কলেজ]*

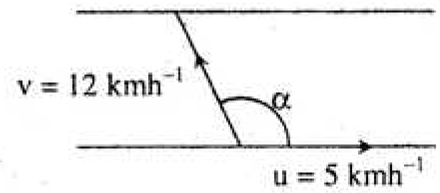
ক. তাৎক্ষণিক বেগ কী? ১
খ. সমদ্রুতিতে গতিশীল বস্তুর ত্বরণ ব্যাখ্যা কর। ২
গ. সোজা অপর পাড়ে যেতে নৌকাকে স্রোতের সাথে কত কোণে রওনা হতে হবে নির্ণয় কর। ৩
ঘ. বৃষ্টি হতে বাঁচতে নৌকায় বসা একজন লোককে স্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে উলম্বের সাথে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ আমরা জানি, ভেক্টরের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর পরিবর্তীত হয়। বেগ হচ্ছে ভেক্টর রাশি। সুতরাং মান পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তনে বেগ পরিবর্তীত হবে। সমদ্রুতিতে সরল পথে চলমান কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে এর গতির বেগ ও দিক উভয়ই ধ্রুব থাকে বিধায় এর কোনো ত্বরণ ঘটে না। কিন্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে বা বক্রপথে চলার সময় বেগের মান পরিবর্তীত না হলেও দিকের পরিবর্তন হয়। আর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, সরল পথে সমদ্রুতিতে চলমান কোনো বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বক্র পথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

গ



নদী আড়াআড়ি পার হওয়ার জন্য স্রোতের সাথে α কোণে নৌকা রওনা দিলে স্রোতের দিকে নৌকার লব্ধি বেগ শূন্য হবে।

$\therefore$ স্রোতের দিকে নৌকার লব্ধি বেগ $= u\cos0° + v\cos\alpha$
$= u + v\cos\alpha$

$\therefore u + v\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\frac{u}{v}$

বা, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$

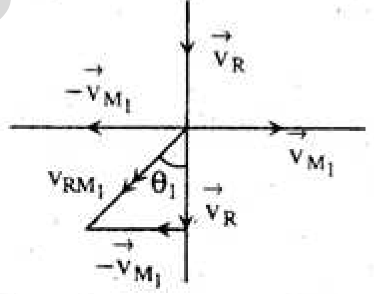
$= \cos^{-1}\left(-\frac{5}{12}\right)$

$\therefore \alpha = 114.62°$ (Ans.)

ঘ স্রোতের অনুকূলে বেগ v_{M_1} হলে,

$v_{M_1} = v + u$
$= 12 + 5$
$= 17 \text{ kmh}^{-1}$

এখানে,
স্রোতের বেগ, $u = 5kmh^{-1}$
নৌকার বেগ, $v = 12kmh^{-1}$



এখন, স্রোতের অনুকূলে যাত্রার সময় লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ, $\overrightarrow{v_{RM_1}}$ হলে,

$$\overrightarrow{v_{RM_1}} = \vec{v_R} - \overrightarrow{v_{M_1}} = \vec{v_R} + (-\overrightarrow{v_{M_1}})$$

$\therefore \overrightarrow{v_{RM_1}}$ এর দিক বৃষ্টির বেগের সাথে তথা উল্লম্বের সাথে θ_1 কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\tan\theta_1 = \frac{|-v_{M_1}|\sin90°}{|v_R| + |-v_{M_1}|\cos90°}$$
$$= \frac{|v_{M_1}|}{|v_R|}$$

বা, $\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{|-v_{M_1}|}{|v_R|}\right)$

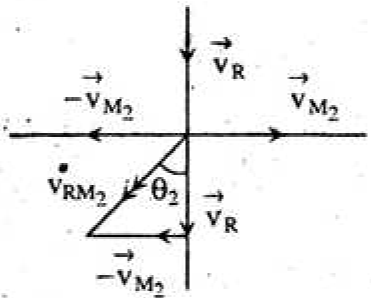
$= \tan^{-1}\left(\frac{17}{6}\right)$

$= 70.6°$

$\therefore$ স্রোতের অনুকূলে চলমান নৌকায় বসে থাকা ব্যক্তিকে বৃষ্টি হতে বাঁচার জন্য উল্লম্বের সাথে 70.6° কোণে ছাতা ধরতে হবে।

আবার, স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ, v_{M_2} হলে,

$v_{M_2} = v - u$
$= 12 - 5$
$= 7 \text{ kmh}^{-1}$



একইভাবে স্রোতের প্রতিকূলের ক্ষেত্রে উল্লম্বের সাথে θ_2 কোণে ছাতা ধরতে হলে,

$$\tan\theta_2 = \frac{|-v_{M_2}|\sin 90^\circ}{|v_R| + |-v_{M_2}|\cos 90^\circ}$$

$$= \frac{|-v_{M_2}|}{|v_R|}$$

$$\therefore \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{|-v_{M_2}|}{|v_R|}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{7}{6}\right)$$

$$= 49.4^\circ$$

∴ স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রার ক্ষেত্রে নৌকায় বসে থাকা ব্যক্তিকে উল্লম্বের সাথে 49.4° কোণে ছাতা ধরতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৯ 1500m প্রশস্থ একটি নদীতে $4kmh^{-1}$ বেগে স্রোত তীরের সমান্তরালে প্রবাহিত হচ্ছে। নদীটি পাড়ি দেওয়ার জন্য তিন জন মাঝির প্রত্যেকেই $8kmh^{-1}$ বেগে নৌকা চালিয়ে রওনা দিল। ১ম মাঝি সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাল, ২য় মাঝি সোজাসোজি অপর পাড়ের দিকে এবং ৩য় মাঝি স্রোতের সাথে 30° কোণে রওনা দিল।

[ব্রাহ্মণবাড়ীয়া সরকারি কলেজ]

ক. শূন্য ভেক্টর কী? ১

খ. $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর দিক ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ১ম মাঝি স্রোতের দিকে কত দূরত্ব অতিক্রান্ত করবে তা নির্ণয় কর? ৩

ঘ. কোন মাঝি দ্রুত অপর পাড়ে পৌঁছাতে পারবে, গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে শূন্য ভেক্টর বা নাল ভেক্টর বলে।

খ এখানে, $\vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta}\,|P|\,|Q|\sin\alpha$, $\hat{\eta}$ একটি একক ভেক্টর যা $\vec{P} \times \vec{Q}$ ভেক্টরের দিক নির্দেশ করে। $\hat{\eta}$ এর দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম থেকে পাওয়া যায়। একটি ডানহাতি স্ক্রুকে উভয় ভেক্টরের সমতলে লম্বভাবে স্থাপন করে $\vec{P}$ থেকে $\vec{Q}$ এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে স্ক্রুটি যে দিকে অগ্রসর হবে $\hat{\eta}$ তথা $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর দিক হবে সে দিকে। এক্ষেত্রে $\hat{\eta}$ এর দিক হয় $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ যে সমতলে অবস্থান করে তার লম্ব বরাবর উপরের দিকে। সুতরাং $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর দিক $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর সমতলের উপরের দিকে লম্ব বরাবর।

গ উদ্দীপক হতে দেখা যায় যে ১ম মাঝি এমনভাবে নৌকা চালায় যাতে সোজা অপর পাড়ে পৌঁছায়। এক্ষেত্রে নদীর স্রোত বরাবর তার লব্ধি বেগের কোনো উপাংশ নেই। অর্থাৎ স্রোত বরাবর সে কোনো দূরত্ব অতিক্রম করবে না।

∴ ১ম মাঝি স্রোতের দিকে কোনো দূরত্ব অতিক্রম করবে না।

ঘ এখানে,

স্রোতের বেগ, $v = 4kmh^{-1}$

১ম = ২য় = ৩য় মাঝির নৌকার বেগ, $u = 8kmh^{-1}$

নদীর প্রস্থ, $d = 1500m = 1.5$ km

মনে করি, ১ম মাঝি স্রোতের দিকের সাথে α কোণে নৌকা চালাচ্ছিল।

লব্ধি বেগ, v এর সাথে $\theta = 90^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \tan\theta = \tan 90^\circ = \infty$$

বা, $\dfrac{u\sin\alpha}{v + u\cos\alpha} = \infty$

বা, $v + u\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\dfrac{v}{u} = \dfrac{-4}{8} = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore \alpha = 120^\circ$

এখন, ১ম মাঝির নদীর প্রস্থ বরাবর উপাংশ

$$u' = u\cos(120^\circ - 90^\circ) + v\cos 90^\circ$$

$$= 8\cos 30^\circ + 3 \times 0$$

$$= 8 \times \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$= 4\sqrt{3}\ kmh^{-1}$$

এখন ১ম মাঝির নদী পার হতে সময় লাগবে

$$t_1 = \frac{d}{u'}$$

$$= \frac{1.5}{4\sqrt{3}}$$

$$= 0.216\ hr$$

আবার, দ্বিতীয় মাঝির ক্ষেত্রে,

নদীর প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগের উপাংশ

$$u'' = u\cos 0^\circ + v\cos 90^\circ$$

$$= 8 + 0$$

$$= 8kmh^{-1}$$

∴ ২য় মাঝির নদী পার হতে সময় লাগবে,

$$t_2 = \frac{1.5}{8}$$

$$= 0.187\ hr$$

আবার, ৩য় মাঝি স্রোতের সাথে 30° কোণে নৌকা চালাচ্ছিল।

৩য় মাঝির ক্ষেত্রে,

নদীর প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগের উপাংশ

$$u''' = u\cos(90^\circ - 30^\circ) + v\cos 90^\circ$$

$$= 8\cos 60^\circ + 0$$

$$= 4\ kmh^{-1}$$

∴ ৩য় মাঝির নদী পার হতে সময় লাগবে

$$t_3 = \frac{1.5}{4}$$

$$= 0.375\ hr$$

লক্ষ্য করি, $t_2 < t_1 < t_3$

অর্থাৎ ২য় মাঝির নদী পার হতে সবচাইতে কম সময় লাগবে। সুতরাং ২য় মাঝি দ্রুত অপর পাড়ে পৌঁছাতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ৬০ জাফর এবং সাদিক পদার্থবিদ্যার ভেক্টর অধ্যায় নিয়ে আলোচনা করছিল। তারা একটি গাণিতিক সমস্যায় চারটি ভিন্ন ভিন্ন কণার উপর ক্রিয়াশীল চারটি ভেক্টরের যথাক্রমে–

$\vec{A} = m\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং

$\vec{V} = (x + 3y)\hat{i} + (ay - 2z)\hat{j} + (x + 4z)\hat{k}$ দেখতে পেল।

[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]

ক. কার্ল কাকে বলে? ১

খ. দুটি অসমান বলের লব্ধি শূন্য হতে পারে না ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 'a' এর মান কত হলে $\vec{V}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে? ৩

ঘ. m এর মান কত হবে $\vec{A}$, $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টর তিনটি একই তলের উপর হবে? বিশ্লেষণ করো। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল একটি ভেক্টর রাশি যা ঐ ক্ষেত্রের ঘূর্ণনের সাথে সম্পর্কিত। ভেক্টর ক্ষেত্রে অবস্থিত একটি বিন্দুর চারদিকে এর লাইন ইনটিগ্রালের মান প্রতি একক ক্ষেত্রফলে সর্বোচ্চ হলে তা উক্ত বিন্দুতে ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল প্রকাশ করে।

খ দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না।

ব্যাখ্যা : $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টর দুটি যদি α কোণে নত থাকে, তবে এদের লব্ধির মান হবে $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ যখন $\alpha = 180°$ তখন R ন্যূনতম হয়। অর্থাৎ লব্ধি ভেক্টরের ন্যূনতম মান, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ} = \sqrt{(P-Q)^2} = P - Q$। দেখা যাচ্ছে, কেবল এবং কেবল যদি $P = Q$ হয় তবে R এর মান শূন্য হবে। অন্যথায় লব্ধির ন্যূনতম একটি মান থাকবে। সুতরাং দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি কখনোই শূন্য হতে পারে না।

গ $\vec{V}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে যদি $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$ হয়। এখন,

$$\vec{\nabla}.\vec{V} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right).[(x+3y)\hat{i} + (ay-2z)\hat{j} + (x+4z)\hat{k}]$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(x+3y) + \frac{\partial}{\partial y}(ay-2z) + \frac{\partial}{\partial z}(x+4z)$$

$= 1 + a + 4$

$= a + 5$

$\therefore \vec{\nabla}.\vec{V} = 0$ হলে,

$a + 5 = 0$

$\therefore a = -5$ **(Ans.)**

ঘ $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ একই তলের ওপর হবে যদি $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = 0$ হয়।

এখানে, $\vec{B}\times\vec{C} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})\times(\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(-10+12) - \hat{j}(15-4) + \hat{k}(-9+2)$

$= 2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}$

আবার,

$\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = (m\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}).(2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k})$

$= 2m - 11 + 7$

$= 2m - 4$

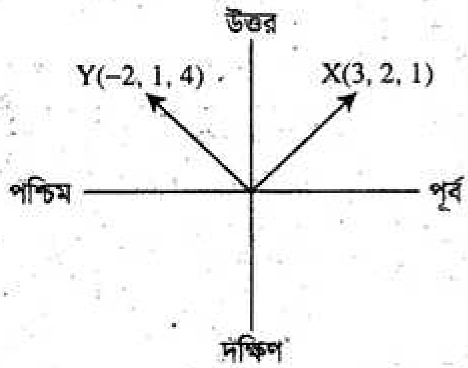
এরা একই তলের উপর হলে, $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = 0$

বা, $2m - 4 = 0$

$\therefore m = 2$

$\therefore m = 2$ হলে $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ একই তলে অবস্থিত হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬১



[লক্ষ্মীপুর সরকারি কলেজ, লক্ষ্মীপুর]

ক. ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর কী? ১

খ. $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{P}$ এর ব্যাখ্যা দাও। ২

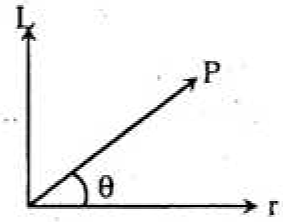
গ. $\overrightarrow{OX}$ ও $\overrightarrow{OY}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}$ এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর এবং $\overrightarrow{OY}$ ও $\overrightarrow{OX}$ এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর একই হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যুক্তি দাও। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর হলো ∇^2।

খ $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{P}$ থেকে দেখা যাচ্ছে ব্যাসার্ধ ভেক্টর বা অবস্থান ভেক্টর এবং রৈখিক ভরবেগ ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল করলে কৌণিক ভরবেগ পাওয়া যায়।



ধরা যাক, কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এবং রৈখিক ভরবেগ $\vec{P}$ ও এদের মধ্যবর্তী কোণ θ। বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ হবে $\vec{r}$ ও $\vec{P}$ এর সমতলের লম্ব বরাবর, যার দিক ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম দ্বারা পাওয়া যায়। তাহলে, $\vec{L} = rP\sin\theta\hat{n}$; এখানে, $\hat{n}$, $\vec{L}$ এর দিক নির্দেশ করে।

গ ৭(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬২ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

সানিয়া বাসা হতে কলেজে যাওয়ার পথে হঠাৎ করে বৃষ্টি শুরু হলো। বৃষ্টির ফোটা $15 ms^{-1}$ বেগে খাড়া নিচের দিকে পড়ছিল। সানিয়া তার সাথে থাকা ছাতা মাথায় দিয়ে $10 ms^{-1}$ বেগে কলেজের দিকে রওনা দিল। *[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]*

ক. টর্কের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তু কর্তৃক কৃতকাজ শূন্য হয় কেন? ২

গ. সানিয়ার সাপেক্ষে উদ্দীপকের বৃষ্টির লব্ধিবেগ কত হবে? ৩

ঘ. বৃষ্টি হতে রক্ষা পাওয়ার জন্য সানিয়াকে কি ব্যবস্থা গ্রহণ করতে হবে? ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ কোনো বস্তু যখন বৃত্তপথে ঘুরতে থাকে, তখন এর ওপর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে কেন্দ্রমুখী বল $(\vec{F}_c)$ ক্রিয়া করে। এ সময় প্রতিটি মুহূর্তে যে ক্ষুদ্র সরণ $(\Delta\vec{S})$ হয় তার দিক বৃত্তের স্পর্শক বরাবর অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী বলের লম্বদিকে। ফলে এর ক্ষুদ্র সরণে কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ, $\Delta W = \vec{F}_c . \Delta\vec{S} = F_c\Delta S\cos 90° = 0$; ফলে বস্তুটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরে আসলেও এমন কি বারবার ঘুরতে থাকলেও কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য।

গ এখানে, বৃষ্টির বেগ, $u = 15 ms^{-1}$

সানিয়ার বেগ, $v = 10 ms^{-1}$

মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$

সানিয়ার সাপেক্ষে বৃষ্টির লব্ধি বেগ, $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

আমরা জানি,

$w^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\theta$

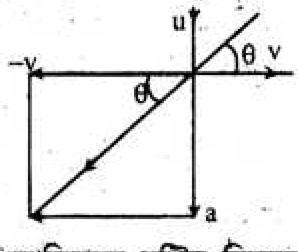
বা, $w = (15)^2 + (10)^2 + 2\times 15\times 10\times\cos 180° - 90°$

$\therefore w = 18.03 ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, বৃষ্টির বেগ, $u = 15 ms^{-1}$

সানিয়ার বেগ, $v = 10 ms^{-1}$

মনে করি, বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেতে সানিয়াকে তার বেগের সাথে θ কোণে ছাতা ধরতে হবে।



আমরা জানি,

$\tan\theta = \frac{u}{v} = \frac{15}{10}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{15}{10}\right) = 56.31°$

সুতরাং বৃষ্টি হতে রক্ষা পাওয়ার জন্য সানিয়াকে বৃষ্টির দিকের সাথে 56.31° কোণে ছাতা ধরতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬৩ $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরটি আয়তাকার স্থানাংক ব্যবস্থায় অক্ষ রেখা সমূহের সাথে যথাক্রমে $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরটি আয়তাকার স্থানাংক ব্যবস্থায় অক্ষ রেখা সমূহের সাথে যথাক্রমে $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ কোণ উৎপন্ন করে। *[নীলফামারী সরকারি কলেজ]*

ক. আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. মাটি চাপানোর জন্য রোলার ঠেলা অথবা টানা কোনটি অধিক সুবিধাজনক? ২

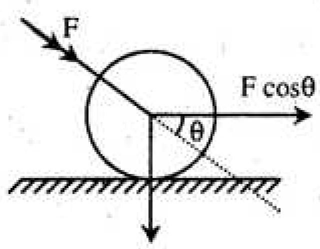
গ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর তলের লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর। ৩

ঘ. $\vec{B}$ ও $\vec{A}$ এর সমান্তরাল করতে হলে কি করতে হবে α, β, γ এর মাধ্যমে বিশ্লেষণ কর। ৪

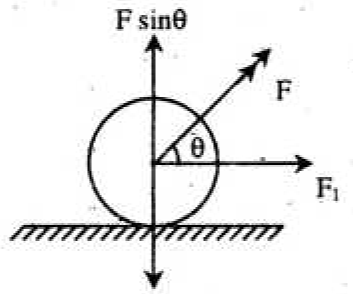
৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয়, তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

খ লন রোলার ঠেলার সময় এর আপাত ওজন বৃদ্ধি পায় কিন্তু টানার সময় আপাত ওজন হ্রাস পায়। এজন্য লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।



(Fsinθ + mg)



(mg – Fsinθ)

m ভর বিশিষ্ট একটি লন রোলার কে F বলে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ঠেলার ক্ষেত্রে নিচের দিকে লব্ধি বল হয় (F sinθ + mg), যা লন রোলারের নিজস্ব ওজন mg অপেক্ষা বেশি। অন্য দিকে টানার ক্ষেত্রে নিচের দিকে ক্রিয়াশীল বল হয় (mg – F sinθ), ফলে রোলারটি হালকা মনে হয়।

গ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর লম্বদিকে একক ভেক্টর $\hat{\eta}$ হলে,

$$\hat{\eta} = \frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

এখানে,
$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$
$\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$
$\vec{A}\times\vec{B}$ এর দিকে একক ভেক্টর, $\hat{\eta} = ?$

$$= \hat{i}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 7\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\hat{\eta} = \frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|} = \frac{7\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}}{\sqrt{7^2 + (-2)^2 + (-8)^2}} = \frac{7\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}}{\sqrt{49 + 4 + 64}}$$

$$\therefore \hat{\eta} = \frac{1}{\sqrt{117}}(7\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}) \text{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$
$\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{j}$

$\vec{A}$ ও $\hat{i}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \alpha_1$
$\vec{A}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \beta_1$
$\vec{A}$ ও $\hat{k}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \gamma_1$
$\vec{B}$ ও $\hat{i}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \alpha_2$
$\vec{B}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \beta_2$
$\vec{B}$ ও $\hat{k}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $= \gamma_2$

এখন, $\alpha_1 = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\hat{i}}{|\vec{A}|\,|\hat{i}|}\right)$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}\times\sqrt{1^2}}\right)$$

$$= 57.69°$$

$$\beta_1 = \cos^{-1}\frac{\vec{A}.\hat{j}}{|\vec{A}|\,|\vec{j}|}$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}\times\sqrt{1^2}}\right)$$

$$= 36.7°$$

$$\gamma_1 = \cos^{-1}\frac{\vec{A}.\hat{k}}{|\vec{A}|\,|\hat{k}|}$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}\times\sqrt{1^2}}\right)$$

$$= 74.5°$$

$$\alpha_2 = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{B}.\hat{i}}{|\vec{B}|\,|\hat{i}|}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 3^2}\times\sqrt{1^2}}\right)$$

$$= 42.03°$$

$$\beta_2 = \cos^{-1}\frac{\vec{B}.\hat{j}}{|\vec{B}|\,|\hat{j}|}$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 3^2}\times\sqrt{1^2}}\right)$$

$$= 68.20°$$

$$\gamma_3 = \cos^{-1}\frac{\vec{B}.\hat{k}}{|\vec{B}|\,|\hat{k}|}$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 3^2}\times\sqrt{1^2}}\right)$$

$$= 56,14°$$

$\vec{B}$ একে $\vec{A}$ এর সমান্তরাল করতে হলে,
$\alpha_1 = \alpha_2$, $\beta_1 = \beta_2$ এবং $\gamma_1 = \gamma_2$ করতে হবে।
এক্ষেত্রে, $\vec{B}$ ভেক্টরকে
X-অক্ষের সাথে $(57.69 - 42.03)° = 15.66°$ কোণ বাড়াতে হবে।
Y-অক্ষের সাথে $(68.20 - 36.7)° = 31.5°$ কোণ কমাতে হবে।
Z-অক্ষের সাথে $(74.5 - 56.14)° = 18.36°$ কোণ বাড়াতে হবে।

পদার্থবিজ্ঞান

দ্বিতীয় অধ্যায় : ভেক্টর

৪১. যেসব রাশির মান আছে কিন্তু দিক নেই তাদেরকে কী বলে? (জ্ঞান)
ক) দিক রাশি খ) অদিক রাশি
গ) ভেক্টর রাশি ঘ) লব্ধ রাশি **খ**

৪২. কোনটি ভেক্টর রাশি? (জ্ঞান)
ক) ভর খ) কাজ
গ) সরণ ঘ) তাপমাত্রা **গ**

৪৩. কোনটি সঠিক ? (অনুধাবন)
ক) $\vec{F} = m\vec{s}$ খ) $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
গ) $\vec{F} = m\vec{v}$ ঘ) $\vec{F} = m\frac{d\vec{p}}{dt}$ **গ**

৪৪. $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরটি x ও y অক্ষের সাথে যথাক্রমে θ_1 ও θ_2 কোণ উৎপন্ন করলে কোনটি সঠিক হবে? *[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]*
ক) $\theta_1 > \theta_2$ খ) $\theta_1 < \theta_2$
গ) $\theta_1 = \theta_2$ ঘ) $\theta_1 = 0.5\theta_2$ **খ**

৪৫. নিচে তিনটি একই জাতীয় ভেক্টরের মান দেওয়া আছে। কোন সেট এর লব্ধি শূন্য হবে না। *[সরকারি এম এম কলেজ, যশোর]*
ক) 10, 10, 20 খ) 10, 10, 10
গ) 10, 20, 10 ঘ) 10, 20, 40 **ঘ**

৪৬. ভেক্টরটির মূলবিন্দু কোনটি? (অনুধাবন)
ক) A খ) C
গ) B ঘ) M **ক**

৪৭. নিচের কোনটি দ্বারা ভেক্টরটির মান প্রকাশ পায়-(অনুধাবন)
ক) $|\vec{A}|$ খ) $|\vec{B}|$
গ) $|\vec{O}|$ ঘ) $|\vec{M}|$ **ঘ**

৪৮. নাল ভেক্টরকে সাধারণত কোন চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয়? (জ্ঞান)
ক) $\vec{a}$ খ) $\hat{a}$
গ) $\hat{0}$ ঘ) $\vec{0}$ **ঘ**

৪৯. দুটো ভেক্টরের সমান্তরালের শর্ত কী? (জ্ঞান) *[স্কলার্সহোম, সিলেট]*
ক) P.Q = 0 খ) P × Q = 0
গ) P.Q = 1 ঘ) P × Q = 1 **খ**

৫০. যে ভেক্টরের মান এক তাকে কী বলে? (জ্ঞান)
ক) আয়ত ভেক্টর খ) একক ভেক্টর
গ) সমান ভেক্টর ঘ) নাল ভেক্টর **খ**

৫১. P ও Q দুটি ভেক্টরের মান যথাক্রমে 8 এবং 5 একক। এরা পরস্পর 30° কোণে ক্রিয়া করলে এদের লব্ধি কত? (প্রয়োগ)
ক) 12.58 খ) 10.5
গ) 5.85 ঘ) 3.5 **ক**

৫২. $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ সূত্রে α-এর কোনো মানের জন্য R সর্বনিম্ন হবে? (প্রয়োগ)
ক) 0° খ) 45°
গ) 90 ঘ) 180° **ঘ**

৫৩. $\vec{A} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে $|\vec{A}|$ কত? (প্রয়োগ)
ক) 0 খ) 5
গ) $\sqrt{31}$ ঘ) 7 **ঘ**

৫৪. $5\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এর মান কত? (প্রয়োগ)
ক) $\sqrt{38}$ খ) 38
গ) $\sqrt{6}$ ঘ) 6 **ক**

৫৫. ভেক্টর গুণন কয়ভাবে হতে পারে? (জ্ঞান)
ক) ২ খ) ৩
গ) ৪ ঘ) ৬ **গ**

৫৬. $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি? (জ্ঞান)
ক) Bcos θ খ) B sin θ
গ) A cos θ ঘ) B sin θ **গ**

৫৭. দুটি ভেক্টরের ডট গুণন মেনে চলে-(প্রয়োগ) *[আইডিয়াল স্কুল ও কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*
ক) সংযোগ সূত্র খ) বণ্টন সূত্র
গ) ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম ঘ) সামান্তরিক সূত্র **খ**

৫৮. দুটি ভেক্টর রাশির ডট গুণনের গুণফল শূন্য হলে ভেক্টরদ্বয়-(প্রয়োগ) *[আইডিয়াল স্কুল ও কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*
ক) পরস্পর লম্ব খ) সমান্তরাল
গ) বিপরীত সমান্তরাল ঘ) বিসদৃশ **ক**

৫৯. ভেক্টর $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$। m এর মান কত হলে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পরের উপর লম্ব হবে? (প্রয়োগ)
ক) 8 খ) 15
গ) 27 ঘ) 32 **গ**

৬০. $\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 4\hat{j} - \hat{k}$ হলে, এদের স্কেলার গুণফল কত?
ক) 3 খ) 7
গ) 9 ঘ) 11 **খ**

৬১. $\hat{j}$ এবং $\hat{k}$ একক ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? (জ্ঞান)
ক) 0° খ) 60°
গ) 90° ঘ) 120° **গ**

৬২. $\vec{A} . \vec{B} = 0$ হলে বোঝায়—(অনুধাবন)
ক) $\vec{A} = 0$ খ) $\vec{B} = 0$
গ) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ একে অপরের উপর লম্ব
ঘ) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর সমান্তরাল **গ**

৬৩. একটি সামান্তরিকের কর্ণ $2\hat{i}$ ও $2\hat{j}$- হলে তার ক্ষেত্রফল কত হবে? (প্রয়োগ) *[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*
ক) 1 বর্গ একক খ) 2 বর্গ একক
গ) 4 বর্গ একক ঘ) 8 বর্গ একক **খ**

৬৪. যদি $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করে তবে উহার ক্ষেত্রফল কত? (প্রয়োগ)
ক) $\sqrt{32}$ sq. unit খ) $\sqrt{63}$ sq. unit
গ) $\sqrt{72}$ sq. unit ঘ) $\sqrt{98}$ sq. unit **গ**

৬৫. দুটি ভেক্টর রাশির মান 10 ও 15 একক। এরা লম্বভাবে অবস্থান করলে ভেক্টর দুটির ভেক্টর গুণফল কত? (প্রয়োগ)
ক) 200 একক খ) 150 একক
গ) 120 একক ঘ) 80 একক **খ**

৬৬. নিচের কোন ভেক্টরটি X-অক্ষের সমান্তরাল?

ক $(\hat{i}+\hat{j})\times\hat{i}$ খ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{k}$

গ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{j}$ ঘ $(\hat{k}\times\hat{j})\times\hat{k}$ **গ**

৬৭. ভেক্টর রাশি— (অনুধাবন)

i. কাজ   ii. ত্বরণ

iii. ওজন

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **গ**

৬৮. কৌণিক ভরবেগ — (অনুধাবন)

i. ঘূর্ণন জড়তা ও কৌণিক বেগের গুণফলের সমান

ii. একটি ভেক্টর রাশি

iii. এর দিক কৌণিক বেগের দিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ ii ও iii

গ i ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ঘ**

৬৯. দুটি ভেক্টর সমান হলে ভেক্টরদ্বয় —(অনুধাবন)

i. ভিন্নজাতীয় হতে পারে

ii. একই দিকে ক্রিয়ারত থাকে

iii. সমান মানের হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **গ**

৭০. সমজাতীয় এবং সমমানের দুটি ভেক্টরের দিক যদি পরস্পর বিপরীতমুখী হয় তাহলে এদের একটিকে অপরটির— (অনুধাবন)

i. ঋণ ভেক্টর বলে

ii. বিপরীত ভেক্টর বলে

iii. অসম-ভেক্টর বলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

৭১. নাল ভেক্টর — (অনুধাবন)

i. একটি ভেক্টরের সাথে তার বিপরীত ভেক্টর যোগ করে পাওয়া যায়

ii. দুটি সমান ভেক্টর বিয়োগ করে নাল ভেক্টর পাওয়া যায়

iii. এর কোনো সুনির্দিষ্ট দিক নেই

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ঘ**

৭২. লন রোলারের ক্ষেত্রে— (অনুধাবন)

[পুলিশ লাইনস স্কুল এন্ড কলেজ, কুষ্টিয়া]

i. টানার চেয়ে ঠেলা সহজ

ii. ঠেলা বা টানার মধ্যে কোন পার্থক্য নেই

iii. ঠেলার চেয়ে টানা সহজ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i   খ ii

গ iii   ঘ i ও iii   **গ**

৭৩. $\vec{A} = 9\hat{i}+\hat{j}-6\hat{k}$, $\vec{B} = 4\hat{i}-6\hat{j}+5\hat{k}$ হলে— (প্রয়োগ)

i. ভেক্টরদ্বয়ের ডট গুণফলের মান শূন্য

ii. ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল

iii. ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **খ**

৭৪. $\vec{A} = 2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ হলে — (প্রয়োগ)

i. $|\vec{A}| = 3$ ii. $|\vec{B}| = 7$

iii. $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ হলো 97°

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

৭৫. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -AB$ হলে —(অনুধাবন)

i. $\vec{A}$, $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল

ii. $\vec{A}$, $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর বিপরীতমুখী

iii. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ $\theta = 90°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **ক**

৭৬. $\vec{A} = \hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i}-4\hat{j}+6\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের —(প্রয়োগ)

i. ডট গুণফলের মান 0

ii. ক্রস গুণফলের মান 0

iii. এরা পরস্পর সমান্তরাল

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii

গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   **গ**

উদ্দীপকটি পড়ে ৭৭ ও ৭৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\vec{A} = 2\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$; $\vec{B} = \hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}$; $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ যে সমতলে অবস্থিত তার লম্বদিকে একটি একক ভেক্টর অঙ্কন করা হলো।

৭৭. কোনটি উদ্দিষ্ট একক ভেক্টর? (অনুধাবন)

ক $\frac{2}{5\sqrt{6}}\hat{i}+\frac{11}{5\sqrt{6}}\hat{j}+\frac{1}{6}\hat{k}$

খ $-\frac{2}{5\sqrt{6}}\hat{i}+\frac{11}{5\sqrt{6}}\hat{j}+\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$

গ $\frac{2}{5\sqrt{6}}\hat{i}-\frac{11}{5\sqrt{6}}\hat{j}-\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$

ঘ $\frac{2}{5\sqrt{6}}\hat{i}-\frac{11}{5\sqrt{6}}\hat{j}+\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$ **খ**

৭৮. একক ভেক্টরটির মান কত হবে? (প্রয়োগ)

ক 1   খ $\sqrt{6}$

গ $5\sqrt{6}$ ঘ 5   **ক**

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৭৯ ও ৮০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\vec{A} = 3\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ এবং

$\vec{B} = -\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি।

৭৯. $\vec{A}\cdot\vec{B} = ?$ [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক −25   খ −30

গ −35   ঘ 35   **ক**

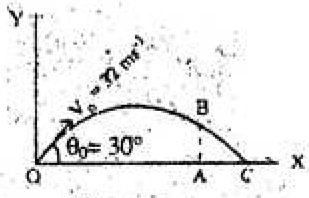
৮০. $\vec{A}-\vec{B} = ?$ [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক $4\hat{i}+2\hat{j}+11\hat{k}$ খ $4\hat{i}+2\hat{j}-11\hat{k}$

গ $4\hat{i}-2\hat{j}-11\hat{k}$ ঘ $4\hat{i}-2\hat{j}+11\hat{k}$ **খ**

অধ্যায়-৩: গতিবিদ্যা

প্রশ্ন ▶ ১ দুই বন্ধু সুমন ও রানী দেখলো যে, ভূ-পৃষ্ঠস্থ O বিন্দু হতে একটি বস্তুকে 32 $m \cdot s^{-1}$ বেগে 30° কোণে নিক্ষেপ করায় 85 m দূরে অবস্থিত 2 m উঁচু AB দেয়ালের উপর দিয়ে বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠে পতিত হয়।



[চ. বো. ২০১৭]

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১

খ. বল কীভাবে ক্রিয়াশীল থাকলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. O বিন্দু হতে নিক্ষেপণের 1.2 s সময় পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণের সর্বনিম্ন কি পরিবর্তন করলে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

১নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ বস্তুর বেগের দিকের সাথে বল সর্বদা সমকোণে ক্রিয়াশীল থাকলে বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে। কারণ এক্ষেত্রে বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য হবে। ফলে কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে বস্তুর গতিশক্তি তথা দ্রুতি ধ্রুব থাকবে। যেমন- কেন্দ্রমুখী বলের ক্রিয়ায় বস্তু সমদ্রুতিতে চলতে থাকে।

গ দেওয়া আছে,

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
আদিবেগ, $v_0 = 32\ m \cdot s^{-1}$
সময়, $t = 1.2$ s

1.2 সেকেন্ড পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ, $\vec{v} = ?$

আমরা জানি, বেগের অনুভূমিক উপাংশ

$v_x = v_0 \cos\theta_0 = 32 \times \cos(30°)\ m \cdot s^{-1} = 16\sqrt{3}\ m \cdot s^{-1}$

এবং উলম্ব উপাংশ

$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt = \{32 \times \sin(30°) - 9.8 \times 1.2\}\ m \cdot s^{-1}$
$= 4.24\ m \cdot s^{-1}$

$\therefore$ বেগের মান, $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
$= \sqrt{(16\sqrt{3})^2 + (4.24)^2}\ m \cdot s^{-1}$
$= 28.035\ m \cdot s^{-1}$ **(Ans.)**

ধরি, বেগের দিক = θ (অনুভূমিকের সাথে)

আমরা জানি,

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

বা, $\tan\theta = \frac{4.24}{16\sqrt{3}}$

বা, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4.24}{16\sqrt{3}}\right)$
$= 8.698°$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 32\ m \cdot s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
AB দেওয়ালের দূরত্ব, $x = 85$ m
AB দেওয়ালের উচ্চতা, $y = 2$ m

মনে করি, বস্তুটিকে θ কোণে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি ঠিক AB দেওয়ালের উপর দিয়ে চলে যায়।

আমরা জানি,

$y = (\tan\theta)x - \frac{g}{2(v_0\cos\theta)^2}x^2$

বা, $2 = \tan\theta \times 85 - \frac{9.8}{2(32\cos\theta)^2}(85)^2$

বা, $2 = \tan\theta \times 85 - \frac{34.573}{\cos^2\theta}$

বা, $2 = \tan\theta \times 85 - \sec^2\theta\ (34.573)$

বা, $2 = \tan\theta \times 85 - 34.573\ (1 + \tan^2\theta)$

বা, $2 = \tan\theta \times 85 - 34.573 - 34.573 \tan^2\theta$

বা, $34.573 \tan^2\theta - 85 \tan\theta + 36.573 = 0$

$\theta = 62.24°$ অথবা, $\theta = 29.07°$

অতএব, নিক্ষেপণ কোণ সর্বনিম্ন $(30° - 29.07°) = 0.93°$ কমালে প্রাসটি AB দেওয়ালে বাধা পাবে।

প্রশ্ন ▶ ২ বাংলাদেশ-জিম্বাবুয়ের মধ্যকার মিরপুর টেস্টে সাকিব একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 ms^{-1} বেগে বোলারের উপর দিয়ে মাঠের বাহিরে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে একজন ফিল্ডার দৌড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌছানোর আগেই সেটি ছক্কাতে পরিণত হয়। মাঠের ভিতর বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m, ঢাকায় $g = 9.8\ ms^{-2}$। [ঢা. বো. ২০১৩]

ক. স্থিতিস্থাপকতা কাকে বলে? ১

খ. খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ফিল্ডার উর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময় মত বলের লাইনে পৌছতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ক্যাচ নিতে সমর্থ হতেন কি? উপরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পদার্থ তার যে ধর্মের জন্য বল প্রয়োগে তার গঠনের পরিবর্তনে বাধা দেয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে তা পূর্বের গঠন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

খ খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অনুভূমিক দিকে নিক্ষেপণ বেগের উপাংশ শূন্য। তাই নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্বও শূন্য হয়।

গ দেওয়া আছে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 20\ m \cdot s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 45°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m \cdot s^{-2}$

বের করতে হবে, সর্বাধিক উচ্চতা, $y_{max} = ?$

আমরা জানি, $y_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g} = \frac{(20\ m \cdot s^{-1})^2 (\sin 45°)^2}{2 \times 9.8\ m \cdot s^{-2}} = 10.2$ m **(Ans.)**

ঘ মনে করি, বলটি 35 m অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করার মুহূর্তে ভূমি হতে y উচ্চতায় থাকবে। এ দূরত্ব অতিক্রমে t সময় লাগলে,

$x = v_0\cos\theta_0 \times t$

$\therefore t = \frac{x}{v_0\cos\theta_0} = \frac{35\text{ m}}{20\text{ m s}^{-1} \times \cos45^\circ} = 2.475\text{ sec}$

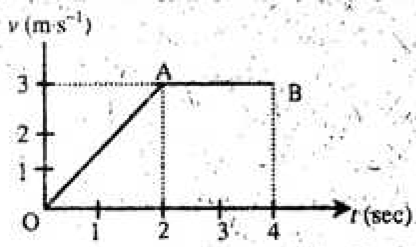
$\therefore y = v_0\sin\theta_0 \times t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 20\sin45^\circ \times 2.475 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (2.475)^2$

$= 4.986\text{ m} > 3\text{m}$

সুতরাং ঐ ফিল্ডার ক্যাচ নিতে সমর্থ হতেন না।

প্রশ্ন ▶ ৩ নিচে বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র দেখানো হলো:—



[রা. বো. ২০১৭]

ক. স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক না ভিন্ন গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার গতিপথের স্পর্শক বরাবর বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

খ ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$$

যেখানে, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, g = ভূ পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ। এখানে দেখা যায় যে, উচ্চতা h বৃদ্ধির সাথে সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' এর মান হ্রাস পায় এবং h কমার সাথে সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি পেয়ে থাকে। তাই ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান আস্তে আস্তে বাড়তে থাকে তথা সুষম থাকে না।

গ চিত্র হতে, OA অংশের ক্ষেত্রে বস্তুর,

আদিবেগ, $v_0 = 0$

শেষবেগ, $v = 3\text{ m s}^{-1}$

সময়কাল, $\Delta t = 2 - 0 = 2\text{ s}$

বের করতে হবে, ত্বরণ, $a = ?$

আমরা জানি,

$a = \frac{v - v_0}{\Delta t}$

$= \frac{3-0}{2}$

$= 1.5\text{ m s}^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,

OA অংশের, ত্বরণ, $a = 1.5\text{ m s}^{-2}$

আদিবেগ, $v_0 = 0$

শেষবেগ, $v_1 = 3\text{ m s}^{-1}$

সময়কাল, $t_1 = 2\text{ s}$

OA অংশের দূরত্ব s_1 হলে,

$s_1 = v_0t_1 + \frac{1}{2}at_1^2$

$= 0 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1.5 \times (2)^2$

$= 3\text{ m}$

আবার,

AB অংশের বেগ, $v_2 = 3\text{ m s}^{-1}$

AB অংশের সময়কাল, $t_2 = 4 - 2 = 2\text{ s}$

$\therefore$ AB অংশের দূরত্ব s_2 হলো,

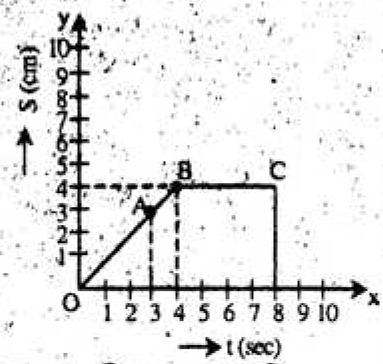
$s_2 = v_2t_2$

$= 3 \times 2 = 6\text{ m}$

অর্থাৎ, $s_1 \neq s_2$

অতএব, লেখচিত্র অনুসারে OA এবং AB অংশের দূরত্ব ভিন্ন।

প্রশ্ন ▶ ৪ একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t)-এর লেখচিত্র দেখানো হলো:



চিত্র: s–t লেখচিত্র

[রা. বো. ২০১৬]

ক. পীচ কাকে বলে? ১

খ. দোলায়মান সেকেন্ড দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না কেন? ২

গ. লেখচিত্রের AB অংশে বস্তুর ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুটির সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্ক্রুগজ বা স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেল একবার ঘুরালে তা রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে ঐ যন্ত্রের পীচ বলে।

খ সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2\text{ s}$

এর কম্পাঙ্ক, f হলে, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\text{ s}} = 0.5\text{ Hz}$

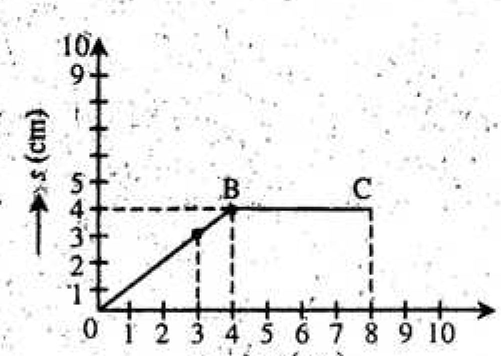
মানুষের শ্রাব্যতার ন্যূনতম সীমা 20 Hz. অর্থাৎ কোনো শব্দের কম্পাঙ্ক 20 Hz এর চেয়ে কম হলে তা মানুষ শুনতে পাবে না। সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক 20 Hz এর চেয়ে অনেক কম হওয়ায়, সেকেন্ড দোলক কর্তৃক উৎপন্ন শব্দ মানুষ শুনতে পায় না। এ কারণে মনে হয়, সেকেন্ড দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না।

গ প্রদত্ত লেখচিত্রে x অক্ষ বরাবর সময় এবং y অক্ষ বরাবর সরণ দেখানো হয়েছে। এখানে AB রেখাটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা যার ঢাল ঐ বস্তুর বেগ নির্দেশ করে।

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{ds}{dt} = \frac{4\text{ cm} - 3\text{ cm}}{4\text{ s} - 3\text{ s}} = 1\text{ cm s}^{-1}$

যেহেতু AB রেখাটি একটি সরলরেখা এবং এক্ষেত্রে বেগ ধ্রুবক তাই বস্তুর কোনো ত্বরণ থাকবে না। অর্থাৎ AB অংশে বস্তুর ত্বরণ শূন্য। **(Ans.)**

ঘ



উদ্দীপকে লেখচিত্রে y অক্ষ বরাবর সরণ এবং x অক্ষ বরাবর সময়। O থেকে B পর্যন্ত প্রতি 1 s এ সরণ 1 cm। কিন্তু B থেকে C বিন্দুতে সময়ের সাথে সরণ পরিবর্তিত হয়না। তাই BC স্থিরাবস্থা নির্দেশ করে।

প্রশ্ন ▶ ৫ গোলকরক্ষকের 80 m সামনে থেকে একজন ফুটবল খেলোয়াড় অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 25 ms^{-1} বেগে বল কিক করে। একই সময়ে গোলকিপার বলটি ধরার জন্য বলের দিকে 10 ms^{-1} সমবেগে দৌড়ে যায়। [$g = 9.8\ ms^{-2}$] *[সি. বো. ২০১৬]*

ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কিক করার 0.5 সে. পরে বলের বেগ কত? ৩

ঘ. বলটি ভূমিতে পড়ার আগে গোলকিপার বলটি ধরতে পারবে কিনা — গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

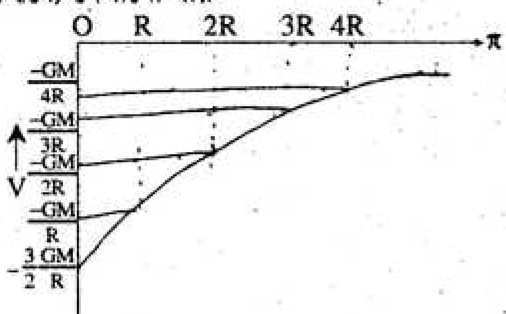
৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফলকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ আমরা জানি, R ব্যাসার্ধ ও M ভরের কোনো বস্তু থেকে r $(r \geq R)$ দূরত্বে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষ বিভব,

$$V = -\frac{GM}{r}$$

সুতরাং দূরত্ব বৃদ্ধির সাথে V এর মান দূরত্বের ব্যস্তানুপাতে কমতে থাকবে কিন্তু বিভব ঋণাত্মক হওয়ায় V এর মান বাড়তে থাকে এবং অসীম দূরত্বে মহাকর্ষ বিভব শূন্য। দূরত্বের সাথে মহাকর্ষ বিভবের পরিবর্তন নিচের লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো যায়-



গ দেওয়া আছে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 25\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

কিক করার $t = 0.5$ sec পর অনুভূমিক বেগ, $v_x = v_{x0} = v_0\cos\theta_0$

$= 25\ m{\cdot}s^{-1} \times \cos30° = 21.65\ m{\cdot}s^{-1}$

এবং উল্লম্ব বেগ, $v_y = v_0\sin\theta_0 - gt$

$= 25\ m{\cdot}s^{-1} \times \sin30° - 9.8\ m{\cdot}s^{-2} \times 0.5$ sec

$= 7.6\ ms^{-1}$

∴ কিক করার 0.5 sec পরে বলের বেগের মান, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{21.65^2 + 7.6^2}\ m{\cdot}s^{-1} = 22.94\ m{\cdot}s^{-1}$ **Ans.**

মনে করি, বলের বেগের দিক অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore \tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{7.6}{21.65} = 0.351039$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.351039) = 19.45°$

∴ 0.5s পর বলটির বেগের মান 22.94 $m{\cdot}s^{-1}$ এবং এই বেগের দিক হবে অনুভূমিকের সাথে 19.45° কোণ করে উপরের দিকে। **(Ans.)**

ঘ বলটির অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin2\theta_0}{g} = \frac{(25\ m{\cdot}s^{-1})^2 \sin(2\times30°)}{9.8\ m{\cdot}s^{-2}}$

$= 55.23$ m

এবং বিচরণকাল, $T = \frac{2v_0\sin\theta_0}{g} = \frac{2\times25\ m{\cdot}s^{-1}\times\sin30°}{9.8\ m{\cdot}s^{-2}} = 2.55$ sec

∴ এই সময়ে গোলকিপার কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 2.55\ sec \times 10\ m{\cdot}s^{-1}$

$= 25.5$m

গোলপোস্ট থেকে বলটির পতন বিন্দুর দূরত্ব $= 80\ m - 55.23m$

$= 24.77$ m

যেহেতু গোলকিপার বলটি ভূমিতে পতিত হওয়ার আগেই এসেছিল, তাই গোলকিপার বলটি ধরতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ৬ একজন ফুটবল খেলোয়াড় গোলপোস্টের 25 m সামনে হতে ভূমির সাথে 20° কোণে এবং 20 $m{\cdot}s^{-1}$ বেগে ফুটবলকে কিক করে। গোলপোস্টের উচ্চতা 2 m। *[দি. বো. ২০১৭]*

ক. প্রাস কাকে বলে? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল কর্তৃক কৃতকাজ ধনাত্মক— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 1 sec পর বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উক্ত বল হতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর। ৪

৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাস বলে।

খ অভিকর্ষ বল কর্তৃক কৃতকাজের ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল ও সরণ একই দিকে হয় বলে অভিকর্ষ বল কর্তৃক কৃতকাজ ধনাত্মক হয়। আমরা জানি, যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে, তাহলে সেই বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ধনাত্মক কাজ বলে। একটি বস্তু উপর থেকে মাটিতে ফেলে দিলে বস্তুটি অভিকর্ষ বলের দিকে পড়বে। এক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল তথা বস্তুর ওজন $m\vec{g}$ এবং সরণ $\vec{s}$ এর দিক একই তথা নিচের দিকে হয়। ফলে অভিকর্ষ বল কর্তৃক কৃতকাজ ধনাত্মক হয়।

গ ১(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: 19.026 ms^{-1} অনুভূমিকে সাথে 8.95° কোণে নিচের দিকে।

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 25$ m

প্রক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 20°$

প্রক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 20\ m{\cdot}s^{-1}$

গোল পোস্টের উচ্চতা, $h = 2$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-1}$

উল্লম্ব উচ্চতা, $y = ?$

আমরা জানি,

$$y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2}$$

$$= 25\tan20° - \frac{9.8\times(25)^2}{2(20\cos20°)^2}$$

$$= 9.099 - 8.67$$

$$= 0.429\ m$$

যেহেতু গোল পোস্টের অবস্থানে ফুটবলটির উচ্চতা গোলপোস্টের উচ্চতা থেকে কম সেহেতু গোল রক্ষক বলটি ধরতে না পারলে গোল হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।

প্রশ্ন ▶ ৭ ফিফা ফুটবল ওয়ার্ল্ড কাপ কোয়ালিফায়িং ম্যাচে বাংলাদেশ-তাজিকিস্তানের মধ্যকার খেলায় বাংলাদেশ টিমের 'জাহিদ হাসান এমিলি' তাজিকিস্তানের গোলপোস্টের 35m সামনে থেকে বলে কিক করলেন। বলটি ভূমির সাথে 45° কোণে 20ms^{-1} বেগে গোল পোস্টের দিকে উড়ে গেল। কিকের অবস্থান হতে 4m দূরে তাজিকিস্তানের 2 জন খেলোয়াড় বলটিকে প্রতিরোধ করার জন্য দাঁড়িয়েছিল। গোলরক্ষক গোলপোস্টের যে প্রান্তে দাঁড়িয়েছিল বলটি তার বিপরীত প্রান্ত দিয়ে পোস্টের দিকে ধেয়ে গেল। গোলপোস্টের উচ্চতা 2.4m। *[দি. বো. ২০১৬]*

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১

খ. রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন? ২

গ. প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপরে উড়ন্ত বলটির বেগ কত? নির্ণয় কর। ৩

ঘ. এমিলির কিক হতে গোল হবে কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের লব্ধি যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাকে বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভার কেন্দ্র বলে।

খ কোনো বস্তুকে সর্বনিম্ন যে বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না তাকে মুক্তি বেগ বলে। মুক্তি বেগের ক্ষেত্রে বেগ দিয়ে ছেড়ে দেয়া হয়। এতে আর কোনো প্রকার শক্তি সরবরাহের প্রয়োজন হয় না। কিন্তু রকেট নিক্ষেপের ক্ষেত্রে সব সময়ই জ্বালানী ব্যবহার করে শক্তি সরবরাহ করা হয়। তাই রকেট নিক্ষেপের জন্য মুক্তি বেগ দেয়ার প্রয়োজন হয় না।

গ দেয়া আছে,

নিক্ষেপন বেগ, $v_0 = 20\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপন কোণ, $\theta_0 = 45°$

নিক্ষেপন বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_{x0} = 20\cos45° = 14.14\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপন বেগের উলম্ব উপাংশ, $v_{y0} = 20\sin45° = 14.14\ m{\cdot}s^{-1}$

যেহেতু অনুভূমিক বরাবর ত্বরণ শূন্য তাই যে কোনো সময় অনুভূমিক বেগ, $v_x = v_{x0} = 14.14\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপনের স্থান থেকে প্রতিরোধকারি খেলোয়াড়ের দূরত্ব, $x = 4$ m

এ দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = \frac{x}{v_{x0}} = \frac{4\ m}{14.14\ m{\cdot}s^{-1}} = 0.283\ s$$

t সময় পর বেগের উলম্ব উপাংশ,

$$v_y = v_{y0} - gt = 14.14 - 9.8 \times 0.283 = 11.37\ m{\cdot}s^{-1}$$

সুতরাং t সময় পর বা প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপর বলটির বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{14.14^2 + 11.37^2} = 17.75\ m{\cdot}s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেয়া আছে,

নিক্ষেপন বেগ, $v_0 = 20\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপন কোণ, $\theta_0 = 45°$

নিক্ষেপনের স্থান থেকে প্রতিরোধকারি গোল পোস্টের দূরত্ব, $x = 35$ m

প্রাসের চলরেখার সমীকরণ অনুসারে

$$y = (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2(v_0\cos\theta_0)^2}x^2$$

$$= (\tan45°) \times 35 - \frac{9.8}{2 \times (14.14)^2}(35)^2$$

$$= 35 - 30 = 5\ m$$

অর্থাৎ গোল পোস্টের অবস্থানে বলটির উচ্চতা হবে 5 m উপরে। কিন্তু গোল পোস্টের উচ্চতা 2.4 m। সুতরাং বলা যায় এমিলির শট থেকে গোল হওয়ার কোনো সম্ভাবনা নেই।

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি ফুটবল প্রশিক্ষণকালে দুজন খেলোয়াড় উভয়ই 10 $m{\cdot}s^{-1}$ বেগে যথাক্রমে 30° এবং 60° কোণে ফুটবল কিক করলেন। একজন গোলকিপার বল দুটিকে মাটিতে পড়বার ঠিক আগে মুহূর্তে ধরবার জন্য দাড়িয়েছিলেন। */কু. বো. ২০১৭/*

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী? ১

খ. ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1sec পরে বলটির বেগের মান কত? ৩

ঘ. গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে-এর সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমকৌণিক বেগে গতিশীল কণার একটি রৈখিক ত্বরণ সর্বদা কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার রৈখিক বেগ $\vec{v}$ এর দিক হবে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর অর্থাৎ বৃত্ত পথের তলে। কিন্তু বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার কৌণিক বেগ $\vec{\omega}$ এর দিক হবে বৃত্ত পথের তলের উপর লম্ব। সুতরাং বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার রৈখিক বেগ $\vec{v}$ এবং কৌণিক বেগ $\vec{\omega}$ সর্বদা পরস্পরের উপর লম্ব।

গ ১(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 9.9 ms^{-1}।

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

১ম ও ২য় খেলোয়াড়ের বলের আদিবেগ, $v_0 = 10\ m{\cdot}s^{-1}$

১ম খেলোয়াড়ের নিক্ষেপণ, $\theta_1 = 30°$ কোণ

২য় খেলোয়াড়ের নিক্ষেপণ, $\theta_2 = 60°$ কোণ

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-1}$

১ম খেলোয়াড়ের বলটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R_1 = \frac{v_0^2 \sin2\theta_1}{g} = \frac{(10)^2 \times \sin(2 \times 30)}{9.8} = 8.837\ m$$

২য় খেলোয়াড়ের বলটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R_2 = \frac{v_0^2 \sin2\theta_2}{g} = \frac{(10)^2 \times \sin(2 \times 60°)}{9.8} = 8.837\ m$$

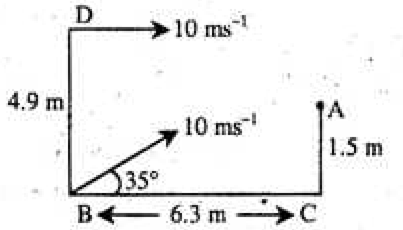
প্রথম বলটির উড্ডয়নকাল, $T_1 = \frac{2v_0 \sin\theta_1}{g} = \frac{2 \times 10 \times \sin30°}{9.8}\ s = 1.02\ s$

দ্বিতীয় বলটির উড্ডয়নকাল, $T_2 = \frac{2v_0 \sin\theta_2}{g} = \frac{2 \times 10 \times \sin60°}{9.8} = 1.767\ s$

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায়, $R_1 = R_2$ কিন্তু $T_1 \neq T_2$

অতএব, গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে।

প্রশ্ন ▶ ৯



A বিন্দুতে আঘাত করার জন্য B ও D বিন্দুতে অবস্থানরত দুই বন্ধু একই সময়ে চিত্রের ন্যায় ঢিল নিক্ষেপ করে। [$g = 9.8\ ms^{-2}$] */কু. বো. ২০১৬/*

ক. মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১

খ. স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটির 0.2s পর বেগ কত হিসাব কর। ৩

ঘ. কোন বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটি A বিন্দুকে আগে স্পর্শ করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তু খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষিপ্ত হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

খ স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে যখন পেছন দিকে টানা হয় তখন স্প্রিং এর বিপরীতে বল প্রয়োগ করে কাজ করা হয়। এই কাজ স্প্রিং এ স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। গাড়িটিকে যখন ছেড়ে দেওয়া হয়, তখন এই স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে গাড়িটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়।

গ ১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: $9.0197\ ms^{-1}$; অনুভূমিকের সাথে 24.75° কোণে উপরের দিকে।

ঘ B থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলের ক্ষেত্রে
নিক্ষেপন বেগ, $v_0 = 10\ m{\cdot}s^{-1}$
নিক্ষেপন কোণ, $\theta_0 = 35°$
নিক্ষেপন বেগের উলম্ব উপাংশ, $v_{y0} = 10\sin 35° = 5.736\ m{\cdot}s^{-1}$
নিক্ষেপন বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = v_{x0} = 10\cos 35° = 8.19\ m{\cdot}s^{-1}$
সুতরাং অনুভূমিক 6.3 m দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = \frac{6.3}{8.19} = 0.77\ s$$

এ সময় উলম্ব সরণ, $y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 5.736 \times 0.77 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.77^2 = 4.4 - 2.9 = 1.5\ m$
সুতরাং B থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলটি A বিন্দু দিয়ে যাবে।
D থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলের ক্ষেত্রে
ঢিলটির আদি অবস্থান, $y_0 = 4.9\ m$
আদি বেগ = যে কোনো সময়ের বেগ, $v_x = v_{x0} = 10\ m{\cdot}s^{-1}$
সুতরাং অনুভূমিক 6.3 m দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময়,

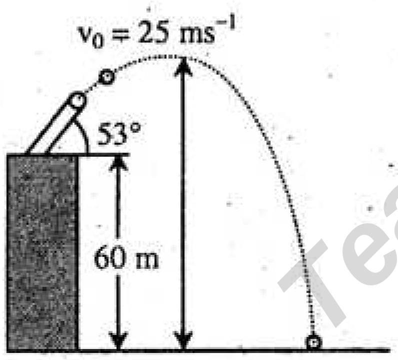
$$t = \frac{6.3}{10} = 0.63\ s$$

এ সময় ঢিলটির অবস্থান হবে,

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 4.9 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.63^2 = 2.96\ m$$

সুতরাং D থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলটি A বিন্দু দিয়ে যাবে না।
BA অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করতে D থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলটির সময় কম লাগে কিন্তু এ ঢিলটি A বিন্দুকে স্পর্শ করবে না।

প্রশ্ন ▶১০ 60m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি $25\ ms^{-1}$ বেগে আনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোড়া হচ্ছে (চিত্র-২)।



[কু. বো. ২০১৫]

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১
খ. একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত করলে তাপমাত্রার কি পরিবর্তন হবে — ব্যাখ্যা কর। ২
গ. কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
ঘ. পাহাড়ের চূড়া হতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বেগে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিংকে এর সাম্যাবস্থা হতে 1 m প্রসারিত বা সংকুচিত করতে যে পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হয়, তাকে স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত করলে পৃষ্ঠের মোট ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়। পৃষ্ঠশক্তির দরুণ এক্ষেত্রে কিছু শক্তির দরকার হয়। বৃহৎ পানির ফোঁটা হতে এ শক্তি শোষণ করা হয় বিধায় এক্ষেত্রে তাপমাত্রার হ্রাস ঘটবে।

গ আমরা জানি,

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$$

এখানে, বন্দুকের উচ্চতা, $y_0 = 60\ m$
এবং $v_{y0} = v_0 \sin\theta_0 = 25\times\sin 53° = 25\times0.7986 = 19.96\ m{\cdot}s^{-1}$
সর্বাধিক উচ্চতায় বেগের উলম্ব উপাংশ শূন্য অর্থাৎ যখন $y = y_{max}$ তখন $v_y = 0$।
সুতরাং

$$0 = (19.96)^2 - 2\times9.8(y_{max} - 60)$$

বা, $19.6(y_{max} - 60) = 398.6$
বা, $(y_{max} - 60) = 20.34$
$\therefore y_{max} = 80.34$
সুতরাং সর্বাধিক উচ্চতা 80.34 m **(Ans.)**

ঘ ধরা যাক, বন্দুক ও কামানের গুলি ভূমিতে পড়তে যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময় লাগবে।
এখানে,
বন্দুক ও কামানের উচ্চতা, $y_0 = 60\ m$
$y = 0$ [যেহেতু গুলিদ্বয় ভূমিতে পড়ে]
বন্দুকের গুলির ক্ষেত্রে,
$v_{y0} = v_0 \sin\theta_0 = 25\times\sin 53° = 25\times0.7986 = 19.96\ m{\cdot}s^{-1}$
সুতরাং

$$y = y_0 + v_{y0}t_1 - \frac{1}{2}g t_1^2$$

বা, $0 = 60 + 19.96 \times t_1 - \frac{1}{2}\times9.8\times t_1^2$
বা, $4.9\,t_1^2 - 19.96 \times t_1 - 60 = 0$

$$\therefore t_1 = \frac{19.96 \pm \sqrt{19.96^2 - 4\times4.9\times(-60)}}{2\times4.9}$$

$$= \frac{19.96 \pm \sqrt{398.4 + 1176}}{2\times4.9} = \frac{19.96 \pm 39.68}{2\times4.9}$$

$= 6.08\ s$ or $-2.01\ s$
কিন্তু ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়। সুতরাং $t_1 = 6.08\ s$
কামানের গুলির ক্ষেত্রে,
$v_{y0} = v_0 \sin\theta_0 = 25\times\sin 0° = 0$
সুতরাং,

$$y = y_0 + v_{y0}t_2 - \frac{1}{2}g t_2^2$$

বা, $0 = 60 + 0 - \frac{1}{2}\times 9.8 \times t_2^2$
বা, $4.9\,t_2^2 = 60$
বা, $t_2^2 = 12.245$
$\therefore t_2 = 3.5\ s$
যেহেতু, $t_1 > t_2$
সুতরাং কামানের গুলি আগে মাটিতে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ▶১১ নিচের ছকে 10 gm ভরের একটি গতিশীল কণার সময়ের সাপেক্ষে বেগ ও সরণ দেখানো হল:

t (s)	0	2	4	6	8	10
v ($m{\cdot}s^{-1}$)	2	6	10	14	18	22
s(m)	0	8	24	48	80	120

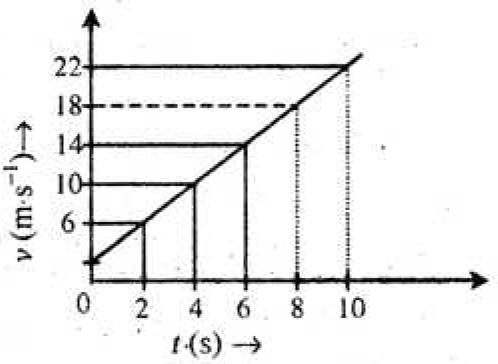
[চ. বো. ২০১৭]

ক. এক মোলের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. প্রদত্ত ছক ব্যবহার করে v বনাম t লেখচিত্র অংকন করে বেগ সম্পর্কে মতামত দাও। ২
গ. উদ্দীপকের কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩
ঘ. কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই কিনা বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে পরিমাণ পদার্থে 0.012 kg কার্বন – 12 তে অবস্থিত পরমাণুর সমান সংখ্যক প্রাথমিক ইউনিট থাকে তাকে এক মোল বলে।

খ প্রদত্ত ছক ব্যবহার করে, v বনাম t লেখচিত্রটি নিম্নে অংকন করা হলো।



অংকিত লেখচিত্র অনুসারে, কণাটির আদিবেগ 2 m·s⁻¹। এরপর সময়ের সাথে সাথে কণাটির বেগ সুষমভাবে বৃদ্ধি পেয়েছে, অর্থাৎ কণাটি সুষম ত্বরণে গতিশীল।

গ প্রদত্ত ছক হতে পাই,
আদিবেগ, $v_0 = 2\ \text{m·s}^{-1}$
2 সেকেন্ড পর বেগ, $v = 6\ \text{m·s}^{-1}$

$\therefore$ ত্বরণ, $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{6-2}{2}\ \text{m·s}^{-2} = 2\ \text{m·s}^{-2}$

9 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$S = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = (2\ \text{m·s}^{-1})(9\ \text{s}) + \frac{1}{2}(2\ \text{m·s}^{-2})(9\ \text{s})^2$$
$$= 18\ \text{m} + 81\ \text{m} = 99\ \text{m}$$

নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 9 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব – 8 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 99 m – 80 m = 19 m **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, আদিবেগ, $v_0 = 2\ \text{m·s}^{-1}$
ভর, $m = 10\ \text{gm} = 10 \times 10^{-3}\ \text{kg}$
6 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_6 = 48\ \text{m}$

'গ' অংশ হতে পাই, ত্বরণ, $a = 2\ \text{m·s}^{-2}$

5 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$S_5 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = (2\ \text{m·s}^{-1})(5\ \text{s}) + \frac{1}{2}(2\ \text{m·s}^{-2})(5\ \text{s})^2$$
$$= 10\ \text{m} + 25\ \text{m} = 35\ \text{m}$$

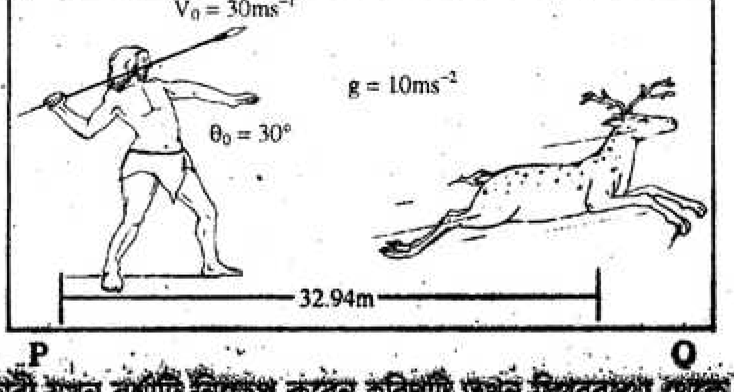
6 তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, S_{6th} = 6 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব – 5 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 48 m – 35 m = 13 m (Ans.)

6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ, $W_6 = maS_6$
$= 10 \times 10^{-3}\ \text{kg} \times 2\ \text{m·s}^{-2} \times 48\ \text{m}$
$= 0.96\ \text{J}$

6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ, $W_{6th} = maS_{6th}$
$= 10 \times 10^{-3}\ \text{kg} \times 2\ \text{m·s}^{-2} \times 13\ \text{m}$
$= 0.26\ \text{J}$

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় $W_6 \neq W_{6th}$ অর্থাৎ কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ সমান নয়

প্রশ্ন ▶১২ চিত্রটি ভালভাবে লক্ষ্য কর এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



শিকারী যখন বর্শাটি নিক্ষেপ করেন হরিণটি তখন স্থিরবস্থা থেকে 10 ms⁻² সমত্বরণে PQ বরাবর দৌড়াতে থাকে। *[চ. বো. ২০১৫]*

ক. ভেক্টর অপারেটর কী? ১
খ. বলের একককে মৌলিক এককের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
গ. উদ্দীপকে বর্শাটি এর নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
ঘ. বর্শাটি কি হরিণকে আঘাত করবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি উপস্থাপন কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি ভেক্টর রাশিকে অন্য একটি স্কেলার বা ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনো পরিবর্তনশীল ভেক্টর রাশির ব্যাখ্যা দেয়া যায় তাকে ভেক্টর অপারেটর বলে।

খ বল = ভর × ত্বরণ = ভর × $\frac{\text{সরণ}}{\text{সময়}^2}$

$\therefore$ নিউটন (বলের একক) = কেজি × $\frac{\text{মিটার}}{\text{সময়}^2}$ = কেজি × মিটার/সে.²

বা, $\text{N} = \text{kg·m·s}^{-2}$

গ দেওয়া আছে,
বর্শাটির নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\ \text{m·s}^{-1}$
বর্শাটির নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10\ \text{m·s}^{-2}$

বের করতে হবে, সর্বাধিক উচ্চতা, $y_{max} = ?$

আমরা জানি, $y_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g} = \frac{(30\ \text{m·s}^{-1}) \times (\sin 30°)^2}{2 \times 10\ \text{m·s}^{-2}} = 11.25\ \text{m}$ **(Ans.)**

ঘ বর্শার অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2\sin 2\theta_0}{g} = \frac{(30\ \text{m·s}^{-1})^2\sin(2\times30°)}{10\ \text{m·s}^{-2}}$
$= 77.94\ \text{m}$

এবং বর্শার উড্ডয়ন কাল, $T = \frac{2v_0\sin\theta_0}{g} = \frac{2\times30\ \text{m·s}^{-1}\times\sin30°}{10\ \text{m·s}^{-2}}$
$= 3\ \text{s}$

3 s পর শিকারী থেকে হরিণের দূরত্ব,

$x = x_0 + v_{x0}\,t + \frac{1}{2}a\,t = 32.94\ \text{m} + \frac{1}{2}\times10\ \text{m·s}^{-2}\times(3\ \text{s})^2$
$= 32.94\ \text{m} + 45\ \text{m} = 77.94\ \text{m}$

সুতরাং বর্শাটি হরিণকে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ▶১৩ দুটি গাড়ি A ও B যথাক্রমে $v_A = 0$ এবং $v_B = 22.5\ \text{m·s}^{-1}$ বেগে যাত্রা শুরু করে ১ম 15 sec যথাক্রমে $a_A = 1\ \text{m·s}^{-2}$ এবং $a_B = -1\ \text{m·s}^{-2}$ ত্বরণে চলে। পরবর্তীতে গাড়ি দুটি আরো 15 sec সমবেগে চলমান ছিল। *[সি. বো. ২০১৭]*

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১
খ. প্রাসের গতি পথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. যাত্রা শুরুর কত সময় পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে? ৩
ঘ. কোন গাড়িটি অধিকতর দূরত্ব অতিক্রম করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর। ৪

১৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

খ আমরা জানি, অনুভূমিক দিকে কোনো ত্বরণ না থাকায় প্রাসের অনুভূমিক বেগ অপরিবর্তীত থাকে, কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের কারণে উলম্ব বেগের উলম্ব উপাংশ পরিবর্তীত হয়। প্রাসের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের শুধু অনুভূমিক উপাংশ থাকে, উলম্ব উপাংশ শূন্য হয়। ফলে এ বিন্দুতে লব্ধি বেগ অনুভূমিক উপাংশের সমান হয়। কিন্তু অন্য যে কোনো বিন্দুতে বেগের অনুভূমিক ও উলম্ব উভয় উপাংশ থাকে। ফলে লব্ধি বেগের মান বেগের অনুভূমিক উপাংশ অপেক্ষা বড় হয়। তাই সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসের বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয়।

গ দেওয়া আছে, $v_A = 0\ m{\cdot}s^{-1}$

$v_B = 22.5\ m{\cdot}s^{-1}$

$a_A = 1\ m{\cdot}s^{-2}$

$a_B = -1\ m{\cdot}s^{-2}$

মনে করি, t সময় পরে উভয় গাড়ির বেগ v হবে। A গাড়ির ক্ষেত্রে

$v = v_A + a_A t = 0 + 1 \times t$

$\therefore v = t$

B গাড়ির ক্ষেত্রে

$v = v_B + a_B t = 22.5 + (-1)t$

$\therefore v = 22.5 - t$

সুতরাং $t = 22.5 - t$

বা, $t + t = 22.5$

বা, $2t = 22.5$

$\therefore t = \frac{22.5}{2} = 11.25$ sec

যাত্রা শুরুর 11.25 sec পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে। **(Ans.)**

ঘ ১ম 15 sec এ A গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$S_{A1} = v_A t + \frac{1}{2} a_A t^2 = 0 \times 15 + \frac{1}{2} \times (1) \times (15)^2$

$= 112.5$ m

15 sec পরে A গাড়িটির বেগ

$v'_A = v_A + a_A t$

$= 0 + (1) \times 15 = 15\ m{\cdot}s^{-1}$

২য় 15 sec এ A গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব

$S_{A2} = v'_A t = 15 \times 15$

$= 225$ m

A গাড়িটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_A = S_{A1} + S_{A2}$

$= 112.5 + 225$

$= 337.5$ m

১ম 15 sec এ B গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব

$S_{B1} = v_B t + \frac{1}{2} a_B t^2 = 22.5 \times 15 + \frac{1}{2} (-1) (15)^2$

$= 225$ m

15 sec পরে B গাড়িটির বেগ

$v'_B = v_B + a_B t = 22.5 + (-1) \times 15$

$= 7.5\ m{\cdot}s^{-1}$

২য় 15 sec এ B গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব

$S_{B2} = v'_B t = 7.5 \times 15$

$= 112.5$ m

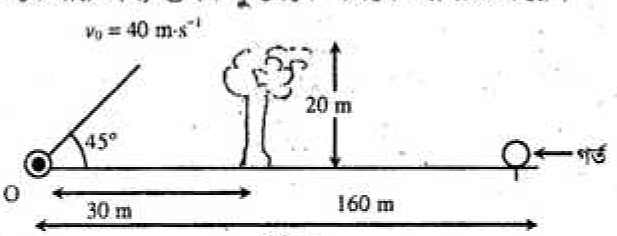
$\therefore$ B গাড়িটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_B = S_{B1} + S_{B2}$

$\therefore S_B = 225 + 112.5$

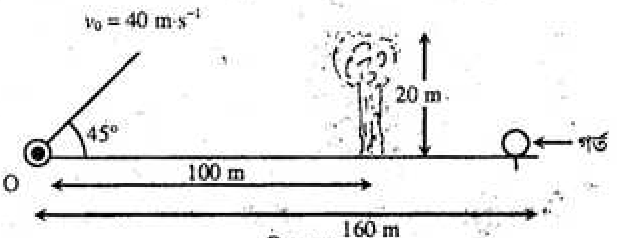
$= 337.5$ m

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায়, $S_A = S_B$; অর্থাৎ উভয় গাড়ী উক্ত সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে।

প্রশ্ন ▶১৪ একজন গলফ খেলোয়ার চিত্র (i) ও চিত্র (ii) পরিস্থিতিতে বল গর্তে ফেলার জন্য O বিন্দু থেকে বলকে আঘাত করে।



চিত্র-(i)



চিত্র-(ii)

/য. বো. ২০১৭/

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? ১

খ. কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 $rad{\cdot}s^{-2}$ বলতে কী বোঝ? ২

গ. 2 সেকেন্ড পর বলের বেগ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন চিত্রের বলটি গর্তে পড়বে—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য করো। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার ওপর যে মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলে।

খ সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক বেগের বৃদ্ধির হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে। কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 $rad{\cdot}s^{-2}$ বলতে বোঝায় আবর্তনরত বস্তুটির প্রতি সেকেন্ডে কৌণিক বেগের পরিবর্তন হয় 3 $rad{\cdot}s^{-1}$।

গ ১(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: 29.587 ms^{-1}; অনুভূমিকের সাথে 17.068° কোণে উপরের দিকে।

ঘ দেওয়া আছে,

প্রক্ষেপন বেগ, $v_0 = 40\ m{\cdot}s^{-1}$

প্রক্ষেপন কোণ, $\theta_0 = 45°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

সুতরাং, গলফ বলটির পাল্লা (উভয় ক্ষেত্রে),

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(40)^2 \times \sin 90°}{9.8}$

$= 163.27\ m > 160\ m$

যেহেতু $R > 160$ m, সেহেতু কোনো ক্ষেত্রেই বলটির গর্তে পড়ার সম্ভাবনা নেই।

বি.দ্র. যদি $g = 10\ m{\cdot}s^{-2}$ বিবেচনা করা হয়, তবে বলটির পাল্লা,

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(40)^2 \times \sin 90°}{10} = 160$ m

অর্থাৎ এই ক্ষেত্রে বলটির রেঞ্জ গর্তের দূরত্বের সমান।

চিত্র (1) এর ক্ষেত্রে $x = 30$ m দূরে উল্লম্ব দূরত্ব,

$y = x \tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\theta_0}$

$= 30 \tan 45° - \frac{10 \times (30)^2}{2 \times 40^2 \times \cos^2 45°}$

$= 24.375\ m > 20\ m$, অর্থাৎ বলটি গর্তে পড়বে।

চিত্র (ii) এ $x = 100$ m দূরে উল্লম্ব দূরত্ব,

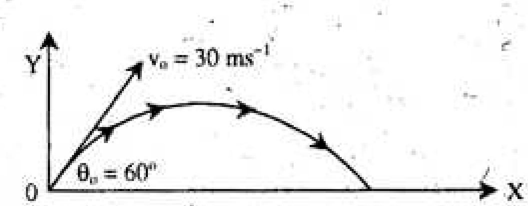
$y = 100 \tan 45° - \frac{10 \times (100)^2}{2 \times 40^2 \cos^2 45°}$

$= 37.5\ m > 20\ m$

অর্থাৎ বলটি গর্তে পড়বে।

অতএব, অভিকর্ষজ ত্বরণ 10 $m{\cdot}s^{-2}$ বিবেচনা করলে উভয় বলই গর্তে পড়বে।

প্রশ্ন ▶১৫



/য. বো. ২০১৬/

ক. গড় বেগ কাকে বলে? ১

খ. কাঁচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুড়লে কাচ চূর্ণবিচূর্ণ হয়।— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রাসটির পাল্লা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রাসটির নিক্ষেপণ বিন্দু থেকে x-অক্ষ বরাবর 20m দূরে 25m উঁচু দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

১৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে কোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর মোট সরণকে ঐ সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকেই বস্তুটির গড় বেগ বলে।

খ ঘাত বলের তারতম্যের কারণে কাঁচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুড়লে কাঁচ চূর্ণ বিচূর্ণ হয়। খুব কম সময়ের জন্য ঘাত বল প্রযুক্ত হয়। কাঁচে গুলি করলে গুলি কর্তৃক প্রযুক্ত বল F, কাঁচের ভরবেগ পরিবর্তন করে। যে সময় ধরে কাঁচ গুলির সংস্পর্শে থাকে সে সময়ে গুলি কর্তৃক প্রযুক্ত বল অন্যান্য বলের তুলনায় অনেক বড় হয় এবং গুলিটি কাঁচ ছিদ্র করে বের হয়ে যায়। কিন্তু ঢিল এর ভরবেগ এবং ক্রিয়াকাল বেশি হওয়ায় কাঁচে প্রযুক্ত বল চারদিকে ছড়িয়ে গিয়ে কাঁচকে চূর্ণ বিচূর্ণ করে।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 60°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

পাল্লা, $R = ?$

আমরা জানি অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$= \frac{(30)^2 \times \sin(2\times 60°)}{9.8}$$

$$= 79.53\ m\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 60°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

দেয়ালের উচ্চতা, $h = 25\ m$

অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 20\ m$

ধরি, উল্লম্ব দূরত্ব $= y$

আমরা জানি,

$$y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2}$$

$$= 20\tan 60° - \frac{9.8\times(20)^2}{2(30\cos 60°)^2}$$

$$= 34.64 - 8.71$$

$$= 25.93\ m$$

যেহেতু $y > h$, সেহেতু প্রাসটি দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে।

প্রশ্ন ▶১৬ 750 ms^{-1} বেগে একটি বুলেট রাইফেল থেকে নির্গত হল। রাইফেলের নলের দৈর্ঘ্য 0.6m। /ব. বো. ২০১৫/

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেহ কিছুদূর দৌড় দেন কেন? ২

গ. বুলেটের গড় ত্বরণ কত? ৩

ঘ. যদি বুলেটটি একটি প্রাস হয় তবে দেখাও যে ভিন্ন ভিন্ন কোণে একই বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব একই থাকবে। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে এর তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

খ একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন। এর উদ্দেশ্যে হলো, গতিজড়তা অর্জন করা যার দরুন সে জাম্প দেয়ার পর বেশ খানিকটা দূরত্ব অতিক্রম করতে সক্ষম হবেন।

গ দেওয়া আছে,

বুলেটের আদিবেগ, $v_0 = 0\ m{\cdot}s^{-1}$

শেষ বেগ, $v = 750\ m{\cdot}s^{-1}$

সরণ, $s = 0.6\ m$

বের করতে হবে, গড় ত্বরণ, $a = ?$

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2as$

বা, $2as = v^2 - v_0^2$

$$\therefore a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{(750\ m{\cdot}s^{-1})^2 - (0\ m{\cdot}s^{-1})^2}{2\times 0.6\ m} = 468750\ m{\cdot}s^{-2}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ আমরা জানি, অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2\sin 2\theta_0}{g}$

সমীকরণ থেকে দেখা যায় g ধ্রুব এবং আদি বেগের মান v_0 ধ্রুব থাকলে অনুভূমিক পাল্ল নিক্ষেপ কোণ θ_0 এর উপর নির্ভর করে। $\sin 2\theta_0$ এর সর্বোচ্চ মান +1, সুতরাং R সর্বাধিক হবে, যখন $\sin 2\theta_0 = 1$ হবে।

বা, $2\theta_0 = 90°$ হবে

বা, $\theta_0 = 45°$ হবে

সুতরাং, নির্দিষ্ট বেগে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে যখন তা অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষিপ্ত হবে। 45° অপেক্ষা কম বা বেশি কোণে নিক্ষিপ্ত হলে উভয় ক্ষেত্রে অনুভূমিক পাল্লা কমতে থাকবে। সুতরাং 45° অপেক্ষা কম ও বেশি জোড়া জোড়া পূরক কোণ থাকবে যাতে অনুভূমিক পাল্লা একই হবে। আমরা জানি,

$$\sin 2\theta_0 = \sin(180° - 2\theta_0) = \sin 2(90° - \theta_0)$$

অর্থাৎ একই বেগে θ_0 এবং $90° - \theta_0$ এর জন্য, যেমন 40° ও $90° - 40° = 50°$ কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা একই হবে।

প্রশ্ন ▶১৭ ভারত বনাম বাংলাদেশের ক্রিকেট ম্যাচে ব্যাটসম্যান বিরাট কোহলীর দিকে সাকিব আল-হাসান বল করলেন। 20 ms^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ব্যাটসম্যান বলটিকে আঘাত করল। ব্যাটসম্যান হতে 60 m দূরে থাকা রুবেল 8 ms^{-1} বেগে দৌড়ে বলটিকে ক্যাচ ধরার জন্য অগ্রসর হলো। /ব. বো. ২০১৬/

ক. ক্ষমতা কাকে বলে? ১

খ. সকল সরল ছন্দিত স্পন্দনই পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন কিন্তু সকল পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দন নয় —— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বলটি কত সময় শূন্যে অবস্থান করবে? ৩

ঘ. রুবেলের পক্ষে ক্যাচটি ধরা সম্ভব কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

১৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো উৎস কর্তৃক একক সময়ে কৃত কাজকে তার ক্ষমতা বলে।

খ পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন সরল পথে ও বৃত্তাকার পথে হতে পারে। সরলপথে স্পন্দন হলে তাকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে। যেমন সিলিংফ্যান ও সরলদোলক উভয়ের গতি পর্যাবৃত্ত স্পন্দন হলেও সিলিং ফ্যানের গতি বৃত্তাকার বলে এটি সরল ছন্দিত স্পন্দন নয়।

সুতরাং বলা যায়, সকল সরল ছন্দিত স্পন্দনই পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন কিন্তু সকল পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দন নয়।

গ দেওয়া আছে, আদিবেগ, $v_0 = 20\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

বলটি যে সময় শূন্যে থাকবে তা তার বিচরণ কাল, T এর সমান হবে।

আমরা জানি,

$$\text{বিচরণকাল, } T = \frac{2v_0\sin\theta_0}{g}$$

$$= \frac{2\times 20\times \sin 30°}{9.8}$$

$$= 2.04\ sec\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, রুবেল ব্যাটসম্যান হতে 60 m দূরে রয়েছে। ক্যাচ ধরার জন্য রুবেলকে অবশ্যই বলটি ভূমি স্পর্শ করার পূর্বে বলটির পাল্লার মধ্যে পৌছাতে হবে।

আমরা জানি, পাল্লা, $R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$

$= \frac{20^2}{9.8} \times \sin (2 \times 30°)$

$= \frac{20^2}{9.8} \times \sin 60°$

$= 35.35$ m

আবার, যেহেতু বলটির বিচরণ কাল 2.04 sec তাই ক্যাচ ধরতে হলে রুবেলকে 2.04 sec এর মধ্যে (60 – 35.35) বা, 24.65 দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে।

দেওয়া আছে, রুবেলের বেগ, $v_R = 8\ m{\cdot}s^{-1}$

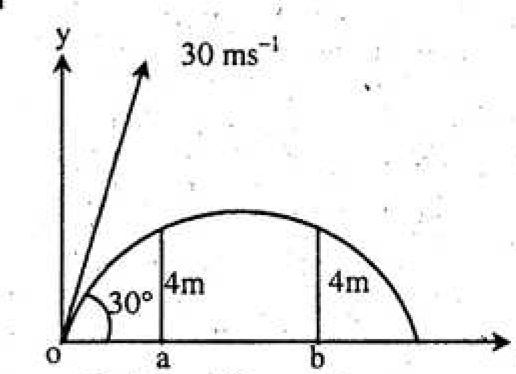
তাহলে, 2.04 sec এ তার অতিক্রান্ত দূরত্ব d হলে,

$d = 8 \times 2.04$ sec

$= 16.32$ m

দেখা যাচ্ছে যে, বলটি ভূমি স্পর্শ করার পূর্বে রুবেল বলটির অবস্থানে পৌছাতে পারবে না। তাই বলা যায়, রুবেলের পক্ষে ক্যাচটি ধরা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ▶ ১৮



উপরের চিত্রে একটি প্রাসের গতি দেখানো হলো। [g = 10 ms⁻²]

[ব. বো. ২০১৫]

ক. সরণ ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. গুণ টানার ফলে নৌকা সামনের দিকে কীভাবে এগিয়ে চলে — ব্যাখ্যা কর। ২

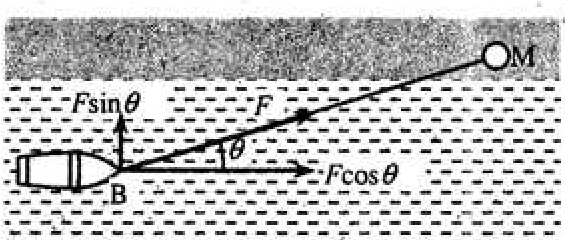
গ. প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা হিসাব কর। ৩

ঘ. প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা এবং ab অংশের দৈর্ঘ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তুলনা কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো বস্তু এক অবস্থান থেকে অন্য কোনো অবস্থানে গমন করে তখন আদি অবস্থানকে পাদবিন্দু এবং শেষ অবস্থানকে শীর্ষ বিন্দু বিবেচনা করে যে ভেক্টর পাওয়া যায় তাকে সরণ ভেক্টর বলে।

খ ধরা যাক, নৌকার B বিন্দুতে গুণ বেঁধে এক ব্যক্তি BM বরাবর F বলে টানছে। এ বল দুটি উপাংশে বিভক্ত



হবে। একটি উপাংশ $F\sin\theta$, যা নৌকাকে কূলের দিকে নিয়ে যেতে থাকবে। কিন্তু মাঝি নদীর স্রোতকে ব্যবহার করে বৈঠার সাহায্যে বিপরীত দিকে একটি বল উৎপন্ন করে যা $F\sin\theta$ অংশটিকে প্রশমিত করবে। অপর উপাংশ $F\cos\theta$, যা নৌকাকে সামনের দিকে নিয়ে যাবে।

গ দেওয়া আছে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\ m{\cdot}s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10\ m{\cdot}s^{-2}$

বের করতে হবে, সর্বাধিক উচ্চতা, $y_{max} = ?$

আমরা জানি, $y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$

$= \frac{(30\ m{\cdot}s^{-1})^2 \times (\sin 30°)^2}{2 \times 10\ m{\cdot}s^{-1}}$

$= 11.25$ m **(Ans.)**

ঘ অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$

$= \frac{(30\ m{\cdot}s^{-1})^2 \sin (2 \times 30°)}{10\ m°s^{-2}}$

$= 77.94$ m

নিক্ষেপণের t সময় পরে প্রাসটি $y = 4$ m উচ্চতায় আসলে,

$y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

বা, $4 = 30\sin 30° t - \frac{1}{2} \times 10 t^2$ [এককসমূহ উহ্য রেখে]

বা, $5t^2 - 15t + 4 = 0$

$\therefore t = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \times 5 \times 4}}{2 \times 5} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 80}}{10}$

$= \frac{15 \pm \sqrt{145}}{10} = \frac{15 \pm 12.04}{10} = 0.296$ s or 2.704 s

বস্তুটি $t_1 = 0.296$ s সময়ে a বরাবর এবং $t_2 = 2.704$ s সময়ে b বরাবর উপরে অবস্থান করবে। সুতরাং ab দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় $\Delta t = (2.704 - 0.296)$ s $= 2.408$ s

সুতরাং ab অংশের দৈর্ঘ্য = বেগের অনুভূমিক উপাংশ × সময়

$= 30\cos 30° \times 2.408 = 30 \times 0.8660254 \times 2.408$

$= 62.56$ m

সুতরাং R : ab = 77.94 : 62.56

প্রশ্ন ▶ ১৯ ভারত বনাম বাংলাদেশ ক্রিকেট ম্যাচে ব্যাটসম্যান $15 ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে বলকে আঘাত করেন। ব্যাটসম্যান থেকে 60m দূরে দাঁড়ালে সাকিব বলটি ধরার জন্য $9 ms^{-1}$ সমবেগে দৌড় দেন।

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

ক. সমত্বরণ কী? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্র ব্যাখ্যা করো। ২

গ. বলটির উড্ডয়নকাল নির্ণয় করো। ৩

ঘ. সাকিব কী বলটি ধরতে পারবেন— উদ্দীপকের আলোকে ব্যাখ্যা করো। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সাথে কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হার সর্বদা সমান থাকলে এই বেগ বৃদ্ধির হারকে সমত্বরণ বলে।

খ পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্র হলো— মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে উচ্চতা অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ একটি পড়ন্ত বস্তু t_1, t_2, t_3 ... সময়ে যথাক্রমে h_1, h_2, h_3 ... উচ্চতায় নেমে আসলে পড়ন্ত বস্তুর ৩য় সূত্রানুসারে,

$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} = \ldots =$ ধ্রুবক

গ দেওয়া আছে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 15 ms^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 45°$

জানা আছে,

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$

বের করতে হবে, উড্ডয়নকাল, T = ?

আমরা জানি, $T = \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g}$

$= \frac{2 \times 15 ms^{-1} \times \sin 45°}{9.8 ms^{-2}} = 2.165$ sec. **(Ans.)**

ঘ এখানে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 15ms^{-1}$

এবং নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 45°$

$\therefore$ পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(15)^2 \sin(2 \times 45°)}{9.8} = 22.96m$

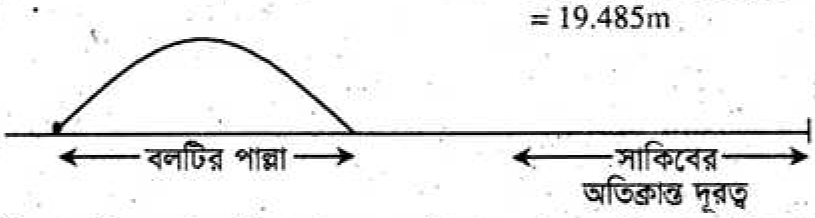
'গ' হতে পাই, T = 2.165 sec.

সাকিবের বেগ, $v = 9ms^{-1}$

$\therefore$ উড্ডয়নকালে সাকিবের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = vT$

$= 9ms^{-1} \times 2.165$ sec

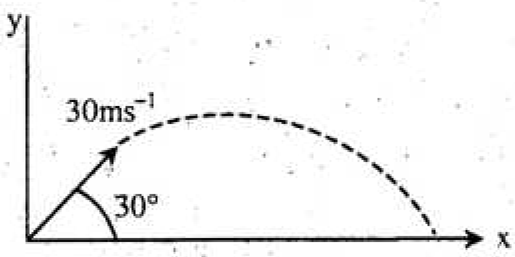
$= 19.485m$



ফিল্ডার হিসেবে বলটি ধরার জন্য উড্ডয়নকালে সাকিবের অতিক্রান্ত দূরত্ব হওয়া উচিত ছিল = ব্যাটসম্যান হতে সাকিবের আদি দূরত্ব − বলটির পাল্লা = 60m − 22.96m = 37.04m

অথচ সাকিবের প্রকৃত অতিক্রান্ত দূরত্ব (19.485m) তা হতে অনেক কম, তাই সাকিব বলটি ধরতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶ ২০



[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. আসঞ্জন বল কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. ছোঁড়ার স্থান হতে 10m দূরে 20m উচ্চতার একটি দেয়ালকে উদ্দীপকের প্রাসটি অতিক্রম করতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুটি ভিন্ন পদার্থের অনুসমূহ পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তাকে আসঞ্জন বল বলে।

খ মহাকর্ষ বলের ক্ষেত্রে (Field) কোনো বস্তুকে এক অবস্থান হতে অপর অবস্থানে স্থানান্তর করতে মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিপথের ওপর নির্ভর করে না, কেবল বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থানের ওপর নির্ভর করে। ঐ ক্ষেত্রে বস্তুকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে আদি অবস্থানে আনা হলে মহাকর্ষ বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজ শূন্য হয়। একারণেই মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

গ ১৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 79.53°

ঘ ১৫(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: অতিক্রম করতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶ ২১ 1 kg ভরের একটি বস্তু $96ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। *[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]*

ক. নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত করো। ১

খ. "একটি দৃঢ় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ $20 \, kgm^2s^{-1}$"— এটি বলতে কী বোঝায়? ২

গ. বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হবে? ৩

ঘ. "3s ও 16.6s পর বস্তুটির বেগ একই হবে, শুধুমাত্র দিক ভিন্ন হবে।"— গাণিতিক বিশ্লেষণসহ উক্তিটির সত্যতা যাচাই করো। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যেদিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।

খ একটি দৃঢ় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলতে বোঝায় যে তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফল $20 \, kgm^2s^{-1}$।

অন্যভাবে বলা যায় যে, দৃঢ় বস্তুটির কৌণিক ত্বরণ $1 \, rads^{-2}$ পরিবর্তন করতে হলে এতে 20 N.m টর্ক প্রয়োগ করতে হবে।

গ সর্বোচ্চ উচ্চতা,

দেওয়া আছে,
বস্তুটির আদিবেগ, $u = 96 \, ms^{-1}$

$H = \frac{u^2}{2g}$

$= \frac{96^2}{2 \times 9.8}$

$= 470.2m$ **(Ans.)**

ঘ বস্তুটির আদিবেগ, $u = 96ms^{-1}$

$\therefore$ 3s পর বস্তুটির বেগ, $v_1 = u - gt$

$= 96 - 9.8 \times 3$

$= 66.6ms^{-1}$

17s পর বস্তুটির বেগ, $v_2 = u - gt$

$= 96 - 9.8 \times 16.6$

$= -66.68$

অতএব, 3s ও 16.6s পর বস্তুটির বেগ একই, শুধুমাত্র দিক বিপরীত।

প্রশ্ন ▶ ২২ গোলরক্ষক থেকে 80m সামনে অবস্থিত ফুটবলার $25ms^{-1}$ বেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণ করে ফুটবলটি লাথি মারল। ঐ একই সময়ে গোলরক্ষক $10ms^{-1}$ সমবেগে ফুটবলটির দিকে দৌড় দিল। ($g = 9.8 \, ms^{-2}$) *[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ]*

ক. অনুভূমিক পাল্লা কি? ১

খ. কৌণিক ভরবেগ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. লাথি মারার 0.5s পর বলটির বেগ বের কর। ৩

ঘ. বলটি মাটিতে পড়ার আগে গোলরক্ষক কি বলটি ধরতে পারবে। গাণিতিকভাবে তোমার মতামত দাও। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত কোন বস্তু আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে সময় লাগে, সেই সময়ে তা যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে।

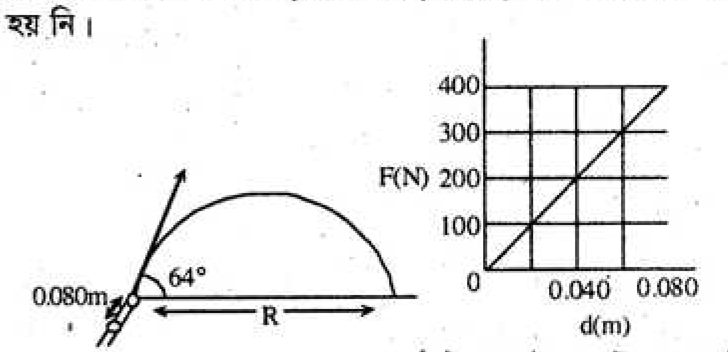
খ কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$; এখানে $\vec{r}$ হলো ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং $\vec{p}$ হলো রৈখিক ভরবেগ।

কৌণিক ভরবেগের দিক $\vec{r} \times \vec{P}$ এর দিকে। একটি ডানহাতি স্ক্রুকে $\vec{r}$ ও $\vec{P}$ এর সমতলে লম্বভাবে স্থাপন করে $\vec{r}$ থেকে $\vec{P}$ এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোনে ঘুরালে যেদিকে অগ্রসর হয়, তাই হলো কৌণিক ভরবেগের দিক।

গ ৫ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৫ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ২৩ একটি উৎক্ষেপণ নলের স্প্রিং এর ওপর 0.06kg ভরের ইস্পাতের গোলককে চেপে 0.08m পরিমাণ নামানো হলো। এতে করে স্প্রিং-এ বলের মান শূন্য হতে বেড়ে 400N হলো, নলের মধ্য দিয়ে গোলকটিকে নামানোর ফলে (চিত্র দ্রষ্টব্য) ধরে নাও, তাপজনিত কোনো ক্ষয় হয় নি।



[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. প্রাসের উড্ডয়নকাল কী? ১

খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলতে কী বোঝ? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. গোলকটিকে এরপর ছেড়ে দেয়া হলো। নল ছেড়ে যাওয়ার মূহূর্তে এর গতিবেগ কত হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে, গোলকের অনুভূমিক পাল্লা কখনোই 45m অতিক্রম করে না। সেটা করতে কী ধরনের পরিবর্তন প্রয়োজন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রাসের নিক্ষেপের পর আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে প্রাসের উড্ডয়নকাল বলে।

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল কোন বস্তু বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর যে ত্বরণ লাভ করে, তাই কেন্দ্রমুখী ত্বরণ। বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর বেগের মান ও দিক অথবা কেবল দিক সময়ের সাথে সাথে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ বৃত্তাকার গতির সাথে সর্বদা ত্বরণ জড়িত। এই ত্বরণ বস্তুর কৌণিক ভরবেগের কোন পরিবর্তন ঘটায় না। বরং একে বৃত্তাকার পথে ধরে রাখে। এই বলের প্রভাবেই বৃত্তপথে ঘূর্ণনশীল বস্তু ঘূর্ণনজনিত কেন্দ্রবিমুখী বলের প্রভাবে ছিটকে পড়ে না।

গ দেওয়া আছে,

স্প্রিং-এর সংকোচন, $x = 0.080m$

স্প্রিং-এ অনুভূত সর্বোচ্চ বল, $F_{max} = 400N$

গোলকের ভর, $m = 0.06kg$

বের করতে হবে, গোলকের সর্বোচ্চ গতিবেগ, $v_{max} = ?$

$\therefore$ স্প্রিং-এ সঞ্চিত বিভবশক্তি, $E_P = \frac{1}{2}kx^2$

$$= \frac{1}{2}F\cdot x$$

$$= \frac{1}{2} \times 400 \times 0.08J$$

$$= 16J$$

এই শক্তিই গোলকের গতিশক্তিরূপে দেখা দিবে।

সুতরাং, $\frac{1}{2}mv_{max}^2 = 16J$

বা, $v_{max} = \frac{2 \times 16J}{m}$

$\therefore$ $v_{max} = \sqrt{\frac{32J}{m}} = \sqrt{\frac{32J}{0.06kg}} = 23.1ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ নিক্ষেপণের পর **গোলকটি** প্রাস হিসেবে আচরণ করবে।

এক্ষেত্রে, নিক্ষেপণ **বেগ**, $v_0 = 23.1ms^{-1}$

নিক্ষেপণ **কোণ**, $\theta_0 = 64°$

জানা আছে, অভিকর্ষজ **ত্বরণ**, $g = 9.8ms^{-2}$

তাহলে, গোলকটির **পাল্লা হবে**,

$$R = \frac{v_0^2 \sin2\theta_0}{g}$$

$$= \frac{(23.1ms^{-1})^2 \sin(2 \times 64°)}{9.8ms^{-2}} = 42.9m < 45m$$

সুতরাং, উদ্দীপক অনুসারে গোলকের পাল্লা কখনোই 45m অতিক্রম করে না। তবে নিক্ষেপণ **কোণকে** আরেকটু কমালে পাল্লা 45m এর বেশি হওয়া সম্ভব। কারণ $\theta_0 = 45°$ হলে পাল্লা সর্বোচ্চ মানের হয়।

মনে করি, নিক্ষেপণ **কোণ** θ_0' হলে পাল্লা $R' = 45m$ হবে।

তাহলে, $R' = \frac{v_0^2 \sin(2\theta_0')}{g}$

বা, $45 = \frac{(23.1)^2 \times \sin(2\theta_0')}{9.8}$

বা, $\sin(2\theta_0') = \frac{45 \times 9.8}{(23.1)^2} = 0.8264$

বা, $2\theta_0' = \sin^{-1}(0.8264) = 55.73°$

$\therefore$ $\theta_0' = 27.87°$

সুতরাং নিক্ষেপণ কোণ 27.87° এর বেশি বা (90° − 27.87°) = 62.13° এর কম হলে পাল্লা 45m এর চেয়ে বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ২৪ একটি মেয়ে ঘরের শেলফে বল ছুড়ে মারল। শেলফ থেকে মেয়েটির অনুভূমিক দূরত্ব 5m এবং শেলফের উচ্চতা 2m। মেয়েটি u ms^{-1} বেগে এবং 30° কোণে বলটি ছুড়ে মারলে এটি শেলফের ঠিক প্রান্তে (মেয়েটির দিকের প্রান্ত) পড়ে। *[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]*

ক. তাৎক্ষণিক দ্রুতি কী? ১

খ. সংক্ষেপে প্রসঙ্গ কাঠামো ব্যাখ্যা করো। ২

গ. বলটির আদিবেগ নির্ণয় করো যদি উড্ডয়নকাল 5/ucos30° হয়। ৩

ঘ. মেয়েটি যদি শেলফের উপর রাখা 20 cm উঁচু ঝুড়িতে বলটি ফেলতে চায় তবে কত বেগে বলটিকে নিক্ষেপ করতে হবে– বিশ্লেষণ করো। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের দ্রুতি অর্থাৎ ক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে কোনো নির্দিষ্ট সময়ে অবস্থানের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক দ্রুতি বলে।

খ কোনো বস্তুর গতির বর্ণনার জন্য ত্রিমাত্রিক স্থানে যে সুনির্দিষ্ট স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বিবেচনা করা হয় এবং যার সাপেক্ষে বস্তুটির গতি বর্ণনা করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। অর্থাৎ আমরা যেসব ত্রিমাত্রিক কাঠামোর সাথে তুলনা করে অন্য কোনো বস্তুর অবস্থান, স্থিতি ও গতি নির্ণয় করি তাই প্রসঙ্গ কাঠামো।

গ উড্ডয়নকাল T হলে,

এখানে,
উড্ডয়নকাল, $T = \frac{5}{u\cos30°}$
আদিবেগ = u ms^{-1}
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30°$

$$T = \frac{2u\sin\theta_0}{g}$$

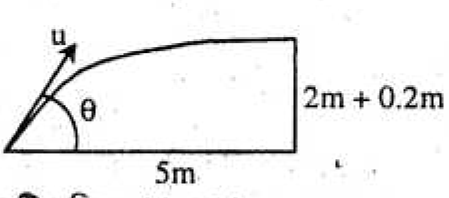
$\therefore$ $\frac{5}{u\cos30°} = \frac{2u\sin30°}{g}$

বা, $2u^2\sin30°\cos30° = 5 \times g$

বা, $u^2 = \frac{5 \times 9.8}{\sin60°}$ $[\because 2\sin\theta.\cos\theta = \sin2\theta]$

বা, $u = 7.52ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ



'গ' হতে প্রাপ্ত বলটির নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$

শেলফের অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 5m$

ধরা যাক, u বেগে বলটিকে নিক্ষেপ করলে মেয়েটি বলটিকে $y = (2 + 0.2)m$ বা, 2.2m উচ্চতার ঝুড়িতে ফেলতে পারবে।

$\therefore$ $y = x\tan\theta - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta}$

বা, $\frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta} = x\tan\theta - y$

বা, $2u^2\cos^2\theta = \frac{gx^2}{x\tan\theta - y}$

বা, $u^2 = \frac{gx^2}{2\cos^2\theta(x\tan\theta - y)}$

$$= \frac{9.8 \times (5)^2}{2\cos^2 30°(5\tan 30° - 2.2)}$$
$$= 237.83$$
$$\therefore u = 15.42 \text{ ms}^{-1}$$
অতএব, মেয়েটি যদি 15.42 ms^{-1} বেগে বলটিকে নিক্ষেপ করে তবে সে বলটিকে ঝুড়িতে ফেলতে পারবে।

প্রশ্ন ▶২৫ ব্রাজিল বনাম আর্জেন্টিনা ফুটবল ম্যাচ চলছে। মেসি ফাঁকা গোলপোস্ট পেয়ে 10m দূর থেকে 35° কোণে বলকে গোলপোস্টে কিক করলো। গোলকিপার দৌড়ে এসে বল ধরার চেষ্টা করলো।

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. জড়তার ভ্রামক কী? ১

খ. চলন্ত বাস থেকে নামা বিপজ্জনক কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বলটি 13ms^{-1} বেগে কিক করা হলে 1S পরে বেগ কত হবে? ৩

ঘ. গোলপোস্টের উচ্চতা 2.5m হলে কোনো গোল হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

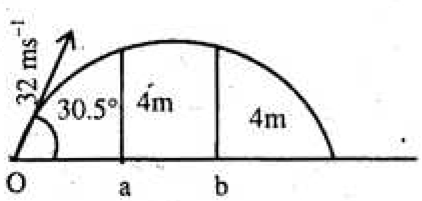
ক কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর যে ধর্ম এর ঘূর্ণনগতির পরিবর্তনে বাধা দেয়, তাই বস্তুর জড়তার ভ্রামক। ঘূর্ণনশীল বস্তুর উপরে একক কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে চাইলে যে পরিমাণ টর্ক প্রয়োগ করতে হয়, তাই বস্তুর জড়তার ভ্রামক।

খ গতির কারণে যে জড়তা কাজ করে তা হলো গতি জড়তা। চলন্ত বাসে থাকা যাত্রী বসে বা দাড়িয়ে থাকলেও বাসের গতির কারণে যাত্রীও গতিশীল থাকে। একারণে যেমন চলন্ত বাস হঠাৎ থেমে গেলে গতিজড়তার কারণে বাসের যাত্রী সামনের দিকে ঝুঁকে পড়ে তেমনি চলন্ত বাস থেকে নামতে গেলে গতি জড়তার কারণে নামার পর যাত্রীর শরীর সামনের দিকে হেলে পড়ে। এজন্য দূর্ঘটনা ঘটতে পারে। অনেক সময় চলন্ত বাস থেকে নামার পর যাত্রীর শরীরের উপরের অংশ সামনে হেলে পরার কারণে ডিগবাজি খেয়ে হোচট খেতে পারে এবং মারাত্মক দূর্ঘটনা ঘটতে পারে।

গ ১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: 11ms^{-1}, $-12.45°$ কোণে

ঘ ৬(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶২৬



উপরের চিত্রে প্রাসের গতি দেখানো হলো। $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. অবস্থান ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. অভিকর্ষজ বল সংরক্ষণশীল বল ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতা কত? ৩

ঘ. প্রাসের ab দৈর্ঘ্যের মান নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় বা নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ মহাকর্ষ বলের ক্ষেত্রে (Field) কোনো বস্তুকে এক অবস্থান হতে অপর অবস্থানে স্থানান্তর করতে মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিপথের ওপর নির্ভর করে না, কেবল বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থানের ওপর নির্ভর করে। ঐ ক্ষেত্রে বস্তুকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে আদি অবস্থানে আনা হলে মহাকর্ষ বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজ শূন্য হয়। একারণেই মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

গ ১৮(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 13.46 m।

ঘ ১৮(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 76.71 m।

প্রশ্ন ▶২৭ সালেহা খেলতে গিয়ে মাঠে 15 kg ভরের একটি পাথর পেল। সে মাঠ থেকে বের করার জন্য 21N বল প্রয়োগ করে পাথরটি টানতে লাগলো। 5 sec পর মালিহা এসে 9 N বল প্রয়োগ করে সালেহাকে সাহায্য করলো। দু'জন মিলে 5sec পর পাথরটি মাঠ থেকে বের করতে পারলো। *[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*

উদ্দীপকটি পড় এবং নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাওঃ

ক. ভেক্টর ক্ষেত্র কাকে বলে? ১

খ. একটি ভেক্টরের কোন উপাংশের মান ভেক্টরটির মানের চেয়ে বড় হতে পারে কি না? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের পাথরটির শেষ বেগ কত ছিল? ৩

ঘ. পাথরটির গতি v - t লেখচিত্র উপস্থাপন করে প্রাপ্ত লেখ থেকে মোট দূরত্ব পাওয়া যায় কিনা দেখাও। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশিগুলো যদি ভেক্টর হয় তবে ঐ ক্ষেত্রকে ভেক্টর ক্ষেত্র বলে।

খ একটি ভেক্টরের কোন উপাংশের মান ভেক্টরটির মানের চেয়ে বড়, ছোট বা সমান সবই হতে পারে। এই পরিমাণ নির্ভর করে উপাংশগুলোর মধ্যবর্তী কোণের মানের উপরে। যদি $\vec{R}$ এর উপাংশগুলো যথাক্রমে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ হয় এবং $\vec{Q}$, $\vec{R}$ এবং $\vec{R}$, $\vec{P}$ এর মধ্যবর্তী কোণ যথাক্রমে α ও β হয় তবে, সমান্তরিক সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$P = \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)} R$$

যদি $\alpha + \beta \leq 90°$ অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ হয়, তবে $\sin(\alpha + \beta) > \sin\beta$ হবে;
অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ হয়, তবে $\sin(\alpha + \beta) > \sin\beta$ হবে;
তাই P সর্বদা R এর থেকে ছোট হবে। আবার, $\alpha + \beta = \pi - \beta$ হলে,
$\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$
তখন $P = R$ হবে,
আবার, $\alpha + \beta > \pi - \beta$ হলে,
$\sin(\alpha + \beta) < \sin\beta$
তখন $P > R$ হবে।
অতএব, উপাংশসমূহের মধ্যবর্তী কোণ ও তাদের মানের অনুপাত অনুসারে এদের মান মূল ভেক্টরের মানের বেশি বা কম বা সমান হতে পারে।

গ

ত্বরণ, $a_1 = \frac{F}{m}$
$= \frac{21}{15}$
$= 1.4 \text{ ms}^{-1}$

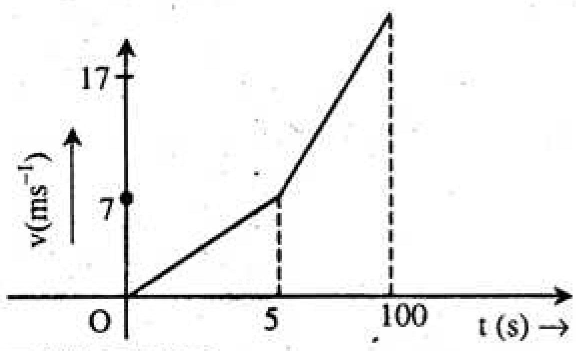
এখন বেগ, $v_1 = v_0 + a_1 t_1$
$= 0 + 1.4 \times 5$
$= 7 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,
প্রথম ক্ষেত্রে বল, $F = 21$ N
5 sec পর বল
$F_2 = (21 + 9)$ N $= 30$ N
সময়, $t_1 = 5$ sec
সময়, $t_2 = 5$ sec
ভর, $m = 15$ kg

5s পর ত্বরণ, $a_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{30}{15} = 2\text{ms}^{-2}$

শেষবেগ, $v_2 = v_1 + a_2 t_2$
$= 7 + 2 \times 5$
$= 7 + 10$
$= 17 \text{ ms}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ



'গ' থেকে প্রাপ্ত তথ্য হতে,

১ম 5sec এ বেগ 7 ms^{-1}

এবং শেষ 5 sec এ বেগ = 17 ms^{-1}

১ম 5sec এর ক্ষেত্রফল, $A_1 = \frac{1}{2} \times 5 \times 7$

$= 17.5$ m

শেষ 5 sec এর জন্য ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল, $A_2 = \frac{1}{2} \times (7 + 17) \times 5$

$= 60$ m

মোট ক্ষেত্রফল, A = (17.5 + 60)m = 77.5m

∴ পাথটির গতি v – t লেখচিত্র উপস্থাপন করে প্রাপ্ত লেখ থেকে মোট দূরত্ব পাওয়া যাবে।

প্রশ্ন ▶ ২৮ কোন এক ড্রাইভার 1000kg ভরের একটি মোটরগাড়ি চালাচ্ছিল। গাড়িটি বাক নিয়ে 30ms^{-1} বেগে সমতল রাস্তায় উঠে দেখতে পেল 31m দূরে রাস্তার উপর একটি ট্রাক থামানো। ড্রাইভার সঙ্গে সঙ্গে ব্রেক চাপল। *[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]*

ক. কৌণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. একটি হাত ঘড়ির সেকেন্ডের কাটা মিনিটের কাটা অপেক্ষা বেশি কাঁপে কি?—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ড্রাইভার থেমে থাকা ট্রাক থেকে 3m আগে গাড়িটি থামাতে চাইলে প্রয়োজনীয় মন্দন কত হবে? ৩

ঘ. ড্রাইভার ব্রেক প্রয়োগে 15000 N মন্দনকারী বল প্রয়োগ করে দুর্ঘটনা এড়াতে পারবে কি—গাণিতিক যুক্তিসহ তোমার মতামত ব্যাখ্যা কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু প্রতি একক সময়ে যে কৌণিক সরণ অতিক্রম করে তাকে কৌণিক বেগ বলে।

খ আপাত দৃষ্টিতে হাত ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটা মিনিটের কাঁটা অপেক্ষা বেশি কাঁপে মনে হলেও প্রকৃতপক্ষে দুটো কাটাই সমান সংখ্যক বার কাঁপে। সেকেন্ডের কাঁটার প্রত্যেকবার কম্পনের সাথে মিনিটের কাঁটাও অত্যন্ত ক্ষুদ্র কোণে কাঁপে। অর্থাৎ সেকেন্ডের কাঁটাটি যদি মিনিটে 60 টি বিক্ষেপ দেয় তাহলে মিনিটের কাটাও ঠিক 60 টি বিক্ষেপ দেবে। কিন্তু মিনিটের কাঁটার বিক্ষেপ কোণ অত্যন্ত ক্ষুদ্র হওয়ায় তা ঠিক বুঝা যায় না।

গ দেওয়া আছে,

মোটর গাড়ির আদিবেগ, $v_0 = 30\ ms^{-1}$

শেষ বেগ, v = 0

অতিক্রান্ত দূরত্ব, s = 31 – 3 = 28 m

বের করতে হবে, মন্দন, a = ?

আমরা জানি,

$v^2 = v_0^2 - 2as$

বা, $a = \frac{30^2}{2 \times 28}$

∴ $a = 16.07\ ms^{-2}$ (Ans.)

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,

গাড়িটির ভর, m = 1000kg

মন্দনকারী বল, F = 15000 N

আদিবেগ, $v_o = 30ms^{-1}$

শেষ বেগ, v = 0

গাড়ি থেকে ট্রাকের দূরত্ব, s = 31m

ধরি, অতিক্রান্ত দূরত্ব, = s′

আমরা জানি,

$v^2 = v_0^2 - 2as'$

বা, $0^2 = 30^2 - 2\frac{15000}{1000} \times s'$

বা, $s' = \frac{30^2}{30}$

∴ s′ = 30 m

যেহেতু, গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব, s′ < ট্রাক ও গাড়ির মধ্যবর্তী দূরত্ব, s সুতরাং গাড়িটি দূর্ঘটনা এড়াতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ২৯ একটি ফুটবল প্রতিযোগীতায় গোলপোস্টের 6m সামনে থেকে অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে 10ms^{-1} বেগে বলকে কিক করা হলো। গোলপোস্টের উচ্চতা ছিল 2.5m। *[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]*

ক. টর্ক কী? ১

খ. বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে গতিশীল বস্তুর ত্বরণ থাকবে কীনা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 0.7 সেকেন্ড পর ফুটবলের বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গোল হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ আমরা জানি, বেগের পরিবর্তন ঘটে শুধু এর মান বা দিক বা উভয়ের পরিবর্তনের দ্বারা। সুতরাং, কোনো বস্তুর বেগের মানের (দ্রুতি) পরিবর্তন না ঘটলে ও এর দিকের পরিবর্তন ঘটলে বেগের পরিবর্তন ঘটে। বেগের পরিবর্তন ($\Delta\vec{v}$) অশূন্য হলে ত্বরনের সংজ্ঞানুসারে $\left(\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right)$ ত্বরণের অশূন্য মান থাকে। তাই সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে। এটি অন্যভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়, বৃত্তপথে ঘূর্ণরত কোনো বস্তুর ওপর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে সর্বদা কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করে। উক্ত বলের দরুন বস্তুটিতে ত্বরণ ঘটে থাকে।

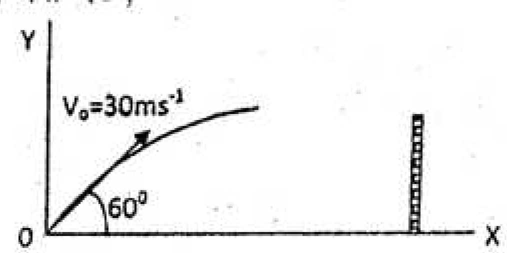
গ ১ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : 7.672 ms^{-1}; অনুভূমিকের সাথে 3.23° কোণে নিচের দিকে।

ঘ ৬ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : গোল হওয়ার সম্ভাবনা আছে।

প্রশ্ন ▶ ৩০ চিত্রটি লক্ষ কর। নিক্ষেপন বিন্দু থেকে 20 m দূরে 25 m উঁচু একটি দেয়াল অবস্থিত।



[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ]

ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১

খ. রাবারের চেয়ে ইস্পাত বেশি স্থিতিস্থাপক কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. 1.2 s সময়ে প্রাসটির বেগ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. প্রাসটি কি দেয়ালটিকে অতিক্রম করতে পারবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা ও কৌণিক বেগের গুণফলকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ নির্দিষ্ট আকারের রাবারের টুকরাতে সামান্য বিকৃতি ঘটাতে যে বল প্রয়োগ করতে হয়। সম আকারের ইস্পাতের টুকরাতে একই বিকৃতি ঘটাতে অনেক বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়। অর্থাৎ রাবারের তুলনায় ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বেশি বলে ইস্পাত বেশি স্থিতিস্থাপক।

গ

প্রাসের বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$v_x = v_0 \cos\theta_0$

$= 30 \times \cos 60°$

$= 15 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,
প্রাসের আদি বেগ, $v_0 = 30\text{ms}^{-1}$
নিক্ষেপন কোণ, $\theta_0 = 60°$
সময়, $t = 1.2\text{s}$

উলম্ব উপাংশ

$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$

$= 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (9.8 \times 1.2)$

$= 14.22 \text{ ms}^{-1}$

$\therefore$ বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(15)^2 + (14.22)^2}$

$= 20.67 \text{ ms}^{-1}$

ঘ

প্রাসটি অনুভূমিক বরাবর 20m দূরত্ব অতিক্রম করার পর যদি ভূমি থেকে 25m উচ্চতায় থাকে তবে দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে।

এখানে,
প্রাসের আদিবেগ $v_0 = 30\text{ms}^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 60°$
অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 20$ m

$\therefore y = x \tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\theta_0}$

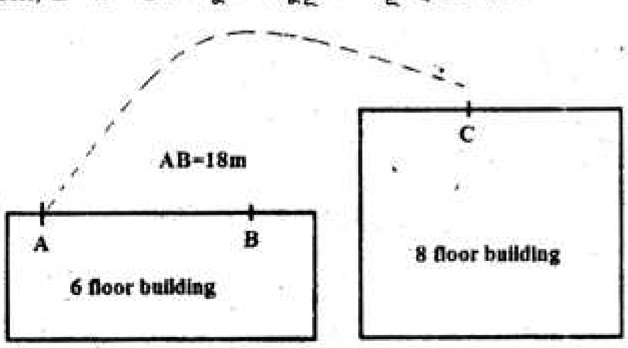
$= 20 \times \tan 60° - \frac{9.8 \times (20)^2}{2 \times (30)^2 \times (\cos 60°)^2}$

$= 20\sqrt{3} - \frac{3920}{450}$

$= 25.93$ m

যা 25m অপেক্ষা বেশি। অর্থাৎ প্রাসটি দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে।

প্রশ্ন ▶৩১ পুরাতন ঢাকার ছাদে T20 ক্রিকেট খেলায় ঈশান 22 m/s বেগে ও 55° কোণে A হতে একটি বলকে C বিন্দুতে থাকা একজন ফিল্ডারের দিকে মারল। প্রতি তলার উচ্চতা 3 m এবং পিচের দৈর্ঘ্য AB = 18m, B হতে C বিন্দুর আনুভূমিক দূরত্ব 35 m।



[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

ক. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. সমত্বরণের ক্ষেত্রে v – t গ্রাফ অঙ্কন কর এবং ত্বরণ নির্ণয়ের পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। ২

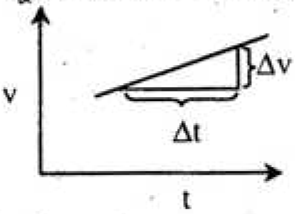
গ. যখন বলটি B বিন্দুকে অতিক্রম করে তখন বলটির উচ্চতা কত? ৩

ঘ. C বিন্দুতে থাকা খেলোয়াড়টি বল ধরতে পারবে কি? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় বা নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ বনাম সময় লেখচিত্রটি নিম্নরূপ–



এর ঢাল $= \frac{\text{বেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়ের পরিবর্তন}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে বেগের পরিবর্তনই ত্বরণ।

$\therefore$ বেগ বনাম সময়ের ঢালই হলো এর ত্বরণ।

$\therefore$ ত্বরণ, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

গ ভূমি হতে 6 তলা বিল্ডিংয়ের উচ্চতা $= 6 \times 3 = 18$ m

এখন, ভূমি হতে B বিন্দুকে অতিক্রম করার সময় বলের উচ্চতা y হলে,

$y - 18 = (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2$

$= (\tan 55°) \times 18 - \frac{9.81}{2 \times (22)^2 \times (\cos 55°)^2} \times (18)^2$

$= 15.73$

$\therefore y = 15.73 + 18$

$= 33.73$m **(Ans.)**

এখানে,
পিচের দৈর্ঘ্য, AB $= x = 18$ m
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 55°$
আদিবেগ, $v_0 = 22 \text{ ms}^{-1}$

ঘ C বিন্দুতে খেলোয়াড়টি বলটি ধরতে পারবে যদি C বিন্দুতে বলটির উচ্চতা ভূমি থেকে অন্তত ৪ তলা বিল্ডিংটির উচ্চতার সমান কিংবা বেশি, কিন্তু এতটা বেশি নয় যে, খেলোয়াড়াটির মাথার ওপর দিয়ে চলে যায়।

এখন, AC = 18 + 35 = 53m অনুভূমিক দূরত্বে C বিন্দুতে ভূমি হতে বলটির উচ্চতা y হলে, $y - 18 = (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2$

$= (\tan 55°) \times 53 - \frac{9.81}{2 \times (22)^2 \times (\cos 55°)^2} \times (53)^2$

$= -10.84$

$\therefore y = -10.84 + 18$

$= 7.16$ m

অর্থাৎ C বিন্দুতে বলটির ভূমি হতে উচ্চতা 7.16m যা ৪ তলা বিল্ডিংয়ের উচ্চতা 8 × 3 = 24 m হতে কম ফলে বলটি যাওয়ার পথে ৪ তলা বিল্ডিংয়ের সাথে ধাক্কা লেগে যাবে ফলে C বিন্দুতে ফিল্ডারের নিকট পৌছাবে না।

প্রশ্ন ▶৩২ রনি 50 m উঁচু বিল্ডিং-এর ছাদ হতে একটি মার্বেল ছেড়ে দিল। মার্বেলটি নরম কাদামাটির মধ্যে 3cm প্রবেশ করার পর 50% বেগ হারায়। এরপর কাদামাটির মধ্যে এটি আরও কিছুদূর প্রবেশ করে থেমে গেল।

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি কলেজ, ঢাকা]

ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১

খ. নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়– এর তাৎপর্য লিখ। ২

গ. মার্বেলটি কাদামাটি স্পর্শ করার মুহূর্তে মার্বেলটির বেগ কত ছিল? ৩

ঘ. কাদামাটির মধ্যে মার্বেলটির বেগ বনাম অতিক্রান্ত দূরত্বের লেখচিত্র অংকন কর এবং মার্বেলটি কাদামাটির মধ্যে আর কতটুকু প্রবেশ করবে গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা ও কৌণিক বেগের গুণফলকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার সূত্রানুসারে,

$L_1 = L_2$

বা, $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

বা, $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{I_1}{I_2}$

এখন, $I_2 = \frac{I_1}{2}$ হলে

$\therefore \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{I_1}{\frac{I_1}{2}} = 2$

বা, $\omega_2 = 2\omega_1$

অর্থাৎ জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হবে।

গ কাদামাটি স্পর্শ করার মুহূর্তে বেগ v হলে,

$v^2 = u^2 + 2gh$

বা, $v = \sqrt{u^2 + 2gh}$

$= 31.32\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
অতিক্রান্ত উচ্চতা, $h = 50\ m$
আদি বেগ, $u = 0\ ms^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

ঘ কাদামাটির মধ্যে মার্বেলের বেগ বনাম সরণ সম্পর্ক: $v^2 = v_0^2 + 2as$

$v_0 = 31.32\ m/s$

$a =$ ত্বরণ

$s_1 = 3cm$ হলে, $v = \frac{50}{100} v_0 = \frac{v_0}{2}$

$\therefore E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{4} E_{k_0}$

$\therefore F{\cdot}S = E_{k_0} - E_k = \frac{3}{4} E_{k_0}$

বা, $F\cdot\left(\frac{4}{3} s_1\right) = E_{k_0} - 0$

$\therefore$ মোট সরণ, $s_2 = \frac{4}{3} s$

$= \frac{4}{3} \times 3cm$

$= 4\ cm$

$\therefore a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s_2}$

$= \frac{0 - (31.32)^2}{2 \times 4 \times 10^{-2}}$

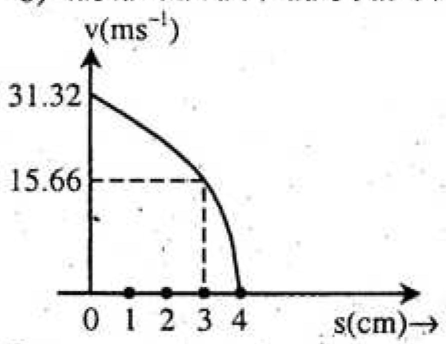
$= -12261.78\ m/s^2$

$\therefore\ v^2 = 31.32^2 - 2 \times 1.2261.78$

$v^2 = 980.95 - 24523.50$

বা, $v^2 = -24523.50(s - 0.04)$

বা, $y^2 = -a(x - b)$ ধরনের সমীকরণ। যার লেখচিত্র নিম্নরূপ:



$\therefore$ মার্বেলটি কাদামাটির মধ্যে আরও $(s_2 - s_1) = (4 - 3)cm$

$= 1cm$ প্রবেশ করবে।

প্রশ্ন ▶৩৩ 490 m উঁচু কেন্টন টাওয়ার এর ছাদ থেকে একটি লোক 40 ms^{-1} অনুভূমিক বেগে বুলেট ছুঁড়ল। একই সময় অপর একটি লোক একই উচ্চতা হতে একটি বুলেট স্থির অবস্থা হতে নিচে ফেলে দিল। [বাতাসের বাধা উপেক্ষা করে]

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি কলেজ, ঢাকা]

ক. কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. 'সুষম রৈখিক গতিতে ত্বরণ থাকে না, কিন্তু বৃত্তাকার গতিতে ত্বরণ থাকে' —ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম বুলেটে কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কোন বুলেটটি আগে ভূমিতে আঘাত করবে? উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

খ সুষম রৈখিক গতিতে বেগের পরিবর্তন শূন্য হওয়ায় ত্বরণ থাকে না। কিন্তু সুষম বৃত্তাকার গতিতে বেগ সর্বদা বৃত্তাকার পথের যেকোন বিন্দুতে স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। এজন্য বেগের মান এক হলেও দিক সর্বদা পরিবর্তনশীল হওয়ায় বেগের পরিবর্তনের মান শূন্য হয় না। এজন্য সুষম বৃত্তাকার গতিতে ত্বরণ থাকে।

গ এখানে,

আদিবেগ, $v_0 = 40\ ms^{-1}$

উচ্চতা, $H = 490\ m$

অনুভূমিকভাবে বুলেট ছোঁড়ার ক্ষেত্রে,

অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব, $x = v_0 t$

আবার, অতিক্রান্ত উলম্ব দূরত্ব, $H = \frac{1}{2} gt^2$

বা, $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$\therefore x = v_0 \times \sqrt{\frac{2H}{g}}$

বা, $x = 40 \times \sqrt{\frac{2 \times 490}{9.8}} = 400\ m$ **(Ans.)**

ঘ ১ম ঘটনার ক্ষেত্রে যেহেতু $\theta = 0$,

১ম ঘটনার ক্ষেত্রে ভূমিতে আঘাত করার সময় t_1 হলে,

উলম্ব দূরত্ব, $y = u\sin\theta t_1 + \frac{1}{2} gt_1^2$

$= u \sin 0° \times t_1 + \frac{1}{2} gt_1^2$

$= \frac{1}{2} gt_1^2$

$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{2y}{g}}$

২য় ঘটনার ক্ষেত্রে, আদিবেগ, $u = 0$

২য় ঘটনার ক্ষেত্রে ভূমিতে আঘাত করার সময় t_2 হলে

উলম্ব দূরত্ব, $y = u \times t_2 + \frac{1}{2} gt_2^2$

$= 0 \times t + \frac{1}{2} gt_2^2$

$= \frac{1}{2} gt_2^2$

$\therefore t_2 = \sqrt{\frac{2y}{g}}$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে $t_1 = t_2$

সুতরাং উভয় বুলেট একই সময়ে ভূমিতে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৪ জনি 500m দূরে 1টি বস্তুকে আঘাত করার জন্য অনুভূমিকের সাথে θ কোণে গুলি করল। যদি বন্দুক হতে গুলি বের হওয়ার মুহূর্তে বস্তুটি $50 ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। গুলিটি 5s পর বস্তুটিকে আঘাত করল। *[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]*

ক. জড় প্রসঙ্গ কাঠামো কি? ১

খ. কোন বস্তুর গতি বা স্থিতি সবসময়ই আপেক্ষিক, ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের বস্তুটি 5s পর কত উচ্চতায় উঠবে নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের θ এর মান কত হলে গুলিটি বস্তুটিকে আঘাত করতে পারবে, নির্ণয় করো। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যে সব প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায় তাদেরকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

খ কোনো বস্তু স্থির না সচল তা বোঝার জন্য আমরা কোনো স্থির বস্তুর সাথে তুলনা করে থাকি। যেহেতু এ মহাবিশ্বের পরম স্থিতিশীল কোনো বস্তু পাওয়া যায় না তাই আমাদেরকে কোনো বস্তুর গতি অপর গতিশীল বস্তুর গতির সাথে তুলনা করে বুঝতে হয়। তাই বলা যায়, এ মহাবিশ্বে সকল গতিই আপেক্ষিক। পাশাপাশি থেমে থাকা দুটি ট্রেনের একটি চলতে শুরু করলে গতিশীল ট্রেনের যাত্রীর কাছে মনে হবে যেন পাশের ট্রেনটি বিপরীত দিকে চলতে শুরু করেছে। আসলে ট্রেন দুটির মধ্যবর্তী পারস্পরিক গতির জন্য এরূপ মনে হয়। চলমান যাত্রীর সাপেক্ষে থেমে থাকা গাড়ির এই মনে হওয়া গতিই হচ্ছে আপেক্ষিক গতি। সুতরাং আমরা বলতে পারি, দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির গতিকে আপেক্ষিক গতি বলে এবং পৃথিবীর সব বস্তুর গতি বা স্থিতি সবসময় আপেক্ষিক।

গ

t sec পর উচ্চতা h হলে,

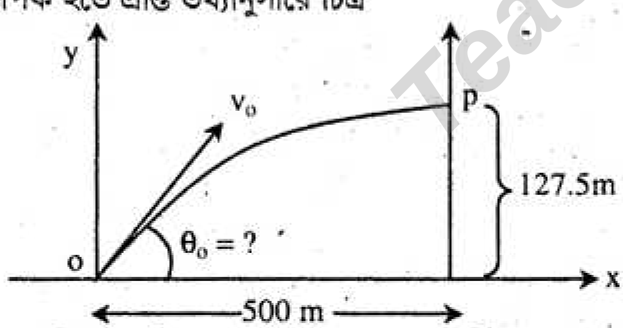
$h = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$

$= 50 \times 5 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2$

$= 127.5$ m **(Ans.)**

এখানে,
বস্তুর আদিবেগ, $v_0 = 50 ms^{-1}$
সময়, t = 5s
উচ্চতা, h = ?

ঘ উদ্দীপক হতে প্রাপ্ত তথ্যানুসারে চিত্র



5 sec পর গুলি অনুভূমিক বরাবর 500m দূরত্ব অতিক্রম করবে।

$\therefore x = v_0 \cos\theta_0 t$

বা, $500 = v_0 \cos\theta_0 t \times 5$

বা, $v_0 \cos\theta_0 = 100$..................(i)

আবার, 5 sec উলম্ব অবস্থায় 127.5 m উচ্চতায় থাকে।

$\therefore y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2} gt^2$

বা, $127.5 = v_0 \sin\theta_0 \times 5 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2$

বা, $250 = v_0 \sin\theta_0 \times 5$

বা, $v_0 \sin\theta_0 = 50$ ....(ii)

(ii) ÷ (i) করে পাই,

$\tan\theta_0 = \frac{1}{2}$

বা, $\theta_0 = 26.57°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৫ আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে হেলানো রাস্তার মধ্য দিয়ে 1600 kg ভরের একটি গাড়ি $15 ms^{-1}$ বেগে চলার সময় ব্রেক চেপে 50 m দূরত্বে থামানো হলো। *[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. ঘাত বল কী? ১

খ. দেখাও যে, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে সমান ভরের দুটি বস্তু বেগের বিনিময় হয়। ২

গ. 30 m দূরত্ব অতিক্রমের পর গাড়িটির বেগের মান কত হবে? ৩

ঘ. গাড়িটির ব্রেকজনিত বলের মান নির্ণয় করো। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

খ দুটি সমান ভরের স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষর ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$mu_1 + mu_2 = mv_1 + mv_2$

বা, $u_1 - v_1 = v_2 - u_2$.........(1)

এবং $\frac{1}{2} mu_1^2 + \frac{1}{2} mu_2^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2$

এবং $u_1^2 - v_1^2 = v_2^2 - u_2^2$.........(2)

সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে

$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$.........(3)

সমীকরণ (1) ও (3) যোগ করে

$2u_1 = 2v_2$

বা, $v_2 = u_1$

সমীকরণ (1) ও (3) বিয়োগ করে

$2u_2 = 2v_1$

বা, $v_1 = u_2$

সুতরাং সমান ভরের দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে বস্তুদ্বয় পরস্পর বেগ বিনিময় করে।

গ কাজ শক্তি উপপাদ্য হতে,

কৃত কাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

বা, ব্রেক কর্তৃক প্রযুক্ত বল × সরণ = গতিশক্তির পরিবর্তন

বা, $F \times s_1 = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$

$F = \frac{m(0 - v_0^2)}{2s_1}$ [∵ v = 0]

$= \frac{-1600 \times (15)^2}{2 \times 50}$

$= -3600$ N

এখানে, সমগ্রপথের ক্ষেত্রে,
গাড়ির ভর, m = 1600 kg
কোণ, θ = 30°
আদি বেগ, $v_0 = 15 ms^{-1}$
দূরত্ব, $s_1 = 50$ m
শেষ বেগ, v = 0

ঋণাত্মক চিহ্ন বাধাদানকারী বল বোঝাচ্ছে।

আবার,

$F \times s = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2)$

বা, $-3600 \times 30 = \frac{1600}{2} (v^2 - 15^2)$

বা, $-108000 = 800 v^2 - 180000$

বা, $v = 9.49 ms^{-1}$ **(Ans.)**

30m দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ, v হলে,
দূরত্ব, $s_2 = 30$ m
শেষ বেগ, v = ?

ঘ কাজ শক্তি উপপাদ্য হতে,

ব্রেক কর্তৃক প্রযুক্ত বল × সরন = গতিশক্তির পরিবর্তন

বা, $F \times s = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2)$

বা, $F = \frac{-1600 \times (0^2 - 15^2)}{2 \times 50}$

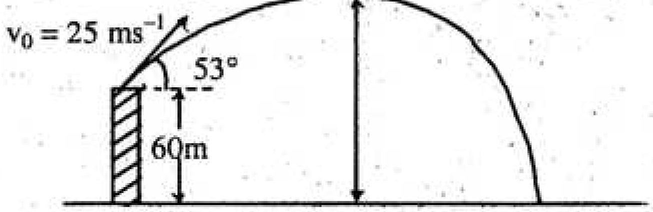
বা, $F = -3600$ N

এখানে,
গাড়ির ভর, m = 1600 kg
কোণ, θ = 30°
বেগ, $v_0 = 15 ms^{-1}$
দূরত্ব, s = 50 m
শেষ বেগ, v = 0
প্রযুক্ত বল, F = ?

ঋণাত্মক চিহ্ন বাধাদানকারী বল বোঝাচ্ছে।

∴ ব্রেকজনিত বলের মান 3600 N।

প্রশ্ন ▶ ৩৬ 60m উচ্চতা বিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি 25 ms^{-2} বেগে অনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোঁড়া হচ্ছে।



[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত করলে তাপমাত্রার কী পরিবর্তন হবে ব্যাখ্যা করো। ২

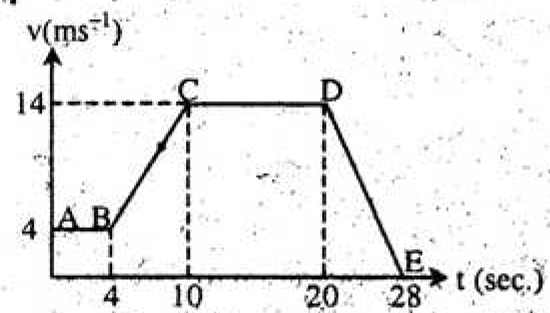
গ. কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. পাহাড়ের চূড়া হতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বলে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

১০ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩৭ নিচের চিত্রে একটি গাড়ির সময় বনাম বেগ এর লেখচিত্র দেখানো হল:



[মাইলস্টোন কলেজ]

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. ঢালু পথে পাহাড়ে উঠতে কষ্ট হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

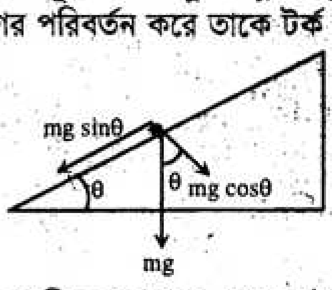
গ. DE অংশে গাড়িটির ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রথম 14 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব গাড়িটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্বের অর্ধেক হবে কি? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ



যখন কোনো ব্যক্তি ঢালু পথে পাহাড় উঠতে চায়, তখন ঢালু পথটি চিত্রের ন্যায় অনুভূমিকের সাথে θ কোণে আনত থাকে। এ সময় ঐ ব্যক্তির ওজনের দুটি উপাংশ থাকে যার একটি ঐ তলের খাড়া নিচের দিকে, অন্যটি পাহাড়ে উঠার সময় তার ঠিক বিপরীতে। ফলে ঐ ব্যক্তিটিকে পাহাড়ে উঠার জন্য হাঁটার পাশাপাশি ঐ বলের বিরুদ্ধেও কাজ করতে হয়। এ কারণে ঢালু পথে পাহাড়ে উঠার সময় কষ্ট হয়।

গ লেখের DE অংশ সরলরেখা বলে গাড়িটির বেগ সমমন্দনে হ্রাস পায়।

∴ গাড়িটির ত্বরণ, a হলে,

$v = u + at$

বা, $a = \dfrac{v - u}{t}$

$= \dfrac{0 - 14}{8}$

$= -1.75\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

এখানে,
আদিবেগ, $u = 14\ ms^{-1}$
শেষ বেগ, $v = 0\ ms^{-1}$
সময়, $t = 8$ sec

ঘ লেখের AB অংশে গাড়িটি 4sec ধরে $4ms^{-1}$ সমবেগে যায়। এ সময় গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_{AB} = 4 \times 4 = 16$ m লেখের BC অংশে গাড়িটি সমত্বরণে S_{BC} দূরত্ব গেলে

$S_{BC} = \left(\dfrac{u + v}{2}\right) t$

$= \left(\dfrac{14 + 4}{2}\right) \times 6$

$= 54$ m

এখানে,
আদিবেগ, $u = 4\ ms^{-1}$
শেষ বেগ, $v = 14\ ms^{-1}$
সময়, $t = 6$ sec

লেখের CD অংশে গাড়িটি সমবেগে যায় বলে, C হতে 4 sec-এ যাবে,

$S_{CD_1} = 14 \times 4$
$= 56$ m

∴ প্রথম 14 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_1 = S_{AB} + S_{BC} + S_{CD_1}$
$= 16 + 54 + 56$
$= 126$ m

আবার, CD অংশে বাকি 6 sec এ অতিক্রম করে, $S_{CD_2} = 6 \times 14$
$= 84$ m

DE অংশে সমমন্দনে S_{DE} দূরত্ব গেলে,

$S_{DE} = \left(\dfrac{u + v}{2}\right) t$

$= \left(\dfrac{14 + 4}{0}\right) \times 8$

$= 56$ m

এখানে,
আদিবেগ, $u = 14\ ms^{-1}$
শেষ বেগ, $v = 0\ ms^{-1}$
সময়, $t = 8$ sec

∴ শেষ 14 sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_2 = S_{CD_2} + S_{DE}$
$= 84 + 56$
$= 140$ m

∴ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = S_1 + S_2$
$= 126 + 140$
$= 266$ m

∴ মোট দূরত্বের অধিক দূরত্ব, $\dfrac{S}{2} = \dfrac{266}{2} = 133 > S_1$।

অর্থাৎ প্রথম 14 সেকেন্ড অতিক্রান্ত দূরত্ব মোট দূরত্বের অর্ধেক নয়।

প্রশ্ন ▶ ৩৮ একজন লোক 20m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে $40ms^{-1}$ বেগে একটি বুলেট ছুঁড়ল। একই সময়ে আর একটি বুলেট একই উচ্চতা থেকে নিচে ফেলে দিল।

[আজিমপুর গভর্নমেন্ট গার্লস স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রথম বুলেটটি কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় করো। ৩

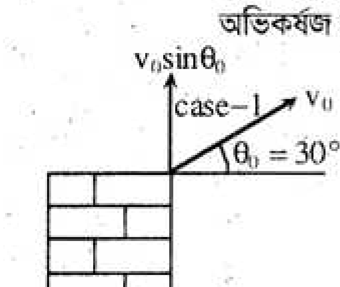
ঘ. যদি প্রথম বুলেটটি অনুভূমিকভাবে ছোঁড়া হতো তাহলে কোন বুলেটটি আগে ভূমিতে আঘাত করত? উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর কেন্দ্র বরাবর যে ত্বরণ কাজ করে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ আমরা জানি, ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিপরীতে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণচক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক। ফলে একটি পূর্ণচক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনও শূন্য হতে পারে না। এজন্য ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ দেওয়া আছে, প্রথম বুলেটের ক্ষেত্রে, নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 40ms^{-1}$
আদি উচ্চতা, $h = 20m$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$



Case-1:
উপরের দিক ঋণাত্মক ধরে ($\overset{+}{\uparrow}$) পাই,

$$-h = + v_0 \sin\theta_0 t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \quad [\because g \text{ নিচের দিকে}]$$

বা, $-20 = 40 \sin30° t_1 - 4.9t_1^2$

বা, $4.9t_1^2 - 20t_1 - 20 = 0$

বা, $t_1 = \frac{-(-20) \pm \sqrt{-20^2 - 4 \times 4.9 \times (-20)}}{2 \times 4.9}$

বা, $t_1 = 4.9125s$ বা, $t_1 = 0.831$ (অগ্রহণযোগ্য)

∴ আনুভূমিক দূরত্ব, $x_1 = v_0\cos\theta_0 \times t_1$
$= 40 \times \cos30° \times 4.9125$
$= 170.174m$ **(Ans.)**

ঘ ১ম বুলেটের ক্ষেত্রে,

$h = v_o \sin \theta_o t + \frac{1}{2} gt^2$

$\Rightarrow 20 = 40 \times \sin \theta° \times t + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{20}{4.9}} = 2.02s.$

এখানে,
$v_o = 40 \text{ ms}^{-1}$
$\theta = 0°C$

দ্বিতীয় বুলেটটি প্রাস নয়, এটি উলম্ব বরাবর মুক্তভাবে পতনশীল বস্তু।
দ্বিতীয় বুলেটের আদিবেগ, $v_o = 0$ m/s
জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m/s
দ্বিতীয় বুলেটটি ভূমিতে আঘাতের পূর্বে t′ সময়কাল ধরে পতিত হলে,

$h = v_o t' + \frac{1}{2} g t'^2$

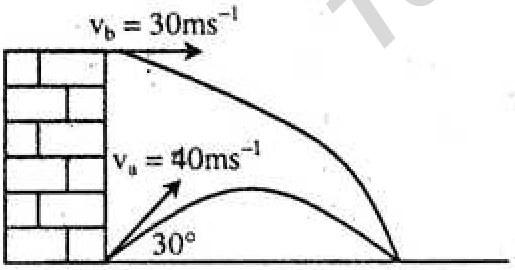
বা, $20 = 0.t' + \frac{1}{2} \times 9.8t'^2$

বা, $4.9t'^2 = 20$

বা, $t' = \sqrt{\frac{20}{4.9}} = 2.02$ sec

লক্ষ করি, ১ম বুলেটটির বিচিরণকালও 2.02 sec।
সুতরাং, উভয় বুলেট একই সাথে ভূমিতে আঘাত করবে।
এরূপ হওয়ার কারণ হলো ১ম বুলেটটি প্রাস হলেও উল্লম্ব বরাবর এর আদি বেগের উপাংশ শূন্য। অর্থাৎ উল্লম্ব বরাবর এর গতি বিবেচনা করা হলে তা মুক্তভাবে পতনশীল বস্তুর সমতুল্য হবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৯



a প্রাসটি ভূমির সাথে 30° কোণে এবং b প্রাসটি অনুভূমিকভাবে একটি দেয়ালের উপর থেকে নিক্ষেপ করা হয়েছে। *[ঢাকা সিটি কলেজ]*

ক. রাস্তার ব্যাংকিং কী? ১
খ. ক্যাচ ধরার সময় ফিল্ডার হাত পেছনে টেনে নেয় কেন— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. a প্রাস সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে নির্ণয় করো। ৩
ঘ. দেয়ালের উচ্চতা কত হলে দুটি প্রাসের অনুভূমিক দূরত্ব সমান হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার পথে গাড়ি টার্ন নেয়ার জন্য কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন। এই বলের যোগান দেওয়ার জন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করা হয়। অর্থাৎ রাস্তাটি বাঁকের কেন্দ্রের দিকে একটু ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার **'ব্যাংকিং' বলে**।

খ F = ma সূত্রানুসারে, ত্বরণ কম হলে প্রযুক্ত বল কম হবে। বেগের পরিবর্তন ধ্রুব হলে, এই পরিবর্তনে যত বেশি সময় নেয়া হবে, ত্বরণের মান তত কম হবে। তাই ক্রিকেট খেলায় ক্যাচ ধরার সময় খেলোয়াড় হাতটাকে পিছনে টেনে নেয়, যাতে বেগের নির্দিষ্ট পরিবর্তনে (যেমন $5ms^{-1}$ হতে $0ms^{-1}$) বেশি সময় লাগে। ফলে, ত্বরণ এবং প্রতিক্রিয়া বল কম মানের হয়।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 20.41 m।

ঘ a প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা, R হলে,

$R = \frac{v_a^2 \sin 2\theta_0}{g}$
$= \frac{40^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8}$
$= 141.4m$

এখানে,
আদিবেগ, $v_a = 40ms^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

b প্রাসের আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশ $v_x = v_a \cos 0° = v_a = 30ms^{-1}$
b প্রাসের R অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করতে t সময় লাগলে,
$R = v_{x_0}t$, যেহেতু অনুভূমিক বরাবর ত্বরণ শূন্য।

$\therefore t = \frac{R}{v_{x_0}}$
$= \frac{R}{v_a}$
$= \frac{141.4}{30}$
$= 4.713$ sec

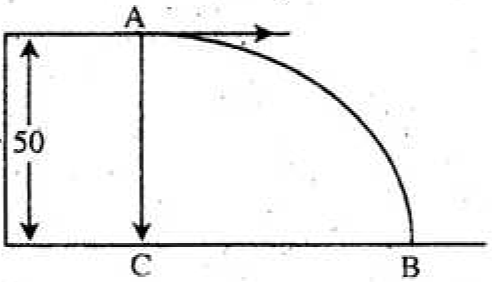
b প্রাসের আদিবেগের উলম্ব উপাংশ v_{y_0} হলে, $v_{y_0} = v_a \sin 0° = 0$
∴ যদি b প্রাসটিকে 141.4m অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়, তবে দেয়ালের উচ্চতা যদি, h হতে হয়,

$h = v_{y_0}t + \frac{1}{2} gt^2$
$= 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4.713^2$
$= 108.84m$

এখানে,
সময়, $t = 4.713$ sec

অতএব, দেয়ালের উচ্চতা 108.84m হলে প্রাসদ্বয় সমান অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে।

প্রশ্ন ▶ ৪০ চিত্রটি লক্ষ করো এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



জনি বাড়ির ছাদ A হতে 250g ভরের কোন বল $10ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিকের সমান্তরালে নিক্ষেপ করে। জনির বন্ধু গণি একই সময়ে 130g ভরের অপর একটি বল বাড়ির ছাদ A হতে খাড়া নিচে ফেলে দেয়। *[কুমিল্লা সরকারি কলেজ, কুমিল্লা]*

ক. তাৎক্ষণিক ত্বরণ কী? ১
খ. ত্বরণ একমাত্রিক হলেও বেগ দ্বিমাত্রিক হতে পারে কী— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. কার বলটি ভূমিতে আগে পড়বে? গাণিতিক যুক্তি দাও। ৩
ঘ. জনির নিক্ষিপ্ত বলের গতিপথ কেমন হবে তা গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তনের হারকে ঐ বিশেষ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

ঘ প্রাসের মধ্যে একই সাথে বেগের অনুভূমিক ও উলম্ব উপাংশ থাকে। প্রাসের বেগের শুধু উলম্ব উপাংশ সময়ের সাথে পরিবর্তিত কিন্তু অনুভূমিক উপাংশের পরিবর্তন হয় না। তাই এর ত্বরণ শুধু উলম্ব দিকে কাজ করে এবং অনুভূমিক বরাবর ত্বরণ শূন্য হয়। তাই বেগ দ্বিমাত্রিক হলেও ত্বরণ একমাত্রিক।

গ জনির বলের ভূমিতে পড়তে t_1 সময় লাগলে,

$$h = v_{y_0} t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\text{বা, } h = v_0 \sin\theta_0 \, t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\text{বা, } h = 10 \times 0 \times t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{9.8}} = 3.2 \text{ sec}$$

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 10$ m/s
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 0°$
উচ্চতা, $h = 50$m

গণির ছোঁড়া খাড়া বলটি ভূমিতে পড়তে t_2 সময় লাগলে,

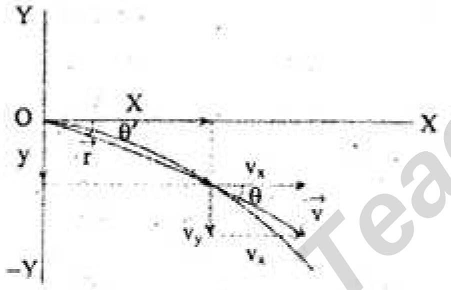
$$h = 0 \times t + \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$\text{বা, } t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{9.8}} = 3.2 \text{ sec}$$

$$\therefore t_1 = t_2$$

অতএব, বল দুইটির ভর ভিন্ন হলেও, অভিকর্ষজ ত্বরণ ভরের ওপর নির্ভর করে না এবং দুইটি বলেরই উলম্ব বেগ শূন্য বলে বলদ্বয় একই সাথে ভূমিতে পড়বে। **(Ans.)**

ঘ



অনুভূমিকের সমান্তরালে নিক্ষিপ্ত কোনো বস্তুর আদিবেগ, v_0 হলে

অনুভূমিক বরাবর আদিবেগের উপাংশ, $v_{y_0} = v_0 \cos 0° = v_0$

ও উলম্ব " " " $v_{y_0} = v_0 \cos 0° = 0$

t সময়ে প্রাসটি x দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$$x = v_{x_0} t = v_0 t$$

$$\text{বা, } t = \frac{x}{v_0}$$

আবার, t সময়ে বস্তুটি y উচ্চতা অতিক্রম করলে,

$$y = v_{y_0} t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } y = 0 \times t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$\therefore y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

এ সমীকরণ যে কোনো মুহূর্তে x ও y এর সম্পর্ক নির্দেশ করে। এই সমীকরণই হল অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর চলরেখের সমীকরণ।

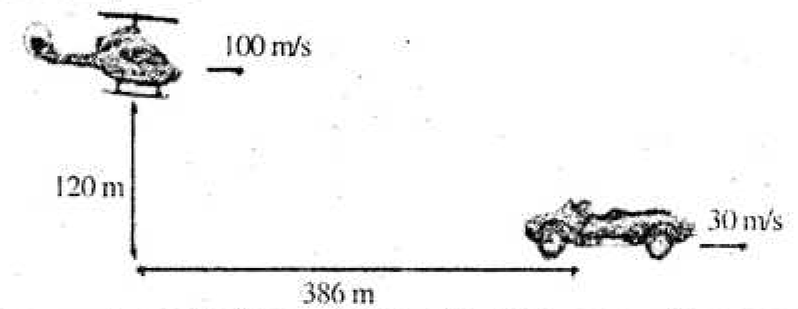
এখানে g ও v_0 ধ্রুবক বলে $\frac{g}{2v_0^2} = c$ লিখলে,

$$y = cx^2$$

যা একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।

অতএব, অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর চলরেখ হচ্ছে একটি পরাবৃত্ত।

প্রশ্ন ▶ ৪১



100 ms^{-1} বেগে ভূমির সমান্তরাল ভূমি থেকে 120m উঁচুতে চলন্ত হেলিকপ্টার থেকে একজন দক্ষ Stunt-man চিত্র মোতাবেক 30ms^{-1} বেগে চলমান গাড়িতে আরোহণের জন্য লাফ দিল। হেলিকপ্টারের একটি পাখার দৈর্ঘ্য 10m প্রস্থ 1m এবং ভর 30 কেজি।

[সরকারি সিটি কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. অনুভূমিক পাল্লা কাকে বলে? ১

খ. অগ্নি নির্বাপনের সময় পানির হোস পাইপ ধরে রাখা কষ্টকর কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. পাখার জড়তার ভ্রামক কত? ৩

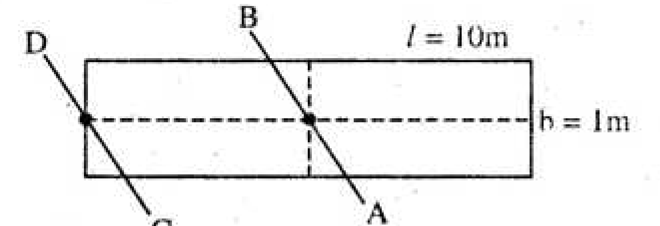
ঘ. দক্ষ Stunt-man গাড়িতে আরোহণ করতে পারবে কিনা যুক্তি সহ ব্যাখ্যা করো। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত কোন বস্তু পুনরায় ভূমিতে ফিরে আসতে যে সময় লাগে, সেই সময়ে তা যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে।

খ যখন অগ্নিনির্বাপনের পানির হোস পাইপ হতে পানি বের হয়, তখন সেই পানির একটি ভরবেগ থাকে। তখন পাইপসহ পানির বলের ভরবেগ সংরক্ষিত থাকার জন্য হোস পাইপ বিপরীত দিকে একটি ভর বেগ লাভ করে। ফলে নির্দিষ্ট স্থানে ধরে রাখার জন্য কর্মীদের এই বলের বিরুদ্ধে পেশিশক্তি প্রয়োগ করতে হয়। এ কারণে পানির হোস পাইপ ধরে রাখা কষ্টকর।

গ



পাখার ভরকেন্দ্রগামী ও পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষ, AB এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক I_{AB} হলে,

$$I_{AB} = \frac{M}{12}(l^2 + b^2) = \frac{30}{12}(10^2 + 1^2) = 252.5 \text{ Kgm}^2$$

এখানে,
পাখার প্রস্থ, b = 1m
পাখার দৈর্ঘ্য, l = 10m
পাখার ভর, M = 30kg

ঘ stunt-man এর ভূমিতে পড়তে t সময় লাগলে,

$$h = 0 \times t + \frac{1}{2} g t^2$$

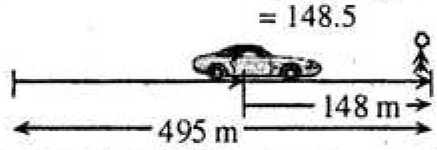
$$\text{বা, } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 120}{9.8}} = 4.95\text{s}$$

এই t সময়ে stunt-man অনুভূমিক বরাবর x দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$$x = v_{x_0} t$$
$$= v_0 \cos 0° \times t$$
$$= 100 \times 1 \times 4.95$$
$$= 495m$$

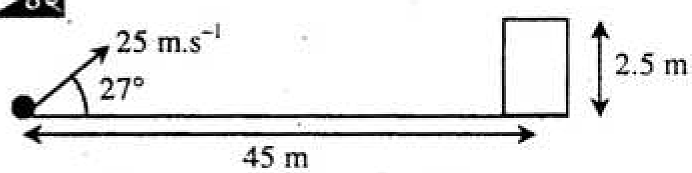
উক্ত t সময়ে গাড়ি s অতিক্রম করলে,

$$s = vt$$
$$= 30 \times 4.95$$
$$= 148.5$$



stunt man লাফ দেওয়ার স্থান হতে 495 m দূরে গিয়ে পড়ে। ঐ সময়ে গাড়িটি 148 m এগিয়ে আসে। তাই stunt man গাড়িতে আরোহণ করতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶৪২



ফাঁকা গোলপোস্ট পেয়ে মেসি চিত্রের ন্যায় কিক করে।

[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]

ক. পরম শূন্য তাপমাত্রা কাকে বলে? ১

খ. চাঁদে গেলে তোমার ভর ও ওজনের কেমন পরিবর্তন লক্ষ করবে? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠে ছিল তা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. মেসি বলটি কিক করার আগ পর্যন্ত কোনো গোল না হলে খেলায় ফলাফল কি হয়েছিল বিশ্লেষণ কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থির চাপে কোনো গ্যাসের আয়তন যে তাপমাত্রায় তত্ত্বীয়ভাবে শূন্য হয় সেই তাপমাত্রাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলা হয়।

খ ভর হলো কোনো বস্তুতে উপস্থিত মোট পদার্থের পরিমাণ। একারণে পৃথিবী থেকে চাঁদে গেলেও ভরের কোনো পরিবর্তন হবে না। কেননা বস্তুতে মোট পদার্থের পরিমাণের পরিবর্তন হবে না। অন্যদিকে ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভরশীল। অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তিত হলে ওজন পরিবর্তিত হবে। চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, পৃথিবীর পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের $\frac{1}{6}$ গুণ।

একারণে পৃথিবী থেকে চাঁদে গেলে, ওজন = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ সূত্রানুসারে, ওজনও $\frac{1}{6}$ গুণ হবে।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 6.57 m.

ঘ ৬(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: 45m দূরত্বে y এর মান হবে 2.93m যা গোলপোস্টের উচ্চতা 2.5 m এর চেয়ে বেশি। অতএব, কিকটিতে গোল হবে না। খেলার ফলাফল হবে ড্র।

প্রশ্ন ▶৪৩ বাংলাদেশ বনাম দক্ষিণ আফ্রিকা ক্রিকেট খেলায় বাংলাদেশের খেলোয়ার নাসির ব্যাট দ্বারা বলটিকে $20ms^{-1}$ বেগে 60° কোণে আঘাত করল। নাসির হতে 60m দূরত্ব দাঁড়িয়ে থাকা দক্ষিণ আফ্রিকার খেলোয়াড় হাশিম আমলা ক্যাচটি ধরার জন্য $10ms^{-1}$ দৌড় দিল।

[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]

ক. মহাকর্ষ ধ্রুবক কী? ১

খ. প্রাসের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. নাসির হতে 4m দূরে বলটির বেগ কত হবে তা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. হাশিম আমলা ক্যাচটি লুফে নিতে পারবে কিনা-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভর বিশিষ্ট দুটি বস্তু কণা একক দূরত্ব থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

খ গতিশক্তি = $\frac{1}{2}$ × ভর × (বেগ)^2 সুতরাং, গতিশক্তি শূন্য হতে হলে বস্তুর বেগ শূন্য হতে হবে। কেননা, ভর শূন্য হতে পারে না। প্রাসের গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে বেগের দুটি উপাংশ থাকে, অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ। অনুভূমিক উপাংশ ধ্রুবমানের হয় এবং কখনো শূন্য হয় না। উল্লম্ব উপাংশ ক্রমাগত পরিবর্তিত হয় এবং সর্বোচ্চ বিন্দুতে শূন্য হয়। সুতরাং সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হলেও অনুভূমিক উপাংশ থাকে। অর্থাৎ সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসের বেগ শূন্য নয়। অতএব, প্রাসের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তিও শূন্য নয়।

গ ৭(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $16.72 ms^{-1}$.

ঘ ১৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: $R + vt = 70.6 > 60$ m; তাই হাশিম আমলা বলটি লুফতে পারবে।

প্রশ্ন ▶৪৪ শেখ ফজিলাতুন্নেসা সরকারি মহিলা কলেজের বার্ষিক ক্রিড়া প্রতিযোগিতা ফুটবল খেলার সময় উর্মি ভূমির সাথে 30° কোণে এবং $8ms^{-1}$ বেগে ফুটবলটি কিক করেই আবার কিক করার জন্য $4ms^{-1}$ সমবেগে বলটির দিকে দৌড়ে গেল, $[g = 9.8ms^{-2}]$

[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব ব্যাখ্যা কর। ২

গ. $\frac{1}{2}$s পর ফুটবলটির বেগ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপক হতে উর্মি পুনরায় বলটি কিক করতে পেরেছিল কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার রৈখিক বেগ $\vec{v}$ এর দিক হবে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর অর্থাৎ বৃত্ত পথের তলে। কিন্তু বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার রৈখিক বেগ $\vec{\omega}$ এর দিক হবে বৃত্ত পথের তলের উপর লম্ব। সুতরাং বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার রৈখিক বেগ $\vec{v}$ এবং কৌণিক বেগ $\vec{\omega}$ সর্বদা পরস্পরের উপর লম্ব।

গ ৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: বেগের মান $6.986 ms^{-1}$ এবং বেগের দিক অনুভূমিকের সাথে 7.4° কোণ করে নিচের দিকে।

ঘ ৫(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: উর্মি পুনরায় মাটিতে পড়ার পূর্বে বলটি কিক করতে পারেনি।

প্রশ্ন ▶৪৫ একটি গাড়ির পিছনের গ্লাস ছাদের সাথে 35° কোণে হেলানো। গাড়িটি $20ms^{-1}$ বেগে চলছে। হঠাৎ $10ms^{-1}$ বেগে বৃষ্টি শুরু হলে গাড়ির চালক একই বেগে একই দিকে গাড়ি চালাতে থাকে।

[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]

ক. সরলছন্দিত স্পন্দন কাকে বলে? ১

খ. স্পন্দনরত কণার মোট শক্তি উহার সরণের উপর নির্ভর করে না কেন? ২

গ. গাড়ির সামনের গ্লাসে বৃষ্টি কত বেগে পড়বে? ৩

ঘ. বর্ণিত গাড়িটির পিছনের গ্লাস বৃষ্টিতে ভিজবে কিনা গাণিতিক যুক্তিসহ লিখ। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো দোলনরত কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে সরণের সমানুপাতিক ও সব সময় সাম্যাবস্থানের অভিমুখী হলে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ স্পন্দনরত কণার উপর প্রত্যয়নী বল সংরক্ষণশীল। তাই উহার মোট শক্তি সর্বদা সমান থাকে। সাম্যাবস্থান থেকে সরণের মান বৃদ্ধি পাওয়ার সাথে সাথে এর বিভব শক্তি বাড়ে এবং গতিশক্তি কমে। তাই মোট শক্তি সমান থাকে।

গাণিতিকভাবে দেখানো যায়, x সরণে

মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2} m\omega^2x^2 + \frac{1}{2} mv^2$

$= \frac{1}{2} m\omega^2x^2 + \frac{1}{2} m \left(\omega\sqrt{a^2-x^2}\right)^2$

$= \frac{1}{2} m\omega^2x^2 + \frac{1}{2} m\omega^2(a^2 - x^2)$

$= \frac{1}{2} m\omega^2a^2$; যেখানে x অনুপস্থিত

অতএব, সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনরত কণা মোট শক্তি সরণের উপর নির্ভর করে না।

গ

বৃষ্টি এবং গাড়ির মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$

সুতরাং গাড়ীর সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ,

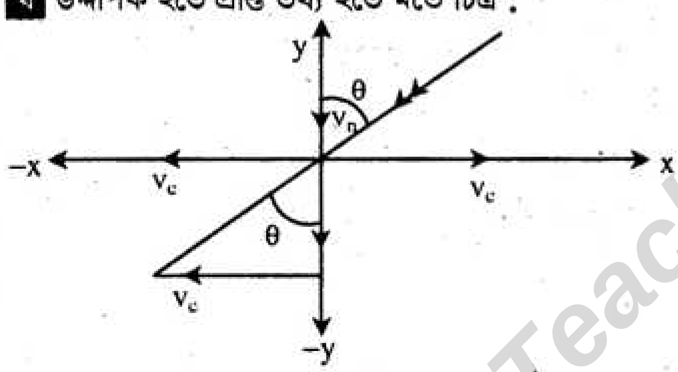
$v = \sqrt{v_r^2 + v_c^2}$

$= \sqrt{(10)^2 + (20)^2}$

$= 22.36\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
গাড়ির বেগ, $v_c = 20\ ms^{-1}$
বৃষ্টির বেগ, $v_r = 10\ ms^{-1}$
গাড়ির সামনের গ্লাসে বৃষ্টির বেগ, $v = ?$

ঘ উদ্দীপক হতে প্রাপ্ত তথ্য হতে মতে চিত্র :



$\tan\theta = \frac{v_c}{v_n}$

বা, $\tan\theta = \frac{20}{10}$

$\therefore \theta = 63.43°$

এখানে,
$v_c = 20\ ms^{-1}$
$v_r = 10\ ms^{-1}$

কিন্তু পিছনের কাঁচ উলম্বের সাথে 35° কোণ করে আছে। অর্থাৎ অণুভূমিকের সাথে (90° – 35°) = 55° কোণ অপেক্ষা বেশি কোণে বৃষ্টি পড়ছে। অর্থাৎ পিছনের কাঁচ ভিজবে না।

প্রশ্ন ▶ ৪৬ করিম ও রহিম দুই বন্ধু। রহিম বাজার থেকে একটি টেবিল কিনে আনলো। করিম টেবিলটির উচ্চতা ধারণা করল 1m। এজন্য তারা একটি পরীক্ষার ব্যবস্থা করল। তারা একটি মার্বেলকে 1 ms^{-1} বেগে গড়াতে গড়াতে মাটিতে পড়তে দিল। মার্বেলটি টেবিল থেকে 0.5 m দূরে গিয়ে মাটিতে পড়লো।

[আহম্মদ উদ্দিন শাহ্ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]

ক. সমমেল কী? ১

খ. তরঙ্গের প্রাবল্যের সাথে মাধ্যমের বেগের সম্পর্ক— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের মার্বেলটির বেগে কোন বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা কত হবে? ৩

ঘ. টেবিলের উচ্চতা সম্পর্কে করিমের ধারণা সঠিক ছিল কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বলে।

খ তরঙ্গ সঞ্চালনের পথে মাধ্যমের কোনো বিন্দুর চারদিকে A ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে t সময়ে যদি লম্বভাবে E পরিমাণ শক্তি প্রবাহিত হয়, তাহলে একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে একক সময়ে লম্বভাবে প্রবাহিত শক্তি তথা ঐ বিন্দুতে তরঙ্গের প্রাবল্য বা তীব্রতা I হবে।

$I = \frac{E}{At}$

বা, $I = \frac{EL}{ALt}$ [L= মাধ্যমের একটি অংশের দৈর্ঘ্য]

$= \frac{EL}{Vt}$ [V = AL মাধ্যমের একটি অংশের আয়তন]

$= \frac{Ev}{V}$ [$v = \frac{L}{t}$ = তরঙ্গের বেগ]

$\therefore I \propto v$

সুতরাং, তরঙ্গের প্রাবল্য মাধ্যমের বেগের সাথে সমানুপাতিকভাবে সম্পর্কযুক্ত।

গ

v_0 আদিবেগে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করলে তার আনুভূমিক পাল্লা,

$R = \frac{v_0^2 \sin2\theta_0}{g}$

এখানে,
মার্বেলটির বেগ, $v_0 = 1\ ms^{-1}$
সর্বাধিক আণুভূমিক পাল্লা, $R_{max} = ?$

সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লার জন্য $\sin2\theta_o = 1$, অর্থাৎ $\theta_0 = 45°$

$\therefore R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$

$= \frac{1^2}{9.8}$

$= 0.102$ m **(Ans.)**

ঘ

অনুভূমিকভাবে অতিক্রান্ত দূরত্ব x হলে,

$x = v_0\cos\theta_0 t + \frac{1}{2} a_x t^2$

বা, $x = v_0\cos\theta_0 t$

বা, $t = \frac{0.5}{1 \times \cos0°}$

$= \frac{0.5}{1 \times 1}$

$= 0.5$ sec

এখানে,
টেবিলের উপর মার্বেলের বেগ, $v_0 = 0°$
অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta_0 = 0°$
অনুভূমিকভাবে অতিক্রান্ত দূরত্ব, x = 0.5 m
উচ্চতা, h = ?
অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ $a_x = 0$

এখন, মার্বেলটি h উচ্চতা থেকে পতিত হলে,

$h = v_0\sin\theta_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

বা, $h = 1 \times 0 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.5)^2$

বা, $h = 0 + 1.225$

$\therefore h = 1.225$ m

টেবিলের উচ্চতা সম্পর্কে করিমের উক্ত ধারণা ভুল ছিল।

প্রশ্ন ▶ ৪৭ একজন ব্যাটসম্যান একটি বলকে ভূমির সাথে 30° কোণে আঘাত করায় বলটি 30ms^{-1} বেগে বাউন্ডারির দিকে ছুটতে থাকে। ব্যাটসম্যান থেকে বাউন্ডারির দূরত্ব ছিলো 80m. খেলাটি জেতার জন্য ব্যাটিং দলের ঐ বলে 5 রান দরকার।

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে? ১
খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ আলোচনা করো। ২
গ. বলটির বিচরণকাল নির্ণয় করো। ৩
ঘ. ব্যাটিং দল খেলাটি জিততে পারবে কি না-গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি গতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে অপর গতিশীল বস্তুর বেগকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

খ কেন্দ্রমুখী ত্বরণের রাশিমালা, $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$।

এই সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে পাই, $\vec{a} = -\omega^2\vec{r} = -\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন থেকে দেখা যায়, কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক ব্যাসার্ধ ভেক্টর তথা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে।

গ ১৭(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর: 3.06s.

ঘ

খেলা জেতার জন্য বলটিকে বাউন্ডারির বাইরে গিয়ে পড়তে হবে। অর্থাৎ বলের অনুভূমিক পাল্লা, R>80 m হতে হবে।

এখানে,
বাউন্ডারির দূরত্ব, $R_1 = 80m$
বলের বেগ, $v_0 = 30\ ms^{-1}$
উৎপন্ন কোণ, $\theta_0 = 30°$

এখন, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$
$= \frac{(30)^2 \times \sin 60°}{9.8}$
$= 79.53$ m

অর্থাৎ বলটি চার হতে পারে। কিন্তু জিততে গেলে 5 রান দরকার। অর্থাৎ ব্যাটিং দল জিতবে না।

প্রশ্ন ▶ ৪৮ বাংলাদেশ-দক্ষিণ আফ্রিকা ক্রিকেট খেলায় সাকিব-আল-হাসান 20m দূর হতে $10ms^{-1}$ বেগে 30° কোণে উইকেটের পাশে দাঁড়ানো মুশফিকুর রহিমের নিকট বল পাঠালো। ঠিক তখনই দক্ষিণ আফ্রিকার ব্যাটসম্যান হাশিম আমলা $15ms^{-1}$ বেগে 21m দূরে নন স্ট্রাইকিং প্রান্ত থেকে দৌড় শুরু করল।

[নিউ গভঃ ডিগ্রি কলেজ, রাজশাহী]

ক. সুষম বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? ১
খ. সর্বাধিক উচ্চতায় প্রাসের ত্বরণ—ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের বলটির সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উদ্দীপকের হাশিম আমলার আউট হওয়ার সম্ভবনা— গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার পথে গতিশীল কোন বস্তুর বেগের মান যদি সময়ের সাথে পরিবর্তিত না হয় তবে বস্তুর এ গতিকে সুষম বৃত্তীয় গতি বলে।

খ প্রাসের গতির ক্ষেত্রে বস্তুটির উপর শুধুমাত্র অভিকর্ষজ ত্বরণ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এক্ষেত্রে কোনো অনুভূমিক ত্বরণ ক্রিয়া করে না।

প্রাসের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের উল্লম্ব উপাংশের মান হ্রাসপেয়ে শূন্য (০) হয় কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের মান স্থির থাকে। অপরদিকে অনুভূমিক ত্বরণের মান শূন্য। অর্থাৎ সর্বোচ্চ বিন্দুতে ক্রিয়ারত ত্বরণ এর মান –g এর সমান।

গ

প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা,
$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$
$= \frac{(10)^2 \times (\sin 30)^2}{2 \times 9.8}$
$= 1.28$ m **(Ans.)**

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 10\ ms^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30°$
সর্বোচ্চ উচ্চতা, H = ?

ঘ

হাশিম আমলা আউট হবেন যদি তিনি উইকেটে পৌছনের পূর্বে বল পৌঁছায়। বলের 20m দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় t_1
$x = v_0 \cos\theta\ t_1$
বা, $t_1 = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$
$= \frac{20}{10 \times \cos 30°}$
$= 2.31$s

হাশিম আমলার বেগ,
$v = 15\ ms^{-1}$
উইকেটের দূরত্ব, s = 24 m
বলের বেগ, $v_0 = 10$ m
বল থেকে উইকেটের দূরত্ব, x = 20 m
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30°$

হাশিম আমলা সমবেগে দৌড়ান, তার সময় t_2 হলে
$s = vt_2$
বা, $t_2 = \frac{s}{v} = \frac{21}{15} = 1.4$s
অর্থাৎ হাশিম আমলা আউট হবেন না।

প্রশ্ন ▶ ৪৯ দিনাজপুর বড় মাঠের দিকে অনুভূমিকভাবে 360 kmh^{-1} বেগে গতিশীল একটি উড়োজাহাজের চালক বড় মাঠের কেন্দ্রে একটি বাক্স ফেলতে চাইলেন। কিন্তু তিনি কি যেন ভেবে কেন্দ্র থেকে 632 m দূরে থাকতেই বাক্সটি ফেললেন। বাক্সটি ফেলার সময় প্লেনটি ভূমি থেকে 196 m উচ্চতা দিয়ে উড়ে যাচ্ছিল।

[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]

ক. প্রাস কাকে বলে? ১
খ. প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ শূন্য হয় কী?—ব্যাখ্যা করো। ২
গ. বস্তুটি কত সময় পরে ভূমিতে পতিত হয়েছিল? ৩
ঘ. বস্তুটি বড় মাঠের কেন্দ্রে পড়েছিল কি না- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে শূন্য স্থানে ভূমির সাথে তীর্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস বলে।

খ সর্বাধিক উচ্চতায় প্রাসের বেগের উল্লম্ব ও অনুভূমিক উপাংশ যথাক্রমে v_y ও v_x হলে, বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + y_y^2}$

সর্বাধিক উচ্চতায় উঠার সময়, $t = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$

$\therefore v_y = v_0 \sin\theta_0 - g \times t = v_0 \sin\theta_0 - \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} \times g = 0$

∴ দেখা যাচ্ছে সর্বাধিক উচ্চতায় বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হয়, শুধু v_x উপাংশ কার্যকর থাকে।

আবার, $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$ হওয়ায় $\theta = 0°$ হবে।

অর্থাৎ সর্বাধিক উচ্চতায় প্রাসের বেগ আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশের সমান হবে এবং ভূমির সমান্তরালে কাজ করবে।

গ

বাক্সটি অনুভূমিকের সাথে 0° কোণ করে পতিত হলে,
$y = v_0 \sin\theta_0 t + \frac{1}{2}gt^2$
বা, $y = 0 + \frac{1}{2}gt^2$

এখানে,
উড়োজাহাজের অনুভূমিক বেগ,
$v_0 = 360\ kmh^{-1}$
$= \frac{360 \times 1000}{3600}\ ms^{-1}$
$= 100\ ms^{-1}$

বা, $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$

$= \sqrt{\frac{2 \times 196}{9.8}}$

$= 6.32$ s **(Ans.)**

ভূমিতে পতিত হতে সময়, $t = ?$
উচ্চতা, $y = 196$ m

ঘ 'গ' হতে পাই, বস্তুটির ভূমিতে পতিত হতে সময় $t = 6.32$ sec
এখন, এই সময়ে বলটির ভূমি বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব x হলে,

$x = v_0\cos\theta_0 t + \frac{1}{2}a_x t^2$

বা, $x = v_0 \cos\theta_0 t + 0$

বা, $x = 100 \times \cos 0° \times 6.32$

$\therefore x = 632$ m

এখানে,
বেগ, $v_0 = 100$ ms^{-1} ('গ' হতে)

অর্থাৎ বাক্সটি বড় মাঠের কেন্দ্রে পড়েছিল।

প্রশ্ন ▶ ৫০ $30 ms^{-1}$ গতিবেগে 45° নিক্ষেপণ কোণে একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলো। *[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]*

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১
খ. কোন বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 $rads^{-2}$ বলতে কী বুঝ? ২
গ. প্রাসটির পাল্লা কত হবে? ৩
ঘ. দেখাও যে, যাত্রা শেষে প্রাসটি $30 ms^{-1}$ বেগে ভূ-পৃষ্ঠকে আঘাত করে। ৪

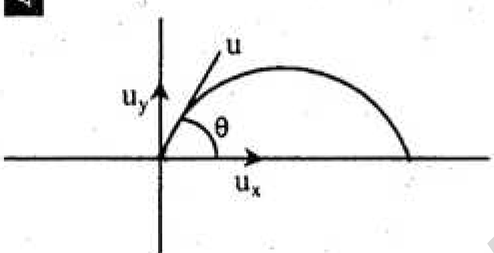
৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

খ কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3$rads^{-2}$ বলতে বুঝায় এর কৌণিক বেগ প্রতি সেকেন্ডে 3$rads^{-1}$ পরিমাণ বৃদ্ধি পাচ্ছে।

গ ১৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর: 91.83 ms^{-1}।

ঘ



$u_x = u\cos 45° = \frac{30}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2}$ m/s

$u_y = u\sin 45° = \frac{30}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2}$ m/s

দেয়া আছে,
আদিবেগ, $u = 30$ m/s
নিক্ষেপন কোণ, $\theta = 45°$

শেষ বেগ

$v_x = u_x + a_x T$

$= 15\sqrt{2} + 0.t$

$= 15\sqrt{2}$ m/s

এখানে,
T = বিচরণকাল

উলম্ব বরাবর মোট সরণ, $h = 0$

$\therefore v_y^2 = u_y^2 + 2g \times 0 = u_y^2$

$\therefore v_y = u_y = 15\sqrt{2}$ m/s

$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(15\sqrt{2})^2 + (15\sqrt{2})^2}$

$= 30$ m/s (দেখানো হলো)।

প্রশ্ন ▶ ৫১ বাংলাদেশ ভারত ক্রিকেট ম্যাচ। ভারতীয় বোলার জাহিরের ছোড়া বলে সাকিব আল হাসান ব্যাট দিয়ে 25 মি/সে বেগে আঘাত করেন। সাকিবের প্রান্ত থেকে সীমানার দূরত্ব 50 মিটার। সীমান্তে কোহলি ফিল্ডিং করছেন যিনি সর্বাধিক 2 মিটার উঁচু বল ক্যাচ নিতে পারেন। *[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]*

ক. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? ১
খ. পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি এক নয় ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপক থেকে বলটির সর্বাধিক পাল্লা নির্ণয় করো। ৩
ঘ. সাকিব আল হাসান সর্বনিম্ন কত কোণে ব্যাট দ্বারা বলকে আঘাত করলে তা কোহলি ধরতে ব্যর্থ হবেন— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধাক্কা বা সংঘর্ষে থাকে বস্তুসমূহের মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় তাকে স্থিতিস্থাপক ধাক্কা বলে।

খ তরলের পৃষ্ঠটান হচ্ছে তরল পৃষ্ঠে একটি কল্পীত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার উপর লম্ব তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়াশীল বল। আর তরলের পৃষ্ঠ শক্তি হচ্ছে তরল পৃষ্ঠের একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত পৃষ্ঠটানজনিত বিভব শক্তি। তাই পৃষ্ঠটান সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠশক্তির সমান হলেও তারা এক নয়।

গ সর্বাধিক পাল্লা হয়, যখন $\theta = 45°$

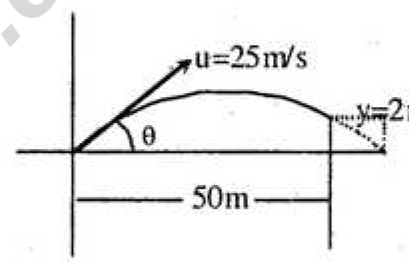
$\therefore R_{max} = \frac{u^2 \sin 90°}{g}$

$= \frac{25^2}{9.8}$

$= 63.78$ **(Ans.)**

দেয়া আছে,
আদিবেগ, $u = 25$ m/s

ঘ



ধরি, θ কোণে মারলে বলটি কোন রকম কোহলির উপর দিয়ে চলে যায়।

$y = x\tan\theta - \frac{g}{2(u\cos\theta)^2}x^2$

$\Rightarrow 2 = 50\tan\theta - \frac{9.8}{2 \times 25^2 \times \cos^2\theta}50^2$

$\Rightarrow 2 = 50\tan\theta - 19.6\sec^2\theta$

$= 50\tan\theta - 19.6(1 + \tan^2\theta)$

$= 50\tan\theta - 19.6 + 19.6\tan^2\theta$

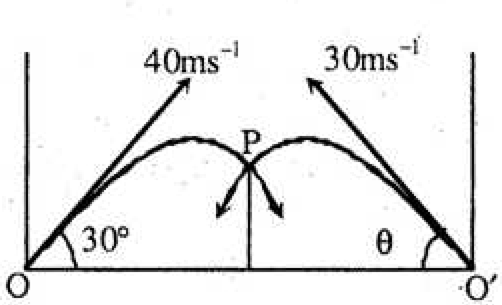
$\Rightarrow 19.6\tan^2\theta + 50\tan\theta - 21.6 = 0$

$\therefore \tan\theta = 0.3764, -2.9275$

$\therefore \theta = 20.63°$ এবং $108.85°$ (গ্রহণযোগ্য নয়)

$\therefore \theta = 20.63°$-এর চেয়ে বেশি বড় কোণে মারলে কোহলি ধরতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶ ৫২



উপরের চিত্রে দুটি প্রাসের গতি প্রকৃতি দেখানো হলো। একটি প্রাস O বিন্দু হতে এবং অপরটি O′ বিন্দু হতে নিক্ষিপ্ত করা হয়েছে। *[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]*

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের গতিবেগ কত মাত্রিক? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. O বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতা কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [উভয় প্রাস একই সময়ে P বিন্দুতে অবস্থান করে।] ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর কেন্দ্র বরাবর যে ত্বরণ কাজ করে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ প্রাসের তাৎক্ষণিক বেগের অনুভূমিক উপাংশ (v_x) ধ্রুবমানের এবং উল্লম্ব উপাংশ (v_y) সর্বদা পরিবর্তনশীল। এর তাৎক্ষণিক বেগের মান, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; v_x = ধ্রুবক হওয়ায়, v = ন্যূনতম মানের হবে যখন v_y এর মান ন্যূনতম হয়। v_y এর মান ন্যূনতম হয় তখন প্রাসটি এর গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে, ঐ মুহূর্তে v_y এর মান 0। সুতরাং, সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের গতিবেগ একমাত্রিক।

গ সর্বাধিক উচ্চতা,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{(40)^2 \times (\sin 30°)^2}{2 \times 9.8} = 20.41 \text{ m} \textbf{ (Ans.)}$$

এখানে,
প্রাসের আদিবেগ, $v_0 = 40 \text{ ms}^{-1}$
নিক্ষিপ্ত কোণ, $\theta_0 = 30°$
সর্বাধিক উচ্চতা, H = ?

ঘ যদি একই বিন্দু P তে থাকে তাহলে এদের p বিন্দুতে উচ্চতা সমান হবে।

O বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর জন্য

$$y_P = v_{0_1} \sin\theta_{0_1} t - \frac{1}{2} gt^2$$

O′ বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর জন্য

$$y_P = v_{0_2} \sin \theta_{0_2} t - \frac{1}{2} gt^2$$

এখন,

$$v_{0_1} \sin\theta_{0_2} t - \frac{1}{2} gt^2 = v_{0_2} \sin\theta_{0_2} t - \frac{1}{2} gt^2$$

বা, $v_{0_1} \sin\theta_{0_1} t = v_{0_2} \sin\theta_{0_2} t$

বা, $\sin\theta_{0_2} = \frac{v_{0_2} \sin\theta_{0_1}}{v_{0_2}}$

$\therefore \theta_{0_2} = 41.81°$

এখন O বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা,

$$R_1 = \frac{v_{0_1}^2 \sin 2\theta_{0_1}}{g} = \frac{(40)^2 \times \sin 60°}{9.8} = 141.39 \text{ m}$$

O′ বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা,

$$R_2 = \frac{v_{0_2}^2 \sin 2\theta_{0_2}}{g} = \frac{(30)^2 \times \sin 83.62°}{9.8} = 91.27 \text{ m}$$

দেওয়া আছে, $R_1 > R_2$

অতএব, O বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৩ 100m উচ্চতা বিশিষ্ট একটি দালানের ছাদের প্রান্ত হতে একটি বস্তুকে 30m/s বেগে আনুভূমিকভাবে এবং অন্য একটি বস্তুকে একই সময়ে একই বেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে নিক্ষেপ করা হল। *[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]*

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. বৃত্তাকার পথে সুষম গতিতে চললেও ত্বরণ থাকে কেন? ২

গ. দ্বিতীয় বস্তুটির 2 sec. এর বেগ কত হবে? ৩

ঘ. বস্তু দুটি ভূমিতে একই সময়ে আঘাত হানবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়। কারণ যদি গতিশীল কোনো বস্তুর বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে বস্তুটি বেগ সমবেগ হবে। অর্থাৎ বেগের মান অথবা দিক যেকোনো একটির পরিবর্তন হলেই বস্তুটি আর সমবেগে চলে না। এখন বৃত্তাকার পথে চলার সময় বস্তুটি অনবরত দিক পরিবর্তন করতে থাকে। ফলে বেগের মান সমান থাকলেও সমবেগ থাকে না। তাই বৃত্তাকার পথে বস্তুটির পক্ষে সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

গ ১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 35.84 ms^{-1}

ঘ অনুভূমিকের সাথে নিক্ষিপ্ত বস্তুর জন্য,

$$h = v_0 \sin\theta t_1 + \frac{1}{2} gt_1^2$$

বা, $100 = 0 \times t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t_1^2$

বা, $4.9 t_1^2 = 100$

$\therefore t_1 = 4.52$ sec.

এখানে,
উচ্চতা, h = 100m
আদিবেগের উলম্ব উপাংশ,
$v_0 \sin\theta = 30 \sin 0° = 0$
সময়, t_1 = ?

আবার,

$$h = -v_0 \sin\theta\, t_2 + \frac{1}{2} gt_2^2$$

বা, $100 = -15t_2 + 4.9t^2$

বা, $4.9t_2^2 - 15t_2 - 100 = 0$

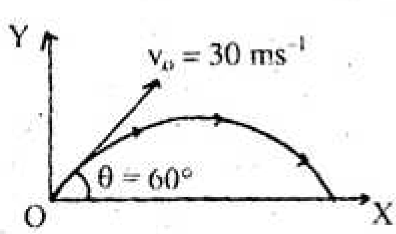
বা, $t_2 = -3.24$ (গ্রহণযোগ্য নয়)

বা, $t_2 = +6.30$

আবার, 30° কোণে নিক্ষেপ করলে উলম্ব উপাংশ,
$v_0 \sin\theta = 30 \times \sin 30° = 15 \text{ ms}^{-1}$
সময়, t_2 = ?

যেহেতু $t_2 \neq t_1$ তাই একি সময়ে বস্তু দুটি মাটিতে পড়বে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৪



[বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. আপেক্ষিক বেগ কী? ১

খ. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য কিনা? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রাসটির পাল্লা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. প্রাসটির নিক্ষেপন বিন্দু থেকে X-অক্ষ বরাবর 20 m দূরে 25 m উঁচু দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর সাপেক্ষে অপর বস্তুর বেগকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

খ **প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি:** প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে আদিবেগের উলম্ব উপাংশ শূন্য হয়ে যায়। সমীকরণের সাহায্যে আমরা পাই, $v_y = v_o \sin\theta_o - gt$ এবং গতিপথের সর্বোচ্চ

বিন্দুতে $v_y = 0$। কিন্তু আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশের উপর g কাজ করে না বলে এর বেগ সর্বদা ধ্রুব থাকে এবং সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ সর্বোচ্চ অবস্থানে $v_x = v_0 \cos\theta_0$ বেগ থাকবে। অর্থাৎ এই বেগের দরুন তার গতিশক্তিও থাকবে। এর মান হবে, $E_K = \frac{1}{2}mv_x$

গ ১৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১৫(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৫ একটি বিস্তীর্ণ প্রান্তরে পরস্পর একটি নির্দিষ্ট কোণে থাকা দুটি পথ ধরে দুটি গাড়ি যথাক্রমে $(4t\hat{i} + 3\hat{j}t)ms^{-1}$ এবং $(\hat{i}t - 7\hat{j}t)ms^{-1}$ বেগ নিয়ে চলছে। *[মধুপুর শহীদ স্মৃতি উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]*

ক. মুক্তিবেগ কী? ১

খ. কৃত্রিম উপগ্রহ ও ভূস্থির উপগ্রহের মধ্যে পার্থক্য কী? ২

গ. ১ম গাড়ির চালক দ্বিতীয় গাড়িকে কত মানের বেগে চলতে দেখবে? ৩

ঘ. রাস্তা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ বরাবর ১ম গাড়ির চালক ২য় গাড়িটিকে চলতে দেখবে কি-না তা গাণিতিকভাবে যাচাই করো। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ ভূ-স্থির উপগ্রহ আসলে এক প্রকার কৃত্রিম উপগ্রহ। শুধু কৃত্রিম উপগ্রহ বললে পৃথিবীর চতুর্দিকে এর আবর্তনকাল অনির্দিষ্ট, এটি নির্ভর করবে ভূপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় এটিকে স্থাপন করা হচ্ছে তার ওপর। কিন্তু ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল ও আবর্তনের দিক সুনির্দিষ্ট (24 hr), তাই ভূপৃষ্ঠ থেকে সুনির্দিষ্ট উচ্চতায় একে স্থাপন করতে হয়।

গ দেওয়া আছে, প্রথম গাড়ির গতিবেগ, $\vec{u} = (4t\hat{i} + 3t\hat{j})ms^{-1}$

দ্বিতীয় গাড়ির গতিবেগ, $\vec{v} = (t\hat{i} - 7t\hat{j})ms^{-1}$

১ম গাড়ির চালক নিজের গাড়ির সম্মুখবর্তী গতিবেগের কারণে তার চারপাশের সবকিছুর মধ্যে $-\vec{u}$ বেগ প্রত্যক্ষ করবে।

উপরন্তু, ২য় গাড়ির নিজস্ব বেগ $(\vec{v})$ রয়েছে।

সুতরাং ১ম গাড়ির সাপেক্ষে ২য় গাড়ির বেগ,

$$\vec{w} = (-\vec{u}) + \vec{v}$$
$$= \vec{v} - \vec{u}$$
$$= (t\hat{i} - 7t\hat{j})ms^{-1} - (4t\hat{i} + 3t\hat{j})ms^{-1}$$
$$= (-3t\hat{i} - 10t\hat{j})ms^{-1}$$

এই আপেক্ষিক বেগের মান $= \sqrt{(-3t)^2 + (-10t)^2}$

$= 10.44t\ ms^{-1}$

সুতরাং উক্ত বেগ সময়ের সাথে বাড়তে থাকবে।

ঘ রাস্তা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে,

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = uv\cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{uv} = \frac{4t \times t + 3t \times (-7t)}{\sqrt{(4t)^2 + (3t)^2}\sqrt{t^2 + (-7t)^2}}$$

$$= \frac{4t^2 - 21t^2}{5t \times 5t\sqrt{2}} = \frac{-17}{25\sqrt{2}}$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{17}{25\sqrt{2}}\right) = 118.74°$$

১ম গাড়ির বেগের $(\vec{u})$ সাথে আপেক্ষিক বেগের $(\vec{w})$ অন্তর্ভুক্ত কোণ θ′ হলে,

$$\vec{u}\cdot\vec{w} = uw\cos\theta'$$

$$\text{বা, } \cos\theta' = \frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{uw} = \frac{4t \times (-3t) + 3t \times (-10t)}{5t \times \sqrt{(-3t)^2 + (-10t)^2}}$$

$$= \frac{-12t^2 - 30t^2}{5t \times 10.44t} = -0.8046$$

$$\therefore \theta' = \cos^{-1}(-0.8046) = 143.6°$$

লক্ষ্য করি, $143.6° > 118.74°$

বা, $\theta' > \theta$

সুতরাং, রাস্তা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ বরাবর ১ম গাড়ির চালক ২য় গাড়িটিকে চলতে দেখবে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৬ A এবং B বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় শর্টপুট নিক্ষেপ ইভেন্টে উভয়েই $15ms^{-1}$ বেগে লৌহ গোলক নিক্ষেপ করে। A অনুভূমিকের সাথে 40° এবং B, 45° কোণে নিক্ষেপ করে। *[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সৈয়দপুর]*

ক. প্রক্ষেপক কী? ১

খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলতে কী বোঝ? ২

গ. A এর নিক্ষিপ্ত গোলক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. A ও B এর মধ্যে কে বিজয়ী হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে কোন স্থানে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাস বা প্রক্ষেপক বলে।

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর বেগের মান ও দিক ক্রমাগত পরিবর্তিত হতে থাকে। অর্থাৎ ত্বরণ হয়। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর কেন্দ্র বরাবর এই ত্বরণ কাজ করে বলে একে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণের রাশিমালা, $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$.

এই সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে পাই, $\vec{a} = -\omega^2\vec{r} = -\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$.

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন থেকে দেখা যায় কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক ব্যাসার্ধ ভেক্টর তথা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 4.7431 m

ঘ A এর ক্ষেত্রে,

$$R_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_1}{g}$$
$$= \frac{15^2 \times \sin(2 \times 40°)}{9.8}$$

$\therefore R_1 = 22.61$ m

B এর ক্ষেত্রে,

$$R_2 = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_2}{g}$$
$$= \frac{15^2 \times \sin(2 \times 45°)}{9.8}$$

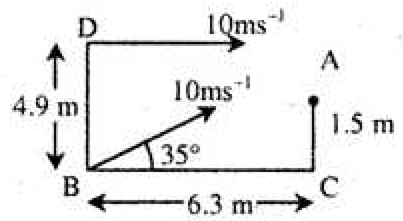
$\therefore R_2 = 22.96$ m

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 15\ ms^{-1}$
A-এর নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_1 = 40°$
B-এর নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_2 = 45°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$
A এর পাল্লা, $R_1 = ?$
B এর পাল্লা, $R_2 = ?$

যেহেতু, $R_2 > R_1$

সেহেতু A ও B এর মধ্যে B বিজয়ী হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৭



A বিন্দুতে আঘাত করার জন্য B ও D বিন্দুতে অবস্থানরত দুই বন্ধু একই সময়ে চিত্রের ন্যায় ঢিল নিক্ষেপ করে। $[g = 9.8ms^{-2}]$

[ড. আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী? ১

খ. বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির সামনের কাঁচকে ভিজায় কিন্তু পিছনের কাঁচকে ভিজায় না কেন? ২

গ. B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটির 0.3s পর বেগ কত হিসাব কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের আলোকে কোন বন্ধু বিজয়ী হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

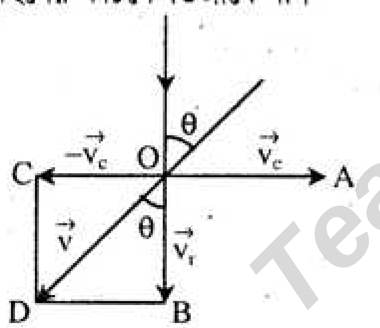
ক বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর কেন্দ্র বরাবর যে ত্বরণ কাজ করে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ ধরা কাজ, O বিন্দুতে একটি গাড়ি OA বরাবর $\vec{v}_c$ বেগে গতিশীল (চিত্র)। ঐ স্থানে বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর $\vec{v}_r$ বেগে পড়ছে। এখন আপেক্ষিক বেগের সংজ্ঞানুসারে গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ $\vec{v} = \vec{v}_r - \vec{v}_c$।

সামান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে $\vec{v}$ নির্ণয় করতে হলে OA রেখাকে পেছন দিকে OC পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন OA = OC হয়। তাহলে OC নির্দেশ করবে $-\vec{v}_c$ এর মান ও দিক।

এবার OCDB সামান্তরিকটি পূর্ণ করে ভেক্টরের সামান্তরিকের সূত্র প্রয়োগ করলে OD কর্ণই হবে $\vec{v}_r$ ও $-\vec{v}_c$ এর লব্ধি $\vec{v}$ এর মান ও দিক। অর্থাৎ OD কর্ণ গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগের মান ও দিক নির্দেশ করবে।

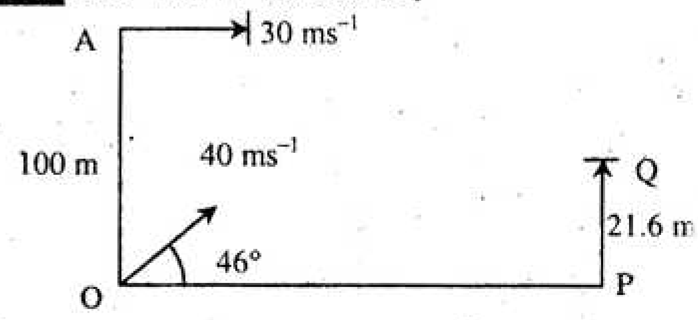
সুতরাং আপেক্ষিক বেগের কারণে গতিশীল গাড়ি তথা গাড়ির আরোহীরা দেখবেন বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে না পড়ে উল্লম্বের সাথে অনুভূমিকের দিকে θ কোণ করে তির্যকভাবে আসছে। ফলে গাড়ির সামনের কাচে বৃষ্টি তির্যকভাবে পড়বে এবং কাঁচকে ভিজাবে। কিন্তু পেছনের কাচের সামনে গাড়ির ছাদ থাকায় বৃষ্টি তির্যকভাবে ছাদে পড়বে, কাচে পড়তে পারবে না। ফলে পেছনের কাচকে ভিজাবে না।



গ ১(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: 8.73 ms^{-1}; θ = 20.34°

ঘ ৯(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ চিত্রটি পর্যবেক্ষণ করে উত্তর দাও:



Q বিন্দুতে আঘাত করার জন্য O এবং A বিন্দুদ্বয় থেকে দুজন বন্ধু চিত্রের ন্যায় ঢিল ছোঁড়ে।

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. ঘড়ির মিনিটের কাঁটার ওপর অবস্থিত সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান হবে কি? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের O বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলের 1 sec পর দিক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন বস্তুর ঢিল Q বিন্দুকে আগে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমকৌণিক বেগে গতিশীল কণার একটি রৈখিক ত্বরণ সর্বদা কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ ঘড়ির মিনিটের কাঁটার প্রতিটি কণা ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে সমান সময়ে সমান কোণ উৎপন্ন করে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে। তাই প্রতিটি কণার কৌণিক বেগ একই থাকে।

গ ১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: ভূমির সাথে 34.32°।

ঘ ৯(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৫৯ বাংলাদেশ ও ভারতের মধ্যকার T-20 ম্যাচে সাব্বির বলকে আঘাত করায় 45° কোণে এবং 20ms^{-1} বেগে বোলারের উপর দিয়ে মাঠের বাহিরে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে বিরাট কোহলি দৌড়াতে শুরু করলেন। কোহলি বলের লাইনে পৌছানোর আগেই সেটি ছক্কায় পরিণত হলো। টিভি-স্ক্রিনে দেখা গেল ছক্কার দূরত্ব তথা মাঠের ভিতরে বলটি 35m অতিক্রম করেছে। *[এম সি কলেজ, সিলেট]*

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. সমবেগে গতিশীল বস্তুর গড়বেগ ও তাৎক্ষণিক বেগ একই থাকে কেন? ২

গ. উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠেছিল? ৩

ঘ. বিরাট কোহলি লাফ দিয়ে 5m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। কোহলি যদি সময় মত বলের লাইনে পৌছাইতে পারত তাহলে সে বলটি ক্যাচ নিতে সমর্থ হত কি? উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর যে ত্বরণ কাজ করে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ সমবেগের ক্ষেত্রে বস্তু সমান সময়ে সমান সরণ অতিক্রম করে। তাই বৃহৎ সময় ব্যবধানে সরণ ও সময়ের অনুপাত যা হয় অতি ক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে সরণ ও সময়ের অনুপাত তা-ই হয়। কারণ গড়বেগ, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

এবং তাৎক্ষনিক বেগ, $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v}$ (অতি ক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে গড় বেগের সীমান্তিক মানই হলো তাৎক্ষনিক বেগ)। একারণে সমবেগে গতিশীল বস্তুর গড়বেগ ও তাৎক্ষণিক বেগ একই থাকে।

গ ২(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 10.2m

ঘ ২(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: বিরাট কোহলি ক্যাচটি ধরতে সমর্থ হতেন না।

প্রশ্ন ▶ ৬০ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

লিওনেল মেসি একটি স্থির বলকে 11ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 37° কোণে গোলপোস্টের 5m দূর হতে কিক করলেন। গোলবারটির উচ্চতা ছিল 2.5m। বাতাসের বাধা উপেক্ষণীয়।

[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]

ক. কেন্দ্রমুখী বল কী? ১

খ. ভূমির সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক বরাবর ত্বরণ থাকে না কেন? ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে গোল হওয়ার সম্ভাবনা যাচাই কর। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

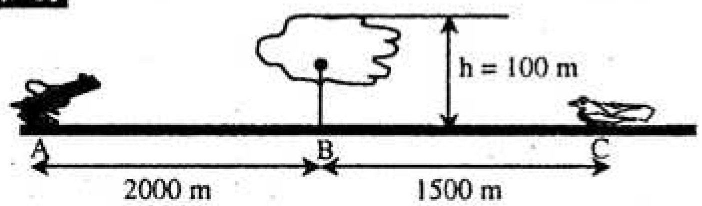
ক যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

খ ভূমি হতে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে কেবলমাত্র উলম্ব দিক বরাবর ত্বরণ থাকে কেননা অভিকর্ষজ ত্বরণ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। অন্যদিকে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' এর অনুভূমিক বরাবর কোন উপাংশ থাকে না বলে ভূমি হতে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক ত্বরণ থাকে না।

গ ২(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 2.24 m

ঘ ৬(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** গোল হয়েছিলো।

প্রশ্ন ▶ ৬১



চিত্রে A অবস্থান থেকে একজন লোক তার বন্দুক থেকে 40° কোণে 200m/s বেগে একটি গুলি ছুড়ল। B অবস্থানে একটি গাছ এবং C অবস্থানে একটি পাখী স্থির অবস্থায় আছে। *[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]*

ক. প্রাস কাকে বলে? ১

খ. উলম্বভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয় কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বন্দুক থেকে নিক্ষিপ্ত গুলিটি গাছের শীর্ষ থেকে সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে? ৩

ঘ. বন্দুকের গুলির আঘাত থেকে কি পাখিটি রক্ষা পাবে বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে শূন্য স্থানে ভূমির সাথে তীর্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস বলে।

খ আমরা জানি, অনুভূমিক দিকে কোনো ত্বরণ না থাকায় প্রাসের অনুভূমিক বেগ অপরিবর্তীত থাকে, কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের কারণে বেগের উলম্ব উপাংশ পরিবর্তীত হয়। প্রাসের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের শুধু অনুভূমিক উপাংশ থাকে, উলম্ব উপাংশ শূন্য হয়। ফলে এ বিন্দুতে লব্ধি বেগ অনুভূমিক উপাংশের সমান হয়। কিন্তু অন্য যে কোনো বিন্দুতে বেগের অনুভূমিক ও উলম্ব উভয় উপাংশ থাকে। ফলে লব্ধি বেগের মান বেগের অনুভূমিক উপাংশ অপেক্ষা বড় হয়। তাই সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসের বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয়।

গ এখানে, নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 40°$
আদিবেগ, $v_0 = 200\ ms^{-1}$
আনুভূমিক দূরত্ব, $x = 2000$ m

গুলিটি গাছের অবস্থানে ভূমি হতে y উচ্চতায় থাকলে,

$$y = (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2$$

$$= (\tan 40°) \times 2000 - \frac{9.81}{2 \times 200^2 \times (\cos 40°)^2} \times (2000)^2$$

$$= 1678.2 - 835.86$$

$$= 842.34\ m.$$

∴ গুলিটি গাছের (842.24 − 100) বা 742.34m উপর দিয়ে যাবে। **(Ans.)**

ঘ গুলিটির অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 200\ ms^{-1}$
নিক্ষেপন কোণ, $\theta_0 = 40°$

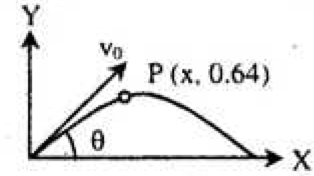
$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$= \frac{200^2 \times \sin(80°)}{9.81}$$

$$= 4015.5\ m$$

কিন্তু পাখিটি বসে আছে A হতে তথা গুলি ছোঁড়ার স্থান হতে (2000 + 1500) = 3500 m দূরে। ফলে গুলিটি পাখির গায়ে লাগবে না। অর্থাৎ পাখিটি রক্ষা পাবে।

প্রশ্ন ▶ ৬২



[বান্দরবান সরকারি কলেজ]

ক. আপেক্ষিক গতি বলতে কি বুঝ? ১

খ. ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী বল হলেও সাম্য প্রতিষ্ঠা করে না-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের বস্তুকে কত কোণে নিক্ষেপ করলে অনুভূমিক পাল্লা সর্বোচ্চ উচ্চতার সমান হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপক থেকে সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার হিসেবে P বিন্দুতে x স্থানাংক নির্ণয় করা যাবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর সাপেক্ষে অপর বস্তুর গতিকে আপেক্ষিক গতি বলে।

খ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী বল হলেও সাম্য প্রতিষ্ঠা করে না, কারণ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। লব্ধি বল শুধু একক বস্তুর উপর বা একক সিস্টেমের উপর ক্রিয়ারত বলগুলো হতে হিসেব করা যায়। একটি সিস্টেমের উপর সমান ও বিপরীতমুখী বলের লব্ধি শূন্য হবে অর্থাৎ সিস্টেমের ত্বরণ শূন্য হবে। কিন্তু নিউটনের ৩য় সূত্রের ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া বল দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। ফলে এরা সমান ও বিপরীতমুখী হলেও লব্ধি শূন্য হবে না অর্থাৎ সাম্য প্রতিষ্ঠা হবে না।

গ মনে করি, নিক্ষেপণ v_o এবং নিক্ষেপণ কোণ θ_o যেহেতু অনুভূমিক পাল্লা = সর্বোচ্চ উচ্চতা

বা, $\dfrac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} = \dfrac{v_o^2\sin^2\theta_o}{2g}$

বা, $\sin 2\theta_o = \dfrac{\sin^2\theta_o}{2}$

বা, $2\sin\theta_o \cos\theta_o = \dfrac{\sin^2\theta_o}{2}$

বা, $4\cos\theta_o = \sin\theta_o$

বা, $\tan\theta_o = 4$

$\therefore \theta_o = \tan^{-1} 4 = 75.96°$

সুতরাং, উদ্দীপকের বস্তুটিকে 75.96° কোণে নিক্ষেপ করলে প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা = সর্বোচ্চ উচ্চতা, H হবে।

ঘ এখানে,
নিক্ষেপন কোণ = θ
নিক্ষেপন বেগ = v_0
P এর স্থানাঙ্ক = (x, 0.64)

অনুভূমিক পাল্লা R হলে, $R = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}$

R সর্বোচ্চ হবে যদি, $\sin 2\theta = 1$ অর্থাৎ $\theta = 45°$ হয়।

$\therefore R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$

$\therefore v_0^2 = g \times R_{max}$

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক হতে পাই, P বিন্দুতে, $y = 0.64$

$\therefore y = x \tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$

বা, $0.64 = x \tan 45° - \frac{gx^2}{2 \times g \times R_{max} \times (\cos^2 45°)}$

বা, $0.64 = x - \frac{x^2}{2 \times R_{max} \times \frac{1}{2}}$

বা, $0.64 = x - \frac{x^2}{R_{max}}$

বা, $0.64 R_{max} = xR_{max} - x^2$

বা, $x^2 - xR_{max} + 0.64 R_{max} = 0$

$\therefore x = \frac{R_{max} \pm \sqrt{R_{max}^2 - 2.56 R_{max}}}{2}$

অতএব, উদ্দীপক হতে সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার হিসেবে P বিন্দুতে x স্থানাঙ্ক নির্ণয় করা যাবে।.

প্রশ্ন ▶ ৬৩ ভারত ও বাংলাদেশের মধ্যে একটি প্রীতি ফুটবল ম্যাচ চলছিল। ফুটবলটি বাংলাদেশের গোলপোস্টের সামনে ছিল। প্রিতম ও সাব্বির ফুটবলের উপর কিক করায় উহা গোলবারের একপাশ দিয়ে বাহিরে চলে যায় এবং ভারত একটি নিশ্চিত গোল থেকে বঞ্চিত হয়। বাংলাদেশের সাব্বির 7N এবং ভারতের প্রিতম 5N বল দ্বারা কিক করেছিল। তারা 60° কোণে দৌড়ে এসে একই সাথে 2.33 kg ভরের ফুটবলের উপর কিক করেছিল। *[লক্ষ্মীপুর সরকারী কলেজ]*

ক. তাৎক্ষণিক ত্বরণ কী? ১

খ. ভরবেগের পরিবর্তন বলের ক্রিয়া অভিমুখে সংঘটিত হয় কী? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কিক করার পর বলটির যে ত্বরণ হয় তা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. কি কি শর্তে প্রিতমের পক্ষে গোলটি করা সম্ভব ছিল? উপযুক্ত যুক্তি সহকারে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

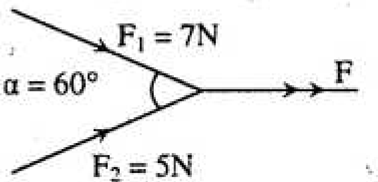
ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তনের হারকে ঐ বিশেষ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

খ নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হতে পাই,

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

অতএব ভরবেগের পরিবর্তন বলের ক্রিয়ার দিকে হয়।

গ



বলটির ওপর $F_1 = 7N$ ও $F_2 = 5N$ বলদ্বয় 60° কোণে ক্রিয়া করলে এর লব্ধিবেগ, F হলে,

$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos\alpha}$

$= \sqrt{7^2 + 5^2 + 2 \times 7 \times 5 \times \cos 60°}$

$= 10.44$ N

বলটির ত্বরণ, a হলে,

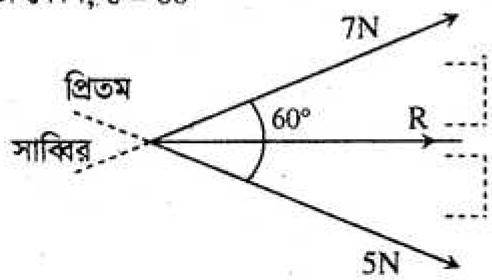
$F = ma$

বা, $a = \frac{F}{m} = \frac{10.44}{2.33}$

$\therefore a = 4.48 \text{ ms}^{-2}$ **(Ans.)**

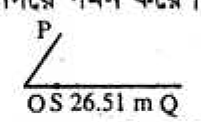
এখানে,
বলটির ভর, $m = 2.33$kg

ঘ ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রানুযায়ী একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টরের লব্ধি বড় মানের ভেক্টরটি যেদিকে ঐ দিকে বেশি হেলে থাকে। এখানে ধরি, সাব্বিরের প্রযুক্ত বল, P = 7 N
এবং প্রিতমের প্রযুক্ত বল, Q = 5N
এদের মধ্যবর্তী কোণ, θ = 60°



এখানে দুজন এক সাথে কিক করার পরে বল পোস্টের এক পাশ দিয়ে চলে যায়। এখন গোলপোস্টটি যদি সাব্বির যে পাশ হতে দৌড়িয়ে আসছিল সে পাশে থাকে তবে প্রিতম 5N হতে বেশি বল প্রয়োগে কিক করলে গোল হওয়ার সম্ভাবনা থাকবে। কারণ এক্ষেত্রে বলদ্বয়ের লব্ধি প্রিতম কর্তৃক বলের দিকে হেলে যাবে এবং গোল হবে।
আবার, প্রিতম যে পাশ হতে দৌড়িয়ে আসছিল সে পাশেই যদি গোলপোস্ট থাকে তবে সাব্বির কর্তৃক বল 7N অপেক্ষা বেশি হলে গোল হবার সম্ভাবনা থাকবে।

প্রশ্ন ▶ ৬৪ বাবলু O বিন্দু হতে একটি বস্তুকে 30ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে নিক্ষেপ করল। বস্তুটি 79.53 m দূরে Q বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে। ভূমি হতে P বিন্দুর উচ্চতা 35 m, বাবলুর ধারণা বস্তুটি P বিন্দুর নিচ দিয়ে গমন করে।



[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]

ক. সুষম বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? ১

খ. পরিমাপের সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকবে না– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. নিক্ষেপন কোণের মান কত ছিল? ৩

ঘ. বাবলুর ধারণা সঠিক ছিল কিনা? গাণিতিকভাবে যাচাই করো। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কণার গতি হলো সুষম বৃত্তীয় গতি।

খ নাট-স্ক্রু নীতির উপর ভিত্তি করে যেসব যন্ত্র তৈরী তাদের ক্ষেত্রে পিছট ত্রুটি দেখা যায় সে সব যন্ত্রে নতুন অবস্থায় স্ক্রু ভাল থাকলে প্রতিবার সামনে বা পিছনে ঘুরালে সরণ সুষম হয়। কিন্তু দীর্ঘদিন ব্যবহারের পর বা স্ক্রু ঢিলা হয়ে গেলে সামনে বা পিছনে ঘুরালে সরণ সুষম হয় না। স্ক্রু ভিত্তিক যন্ত্র সমূহের এই ত্রুটিকে পিছট ত্রুটি বলে। অর্থাৎ নাট স্ক্রু ভিত্তিক যন্ত্রেই কেবল পিছট ত্রুটি পাওয়া যায় অন্য কোনো পরিমাপ যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকে না।

গ

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

বা, $\sin 2\theta = \frac{gR}{v_0^2} = \frac{9.8 \times 79.53}{(30)^2}$

বা, $2\theta = 60°$

$\therefore \theta = 30°$ **(Ans.)**

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\text{ms}^{-1}$
পাল্লা, $R = 79.53$m

ঘ

$$y = x\tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$
$$= 26.51 \times \tan 30^\circ - \frac{9.8 \times (26.51)^2}{2 \times 30^2 \times \cos^2 30^\circ}$$
$$= 10.2\text{m}$$
$$\therefore y < y_P$$

এখানে,
P বিন্দুর উচ্চতা $y_p = 35$ m
P বিন্দুর x স্থানাংক, $x_p = 26.51$ m

সুতরাং O বিন্দু হতে 26.51m দূরে বস্তুটি P বিন্দুর নিচে অবস্থান করবে অর্থাৎ বস্তুটি নিক্ষেপের পর P বিন্দুর নিচ দিয়ে গমন করবে। অতএব, বাবলুর ধারণা সঠিক ছিল।

প্রশ্ন ▶ ৬৫ 100 m লম্বা ও ভূমির সাথে 80° কোণে হেলানো একটি টাওয়ারের শীর্ষ হতে একজন সুপারম্যান অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে লাফ দিয়ে পার্শ্ববর্তী 50m উঁচু অন্য একটি টাওয়ারের শীর্ষে গেল, এর জন্য সময় লাগল 4s। প্রথম টাওয়ারটি দ্বিতীয়টির দিকে হেলানো।

[ব্রাহ্মণবাড়িয়া সরকারি কলেজ, ব্রাহ্মণবাড়িয়া]

ক. ধ্রুব ত্বরণ কী? ১
খ. বেগ ও ত্বরণের দিক কী ভিন্ন হতে পারে, ব্যাখ্যা করো। ২
গ. প্রথম টাওয়ার থেকে সুপারম্যান সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
ঘ. উদ্দীপকের তথ্য হতে টাওয়ার দুটির পাদবিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করা সম্ভব কিনা গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

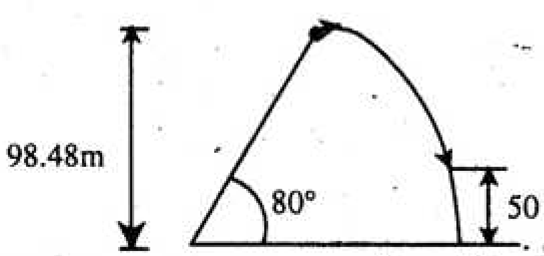
৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সাথে কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হার সর্বদা সমান থাকলে এই বেগ বৃদ্ধির হারকে ধ্রুব ত্বরণ বলে।

খ বেগ ও ত্বরণের দিক ভিন্ন হতে পারে।

ব্যাখ্যা: বেগ ও ত্বরণ উভয়ই ভেক্টর রাশি। নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তনই ত্বরণ। সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে বস্তুর বেগ ও ত্বরণ একই রেখায় থাকে। ধনাত্মক ত্বরণের ক্ষেত্রে বেগের দিক ও ত্বরণের দিক এক হলেও ঋণাত্মক ত্বরণ বা মন্দনের দিক পরস্পর বিপরীত। আবার সমতলীয় বা ত্রিমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে বেগ ও ত্বরণের দিক ভিন্ন হয়। যেমন: তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত প্রাসের বেগ প্রাসের সঞ্চারপথ পরাবৃত্তের বিভিন্ন বিন্দুতে অংকিত স্পর্শক বরাবর। কিন্তু ত্বরণ সর্বদা নিম্নমুখী। আবার সুষম বৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে বেগের দিক বৃত্তের স্পর্শক বরাবর হলেও ত্বরণ সর্বদা বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর। অতএব, বেগ ও ত্বরণের দিক ভিন্ন হতে পারে।

গ



ভূমির সাথে 80° কোণে 100m লম্বা টাওয়ারটির শীর্ষের উচ্চতা $= 100\sin 80^\circ = 98.48\text{m}$

এ টাওয়ারের শীর্ষকে মূলবিন্দু ও খাড়া উপর দিক ধনাত্মক ধরে সুপারম্যানের উলম্ব সরণ, $y = -98.48 - (-50) = -48.48$ m

$\therefore$ সুপারম্যানের আদিবেগ v_0 হলে,

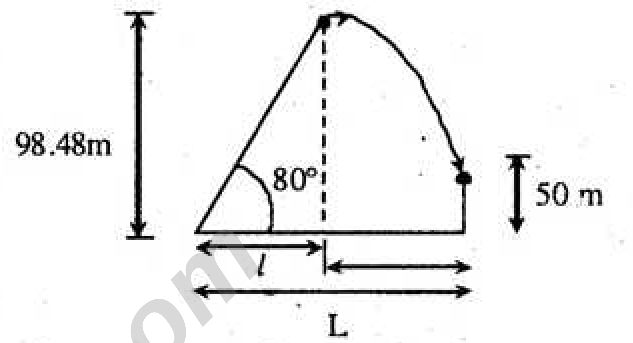
$$y = v_{y_0}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$\text{বা, } y = (v_0\sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$\text{বা, } v_0 = \frac{1}{t\sin\theta_0} \times \left(y + \frac{1}{2}gt^2\right)$$
$$= \frac{1}{4 \times \sin(45^\circ)} \times \left(-48.48 + \frac{1}{2} \times 9.81 \times 4^2\right)$$
$$= 10.61\ \text{ms}^{-1}$$

এখানে,
সময়, $t = 4$s
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 45^\circ$

সুপারম্যানের সর্বাধিক উলম্ব সরণ H হলে,

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$
$$= \frac{10.61^2}{2 \times 9.81} = 5.74\text{m}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ



'গ' হতে পাই, সুপারম্যানের আদিবেগ, $v_0 = 10.61\ \text{ms}^{-1}$

$\therefore$ সুপারম্যানের অনুভূমিক সরণ x হলে,

$$x = v_{x_0}t$$
$$= v_0\cos\theta_0\, t$$
$$= 10.61 \times \cos(45^\circ) \times 4$$
$$= 30\text{ m}$$

প্রথম টাওয়ারের পাদবিন্দু হতে সুপারম্যানের লাফ দেওয়ার বিন্দুর অনুভূমিক দূরত্ব, $l = 100\cos 80^\circ$
$= 17.37$m

$\therefore$ প্রথম টাওয়ারের পাদবিন্দু হতে দ্বিতীয় টাওয়ার পাদবিন্দুর দূরত্ব,
$$L = l + x = 17.37 + 30$$
$$= 47.37\ \text{m}l$$

অতএব, উদ্দীপকে তথ্য হতে টাওয়ারদ্বয়ের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় সম্ভব এবং তা 47.37 m।

পদার্থবিজ্ঞান

তৃতীয় অধ্যায় : গতিবিদ্যা

৮১. একটি প্রাসকে E গতিশক্তিতে 45^0 কোণে নিক্ষেপ করা হলো। সর্বোচ্চ বিন্দুতে স্থিতিশক্তি কত? (জ্ঞান) *[কুমিল্লা ভিক্টোরিয়া সরকারি কলেজ, কুমিল্লা]*

ক 0   খ E
গ $\frac{E}{2}$ ঘ $\frac{E}{4}$ **গ**

৮২. একটি গতিশীল বস্তুর সরণের সমীকরণ $x = (4t^2 + 3t)m$, 2sec পর বস্তুটির বেগ কত?

ক $3\ ms^{-1}$ খ $8\ ms^{-1}$
গ $11\ ms^{-1}$ ঘ $19\ ms^{-1}$ **ঘ**

৮৩. দ্বিমাত্রিক বস্তুর উদাহরণ কোনটি? (জ্ঞান) *[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*

ক একখন্ড লম্বা সুতা   খ ইট
গ সিলিন্ডার   ঘ পাতলা কাগজ   **ঘ**

৮৪. $s = \frac{1}{2}t^3 + 2t$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখা বরাবর গতিশীল, 4s সময়ে বস্তুটির বেগ কত? (প্রয়োগ)

ক 46 একক   খ 34 একক
গ 28 একক   ঘ 26 একক   **ঘ**

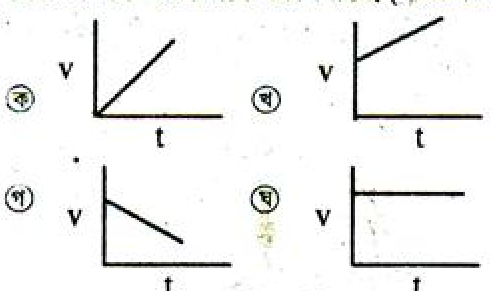
৮৫. একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তক্তা ভেদ করতে পারে। ঐরূপ 16টি তক্তা ভেদ করতে হলে এর বেগ কতগুণ হতে হবে? (প্রয়োগ)

ক দ্বিগুণ   খ তিনগুণ
গ চারগুণ   ঘ পাঁচগুণ   **গ**

৮৬. a সমত্বরণের ক্ষেত্রে $\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t adt$ সমাকলনের ফলাফল কোনটি হবে? (প্রয়োগ)

ক $v = v_0 - at$ খ $v_0 = v + at$
গ $v = v_0 + at$ ঘ $s = v_0t + \frac{1}{2}a^2$ **গ**

৮৭. v = u + at এই সমীকরণটি নিচের কোন লেখচিত্রটিকে সঠিকভাবে প্রকাশ করে? (উচ্চতর দক্ষতা)



খ

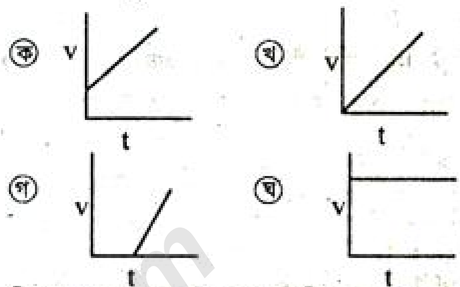
৮৮. সুষম ত্বরণসম্পন্ন একটি গাড়ি ২য় সেকেন্ডে 10 m ও ৩য় সেকেন্ডে 20 m দূরত্ব অতিক্রম করলে গাড়িটির ত্বরণ কত? (প্রয়োগ)

ক $10\ m/sec^2$ খ $20\ m/sec^2$
গ $30\ m/sec^2$ ঘ $40\ m/sec^2$ **ক**

৮৯. 200m দীর্ঘ একটি ট্রেন $36\ kmh^{-1}$ বেগে চলে 600m দীর্ঘ একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটি অতিক্রম করতে ট্রেনের কত সময় লাগবে? (প্রয়োগ)

ক 80s   খ 100s
গ 120s   ঘ 140s   **ক**

৯০. কোন লেখচিত্রটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর চলার পথ নির্দেশ করে?



খ

৯১. স্থির অবস্থান থেকে একটি বস্তু 1 সেকেন্ডে h দূরত্ব অতিক্রম করল, 3 সেকেন্ডে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? (প্রয়োগ) *[আর্মড পুলিশ ব্যাটালিয়ন পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]*

ক 8h   খ 6h
গ 9h   ঘ 3h   **গ**

৯২. পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো বিজ্ঞানী গ্যালিলিও কত খ্রিস্টাব্দে আবিষ্কার করেন? (জ্ঞান)

ক 1589   খ 1689
গ 1789   ঘ 1889   **ক**

৯৩. অনুভূমিক রেখা বরাবর প্রাসের ত্বরণ কত? (অনুধাবন)

ক 0   খ g
গ –g   ঘ g/2   **ক**

৯৪. প্রাসের গতিপথের যে কোনো বিন্দুতে ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ—(অনুধাবন)

ক শূন্য   খ g
গ $\frac{g}{2}$ ঘ –g   **ক**

৯৫. সর্বাধিক পাল্লার জন্য প্রাসকে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে নিক্ষেপ করতে হবে? (অনুধাবন)

ক 30°   খ 45°
গ 60°   ঘ 90°   **খ**

৯৬. কোনো প্রাসকে নিক্ষেপণের কত সময় পর এটি প্রসজ্ঞাতলে ফিরে আসবে? (জ্ঞান)

ক $\frac{v_0\sin\theta_0}{g}$ খ $\frac{v_0\cos\theta_0}{g}$
গ $\frac{2v_0\sin\theta_0}{g}$ ঘ $\frac{2v_0\cos\theta_0}{g}$ **গ**

৯৭. এক টুকরা পাথরকে খাড়াভাবে 98 m/sec বেগে উপরের নিক্ষেপ করা হলো। উপরে উঠতে পাথরটির কত সময় লাগবে? (প্রয়োগ) [ভোলা সরকারি কলেজ, ভোলা]

ক 1 sec খ 10 sec
গ 20 sec ঘ 30 sec **খ**

৯৮. নিক্ষেপন কোণ কত হলে পাল্লা সর্বনিম্ন হবে? (অনুধাবন)

ক 30° খ 45°
গ 90° ঘ 60° **গ**

৯৯. একজন লোক 49 ms^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করে। বলটি সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে? (প্রয়োগ)

ক 117.55 m খ 120 m
গ 122.5 m ঘ 125 m **গ**

১০০. v_0 গতিতে উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছতে অতিবাহিত সময় কত? (প্রয়োগ)

ক $t = \frac{2v_0}{g}$ খ $t = \frac{v_0^2}{g}$
গ $t = \frac{v_0}{g}$ ঘ $t = \frac{\sqrt{v_0}}{g}$ **গ**

১০১. বৃত্তাকার পথে 72 kmh^{-1} সমদ্রুতিতে চলমান কোনো গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 1ms^{-2} হলে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত? (প্রয়োগ)

ক 100m খ 200m
গ 300 m ঘ 400 m **ঘ**

১০২. এক রেডিয়ান সমান প্রায় কত?

ক 10° খ 50.3°
গ 120° ঘ 57.3° **ঘ**

১০৩. একটি বস্তুর প্রথম 4s এর গড় বেগ 30 cms^{-1} এবং পরবর্তী 4s এর গড়বেগ 10 cms^{-1}। বস্তুটি সমমন্দনে গতিশীল থাকলে এর—

i. আদিবেগ 40 cms^{-1}
ii. প্রথম 8s-এর গড়বেগ 20 cms^{-1}
iii. ত্বরণ – 5cms^{-2}

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১০৪. ত্বরণ ক্ষেত্রে— (প্রয়োগ)

i. এর একক মিটার/সময়²
ii. এর মাত্রা LT^{-2}
iii. একটি অদিক রাশি

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ i ও ii
গ ii ও ii ঘ i, ii ও iii **খ**

১০৫. কোনো বস্তুর অবস্থান x কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে x = 18m + (12ms^{-1}) t – (1.2ms^{-2}) t^2 সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করলে ঐ বস্তুর ত্বরণের মান— (প্রয়োগ)

i. ধ্রুব
ii. – 2.4 ms^{-2}
iii. x এর ওপর নির্ভর করে না

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১০৬. দ্রুতি—(অনুধাবন)

i. হলো বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে
ii. স্কেলার রাশি
iii. পরিমাপের জন্য স্পিডোমিটার ব্যবহার করা হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১০৭. $s = s_0 + vt$ সমীকরণ হতে বুঝা যায় : s বনাম t লেখটি একটি সরলরেখা। এক্ষেত্রে—(প্রয়োগ)

i. আদি দূরত্ব শূন্য হলে, সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী হয়
ii. Y অক্ষের ছেদক অংশ = s_0
iii. সরলরেখাটির ঢাল = v

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১০৮. সমত্বরণের ক্ষেত্রে v বনাম t লেখ একটি সরলরেখা। এক্ষেত্রে—(প্রয়োগ)

i. আদিবেগ শূন্য হলে, সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী
ii. Y অক্ষের ছেদক অংশ = v_0
iii. সরলরেখাটির ঢাল = ত্বরণ, a

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১০৯. প্রাসের উদাহরণ হলো— (অনুধাবন)

i. শূন্যে নিক্ষিপ্ত ফুটবল
ii. অনুভূমিকের সাথে নির্দিষ্ট কোণ করে নিক্ষিপ্ত ক্রিকেট বল
iii. নিক্ষিপ্ত ক্ষেপণাস্ত্র

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১১০. প্রাসের গতির নিক্ষেপণ —(অনুধাবন)

i. বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরা হয়
ii. বিন্দুগামী অনুভূমিক অক্ষকে X অক্ষ ধরা হয়
iii. বিন্দুগামী উল্লম্ব অক্ষকে Y অক্ষ ধরা হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১১১. প্রাসের আদিবেগের— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. অনুভূমিক উপাংশ, $v_{x0} = v_0\cos\theta_0$

ii. উলম্ব উপাংশ, $v_{y0} = v_0\sin\theta_0$

iii. অনুভূমিক উপাংশ ও উলম্ব উপাংশের ভেক্টর যোগফল এর মানের সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১১২. প্রাসের নিক্ষেপণ বেগের— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. অনুভূমিক উপাংশের মান সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় না

ii. উলম্ব উপাংশের মান সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়

iii. সার্বিক মান সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

১১৩. একটি বস্তুকে 70 ms^{-1} বেগে এবং 44.427° নিক্ষেপণ কোণে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে বস্তুটি 117.6 m উচ্চতায় থাকবে— (প্রয়োগ)

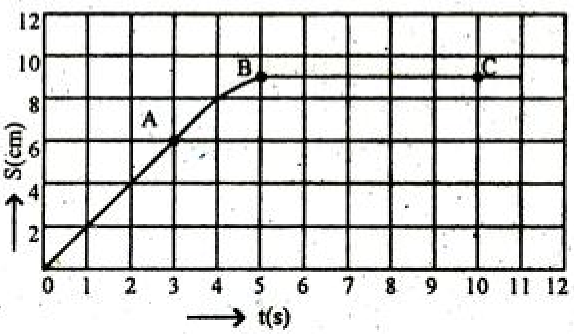
i. 4 sec সময়ে ii. 5 sec সময়ে
iii. 6 sec সময়ে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ১১৪ ও ১১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t) লেখচিত্র নিম্নে প্রদর্শিত হলো :

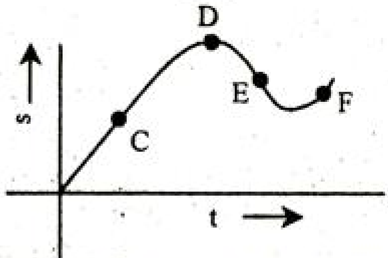


১১৪. লেখচিত্রের A বিন্দুতে বস্তুটির বেগ কত? (প্রয়োগ)

ক $2cms^{-1}$ খ $3cms^{-1}$
গ $6cms^{-1}$ ঘ $18cms^{-1}$ **ক**

১১৫. লেখচিত্রের BC রেখা অনুযায়ী বস্তুটির গতি হচ্ছে? *[সিলেট বোর্ড - ২০১৫]*

ক সমবেগ খ সমত্বরণ
গ সমমন্দন ঘ স্থিরাবস্থা **ঘ**



চিত্রটি একটি গতিশীল বস্তুকণার সরণ-সময় লেখচিত্র প্রকাশ করছে। লেখচিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ১১৬ ও ১১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১১৬. কোন বিন্দুতে বস্তুকণাটির তাৎক্ষণিক বেগের মান ঋণাত্মক হবে? (অনুধাবন)

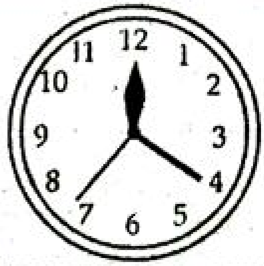
[রাজশাহী সরকারি সিটি কলেজ, রাজশাহী]

ক C খ D
গ E ঘ F **গ**

১১৭. C বিন্দুর দূরত্ব 6m। C বিন্দুতে যেতে প্রয়োজনীয় সময় 2 sec এবং D বিন্দুতে যেতে সময় 4 sec হলে C এবং D এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

(প্রয়োগ) *[রাজশাহী সরকারি সিটি কলেজ, রাজশাহী]*

ক 24 m খ 18 m
গ 12 m ঘ 6 m **ঘ**



উপরের উদ্দীপক হতে ১১৮ ও ১১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১১৮. একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ হবে—

i. $\omega = \frac{2\pi}{f}$ ii. $\omega = 2\pi f$

iii. $\omega = \frac{2\pi}{T}$

নিচের কোনটি সঠিক?

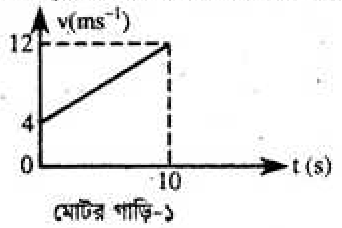
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

১১৯. মিনিটের কাঁটাটির পর্যায়কাল T = 1 h = 3600s. এর কৌণিক বেগ কত হবে?

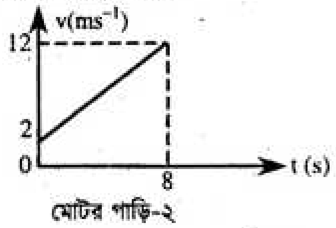
ক $1.047 \times 10^{-4}\ ms^{-1}$ খ $1.74 \times 10^{-3}\ rads^{-1}$
গ $3600\ ms^{-1}$ ঘ $3600\ \pi\ ms^{-1}$ **খ**

অধ্যায়-৪: নিউটনিয়ান বলবিদ্যা

প্রশ্ন ▶১ নিম্নে সমতল রাস্তায় দুটি মোটর গাড়ির বেগ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো। গাড়ি দুটির ভর যথাক্রমে 500 kg ও 320 kg। উভয় গাড়ির চাকা ও রাস্তায় ঘর্ষণজনিত বল 120 N।



মোটর গাড়ি-১



মোটর গাড়ি-২

[ঢা. বো. ২০১৬]

ক. বল ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ১ম মোটর গাড়ি 5 sec এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গাড়ি দুটি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের তুলনা করে তোমার মতামত দাও। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিংয়ের দৈর্ঘ্য একক পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবক বলে।

খ ধরা যাক, একটি বস্তুকে v_0 বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছে পুনরায় নিক্ষেপের অবস্থানে ফিরে আসতে প্রয়োজনীয় সময় $T = \frac{2v_0}{g}$

সুতরাং T সময় পর বস্তুর বেগ, $v = v_0 - g\frac{2v_0}{g} = -v_0$

নিক্ষেপের সময় বস্তুর গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv_0^2$ এবং সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছে পুনরায় নিক্ষেপের অবস্থানে ফিরে এলে গতিশক্তি $\frac{1}{2}m(-v_0)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$। কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ $W = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$

যেহেতু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসায় অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য তাই অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

গ চিত্র থেকে ১ম গাড়ির আদি বেগ, $v_0 = 4\ m{\cdot}s^{-1}$

ত্বরণ, $a = \frac{(12-4)\ m{\cdot}s^{-1}}{10\ s} = 0.8\ m{\cdot}s^{-2}$

সময়, $t = 5\ s$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ?$

আমরা জানি, অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$
$$= (4\ m{\cdot}s^{-1})(5\ s) + \frac{1}{2}(0.8\ m{\cdot}s^{-2})(5\ s)^2$$
$$= 20\ m + 10\ m$$
$$= 30\ m\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ ১ম গাড়ির ভর, $m_1 = 500\ kg$

১ম গাড়ির ত্বরণ, $a_1 = \frac{(12-4)\ m{\cdot}s^{-1}}{10\ s} = 0.8\ m{\cdot}s^{-2}$

সুতরাং ১ম গাড়ি কর্তৃক নিট বল, $F_1 = m_1a_1 = (500\ kg)(0.8\ m{\cdot}s^{-2}) = 400\ N$

১ম গাড়ির ঘর্ষণ জনিত বাঁধা, $f_1 = 120\ N$

সুতরাং ১ম গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বল, $F_{1a} = F_1 + f_1 = 400\ N + 120\ N = 520\ N$

২য় গাড়ির ভর, $m_2 = 320\ kg$

২য় গাড়ির ত্বরণ, $a_2 = \frac{(12-2)\ m{\cdot}s^{-1}}{8\ s} = 1.25\ m{\cdot}s^{-2}$

সুতরাং ২য় গাড়ির উপর নিট বল, $F_2 = m_2a_2 = (320\ kg)(1.25\ m{\cdot}s^{-2}) = 400\ N$

২য় গাড়ির ঘর্ষণ জনিত বাঁধা, $f_2 = 120\ N$

সুতরাং ২য় গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বল, $F_{2a} = F_2 + f_2 = 400\ N + 120\ N = 520\ N$

সুতরাং উভয় গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের মান সমান।

প্রশ্ন ▶২ রাস্তার কোনো এক বাঁকের ব্যাসার্ধ 50 m এবং রাস্তার উভয় পার্শ্বের উচ্চতার পার্থক্য 0.5 m রাস্তার প্রস্থ 5 m। [রা. বো. ২০১৭]

ক. কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? ১

খ. "জড়তার ভ্রামক 50 kg·m²" বলতে কি বোঝ? ২

গ. রাস্তার প্রকৃত ব্যাংকিং কোণ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের রাস্তায় 108 km/h বেগে একটি গাড়ি নিরাপদে চালানো সম্ভব কিনা- গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তপথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

খ কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামক $50\ kg{\cdot}m^2$ বলতে বুঝায় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার ভর এবং ঐ অক্ষ থেকে তাদের প্রত্যেকের লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টি $50\ kg{\cdot}m^2$।

গ



দেওয়া আছে,

রাস্তার প্রস্থ, $d = 5\ m$

উভয় পার্শ্বের উচ্চতার পার্থক্য, $x = 0.5\ m$

বের করতে হবে, ব্যাংকিং কোণ, $\theta = ?$

আমরা জানি,

$$\sin\theta = \frac{x}{d} = \frac{0.5}{5}$$
$$\therefore\ \theta = \sin^{-1}\left(\frac{0.5}{5}\right) = 5.74°\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই, ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 5.74°$

উদ্দীপক অনুসারে,

রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ $r = 50\ m$

গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ v হলে,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $v^2 = \tan\theta \times rg$

বা, $v = \sqrt{rg\tan\theta}$

$= \sqrt{50 \times 9.8 \times \tan(5.74)}$

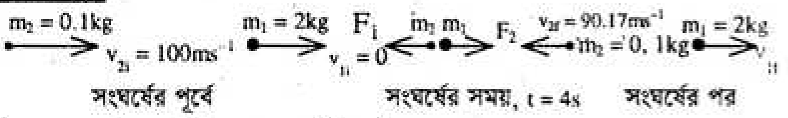
$= 7.02\ m{\cdot}s^{-1}$

$= 25.27\ km{\cdot}h^{-1}$

অর্থাৎ, এই রাস্তায় সর্বোচ্চ $25.27\ km{\cdot}h^{-1}$ বেগে গাড়ি নিরাপদে চালানো সম্ভব।

অতএব, উদ্দীপকের রাস্তায় $108\ km{\cdot}h^{-1}$ বেগে একটি গাড়ি নিরাপদে চালানো সম্ভব না।

প্রশ্ন ▶ ৩



চিত্রের আলোকে নিম্নের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও: /রা. বো. ২০১৬/

ক. 1 পাউন্ডাল বল এর সংজ্ঞা দাও। ১

খ. অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপক থেকে প্রতিক্রিয়া বল 'F_1' নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার মতামত দাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক এক পাউন্ড ভরের কোনো বস্তুর ওপর এক ফুট/সেকেন্ড² ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে এক পাউন্ডাল বল বলা হয়।

খ যেকোনো দুইটি বস্তুর মধ্যবর্তী আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলা হয়। আর পৃথিবী কোনো বস্তুকে যে বলে আকর্ষণ করে তাকে অভিকর্ষ বল বলে। পৃথিবীও একটি বস্তু। সুতরাং পৃথিবী কোনো বস্তুকে যে বলে আকর্ষণ করে সেটিও মহাকর্ষ। তাই বলা যায়, অভিকর্ষ বল এক ধরণের মহাকর্ষ।

গ দেওয়া আছে,
সংঘর্ষের সময়, $t = 4$ s
প্রতিক্রিয়া বল F_1, m_2 এর ওপর ক্রিয়া করে।
সুতরাং, m_2 এর ভরবেগের পরিবর্তনের হারই হবে F_1
মনে করি, m_2 এর আদিবেগের দিক ধনাত্মক।

$$\therefore F_1 = \frac{m_2v_{2f} - m_2v_{2i}}{t}$$
$$= \frac{0.1 \times (-90.17) - 0.1 \times 100}{4} \text{ N}$$
$$= -4.75425 \text{ N } \textbf{(Ans.)}$$

এখানে, (–) চিহ্ন নির্দেশ করে যে, প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া বলের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

ঘ মনে করি, m_2 এর আদিবেগের দিক ধনাত্মক।
ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে,

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$
বা, $2 \times 0 + 0.1 \times 100 = 2 \times v_{1f} + 0.1 \times (-90.17)$
বা, $0 + 10 = 2 \times v_{1f} - 9.017$
$$\therefore v_{1f} = \frac{10 + 9.017}{2} = 9.5085 \text{ m·s}^{-1}$$

বস্তুদ্বয়ের সংঘর্ষের আগের গতিশক্তির সমষ্টি,

$$E_{k1} = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (0)^2 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times (100)^2$$
$$= 500 \text{ J}$$

বস্তুদ্বয়ের সংঘর্ষের পরের গতিশক্তির সমষ্টি,

$$E_{k2} = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (9.5085)^2 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times (-90.17)^2$$
$$= 496.94 \text{ J}$$

লক্ষ্য করি, $E_{k1} \neq E_{k2}$ অর্থাৎ সংঘর্ষের আগের এবং পরের গতিশক্তি সমান নয়।
সুতরাং উদ্দীপকের সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক নয়। সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক।

প্রশ্ন ▶ ৪ নয়ন 25 g ভরের একটি পাথর খন্ডকে 1 m দীর্ঘ একটি সূতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। পাথর খন্ডটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার ঘুরছে। পাথরের ঘূর্ণন সংখ্যা একই রেখে সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হল। সুতা সর্বাধিক 40 N বল সহ্য করতে পারে। /দি. বো. ২০১৭/

ক. কৌণিক বেগ কী? ১

খ. পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম ক্ষেত্রে পাথরটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. নয়ন সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে ঘূর্ণন সফলভাবে সম্পন্ন করতে পারবে কিনা–গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

খ পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি শূন্য হয় বলে পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে। আমরা জানি, T কেলভিন তাপমাত্রায় প্রতিটি গ্যাস অণুর প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রার জন্য গড় শক্তি $\frac{1}{2}$ KT। পরমশূন্য তাপমাত্রায় $T = 0$ K, এক্ষেত্রে একক মাত্রঅয় গড় শক্তি $= \frac{1}{2} \text{K} \times 0 = 0\text{J}$। অর্থাৎ পরমশূন্য (0 K) তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে।

গ দেওয়া আছে,
সুতার দৈর্ঘ্য তথা ব্যাসার্ধ, $r = 1$ m
পাথর খন্ডের ভর, $m = 25 \text{ g} = 25 \times 10^{-3}$ kg
সময়, $t = 1$ sec
ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 5$
কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$
আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ,

$$L = mvr = mr^2\omega$$
$$= mr^2 \times \frac{2\pi N}{t}$$
$$= 25 \times 10^{-3} \times (1)^2 \frac{2 \times 3.1416 \times 5}{1}$$
$$= 0.7854 \text{ kg·m}^2\text{·s}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

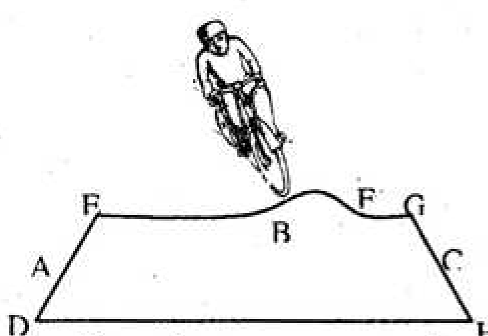
ঘ দেওয়া আছে,
পাথর খন্ডের ভর, $m = 25 \text{ g} = 25 \times 10^{-3}$ kg
ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 5$
সময়, $t = 1$ s.
সুতার পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য তথা পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 1 = 2$ m
সুতার সর্বাধিক সহনশীল বল, $F = 40$ N

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2 \times 3.1416 \times 5}{1}$
$$= 31.416 \text{ rads}^{-1}$$

কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_c = m\omega^2 r$
$$= 25 \times 10^{-3} \times (31.416)^2 \times 2$$
$$= 49.348 \text{ N}$$

কেন্দ্রবিমুখী বল বা সুতার টান F_c সুতার সর্বাধিক সহনশীল বল F অপেক্ষা বড়। সুতরাং, নয়ন সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে সফলভাবে ঘূর্ণন সম্পন্ন করতে পারবে না। কারণ সুতার টান বেশি হওয়ায় সুতাটি ছিড়ে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ৫



চিত্রটি লক্ষ্য কর। এটি একটি পাহাড়। একজন সাইকেল চালাক ইহার উপর সাইকেল চালাচ্ছে। সাইকেলের চাকার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 12\hat{k}$ এবং বলের ভেক্টর $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ /দি. বো. ২০১৫/

ক. বীট কাকে বলে? ১

খ. স্প্রিং স্পন্দনের বল ধ্রুবক এর সাথে দোলনকালের সম্পর্ক স্থাপন কর। ২

গ. সাইকেল চালকের টর্ক কত? ৩

ঘ. DE, EG, GH পথে সাইকেল চালকের অনুভূতি বর্ণনা কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের কিন্তু কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরল রেখায় একই দিকে সঞ্চালিত হলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ আমরা জানি, স্প্রিংয়ের প্রসারণ x এবং প্রত্যায়নী বল F এর মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে,

$$F = -kx$$

এখানে, k হচ্ছে স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবক

এ বলের ক্রিয়ায় m ভরের বস্তুর ত্বরণ a হলে, $F = ma$

$\therefore ma = -kx$ বা, $a + \frac{k}{m}x = 0$ বা, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

এখানে, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\therefore$ দোলনকাল, $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

এটিই হচ্ছে স্প্রিং জনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে পর্যায়কাল ও স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবকের মধ্যে সম্পর্ক।

গ দেওয়া আছে, $\vec{r} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 12\hat{k}$

$\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$

বের করতে হবে, টর্ক, $\vec{\tau} = ?$

আমরা জানি, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = (4\hat{i} - 6\hat{j} + 12\hat{k}) \times (2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -6 & 12 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix} = \hat{i}\,(30 - 36) - \hat{j}\,(-20 - 24) + k\,(12 + 12)$$

$$= -6\hat{i} + 44\hat{j} + 24\hat{k}$$

টর্কের মান $= \sqrt{(-6)^2 + 44^2 + 24^2} = 50.48$ একক।

সাইকেল চালকের টর্কের মান $= 50.48$ একক। **(Ans.)**

ঘ DE পথে সাইকেল চালাতে গেলে সাইকেল এবং নিজের অভিকর্ষকে অতিক্রম করে ওপরে উঠতে হবে। ফলে এসময় চালক প্রচন্ড কষ্ট অনুভব করবেন, কারণ তাকে বিরাট মানের ক্ষমতা প্রয়োগ করতে হবে। EG পথ প্রায় অনুভূমিক, তবে উঁচু নিচু বলে তা যথেষ্ট মানের ঘর্ষণ প্রদান করবে। ফলে এ রাস্তায় সাইকেল চালাতে গেলে চালকের অনুভূতি পুরোপুরি সুখকর হবে না।

তবে GH পথে নামার সময় চালককে প্যাডেল চাপতে হবে না, অভিকর্ষের দরুণ সাইকেল স্বয়ংক্রিয়ভাবে নিচে নামতে থাকবে। শুধু তাকে সাইকেলের নিয়ন্ত্রণে মনোযোগ দিতে হবে। এসময় সাইকেল চালক বেশ সুখকর অনুভূতি পাবেন।

প্রশ্ন ▶৬ 142 cm এবং 122 cm ব্যাসের দুটি বৈদ্যুতিক পাখা বানানো হলো। প্রথমটি মিনিটে 150 বার ও দ্বিতীয়টি মিনিটে 180 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 2 s পর উভয় পাখা থেমে যায়। [কু. বো. ২০১৭]

ক. টর্কের সংজ্ঞা লিখ। ১

খ. ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম পাখাটির প্রান্তবিন্দুতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ হিসাব কর। ৩

ঘ. সুইচ বন্ধ করার পর থেমে যাবার আগ পর্যন্ত উভয় পাখাই কী সমান সংখ্যক বার ঘুরে থেমেছে যাচাই কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা করতে চায় এবং ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণনবেগের পরিবর্তন করে বা করতে চায়, তাকে টর্ক বলে।

খ বস্তু তার গতীয় অবস্থা অক্ষুণ্ণ রাখতে চাওয়ার ধর্ম হচ্ছে জড়তা। ঠিক তেমনি কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর ঘূর্ণন গতীয় অবস্থা অক্ষুণ্ণ রাখতে চাওয়ার ধর্ম হচ্ছে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক। জড়তার জন্য বস্তু তার ওপর বল প্রয়োগে বেগের পরিবর্তনকে বাধা দেয়, নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা ঐ অক্ষের সাপেক্ষে তার ওপর টর্ক প্রয়োগে কৌণিক বেগের পরিবর্তনে বাধা দেয়। জড়তার পরিমাপকে ভর বলে, ঘূর্ণন জড়তার পরিমাপকে ঘূর্ণন ভরও বলা যায়। রৈখিক গতির ক্ষেত্রে ভর যে ভূমিকা পালন করে ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে ঘূর্ণন জড়তা সেই ভূমিকা পালন করে। অতএব বলা যায় যে, ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ভরের সমতুল্য।

গ দেওয়া আছে, প্রথম পাখার ক্ষেত্রে

ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{142}{2} = 71$ cm $= 0.71$ m

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N_1 = 150$

সময়, $t_1 = 60$ s

বের করতে হবে, কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a_c = ?$

পাখাটির কৌণিক বেগ ω_1 হলে,

$$\omega_1 = \frac{2\pi N_1}{t_1} = \frac{2\pi \times 150}{60}$$

$$= 5\pi \text{ rad/s}$$

আমরা জানি,

$$a_c = \omega_1^2 r_1 = (5\pi)^2 \times 0.71$$

$$= 175.185 \text{ m·s}^{-2}$$ **(Ans.)**

ঘ প্রথম পাখার আদি কৌণিক বেগ, $\omega_1 = 5\pi$ rad/s (গ হতে)

উভয় পাখার থেমে যাওয়ার সময়কাল, $t = 2$ s

প্রথম পাখার কৌণিক সরণ θ_1 হলে,

$$\theta_1 = \frac{\omega_1 + 0}{2} \times t = \frac{5\pi}{2} \times 2 = 5\pi \text{ rad}$$

থেমে যাবার আগ পর্যন্ত প্রথম পাখার ঘূর্ণন সংখ্যা

$$N'_1 = \frac{\theta_1}{2\pi} = \frac{5\pi}{2\pi} = 2.5$$

দ্বিতীয় পাখার প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা = 180

দ্বিতীয় পাখার কৌণিক বেগ

$$\omega_2 = \frac{2\pi \times 180}{60} = 6\pi \text{ rad/s}$$

দ্বিতীয় পাখার কৌণিক সরণ θ_2 হলে,

$$\theta_2 = \frac{\omega_2 + 0}{2} \times t = \frac{6\pi}{2} \times 2 = 6\pi \text{ rad}$$

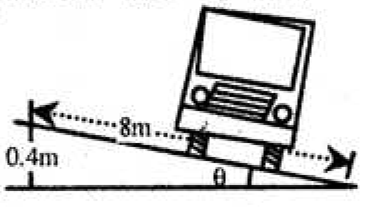
থেমে যাবার আগ পর্যন্ত দ্বিতীয় পাখার ঘূর্ণন সংখ্যা

$$N'_2 = \frac{\theta_2}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$$

অর্থাৎ, $N'_1 \neq N'_2$

অতএব, সুইচ বন্ধ করার পর থেমে যাবার আগ পর্যন্ত প্রথম পাখা 2.5 বার এবং দ্বিতীয় পাখা পূর্ণ 3 বার ঘুরে থেমেছে।

প্রশ্ন ▶৭ 100 m ব্যাসার্ধের একটি বাঁকে 30 kmh^{-1} বেগে বাঁক নিতে গিয়ে বাস রাস্তা থেকে ছিটকে খাদে পড়ে যায়।



[চ. বো. ২০১৬]

ক. মৌলিক বল কী? ১

খ. জড়তার ভ্রামকের সাথে চক্রগতির ব্যাসার্ধের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত রাস্তায় ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের আলোকে বাসটি খাদে পড়ে যাওয়ার কারণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মৌলিক বল হচ্ছে এমন এমন একটি বল যা সংস্পর্শ ব্যতীত পরস্পরের মিথস্ক্রিয়ায় একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর ওপর প্রয়োগ করে।

খ একটি বস্তুর সমগ্র ভরকে যদি এমন একটি বিন্দুতে পুঞ্জীভূত কল্পনা করা যায়, যেন একটি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামকের কোনো পরিবর্তন না হয়, তখন ঐ অক্ষ হতে উক্ত বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে। M ভরের একটি বস্তুর নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক-

$$I = MK^2$$

এটিই ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামকের কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের সাথে সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধের সম্পর্ক।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 2.86°।

ঘ 'গ' হতে, উক্ত রাস্তার ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 2.86°$

ব্যাসার্ধ, $r = 100$ m

বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

বা, $v^2 = rg\tan\theta = 100 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \tan 2.86° = 49$

$\therefore v = 7 \text{ m s}^{-1}$

উক্ত রাস্তার ব্যাংকিং কোণ অনুযায়ী সর্বোচ্চ 7 m s^{-1} বেগে ঐ রাস্তায় গাড়ী চালানো যাবে। কিন্তু চালক $30 \text{ km h}^{-1} = 8.33 \text{ m s}^{-1}$ ($>7 \text{ m s}^{-1}$) বেগে গাড়ি চালানোয় বাসটি খাদে পড়ে যায়।

প্রশ্ন ▶৮ সার্কাস পার্টিতে একজন পারফরমার 5 kg ভরের একটি গোলককে ভূমি হতে 1.5 m উপরে অনুভূমিক তলে 2m লম্বা রশির সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘোরাচ্ছেন। গোলকটি প্রতি মিনিটে 20 বার আবর্তন করে। ঘূর্ণায়মান অবস্থায় হঠাৎ রশিটি ছিড়ে যায়। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : *[চ. বো. ২০১৫]*

ক. ঘাতবল কাকে বলে? ১

খ. সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য লিখ। ২

গ. আবর্তনশীল গোলকটি কেন্দ্রের দিকে কত বল অনুভব করবে? ৩

ঘ. পারফরমার হতে দর্শক সারির দূরত্ব কেমন হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক খুব সীমিত সময়ের জন্য কোনো বস্তুর উপর বড় ধরণের বল প্রযুক্ত হলে তাকে ঘাত বল বলে।

খ সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য হলো :

১. এর দ্রুতি সর্বদা সমান থাকে।
২. এর কৌণিক বেগ সর্বদা সমান থাকে।
৩. এর কৌণিক ত্বরণ শূন্য হয়
৪. কেন্দ্রের দিকে সর্বদা একটি ত্বরণ থাকে।

গ দেওয়া আছে, রশির দৈর্ঘ্য তথা বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 2$ m

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2 \times 3.1416 \times 20 \text{ rad}}{60 \text{ sec}} = 2.0944 \text{ rad s}^{-1}$

গোলকের ভর, $m = 5$ kg

বের করতে হবে, কেন্দ্রের দিকে অনুভূত বল = কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = ?$

আমরা জানি, $F_c = m\omega^2 r = 5 \text{ kg} \times (2.0944 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 2 \text{ m}$
$= 43.865$ N **(Ans.)**

ঘ ঘূর্ণায়মান অবস্থায় রশিটি ছিড়ে গেলে গোলকটি অনুভূমিক ভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ন্যায় আচরণ করবে। এর উল্লম্ব বেগ, $v_{y_0} = 0$ এবং অনুভূমিক বেগ $v_{x_0} = \omega r = 2.0944 \text{ rad s}^{-1} \times 2 \text{ m} = 4.1888 \text{ m s}^{-1}$

গোলকটি ভূমিতে পড়তে t সময় লাগলে,

$y = y_0 + v_{y_0} t - \frac{1}{2} g t^2$

বা, $0 = 1.5 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $4.9 t^2 = 1.5$

বা, $t^2 = 0.3061$

$\therefore t = 0.5533$ s

এখানে,
$y_0 = 1.5$ m
$y = 0$

এ সময় অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব,

$x = v_{x_0} \times t = 4.1888 \text{ m s}^{-1} \times 0.5533 \text{ s} = 2.3177$ m

সুতরাং পারফর্মার হতে দর্শকের দূরত্ব 2.3177 m অপেক্ষা বেশি হলে গোলকটি দর্শককে আঘাত করবে না।

প্রশ্ন ▶৯ মিটারগেজ ও ব্রডগেজ রেল লাইনের দুটি পাতের মধ্যবর্তী দূরত্ব যথাক্রমে 0.8 m ও 1.3 m। যে স্থানে বাকের ব্যাসার্ধ 500 m ঐ স্থানে লাইনগুলোর মধ্যে উচ্চতার পার্থক্য যথাক্রমে 7.00 cm ও 11.37 cm। *[সি. বো. ২০১৭]*

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. 'সমান ভরের দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হলে তারা বেগ বিনিময় করে'—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ১ম লাইনের ব্যাংকিং কোণ কত? ৩

ঘ. কোন লাইনে রেলগাড়ি অধিক দ্রুততার সাথে বাক নিতে পারবে— গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোনো অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণনশীল বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে বা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে, তাকে টর্ক বলে।

খ আমরা জানি, দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে প্রথম ও দ্বিতীয় বস্তুর শেষ বেগ যথাক্রমে,

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

ও $$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

বস্তুদ্বয়ের ভর সমান হলে, অর্থাৎ $m_1 = m_2 = m$ হলে

$$v_{1f} = 0 \times v_{1i} + \left(\frac{2m}{m + m}\right) v_{2i} = v_{2i}$$

ও $$v_{2f} = \left(\frac{2m}{m + m}\right) v_{1i} + 0 \times v_{2i} = v_{1i}$$

অর্থাৎ প্রথম বস্তুর শেষ বেগ = দ্বিতীয় বস্তুর আদি বেগ;
আবার দ্বিতীয় বস্তুর শেষ বেগ = প্রথম বস্তুর আদি বেগ

অতএব, সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্য স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে বেগ বিনিময় ঘটে।

গ প্রথম লাইনের ক্ষেত্রে,

উচ্চতা, $h = 7.00$ cm $= 0.07$ m

প্রশস্থতা, $l = 0.8$ m

ব্যাংকিং কোণ, $\theta = ?$

আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{h}{l} = \frac{0.07}{0.8} = 0.0875$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.0875) = 5°$

$\therefore$ ১ম লাইনের ব্যাংকিং কোণ $5°$ **(Ans.)**

ঘ এখানে,

বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 500$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m·s^{-2}

১ম লাইনের ব্যাংকিং কোণ, $\theta_1 = 5°$ [(গ) হতে]

২য় লাইনের প্রশস্থতা, $l' = 1.3$ m

উচ্চতা, $h' = 11.37$ cm $= 0.1137$ m

২য় লাইনের ব্যাংকিং, $\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{h'}{l'}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.1137}{1.3}\right)$

$= 5°$

ধরি,

১ম লাইনের সর্বোচ্চ বেগ v_1 এবং ২য় লাইনের সর্বোচ্চ বেগ v_2

আমরা পাই, $\tan\theta_1 = \frac{v_1^2}{rg}$

এবং $\tan\theta_2 = \frac{v_2^2}{rg}$

$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$

যেহেতু $\theta_1 = \theta_2$ সেহেতু $v_1 = v_2$, অর্থাৎ দুই লাইনের রেলগাড়ি সমান দ্রুততার সাথে বাক নিতে পারবে।

প্রশ্ন ▶১০ 1m প্রস্থের একটি রাস্তার বাহিরের কিনারা ভিতরের কিনারা হতে উঁচু। 200m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার মোড় নেওয়ার সময় একজন গাড়ি চালক রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইনবোর্ডে 60 kmh^{-1} লেখা দেখল। এই সময় গাড়িটির বেগ ছিল 50 kmh^{-1}। *[সি. বো. ২০১৬]*

ক. কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১

খ. বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে কেন? ২

গ. ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বেগে গাড়ী চালালে, চালক নিরাপদে মোড় নিতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো যন্ত্র কর্তৃক কৃতকাজ এবং ঐ সময় সরবরাহকৃত শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

খ যেকোনো তরলের গোলাকার অবস্থায় পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন হয়। আর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনি হওয়ার অর্থ হলো পৃষ্ঠশক্তি সর্বনি। পৃষ্ঠ শক্তি সর্বনিম্ন হলে সেটা বেশি স্থিতিশীল থাকবে। এজন্য বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে।

গ দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 200$ m

বেগ, $v = 60$ km·h^{-1}

$= \frac{60 \times 1000}{3600}$ m·s^{-1} $= \frac{50}{3}$ m·s^{-1}

ব্যাকিং কোণ, $\theta = ?$

আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(50/3)^2}{200 \times 9.8} = 0.1417$

$\therefore \theta = 8.06°$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, উদ্দীপকের ব্যক্তিটির বেগ 50 km·h^{-1} বা 13.88 m·s^{-1} এই বেগে গাড়ি চালালে 200 m ব্যাসার্ধে বৃত্তাকার মোড় নেওয়ার জন্য ব্যাংকিং কোণ প্রয়োজন

$\theta = \tan^{-1}\frac{(13.88)^2}{200 \times 9.8}$ বা $5.6°$

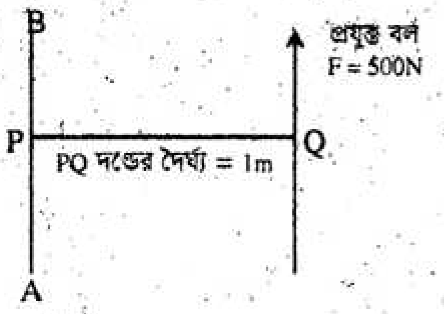
গ হতে পাই উক্ত রাস্তার ব্যাংকিং কোণ $8.06°$

$5.6° < 8.06°$

অর্থাৎ 50 km/h বেগে মোড় নিলে কোনো দুর্ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা নেই।

$\therefore$ 50 km/h বেগে গাড়ি নিরাপদে মোড় নিতে পারবে।

প্রশ্ন ▶১১



[সি. বো. ২০১৬]

ক. প্রাস কাকে বলে? ১

খ. স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে নয় কেন — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. AB ঘূর্ণন অক্ষের চারদিকে PQ দন্ডটির টর্ক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি ঘূর্ণন অক্ষ AB, PQ দন্ডটির প্রান্তবিন্দু হতে পরিবর্তন করে মধ্যবিন্দুতে নেওয়া হয়, তবে কোন ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে — তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে শূন্য স্থানে ভূমির সাথে তীর্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস বলে।

খ যে ভেক্টরের পাদবিন্দু সুনির্দিষ্ট নয়, তাকে স্বাধীন ভেক্টর বলে। যেহেতু স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু সুনির্দিষ্ট নয়, তাই এই পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে অবস্থিত হওয়ার প্রয়োজন নেই। এ কারণেই স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে নয়।

গ দেওয়া আছে,

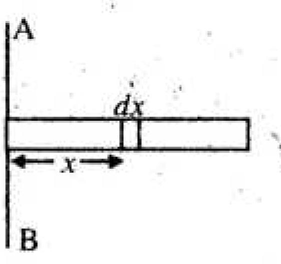
প্রযুক্ত বল, $F = 500$ N

লম্ব দূরত্ব, $r = 1$ m

সুতরাং নির্ণেয় টর্ক, $\tau = Fr\sin 90° = 500$ m $\times$ 1 m $= 500$ N·m **(Ans.)**

ঘ মনে করি, সমগ্র দণ্ডের ভর M এবং দৈর্ঘ্য l

তাহলে একক দৈর্ঘ্যের ভর $= \frac{M}{l}$



এবং dx ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশের ভর $= \frac{M}{l}dx$

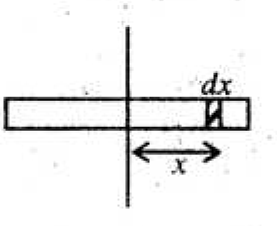
সুতরাং অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক, $I = \int_0^l \frac{M}{l} x^2\, dx = \frac{M}{l}\int_0^l x^2 dx$

$= \frac{M}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^l = \frac{M}{l} \times \frac{l^3}{3} = \frac{Ml^2}{3}$

কিন্তু ঘূর্ণন অক্ষ দণ্ডের মধ্যবিন্দুগামী লম্ব হলে জড়তার ভ্রামক,

$I' = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M}{l} x^2 dx = \frac{M}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-l/2}^{l/2}$

$= \frac{M}{3l}\left[\frac{l^3}{8} + \frac{l^3}{8}\right] = \frac{Ml^2}{12}$



যেহেতু $\frac{Ml^2}{3} > \frac{Ml^2}{12}$

অর্থাৎ $I > I'$

সুতরাং ঘূর্ণন অক্ষ দণ্ডের প্রান্তবিন্দুতে অবস্থিত হলে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶১২ 30 gm ভরের একটি মার্বেল 10 $m \cdot s^{-1}$ বেগে সোজা গিয়ে একটি স্থির মার্বেলকে ধাক্কা দেয়। ধাক্কার পর মার্বেলটি তার 75% বেগ হারায় এবং স্থির মার্বেলটি 9 $m \cdot s^{-1}$ বেগ লাভ করে স্থির অবস্থান থেকে 3 m দূরে একটি মাটির দেয়ালকে ধাক্কা দেয়, মাটির দেয়ালের বাধাদানকারী বল 3 N। (বাতাসের বাধা উপেক্ষা করে)। (সংশোধিত) /দি. বো. ২০১৭/

ক. স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি কাকে বলে? ১

খ. পরিমাপের সকল যন্ত্রের পিছট ত্রুটি থাকবে কিনা ব্যাখ্যা করো। ২

গ. স্থির মার্বেলটির ভর নির্ণয় করো। ৩

ঘ. মার্বেলটি দেয়ালের ভিতর কতটুকু ঢুকতে পারবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারের ওপর পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি বা অনেকক্ষণ ধরে প্রয়োগ করলে এর স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় ফলে বল অপসারণের সাথে সাথে তা পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় না, কিছুটা দেরি হয় বা আদৌ ফিরে পায় না। এ ঘটনাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।

খ পরিমাপের সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকে না। যে সকল যন্ত্র, নাট-স্ক্রু নীতির ওপর ভিত্তি করে তৈরী, শুধুমাত্র সেসব যন্ত্রে এই ধরনের ত্রুটি দেখা যায়। দীর্ঘদিন ব্যবহারের ফলে স্ক্রু ক্ষয় হয়ে ঢিলা হয়ে পড়ে ফলে স্ক্রুকে উভয় দিকে একই পরিমাণ ঘুরালে সরণ সমান হয় না। ফলে যে সব যন্ত্র নাট-স্ক্রু নীতির ওপর ভিত্তি করে তৈরী নয় সে সব যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকে না। সুতরাং বলা যায়, পরিমাপের সকল যন্ত্রের পিছট ত্রুটি থাকবে না।

গ দেওয়া আছে,

প্রথম মার্বেলের ভর, $m_1 = 30 \text{ gm} = 0.03 \text{ kg}$

প্রথম মার্বেলের আদিবেগ, $u_1 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

প্রথম মার্বেলের শেষবেগ, $v_1 = 10 - 10 \times 75\%$
$= 2.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

দ্বিতীয় মার্বেলের আদিবেগ, $u_2 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

দ্বিতীয় মার্বেলের শেষবেগ, $v_2 = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

দ্বিতীয় মার্বেলের ভর, $m_2 = ?$

ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুসারে,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

বা, $m_2 (v_2 - u_2) = m_1 (u_1 - v_1)$

$$\therefore m_2 = \frac{m_1(u_1 - v_1)}{v_2 - u_2} = \frac{0.03 (10 - 2.5)}{9 - 0} = 0.025 \text{ kg}$$
$$= 25 \text{ gm } (\textbf{Ans.})$$

ঘ দেওয়া আছে,

মার্বেলের আদিবেগ, $v_0 = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

শেষবেগ, $v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

স্থির মার্বেলটির ভর, $m = 0.025$ kg [(গ) হতে নিয়ে]

মাটির দেয়ালের বাধাদানকারী বল, $F = -3$ N

মনে করি, মার্বেলটি দেয়ালের মধ্যে x m প্রবেশ করবে।

কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে,

$$F \cdot x = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$\therefore x = \frac{m(v^2 - v_0^2)}{2F}$$
$$= \frac{25 \times 10^{-3}}{2 \times (-3)} \times (0^2 - 9^2) \text{ m}$$
$$= 0.3375 \text{ m}$$
$$= 33.75 \text{ cm}$$

অতএব, মার্বেলটি দেয়ালের মধ্যে 33.75 cm প্রবেশ করবে।

প্রশ্ন ▶১৩ 8 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.2m লম্বা দড়ি দিয়ে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের চারিদিকে 2 rads^{-1} বেগে ঘুরান হচ্ছে। /ব. বো. ২০১৬/

ক. ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র লিখ। ১

খ. রাস্তার বাঁকের ভিতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু হয় কেন? ২

গ. ঘূর্ণায়মান বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ বের কর। ৩

ঘ. বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে টর্কের কীরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একাধিক বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া ভিন্ন অন্য বল কাজ না করলে আলাদাভাবে প্রতিটি বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন হলেও মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না।

খ বক্রপথে মোটর গাড়ি চলার সময় প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টির জন্য এদেরকেও হেলানো প্রয়োজন হয়। তাই মোড়ের রাস্তা ভিতরের পার্শ্ব অপেক্ষা বাইরের পার্শ্বকে প্রয়োজনমতো উঁচু করে তৈরি করা হয়, যাতে মোটর গাড়ি মোড় ঘোরার সময় কেন্দ্রের দিকে হেলে পড়ে এবং প্রয়োজন মত কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি করতে পারে। এ ব্যবস্থাকে রাস্তার ব্যাংকিং বলে।

গ 8(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $0.64 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$।

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,

বস্তুর প্রাথমিক ভর, $m_1 = 8$ kg

$\therefore$ বস্তুর পরিবর্তিত ভর, $m_2 = \frac{8}{2} = 4$ kg

ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বস্তুর দূরত্ব, $r = 0.2$ m

ধরি, কৌণিক ত্বরণ = α

প্রাথমিক টর্ক, $\tau_1 = I_1\alpha = m_1r^2\alpha = 8 \times (0.2)^2\alpha = 0.32\alpha \text{ N} \cdot \text{m}$

পরিবর্তিত টর্ক, $\tau_2 = I_2\alpha = m_2r^2\alpha = 4 \times (0.2)^2\alpha = 0.16\alpha \text{ N} \cdot \text{m}$

বা, $\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{1}{2}$

$\therefore \tau_2 = \frac{1}{2} \times \tau_1$

অতএব, বস্তুটির ভর অর্ধেক করা হলে টর্ক অর্ধেক হয়ে যাবে।

প্রশ্ন ▶১৪ 60 kg ভরের একজন নৃত্যশিল্পী দুহাত প্রসারিত করে মিনিটে 20 বার ঘুরতে পারেন। তিনি একটি সংগীত এর সাথে তাল মেলানোর চেষ্টা করছিলেন। /ব. বো. ২০১৭/

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কি? ১

খ. নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়– এর তাৎপর্য লিখ। ২

গ. নৃত্যশিল্পীকে সংগীত এর সাথে ঐকতানিক হতে মিনিটে 30 বার ঘুরলে জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের তুলনা কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের নৃত্যশিল্পীর পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে কি? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর সমগ্র ভরকে যদি এমন একটি বিন্দুতে পুঞ্জীভূত কল্পনা করা যায়, যেন একটি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামকের কোনো পরিবর্তন না হয়, তখন ঐ অক্ষ হতে উক্ত বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

খ কোন সিস্টেমে বাইরে থেকে কোন টর্ক প্রযুক্ত না হলে কৌণিক ভরবেগের (L) কোন পরিবর্তন হয় না। নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোন ব্যক্তি তার হাত বা পা প্রসারিত করলে তার জড়তার ভ্রামক বেড়ে যায়, কিন্তু এতে কোন টর্ক বা ঘূর্ণন পরিবর্তনকারী বল প্রযুক্ত হয় না। তাই কৌণিক ভরবেগের কোন পরিবর্তন হয় না। একইভাবে ব্যক্তি যদি তার অঙ্গপ্রত্যঙ্গকে অক্ষের দিকে চাপিয়ে আনার চেষ্টা করে, তবে তার

জড়তার ভ্রামক কমে যায় এবং কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার সূত্রানুযায়ী তার কৌণিক বেগ বৃদ্ধি পায়। $L = I\omega$ সূত্রানুসারে I এর মান অর্ধেক $\left(\frac{I}{2}\right)$ হলে L অপরিবর্তিত রাখার জন্য $L = I\omega = \left(\frac{I}{2}\right)(2\omega)$ হবে। অর্থাৎ কৌণিক ভরবেগের মান দ্বিগুণ হয়ে যাবে।

গ দেওয়া আছে,

প্রথম ক্ষেত্রে প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা, $n_1 = 20$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা, $n_2 = 30$

ধরা যাক,

১ম ক্ষেত্রে নৃত্যশিল্পীর জড়তার ভ্রামক I_1 এবং কৌণিক বেগ ω_1 এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক I_2 এবং কৌণিক বেগ ω_2

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{2\pi \times 20}{60} = \frac{2}{3}\pi \text{ rad/sec.}$$

এবং $\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60} = \frac{2\pi \times 30}{60} = \pi$ rad/sec.

আবার কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার সূত্রানুসারে,

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\therefore I_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} I_1 = \frac{\frac{2}{3}\pi}{\pi} I_1 = \frac{2}{3} I_1$$

সুতরাং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক প্রথম ক্ষেত্রের $\frac{2}{3}$ গুণ হবে। **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ থেকে পাই,

১ম ক্ষেত্রে কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega_1 = \frac{2}{3}\pi$ rad/sec.

পরিবর্তিত কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega_2 = \pi$ rad/sec.

১ম ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক $= I_1$

পরিবর্তিত জড়তার ভ্রামক, $I_2 = \frac{2}{3} I_1$

সুতরাং ১ম ক্ষেত্রে কৌণিক গতিশক্তি, $E_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$

এবং পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি, $E_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$

$$\therefore \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2} I_2\omega_2^2}{\frac{1}{2} I_1\omega_1^2} = \frac{\frac{2}{3} I_1 \times \pi^2}{I_1 \times \frac{4}{9}\pi^2} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\therefore E_2 = 1.5\, E_1$$

অতএব, নৃত্যশিল্পীর পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি দ্বিগুণ নয় বরং 1.5 গুণ হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৫ রেকর্ডিং কাজে ব্যবহৃত একটি গ্রামোফোন রেকর্ড প্রতি মিনিটে 10টি ঘূর্ণন সম্পন্ন করে। এতে 2টি ট্র্যাক এর ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6 cm এবং 8 cm। /ব. বো. ২০১৭/

ক. জড় কাঠামোর সংজ্ঞা লিখ। ১

খ. "গড়বেগ শূন্য হলেও গড়দ্রুতি কখন শূন্য হয় না" এর ব্যাখ্যা লিখ। ২

গ. গ্রামোফোন এর ট্র্যাক দুটির রৈখিক দ্রুতি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি গ্রামোফোন রেকর্ডটি 10% বেশি কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরে তবে শব্দের তীব্রতার কোনো পরিবর্তন হবে কি? বিশ্লেষণ কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে প্রসঙ্গ কাঠামোয় নিউটনের গতিসূত্রসমূহ খাটে তাকে জড় কাঠামো বলে।

খ 'গড়দ্রুতি কখনও শূন্য হয় না' উক্তিটি অযৌক্তিক। কোন নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে কোন বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী সরলরৈখিক দূরত্বকে ঐ সময় ব্যবধান দ্বারা ভাগ করলে ঐ সময় ব্যবধানে বস্তুটির গড়বেগ পাওয়া যায়। আবার একই সময় ব্যবধানে বস্তুটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্বকে সময় ব্যবধান দ্বারা ভাগ করলে গড়দ্রুতি পাওয়া যায়। কোন বস্তু একটি বিন্দু থেকে রওনা দিয়ে আবার ঐ বিন্দুতে ফিরে আসলে তার গড়বেগ শূন্য হবে, কারণ তার আদি ও শেষ অবস্থান একই। কিন্তু তার অতিক্রান্ত ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্বের বীজগাণিতিক সমষ্টি শূন্য হয় না বলে গড়দ্রুতি অশূন্য। তাই বলা যায় গড়বেগ শূন্য হলেও বস্তুটি সম্পূর্ণ সময় স্থির না থাকলে ঐ সময় ব্যবধানে গড়দ্রুতি কখনই শূন্য হয় না।

গ দেওয়া আছে,

গ্রামোফোন রেকর্ড প্রতি মিনিটে 10টি ঘূর্ণন সম্পন্ন করে,

1টি ঘূর্ণন সম্পন্ন করতে প্রয়োজন সময়, $T = \frac{60}{10}\text{ s} = 6\text{ s}$

কৌণিক দ্রুতি, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6}\text{ rad·s}^{-1} = \frac{\pi}{3}\text{ rad·s}^{-1}$

প্রথম ট্র্যাকের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 6\text{ cm} = 0.06\text{ m}$

দ্বিতীয় ট্র্যাকের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 8\text{ cm} = 0.08\text{ m}$

আমরা জানি,

রৈখিক দ্রুতি, $v = \omega r$

১ম ট্র্যাকের রৈখিক দ্রুতি, $v_1 = \omega r_1 = \frac{\pi}{3} \times 0.06\text{ m·s}^{-1}$

$= 0.063\text{ m·s}^{-1}$ **(Ans.)**

২য় ট্র্যাকের রৈখিক দ্রুতি, $v_2 = \omega r_2 = \frac{\pi}{3} \times 0.08\text{ m·s}^{-1}$

$= 0.083\text{ m·s}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,

$$\omega = \frac{2\pi}{6}\text{ rad/s}$$

আবার,

$$\omega = 2\pi f$$

$$\therefore f = \frac{1}{6}\text{ Hz}$$

10% বৃদ্ধি পেলে, $f' = \left(\frac{1}{6} + 0.1 \times \frac{1}{6}\right)\text{ s}^{-1}$

$= \frac{11}{60}$ Hz

আমরা জানি,

$$I \propto f^2$$

$$\therefore \frac{I'}{I} = \frac{f'^2}{f^2} = \frac{\left(\frac{11}{60}\right)^2}{\left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{121}{100}$$

সুতরাং তীব্রতার পরিবর্তনের হার,

$$\frac{I' - I}{I} = \frac{21}{100} = 0.21 = 21\%$$

অতএব, কৌণিক দ্রুতি 10% বেশি করলে শব্দের তীব্রতা পূর্বের তীব্রতার 21% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ১৬ একজন সার্কাসের খেলোয়াড় মাথার উপরে অনুভূমিক তলে কোনো বস্তুকে একটি দীর্ঘ সূতায় 90 cm দূরত্বে বেঁধে প্রতি মিনিটে 100 বার ঘুরাচ্ছে। হঠাৎ করে ঘূর্ণায়মান বস্তুটির এক তৃতীয়াংশ খুলে পড়ে গেল। এতে খেলোয়াড় ভীত না হয়ে প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা একই রাখার জন্য প্রয়োজনমত সুতার দৈর্ঘ্য বাড়িয়ে দিল। /ব. বো. ২০১৫/

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ১

খ. একটি সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 3°, এর গতি সরল ছন্দিত হবে কিনা — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বস্তুটির ভর কমে যাবার পূর্বে ইহার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ছিল হিসাব কর। ৩

ঘ. সার্কাসের খেলোয়াড় সুতার দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন এনেছিলেন গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সঠিকতা যাচাই কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজ শক্তি উপপাদ্য: কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার অনধিক 4° হলে এর গতি সরল ছন্দিত হয়। কারণ সরল ছন্দিত গতির একটি বৈশিষ্ট্য হলো- এটি সরলরৈখিক গতি। কিন্তু কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে সরল দোলকের গতিপথ আর সরলরৈখিক থাকে না। সুতরাং একটি সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 3° হলে এর গতি সরল ছন্দিত হবে।

গ সৃজনশীল ৩ এর 'গ' নং প্রশ্নোত্তর দেখো।

আমরা জানি, $a_c = \omega^2 r$

$= (10.472\ rad{\cdot}s^{-1})^2 \times 0.9\ m$

$= 98.7\ m{\cdot}s^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ খেলোয়াড়ের হাত দ্বারা প্রযুক্ত টান তথা কেন্দ্রমুখী বল অপরিবর্তিত মানের।

মনে করি, বস্তুর আদি ভর $= m$

তাহলে আদি অবস্থায়,

কেন্দ্রমুখী বল তথা সুতার টান, $F_c = ma_c = m \times 98.7$

$= 98.7m$ N

ভর এক-তৃতীয়াংশ কমে গেলে অবশিষ্ট ভর, $m' = m - \frac{m}{3} = \frac{2m}{3}$

এক্ষেত্রে সুতার নতুন দৈর্ঘ্য r' হলে, $m'\omega^2 r' = m\omega^2 r$

বা, $m'r' = mr$

বা, $r' = \frac{mr}{m'} = \frac{mr}{2m/3} = \frac{3}{2}r$

সুতরাং সুতার দৈর্ঘ্যে পরিবর্তন (বৃদ্ধি) $= \frac{r' - r}{r} = \frac{\frac{3}{2}r - r}{r}$

$= \frac{1}{2} = 50\%$

প্রশ্ন ▶১৭ পৃথিবীতে একজন মানুষের ওজন 600N. তাকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ; চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 ও 4 গুণ। [পৃথিবী ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব 38.6×10^4km]

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ]

ক. সরল ছন্দিত গতি কাকে বলে? ১

খ. ভূ-স্থির উপগ্রহ বলতে তুমি কী বুঝ? ২

গ. উদ্দীপক অনুযায়ী লোকটি চাঁদে যাওয়ার পরে লোকটি কত ওজন হারাবে তা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. চাঁদ ও পৃথিবীর কেন্দ্রের সংযোগ রেখা বরাবর পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কত দূরে লোকটি ওজনহীনতা অনুভব করবে- গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল পথে স্পন্দনরত কোনো বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এর যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে ঐ বস্তুকণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতার কক্ষপথে আবর্তনশীল কোন কৃত্রিম উপগ্রহের পৃথিবীর চারপাশে আবর্তনকাল যদি পৃথিবীর আহ্নিক পর্যায়কালের সমান অর্থাৎ 24 hours হয় এবং আবর্তনের দিক পৃথিবীর আদি আবর্তনের দিকবর্তী হয়। তবে ভূ-পৃষ্ঠের একটি দর্শকের কাছে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে। এ ধরনের আপাত স্থির উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

গ চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

এখানে,
পৃথিবী ও চাঁদের ভর যথাক্রমে M_e ও M_m হলে, $M_e = 81M_m$
পৃথিবী ও চাঁদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R_e ও R_m হলে, $R_e = 4R_m$
পৃথিবীতে ওজন, $W_e = 600N$.

$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$

$= \frac{G\frac{M_e}{81}}{\frac{R_e^2}{16}}$

$= \frac{16}{81}\frac{GM_e}{R_e^2} = \frac{16}{81}g_e$

∴ চাঁদে নিয়ে যাওয়ার পর ব্যক্তির ওজন, $W_m = mg_m$ (m = ব্যক্তির ভর)

$= \frac{16}{81}mg_e$

$= \frac{16}{81}W_e$

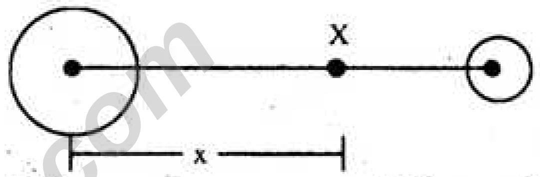
$= \frac{16}{81} \times 600$ N

$= 118.5$ N

∴ চাঁদে হারানো ওজন $= (600 - 118.5)$ N

$= 481.5$ N **(Ans.)**

ঘ



ধরা যাক, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে x দূরত্বে ব্যক্তিটি ওজনহীনতা অনুভব করবে।

∴ AX = x

∴ BX = $(38.6 \times 10^7 - x)$m,

[দেওয়া আছে, পৃথিবী ও চাঁদের দূরত্ব 38.6×10^4m]

X বিন্দুতে ব্যক্তিটির ওজনহীনতা অনুভূত হতে হলে এ বিন্দুতে পৃথিবী ও চাঁদের আকর্ষণ সমান হতে হবে।

∴ $F_e = F_m$

$\Rightarrow \frac{GM_e m}{(AX)^2} = \frac{GM_m m}{(BX)^2}$

$\Rightarrow \frac{81M_m}{x^2} = \frac{M_m}{(38.6 \times 10^7 - x)^2}$

$\Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{1}{38.6 \times 10^7 - x}$

∴ $x = 34.7 \times 10^7$m

$= 34.7 \times 10^4$ km

অতএব, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে 34.7×10^4 km দূরে ব্যক্তিটি ওজনহীনতা অনুভব করবে।

প্রশ্ন ▶১৮ কোনো একটি স্থানে রেললাইনে মিটার গেজ এবং ব্রডগেজ-এ লাইনদ্বয়ের মধ্যে ব্যবধান যথাক্রমে 0.8m এবং 1.3m। ঐ স্থানে রেলপথে বক্রতার ব্যাসার্ধ 600m. ভেতরের লাইন থেকে বাহিরের লাইনের উচ্চতা মিটার গেজের ক্ষেত্রে 7cm এবং ব্রডগেজের ক্ষেত্রে 11.37cm।

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী? ১

খ. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলতে কী বোঝায়? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. মিটার গেজের জন্য ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্যানুযায়ী গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় করো— কোন লাইনে রেলগাড়ি অধিকতর বেগে চলতে সক্ষম হবে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো দৃঢ় বস্তুর অভ্যন্তরীন বা আশেপাশের এমন একটি বিন্দু যার মধ্যে বস্তুটির সমস্ত ভর পুঞ্জীভূত বিবেচনা করলে কোন অক্ষ সাপেক্ষে বিন্দুটির জড়তার ভ্রামক, ঐ একই অক্ষ সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে ঐ অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

খ যে সকল সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে, তাদের স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে। দুই বা ততোধিক বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে এদের ভরবেগ সর্বদা সংরক্ষিত থাকে। কিন্তু তাদের গতিশক্তি সবসময় সংরক্ষিত থাকে না। অর্থাৎ সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তির সমষ্টি এবং সংঘর্ষ পরবর্তী গতিশক্তির সমষ্টি সর্বদা সমান হয় না। সাধারণত সংঘর্ষ চলাকালীন সময়ে কিছু গতিশক্তি অন্য শক্তিতে (শব্দ, তাপ, আলোক) রূপান্তরিত হয়। কিন্তু স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগের পাশাপাশি গতিশক্তিও সংরক্ষিত থাকে। এ ধরনের সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী আপেক্ষিক বেগ পরস্পর সমান ও বিপরীত হয়। তাই এ ধরনের সংঘর্ষে কখনোই বস্তুদ্বয় মিলিত হয় না। উচ্চশক্তির কণা পদার্থবিজ্ঞানে আলোচিত সংঘর্ষগুলো স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ।

গ ৯(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 5.02°

ঘ ৯(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: যেহেতু $\theta_1 > \theta_2$ তাই $v_1 > v_2$ অতএব, মিটার গেজ লাইনে ট্রেন দ্রুত চলবে।

প্রশ্ন ▶ ১৯ বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধ R = 3m, পুরুত্ব t = 0.5m, মোট ভর M = 5kg এবং কেন্দ্রীয় অক্ষ সাপেক্ষে মোট আয়তন V।

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]

ক. টর্ক কী? ১

খ. বিভিন্ন বস্তুর জড়তার ভ্রামক বিভিন্ন কেন? ২

গ. উদ্দীপকের বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি চাকতির ভর 7kg হয় তবে জড়তার ভ্রামক পূর্বের তুলনায় বৃদ্ধি পাবে কী? উত্তরের গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘুর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘুর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভর বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ **বিভিন্ন বস্তুর জড়তার ভ্রামক বিভিন্ন :** কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে কোন দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার লম্ব দূরত্বের বর্গ এবং এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে ঐ সরলরেখার সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে। বিভিন্ন বস্তুর ভর বিভিন্ন হয় এবং ঐ নির্দিষ্ট রেখা থেকে তাদের দূরত্বও বিভিন্ন। অর্থাৎ তাদের জড়তার ভ্রামক বিভিন্ন হবে।

গ কেন্দ্রীয় অক্ষের সাপেক্ষে চাকতিটির জড়তার ভ্রামক,

$I = \frac{1}{2}MR^2$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 3^2$

$= 22.5\ kg.m^2$ **(Ans.)**

এখানে,
চাকতির ব্যাসার্ধ, R = 3m
ভর, M = 5 kg

ঘ প্রথম ক্ষেত্রে, কেন্দ্র অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক

$I = \frac{1}{2}M_1R^2$

এখানে,
প্রথম অবস্থায় চাকতির ভর, $M_1 = 5$ kg
দ্বিতীয় অবস্থার ভর, $M_2 = 7$ kg
ব্যাসার্ধ, R = 3m

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $I_2 = \frac{1}{2}M_2R^2$

এখন, $\frac{I_2}{I_1} = \frac{M_2}{M_1}$

বা, $I_2 = \frac{7}{5} \times I_1$

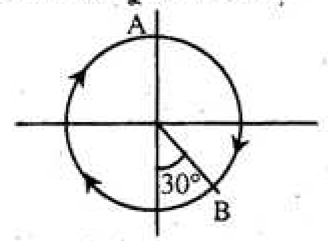
$= 1.4\ I_1$

$= I_1 + 0.4\ I_1$

$= I_1 + 40\%\ I_1$

অর্থাৎ ভর 7kg করা হলে জড়তার ভ্রামক পূর্বের তুলনায় 40% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ২০ 200 gm ভরের একটি পাথরকে $3ms^{-1}$ বেগে উলম্বতলে 50cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে।



[নটর ডেম কলেজ]

ক. বলের ভ্রামক কী? ১

খ. হাত গুটানো বা প্রসারিত অবস্থায় ঘুরলে কোন ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ বেশি হবে –ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বস্তুটির কম্পাংক কত? ৩

ঘ. A ও B অবস্থানের মধ্যে বস্তুটির উপর সুতার টান কোথায় বেশি-গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্য প্রযুক্ত বল এবং ঘূর্ণন বিন্দু হতে বলের ক্রিয়া রেখার ওপর লম্ব দূরত্বের গুণফলকে বলের ভ্রামক বলে।

খ হাত গুটানো অপেক্ষা হাত প্রসারিত অবস্থায় কোনো ঘূর্ণায়মান ব্যক্তির ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক বেড়ে যায়। কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে পাই, $I_1\ \omega_1 = I_2\ \omega_2$

ফলে, জড়তার ভ্রামক I কমলে কৌণিক বেগ বাড়ে এবং I বাড়লে কৌণিক বেগ কমে।

তাই হাত গুটানো অবস্থায়, প্রসারিত অবস্থা অপেক্ষা কৌণিক বেগ বেশি হবে।

গ পাথরটির কম্পাঙ্ক f হলে,

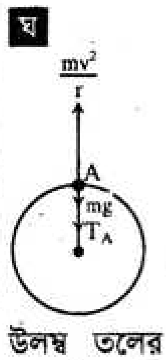
পাথরটির রৈখিক বেগ, $v = \omega r$

বা, $v = 2\pi fr$

বা, $f = \frac{v}{2\pi r} = 0.95$ Hz **(Ans.)**

এখানে,
পাথরটির রৈখিক বেগ, $v = 3ms^{-1}$
বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, r = 50 cm = 0.5 m

ঘ



উলম্ব তলের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল

কেন্দ্রবিমুখী বল $= \frac{mv^2}{r}$

বস্তুর ওজন = mg

সুতার টান $= T_A$

এখানে,
m = 200 gm = 0.2g
$v = 3ms^{-1}$
r = 50 cm = 0.5 m

সাম্যাবস্থায় লব্ধি বল শূন্য।

$\Sigma F = 0$

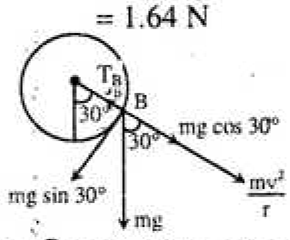
$\frac{mv^2}{r} - mg - T_A = 0$

বা, $T_A = \frac{mv^2}{r} - mg$

$= m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$

$= 0.2\left(\frac{3^2}{0.5} - 9.8\right)$

$= 1.64$ N



B বিন্দুতে বস্তুর ওজনের অনুভূমিক উপাংশ mg cos30° কেন্দ্রের বাহিরের দিকে কাজ করে এবং উলম্ব উপাংশ mgsin30° বস্তুটিকে নিচের দিকে আনতে কাজ করে।

এখন, সুতা বরাবর লব্ধি বল শূন্য।

$\therefore \frac{mv^2}{r} + mg\cos 30° - T_B = 0$

বা, $T_B = m\left(\frac{v^2}{r} + g\cos 30°\right)$

$= 0.2\left(\frac{3^2}{0.5} + 9.8 \times \cos 30°\right)$

$= 5.3 \text{ N} > T_A$

অতএব, B অবস্থানে সুতার টান বেশি।

প্রশ্ন ▶২১ একজন বালক 0.25kg ভরের একটি পাথর খণ্ডকে একটি লম্বা সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরাচ্ছে। ১ম মিনিটে সুতার দৈর্ঘ্য ছিল 0.25m। বালকটি এক মিনিট পর পর সুতার দৈর্ঘ্য 0.25m করে বাড়াচ্ছিল।

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. প্রাস কি? ১

খ. সর্বাধিক উচ্চতায় প্রাসের বেগ কিরূপ হয় ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত পাথর খণ্ডটির 1 মিনিট পর রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. সুতাটি সর্বোচ্চ 30N বল সহ্য করলে বালকটি 6 মিনিট পাথরটিকে ঘুরাতে পারবে কি না যাচাই কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে শূন্য স্থানে ভূমির সাথে তীর্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস বলে।

খ আমরা জানি, অনুভূমিক দিকে কোনো ত্বরণ না থাকায় প্রাসের অনুভূমিক বেগ অপরিবর্তীত থাকে, কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের কারণে উলম্ব বেগের উলম্ব উপাংশ পরিবর্তীত হয়। প্রাসের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের শুধু অনুভূমিক উপাংশ থাকে, উলম্ব উপাংশ শূন্য হয়। ফলে এ বিন্দুতে লব্ধি বেগ অনুভূমিক উপাংশের সমান হয়। কিন্তু অন্য যে কোনো বিন্দুতে বেগের অনুভূমিক ও উলম্ব উভয় উপাংশ থাকে। ফলে লব্ধি বেগের মান বেগের অনুভূমিক উপাংশ অপেক্ষা বড় হয়। তাই সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসের বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয়।

গ দেওয়া আছে, বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 0.25$m
ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 90$
সময়কাল, $t = 1$ min $= 60$ sec

বের করতে হবে, রৈখিক বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \omega r$ [ω = কৌণিক বেগ]

$= \frac{2\pi N}{t} r = \frac{2 \times 3.1416 \times 90}{60 \text{ sec}} \times 0.25\text{m}$

$= 2.356 \text{ ms}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 6 মিনিটে সুতার দৈর্ঘ্য হবে, $r = 0.25\text{m} + (6 - 1) \times 0.25\text{m}$
$= 1.5\text{m}$

একই কৌণিক বেগে ঘুরাতে থাকলে ৬ষ্ঠ মিনিটে প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = m\omega^2 r = 0.25\text{kg} \times \left(\frac{2 \times 3.1416 \times 90 \text{ rad}}{60 \text{ sec}}\right)^2 \times 1.5\text{m}$

$= 33.3$N

কিন্তু সুতার টানের মাধ্যমে সর্বোচ্চ 30N কেন্দ্রমুখী বল যোগান দেওয়া সম্ভব। সুতরাং বালকটি 6 মিনিট পাথরটিকে ঘুরাতে পারবে না।

প্রশ্ন ▶২২ তামান্না সার্কাস দেখাতে গিয়ে দুই হাত প্রসারিত করে 1 rev s^{-1} বেগে ঘুরছিল। ঘুরতে ঘুরতে ক্লান্ত হয়ে যাওয়ায় সে শক্তি ব্যয় কমানোর জন্য দুই হাত গুটিয়ে নেয়। এতে তার জড়তার ভ্রামক 80 ভাগ কমে যায়।

উদ্দীপকটি পড় এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ক. সংঘর্ষ কাকে বলে? ১

খ. রাস্তার বাঁকে ব্যাংকিং করা হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. হাত গুটানো অবস্থায় প্রতি সেকেন্ডে তামান্নার ঘূর্ণন সংখ্যা কত ছিল? ৩

ঘ. শক্তি ব্যয় কমানোর জন্য তামান্নার গৃহীত পদক্ষেপ সঠিক ছিল কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে যাচাই করো। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পরস্পর আপেক্ষিক বেগ বিশিষ্ট দুই বা ততোধিক বস্তুর সংস্পর্শে অতি অল্প সময়ে পরস্পরের উপর বড় মানের বল প্রয়োগ করে ভরবেগের লক্ষ্যনীয় পরিবর্তন হওয়ার ঘটনাই সংঘর্ষ।

খ কোনো সাইকেল আরোহী বা কোনো দৌড়বিদকে যখন বাঁক নিতে হয় তখন সাইকেলসহ আরোহীকে বা দৌড়বিদকে বাঁকের ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের দিকে কাঁত হয়ে বাঁক নিতে হয়। সোজাভাবে বাঁক নিতে গেলে উল্টে পড়ে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এর কারণ হলো, বৃত্তাকার পথে সাইকেল চালানোর জন্য বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের দিকে অনুভূমিক বরাবর একটা কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এ সময় উলম্ব তলের সাথে সাইকেল আরোহী বা দৌড়বিদ যে কোণে হেলে থাকেন তাকে ব্যাংকিং কোণ বলে। তবে চার চাকার যানবাহনের পক্ষে এভাবে কাত হওয়া সম্ভব নয়। তাই রাস্তার মোড়ে বা বাঁকে রাস্তা সামান্য কাত করে তৈরি করা হয়। রাস্তার উক্ত ঢালুতা বা আনতি কোণকে এর ব্যাংকিং বলে। এর উদ্দেশ্য হলো, মোড় বা বাঁক ঘোরার সময় প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেওয়া।

গ এখন, কৌণিক ভরবেগ,

$L = I\omega$

কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকলে,

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

$\therefore \omega_2 = \frac{I_1\omega_1}{I_2}$

$= \frac{I_1 \times 1}{0.2 I_1}$

$= 5 \text{ rev s}^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
আদি ঘূর্ণন সংখ্যা $\omega_1 = 1 \text{ rev s}^{-1}$
আদি জড়তার ভ্রামক $= I_1$
হাত গুটানোর পরে জড়তার ভ্রামক,
$I_2 = I_1 - \frac{80}{100} I_1$
$= 0.2 I_1$
শেষ ঘূর্ণন সংখ্যা, $\omega_2 = ?$

ঘ হাত প্রসারিত অবস্থায় তামান্নার গতিশক্তি $(K.E)_1$ হলে,

$(K.E)_1 = \frac{1}{2} I_1\omega_1^2$

হাত গুটানো অবস্থায় গতিশক্তি $(K.E)_2$ হলে,

$(K.E)_2 = \frac{1}{2} I_2\omega_2^2$

এখন,

$\frac{(K.E)_2}{(K.E)_1} = \frac{\frac{1}{2} I_2\omega_2^2}{\frac{1}{2} I_1\omega_1^2}$

এখন, 'গ' হতে পাই, $\omega_2 = 5 \text{ rev s}^{-1}$
$= 5 \times 2\pi \text{ rad s}^{-1}$
$= 10\pi \text{ rad s}^{-1}$

আদি ঘূর্ণন বেগ, $\omega_1 = 1 \text{ rev s}^{-1}$
$= 2\pi \text{ rad s}^{-1}$

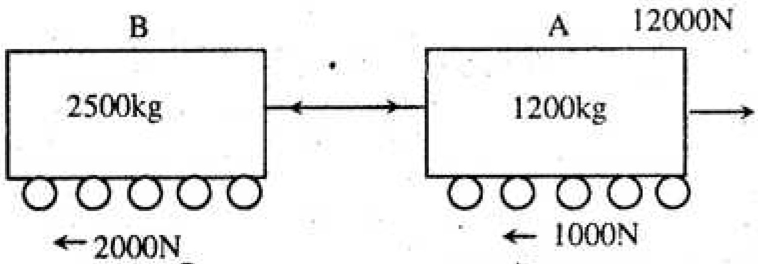
উদ্দীপক হতে, হাত গুটানো অবস্থায় জড়তার ভ্রামক, $I_2 = I_1 - 0.8\, I_1$
$= 0.2\, I_1$

$$\therefore \frac{(K.E)_2}{(K.E)_1} = \frac{\frac{1}{2} \times 0.2\, I_1 \times (10\pi)^2}{\frac{1}{2} \times I_1 \times (2\pi)^2}$$

$(K.E)_2 = 5(K.E)_1$

অর্থাৎ তার ঘূর্ণন গতিশক্তি পূর্বের তুলনায় 20 গুণ বেড়ে গেছে অর্থাৎ তাকে আরো 20 গুণ বেশি কাজ করতে হবে। অতএব, তার সিদ্ধান্ত সঠিক ছিল না।

প্রশ্ন ▶ ২৩



চিত্রে A এবং B গাড়ীকে একত্রে 12000N বলে টানা হচ্ছে। A এবং B এর উপর ঘর্ষণ বলদ্বয় যথাক্রমে 1000N এবং 2000N।

[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. নিউটনের ৩য় সূত্র লিখ ঘূর্ণন গতির জন্য। ১
খ. কৌনিক ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ নির্ণয় কর। ২
গ. উদ্দীপকের গাড়ি দুইটির ত্বরণ কত? ৩
ঘ. A এবং B এর সংযোগ দন্ডের উপর টান নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রত্যেক টর্কের সমান ও বিপরীত মুখী টর্ক আছে।

খ কৌনিক ভরবেগ = রৈখিক ভরবেগ × ব্যাসার্ধ

∴ কৌনিক ভরবেগের মাত্রা = রৈখিক ভরবেগের মাত্রা × দৈর্ঘ্যের মাত্রা

ভরের মাত্রা × বেগের মাত্রা × দৈর্ঘ্যের মাত্রা

$= \text{ভরের মাত্রা} \times \frac{\text{দৈর্ঘ্যের মাত্রা}}{\text{সময়ের মাত্রা}} \times \text{দৈর্ঘ্যের মাত্রা}$

$= \frac{\text{ভরের মাত্রা} \times (\text{দৈর্ঘ্যের মাত্রা})^2}{\text{সময়ের মাত্রা}}$

$= \frac{ML^2}{T} = ML^2T^{-1}$

∴ কৌনিক ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ $[L] = ML^2T^{-1}$

গ গাড়ি দুইটির ত্বরণ হবে একই। ধরি, গাড়িদ্বয়ের ত্বরণ, a

$\therefore F - F_k = M_a$

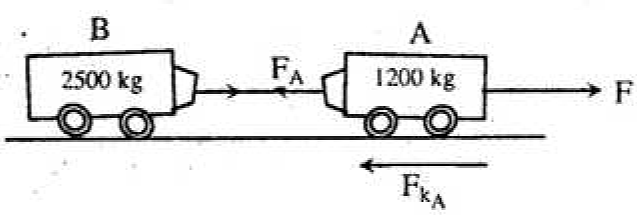
বা, $a = \frac{F - F_k}{M}$

$= \frac{12000 - 3000}{3700}$

$= 2.43 \text{ ms}^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
প্রযুক্ত বল, F = 12000 N
মোট ঘর্ষণ বল,
$F_k = 2000 + 1000 = 3000$ N
মোট ভর, M = 2500 + 1200
= 3700 kg

ঘ



সংযোগদণ্ডের উপর টান যদি F_B হয়।

তবে $\sum F = m_B a$

বা, $F_B - F_f = m_B a$

বা, $F_B = F_f + m_B a$

$= [2000 + 2500 \times 2.43]$ N

$= 8075$ N

অতএব, সংযোগ দণ্ডের উপর টান 8075 N।

প্রশ্ন ▶ ২৪ মেগাসিটি ঢাকার যোগাযোগ ব্যবস্থার স্বপ্নের বাস্তবায়ন মেট্রোরেল প্রকল্প। মাইলস্টোন কলেজের সামনে থেকে শুরু হওয়া মেট্রোরেলের লাইন দিয়ে একটি চলন্ত মেট্রোটেন যেন সর্বোচ্চ 50 kmh^{-1} বেগে বাঁক নিতে পারে তার জন্য প্রকল্পের প্রযুক্তিবিদগণ বাঁকের ব্যাসার্ধ 200m নির্ধারণ করেন। লাইনটির পাত দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 1.2 m।

[মাইলস্টোন কলেজ]

ক. উড্ডয়নকাল কাকে বলে? ১
খ. নৃত্যশিল্পী নাঁচতে গিয়ে ঘূর্ণনের সময় দুই হাত ভাঁজ করে নেয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. নির্মানাধীন বাঁকটির ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. মেট্রোট্রেনটি আরও 10kmh^{-1} বেশি বেগে বাঁক নিতে চাইলে লাইনটির কি ধরনের পরিবর্তন প্রয়োজন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

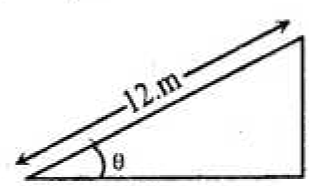
২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নিক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাসের নিক্ষেপের পর আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে উড্ডয়নকাল বলে।

খ একজন নৃত্য শিল্পী নাচার সময় হঠাৎ করে তার ঘূর্ণন বেগ বৃদ্ধির প্রয়োজন হতে পারে। তখন সে দুই হাত গুটিয়ে নেয়। এতে ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে দেহের জড়তার ভ্রামক কমে যাওয়ায় কৌণিক ভর বেগের সংরক্ষণ সূত্র ($I_1\omega_1 = I_2\omega_2$) অনুসারে একই পরিমাণ টর্কের সাহায্যে তার দেহের কৌণিক বেগ বৃদ্ধি পাবে।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 5.62°

ঘ



'গ' থেকে পাই, ব্যাংকিং কোণ, $\theta_1 = 5.62°$। এখন, যদি মেট্রোট্রেনটি আরও 10 kmh^{-1} বা 2.78ms^{-1} বেশি বেগে যেতে চায় তবে $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ হতে দেখা যাচ্ছে, হয়, $\tan\theta$ তথা θ এর মান বাড়াতে হবে অথবা, r এর মান বাড়াতে হবে।

যদি এক্ষেত্রে নতুন ব্যাংকিং কোণ θ_2 হয় তবে, $\tan\theta_2 = \frac{v^2}{rg}$

বা, $\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{16.67^2}{200 \times 9.81}\right)$

$= 8.07°$

এখানে,
ট্রেনের বেগ, $v = 50 + 10$
$= 60 \text{ kmh}^{-1}$
$= 16.67 \text{ ms}^{-1}$

∴ নতুন ব্যাংকিং কোণ, $\theta_2 = 8.07°$

ব্যাংকিং কোণ বাড়াতে হবে, $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 2.45°$

অর্থাৎ লাইনটির বাইরের পাত কে ভেতরের পাতের চাইতে h পরিমাণ উঁচুতে রাখতে হবে।

যেখানে, $\text{Sin}\theta_2 = \frac{h}{x}$

বা, $h = 2x \text{ Sin } \theta_2$

$= 1.2 \text{ Sin } 8.07°$

$= 0.169$ m

আর ব্যাসার্ধ বাড়াতে চাইলে,

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

বা, $r = \frac{v^2}{g\tan\theta}$

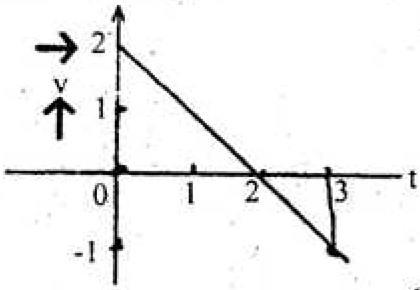
$= \frac{16.67^2}{9.81 \times \tan(5.62°)}$

$= 287.87$ m

অর্থাৎ, নতুন লাইনের ব্যাসার্ধ হতে হবে 287.87 m।

অতএব, ট্রেনটি আরও $10 kmh^{-1}$ বেশি বেগে বাঁক নিতে চাইলে লাইনটির বাইরের পাতকে অধিক উঁচু করা কিংবা লাইনের ব্যাসার্ধ বাড়ানো যেতে পারে।

প্রশ্ন ▶ ২৫ একটি বালক সুতায় 0.1kg ভরের পাথর বেঁধে মাথার উপর অনুভূমিকভাবে ঘুরাতে লাগল। যে কোন অবস্থানে ঘূর্ণরত পাথরটি ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r_1} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$m এবং প্রযুক্ত বল $\vec{F}$ $(6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ N কিছুক্ষণ পর বালকটি বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ পরিবর্তন করে $\vec{r_2} = (4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ m করল এবং একই বল প্রযুক্ত করে পাথরটি ঘোরাতে লাগল।



[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? ১

খ. চিত্র অনুসারে কোন বস্তুর সরণ কত? ২

গ. r_1 ব্যাসার্ধের পাথরটির উপর প্রযুক্ত টর্কের মান কত? ৩

ঘ. ব্যাসার্ধের পরিবর্তন করায় বালকটি ঘূর্ণণের কী পরিবর্তন লক্ষ্য করা যাবে –গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

খ চিত্রানুসারে,

বেগ (v) বনাম সময় (t) এর সমীকরণ :

$\frac{v}{2} + \frac{t}{2} = 1$

বা, $v + t = 2$

বা, $v = -t + 2$

$\therefore$ বস্তুর সরণ, $s = \int_0^3 v\,dt$

$= \int_0^3 (-t + 2)\,dt$

$= \left[-\frac{1}{2}t^2 + 2t\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{2} \times (3^2 - 0) + 2 \times (3 - 0)\right]$m

$= \left[-\frac{9}{2} + 6\right]$ m

$= [6 - 4.5]$m

$= 1.5$ m

অতএব, বস্তুটির সরণ 1.5 m।

গ দেওয়া আছে,

$\vec{r_1} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m

$\vec{F_1} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ m

বের করতে হবে, টর্ক $\vec{\tau}$ =?

আমরা জানি,

$\vec{\tau} = \vec{r_1} \times \vec{F_1}$

$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-6 + 3) - \hat{j}(-6 + 6) + \hat{k}(6 - 12)$

$= -3\hat{i} - 0\hat{j} - 6\hat{k}$

$= -3\hat{i} - 6\hat{k}$

অতএব, টর্কের মান, $|\vec{\tau}| = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2}$ N.m

$= \sqrt{45}$ N.m **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে পাই,

r_1 ব্যাসার্ধের জন্য টর্ক, $\vec{\tau_1} = -3\hat{i} - 6\hat{k}$

$\tau_1 = \sqrt{45}$ N

আবার, r_2 ব্যাসার্ধের জন্য টর্ক, $\vec{\tau_2} = \vec{r_2} \times \vec{F}$

$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 4 & -2 \\ 6 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ Nm

$= [-6\hat{i} - 12\hat{k}]$ Nm

$\therefore \tau_2 = [(-6)^2 + (-12)^2]$ Nm

$= 6\sqrt{5}$ N.m

r_1 ব্যাসার্ধের জন্য পাথরটির জড়তার ভূমিকা,

$I_1 = m|\vec{r_1}|^2$

$= 0.1 \times |2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}|^2$ kgm²

$= 0.1 \times [\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}]^2$ kgm²

$= 0.9$ kgm²

r_2 ব্যাসার্ধের জন্য পাথরটির জড়তার ভ্রামক,

$I_2 = m|\vec{r_2}|^2$

$= 0.1 \times |4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}|^2$

$= 3.6$ kgm²

$\therefore$ r_1 ব্যাসার্ধের জন্য কৌণিক ত্বরণ, $\vec{\alpha_1} = \frac{\vec{\tau_1}}{I_1}$

$= \frac{-3\hat{i} - 6\hat{k}}{0.9}$ rads⁻²

$= (-\frac{10}{3}\hat{i} - \frac{20}{3}\hat{k})$ rads⁻²

$\therefore |\vec{\alpha_1}| = \sqrt{\left(-\frac{10}{3}\right)^2 + \left(-\frac{20}{3}\right)^2}$ rads⁻²

$= 7.45$ rads⁻²

$\therefore$ r_2 ব্যাসার্ধের জন্য কৌণিক ত্বরণ, $\vec{\alpha_2} = \frac{\vec{\tau_2}}{I_2}$

$= \frac{-6\hat{i} - 12\hat{k}}{3.6}$ rads⁻²

$= \left(-\frac{5}{3}\hat{i} - \frac{10}{3}\hat{k}\right)$ rads⁻²

$\therefore |\vec{\alpha_1}| = \sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^2 + \left(-\frac{10}{3}\right)^2}$ rads⁻²

$= 3.73$ rads⁻²

$\therefore \vec{\alpha_1} \neq \vec{\alpha_2}$

অতএব, ব্যাসার্ধের পরিবর্তনের ফলে বালকটি লক্ষ্য করল যে পাথরটি ভিন্ন ব্যাসার্ধের কক্ষপথে ঘুরলে এর কৌণিক ত্বরণ সমান থাকে না।

প্রশ্ন ▶২৬ ঢাকা থেকে রাজশাহী যাওয়ার পথে কোনো এক জায়গায় রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ 200 m এবং রাস্তার প্রস্থ 4m। 1500 kg ভরের একটি গাড়ী নিয়ে একজন গাড়ি চালক ঐ স্থানে সর্বোচ্চ 40 kmh^{-1} বেগে নিরাপদে বাঁক নিতে পারে। রাস্তা সংস্কারের সময় ইঞ্জিনিয়ারগণ গাড়ীর বেগ বৃদ্ধির জন্য ব্যাংকিং কোণ দ্বিগুণ করে দিলেন।

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ]

ক. কার্ল কাকে বলে? ১

খ. পানি ভর্তি বালতি উলম্ব তলে ঘুরালে পানি পড়ে যায় না কেন? ২

গ. রাস্তা সংস্কারের পূর্বে বাঁকের মুখে গাড়ীটির সর্বোচ্চ কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. ঐ স্থানে ব্যাংকিং কোণের মান দ্বিগুণ করার পরে গাড়ির বেগ দ্বিগুণ করলে দূর্ঘটনার সম্ভবনা আছে কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করো। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কার্ল হলো না বলা $\vec{\nabla}$ অপারেটর দ্বারা কোন ভেক্টরের ক্রস ডিফারেন্সিয়াল থেকে প্রাপ্ত ভেক্টর $(\vec{\nabla} \times \vec{V})$ যা দ্বারা ঐ ভেক্টরক্ষেত্রের $(\vec{V})$ কোণ আবদ্ধ বক্ররেখায় ভেক্টরটির সর্বোচ্চ রেখা ইন্টিগ্রাল প্রকাশ পায়।

খ পানি ভর্তি পাত্র উলম্ব তলে ঘুরালে এর গতিপথ বৃত্তাকার হয়। বালতির উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রবিমুখী বল এর ব্যাসার্ধ বরাবর বাইরের দিকে ক্রিয়া করে। এই কেন্দ্রবিমুখী বল ওজনের সমান বা বড় হওয়ায় বালতির পানির ওজনকে নিষ্ক্রিয় করে দেয়। ফলে বালতি থেকে পানি পড়ে না।

গ

এখন, রাস্তা সংস্কারের পূর্বে রাস্তার ব্যাংকিং কোণ θ হলে,

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

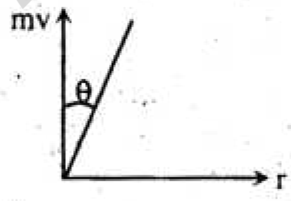
$= \frac{(11.11)^2}{200 \times 9.8}$

$\therefore \theta = 3.6°$

এখানে,
বাঁকের ব্যাসার্ধ, r = 200 m
গাড়ির ভর, m = 1500 kg
গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ,
$v = 40\ kmh^{-1}$
$= 11.11 ms^{-1}$
কৌণিক ভরবেগ, L = ?

এখন গাড়ির সর্বোচ্চ কৌণিক ভর বেগ,

$L = |\vec{r} \times \vec{p}|$
$= rp \sin\theta$
$= rmv \sin(90° - 3.6°)$
$= 200 \times 1500 \times 11.11 \times \sin 86.4°$
$= 3.33 \times 10^6 kgm^2s^{-1}$ **(Ans.)**



ঘ

এখন,

$\tan\theta_1 = \frac{v_1^2}{rg}$

এবং $\tan\theta_2 = \frac{v_2^2}{rg}$

বা, $\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{v_2^2}{rg} \times \frac{rg}{v_1^2}$

বা, $\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$

বা, $v_2^2 = \frac{\tan 7.2°}{\tan 3.6} \times (11.11)^2$

$= 2 \times (11.11)^2$

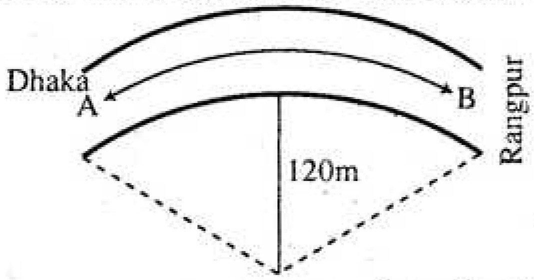
বা, $v_2 = \sqrt{2} \times 11.11$

বা, $v_2 = \sqrt{2} \times v_1$

এখানে,
'গ' হতে পাই, আদি ব্যাংকিং কোণ, $\theta_1 = 3.6°$
পরে ব্যাংকিং কোণ,
$\theta_2 = 2\theta_1 = 7.2°$
প্রথমে বেগ, $v_1 = 40\ kmh^{-1}$
$= 11.11 ms^{-1}$
পরে বেগ $v_2 = ?$

অর্থাৎ ব্যাংকিং কোণ দ্বিগুণ করলে বেগ সর্বোচ্চ $\sqrt{2}$ গুণ করা যাবে। অর্থাৎ বেগ দ্বিগুণ করলে গাড়ির দুর্ঘটনার সম্ভাবনা আছে।

প্রশ্ন ▶২৭ 800 kg ভরের একটি গাড়ি চিত্রে প্রদত্ত রাস্তার বাঁকে চলছিল। গাড়িটির চাকার ব্যাস ও ভর যথাক্রমে 1.4 m ও 12 kg। চাকাটি 12 s এ 50 বার ঘূর্ণন সম্পন্ন করে। রাস্তাটি 50 m চওড়া ও দুইপ্রান্তের উচ্চতার পার্থক্য 10.4 m। AB হল ডিভাইডার।



[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ]

ক. কার্ল বলতে কি বোঝ? ১

খ. কেন উচ্চতা বৃদ্ধির সাথে সাথে রকেটের ত্বরণ বৃদ্ধি পায়— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. চাকাটির গতিশক্তি কত? ৩

ঘ. রংপুর যাবার সময় গাড়িটি নিরাপদে যায় কিন্তু ঢাকা যাবার পথে দূর্ঘটনা ঘটে— গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক সত্যতা যাচাই করো। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অপারেটর $\vec{\nabla}$ এবং $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণকে কার্ল বলে।

খ উচ্চতা বৃদ্ধির সাথে সাথে রকেটের ত্বরণ বৃদ্ধি পায়। কেননা ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে উঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণ তত কমতে থাকে। রকেটের নির্গত গ্যাসের ভর m এবং নির্গত গ্যাসের বেগ v হলে রকেটের কার্যকর ত্বরণ = $\left(\frac{dm}{dt}\right) v - g$। g এর মান কমলে রকেটের কার্যকর ত্বরণ বাড়ে। তাই উচ্চতা বৃদ্ধির সাথে সাথে রকেটের ত্বরণ বৃদ্ধি পায়।

গ এখানে,

চাকাটির ভর, M = 12 kg

চাকার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{ব্যাস}{2} = \frac{1.4}{2}$

$= 0.7$ m

ঘূর্ণন সংখ্যা, N = 50

সময়, t = 12s

গতিশক্তি, K.E = ?

আমরা জানি,

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 50}{12}$

$= 26.18\ rads^{-1}$

জড়তার ভ্রামক, $I = mr^2$

$= 12\ kg \times (0.7m)^2$

$= 5.88\ kgm^2$

∴ চাকার গতিশক্তি

$K.E = \frac{1}{2} I\omega^2$

$= \frac{1}{2} \times 5.88 \times (26.18)^2$

$= 2.015 \times 10^3 J$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই, চাকার কৌণিক বেগ, $\omega = 26.18\ rads^{-1}$

চাকার ব্যাসার্ধ, r = 0.7m

∴ গাড়িটির বেগ, $v = \omega r$

$= 26.18 \times 0.7$

$= 18.3\ ms^{-1}$

এখানে, রাস্তাটির প্রস্থ = 50 m
এবং দুই প্রান্তের উচ্চতার পার্থক্য = 10.4m
ব্যাংকিং কোণ θ হলে,

$\therefore \sin\theta = \frac{10.4}{50}$

বা, $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{10.4}{50}\right)$

$= 12°$

ঢাকা থেকে রংপুর যাওয়ার ক্ষেত্রে,
বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = (120 + 50)\ m = 170\ m$
এক্ষেত্রে সর্বোচ্চ গতিবেগ v_{max} হলে

$\tan\theta = \frac{v_{max}}{rg}$

বা, $v_{max} = \sqrt{rg \tan\theta}$

$= \sqrt{170 \times 9.8 \times \tan 12°}$

$= 18.82\ ms^{-1}$

অর্থাৎ $18.82\ ms^{-1}$ এর কম বেগে কোন গাড়ি গতিশীল হলে উক্ত রাস্তায় কোন দূর্ঘটনা ঘটবে না।
উক্ত গাড়ির গতিবেগ ছিল, $v = 18.3ms^{-1}$
যা $v < v_{max}$
সুতরাং ঢাকা থেকে রংপুর যাওয়ার ক্ষেত্রে গাড়িটি নিরাপদে যায়।
আবার, রংপুর থেকে ঢাকা যাবার ক্ষেত্রে,

বাঁকের ব্যাসার্ধ হবে $= 120m + \frac{\text{রাস্তার প্রস্থ}}{2}$

$= 120m + \frac{50}{2}\ m$

$= 145m$

এক্ষেত্রে সর্বোচ্চ গতিবেগ হবে,

$\tan\theta = \frac{v^2_{max}}{rg}$

বা, $v_{max} = \sqrt{rg \tan\theta}$

$= \sqrt{145 \times 9.8 \times \tan 12°}$

$= 17.38\ ms^{-1}$

অর্থাৎ উক্ত ক্ষেত্রে গাড়িটি $17.38\ ms^{-1}$ এর বেশি বেগে গতিশীল হলে দূর্ঘটনা ঘটবে।
গাড়ির গতিবেগ ছিল, $v = 18.3ms^{-1}$
এক্ষেত্রে $v > v_{max}$
সুতরাং গাড়িটির রংপুর থেকে ঢাকা যাবার ক্ষেত্রে দূর্ঘটনা ঘটে।
অর্থাৎ রংপুর যাবার সময় নিরাপদে যায় কিন্তু ঢাকা যাবার পথে দূর্ঘটনা ঘটে।

প্রশ্ন ▶২৮ 1 টি গাড়ি $500ms^{-1}$ বেগে 1টি সোজা রাস্তা দিয়ে 5s এ 100m চলার পর দেখল রাস্তাটি 100m ব্যাসার্ধে বাঁক নিয়েছে। রাস্তাটির ভেতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 40cm উঁচু। রাস্তাটির চওড়া 6m.

[এস এ এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]

ক. ঘাত বল কি? ১
খ. জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক কি, দেখাও। ২
গ. উদ্দীপকের গাড়িটি সরল পথে কত ত্বরণে চলছিল, নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের বাঁকটি নিরাপদে পার হওয়ার জন্য গাড়িটির বেগ কত হতে হবে, গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

খ ধরা যাক, একটি বস্তু কোনো একটি অক্ষের সাপেক্ষে ω সমকৌণিক দ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান। উক্ত বস্তুর যে কোনো একটি কণার ভর m_1, ঘূর্ণন অক্ষ থেকে কণাটির লম্ব দূরত্ব r_1 এবং কণাটির বেগ v_1 হলে, ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ, $p_1r_1 = m_1v_1r_1$

$= m_1\omega r_1^2\ [\because v_1 = \omega r_1]$

$= \omega m_1 r_1^2$

অনরূপে ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে m_2 ভরের কৌণিক ভরবেগ $= m_2\omega r_2^2$। এভাবে প্রতিটি বস্তুকণার জন্য কৌণিক ভরবেগ বের করে তাদের সমষ্টি নিলে সম্পূর্ণ বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ L পাওয়া যাবে।

$\therefore L = \omega m_1 r_1^2 + \omega m_2 r_2^2 + \omega m_3 r_3^2 + \ldots\ldots\ldots$

$= \omega (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots\ldots\ldots)$

$= \omega \sum m_i r_i^2$

$= \omega I \quad [\because I = \sum m_i r_i^2]$

$= \omega I$

বা, $L = \omega I = I\frac{d\theta}{dt}$

এখানে, I হলো ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক
∴ কৌণিক ভরবেগ = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক বেগ।

গ সরল পথে চলমান অবস্থায় গাড়িটির ত্বরণ a হলে,

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

বা, $a = 2 \times \frac{s - ut}{t^2}$

$= 2 \times \frac{100 - 50 \times 5}{5^2}$

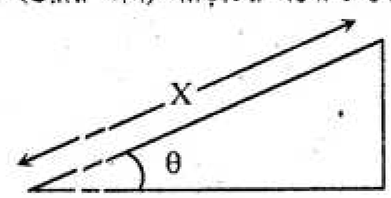
$= -12\ ms^{-2}$

এখানে,
আদি বেগ, $u = 50\ ms^{-1}$
সময়, $t = 5s$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 100m$

গাড়িটি $12ms^{-2}$ মন্দনে চলবে।

ঘ বাঁকটি নিরাপদে পার হওয়ার জন্য গাড়িটির সর্বোচ্চ বেগ v হলে

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$



যেহেতু ক্ষুদ্র কোণের জন্য $\tan\theta \approx \sin\theta$

$\therefore \sin\theta = \frac{v^2}{rg}$

বা, $\frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg}$

বা, $v = \sqrt{\frac{rgh}{x}}$

এখানে,
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 100\ m$
রাস্তার প্রস্থ, $x = 6\ m$
রাস্তার ভেতরের প্রান্তের তুলনায় বাইরের প্রান্তের উচ্চতা, $h = 40\ cm$
$= 40 \times 10^{-2}m$

$= \sqrt{\frac{100 \times 9.8 \times 40 \times 10^{-2}}{6}}$

$= 8.1\ ms^{-1}$

∴ বাকটি নিরাপদে পার হওয়ার জন্য গাড়িটির বেগ অনুর্ধ্ব $8.1\ ms^{-1}$ বা $29.1\ kmh^{-1}$ হতে হবে।

প্রশ্ন ▶২৯ 14m প্রস্থের একটি রাস্তার বাঁকে সর্বোচ্চ গতিসীমা $54mh^{-1}$ লেখা আছে। বাঁকের ভিতরের প্রান্ত অপেক্ষা বাহিরের প্রান্ত 1.3m উঁচু। রাস্তার ঘর্ষনাঙ্ক 0.1।

[নিউ গভ: ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী]

ক. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? ১
খ. একটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.15m বলতে কী বুঝায়? ২
গ. রাস্তার ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. ব্যাংকিং না থাকলেও কি রাস্তা দিয়ে পাশে লেখা সর্বোচ্চ গতিসীমায় গাড়ি চালানো সম্ভব হবে—গাণিতিকভাবে যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সংঘর্ষের ফলে সিস্টেমের অভ্যন্তরস্থ বস্তুসমূহের মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

খ কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.15m বলতে বোঝায় ঐ বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষ হতে 0.15m দূরে একটি বিন্দুতে বস্তুটির সমগ্র ভর পুঞ্জীভূত আছে ধরে জড়তার ভ্রামক হিসেবে করলেই ঐ অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামক পাওয়া যাবে।

গ রাস্তার ব্যাংকিং কোণ, θ হলে,

$\therefore \sin\theta = \frac{h}{x}$

বা, $\theta = \sin^{-1}\frac{h}{x}$

$= \sin^{-1}\left(\frac{1.3}{14}\right)$

$= 5.33°$ **(Ans.)**

এখানে,
রাস্তার প্রস্থ, x = 14 m
রাস্তার ভেতরের প্রান্তের তুলনায় বাইরের প্রান্তের উচ্চতা, h = 1.3 m

ঘ গাড়িটি যখন ব্যাংকিং বিহীন রাস্তায় বাঁক নিবে তখন কেবল রাস্তার ঘর্ষণ বল কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে কাজ করবে।

v বেগে গতিশীল গাড়ির গতীয় ঘর্ষণ বল, $F_k = \mu_k R$, যেখানে μ_k হল গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক বা $F_k = \mu_k mg$.

আবার, v বেগে গতিশীল গাড়ির কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r}$

এখন, গাড়িটি v বেগে নিরাপদে বাঁকটি অতিক্রম করলে, $F_k = F_c$ হতে হবে।

$\therefore F_k = F_c$

বা, $\mu_k mg = \frac{mv^2}{r}$

বা, $r = \frac{v^2}{\mu_k g}$

$= \frac{(54\ kmh^{-1})^2}{0.1 \times 9.8\ ms^{-2}}$

$= \frac{(15\ ms^{-1})^2}{0.1 \times 9.8\ ms^{-2}}$

$= 229.6$ m

∴ ব্যাংকিং বিহীন রাস্তার বাঁকটিতে $54kmh^{-1}$ বেগে নিরাপদে অতিক্রম করা সম্ভব যদি বাঁকটির ব্যাসার্ধ 229.6m হয়।

প্রশ্ন ▶৩০ স্থির অবস্থান থেকে ঘূর্ণায়মান একটি কণার কৌণিক সরণ নিচের সমীকরণটি অনুযায়ী পরিবর্তিত হচ্ছে— $\theta = \frac{3t^2}{5} + \frac{t}{3}$

[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]

ক. ঘাত বল কাকে বলে? ১

খ. নরম মাটিতে লাফ দিলে তুলনামূলকভাবে আঘাত পাওয়ার সম্ভাবনা কম কেন—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 5 sec পরে বস্তুকণাটির তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ কত হবে? ৩

ঘ. 5 sec পরে কণাটির কৌণিক ত্বরণ 5 $rads^{-2}$ এর চেয়ে বেশি না কম হবে—নির্ণয় কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

খ কোনো ব্যক্তি যখন উপর থেকে শক্ত মেঝের উপর পরে তখন মেঝে ব্যক্তির উপর একটি প্রতিক্রিয়া বলে বিপরীতমুখী ধাক্কা দেয়। মেঝে যেহেতু শক্ত ও অনড় তাই এই বিপরীতমুখী ধাক্কার পরিমাণ জোরে হয়। তাই আঘাত বেশি লাগে। অন্যদিকে ব্যক্তি যখন একই উচ্চতা থেকে বালির উপর পরে তখন বালি ব্যক্তির উপর কম বলে বিপরীতমুখী ধাক্কার সৃষ্টি করে, কারণ নরম মাটিতে সহজে ব্যক্তির কিছুটা নিম্নমুখী সরণ হয়। তাই শক্ত মেঝের তুলনায় নরম মাটিতে পড়লে কম আঘাত লাগে।

গ t সময় পর বস্তুকণাটির তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ ω হলে,

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$= \frac{d}{dt}\left(\frac{3t^2}{5} + \frac{t}{3}\right)$

$= \frac{6t}{5} + \frac{1}{3}$

∴ t = 5 sec পর তাৎক্ষণিক বেগ হবে

$\omega = \frac{6 \times 5}{5} + \frac{1}{3}$

$= 6.33\ rads^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, t সময় পর বস্তুকণাটির তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ,

$\omega = \frac{6t}{5} + \frac{1}{3}$

∴ t সময় পর বস্তুকণাটির কৌণিক ত্বরণ α হলে,

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$= \frac{d}{dt}\left(\frac{6t}{5} + \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{6}{5} = 1.2 rads^{-2}$

∴ বস্তুকণাটির কৌণিক ত্বরণ একটি ধ্রুবসংখ্যা, তাই এটি সবসময় একই থাকবে।

সুতরাং, t = 5 sec পরও কণাটির কৌণিক ত্বরণ 1.2 $rads^{-2}$ থাকবে। যা 5 $rads^{-2}$ অপেক্ষা কম হবে।

প্রশ্ন ▶৩১ 300kg ভরের একটি গাড়ি 200m ব্যাসার্ধের একটি রাস্তার মোড়ে 90kmh^{-1} বেগে বাঁক নিচ্ছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি 5m চওড়া এবং এর ভিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 1m উঁচু।

[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক ব্যাখ্যা কর। ২

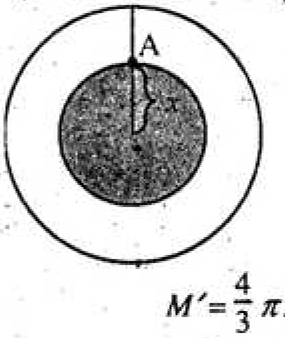
গ. গাড়িটি ঘুরবার সময় গাড়ির উপর প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের উল্লিখিত গাড়িটি কি রাস্তার মোড়ে নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ ধরা যাক, পৃথিবীর অভ্যন্তরে A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g'। এক্ষেত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে A বিন্দুর দূরত্ব x। A বিন্দুতে কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বল শুধুমাত্র x ব্যাসার্ধের গোলকের আকর্ষণ বলের সমান। এ গোলকের বাইরের অংশ বস্তুর ওপর কার্যকর কোনো বল প্রয়োগ করে না। সুতরাং, A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ শুধুমাত্র x ব্যাসার্ধের গোলকের আকর্ষণের জন্য সৃষ্টি হবে। কিন্তু x ব্যাসার্ধের গোলকের ভর,



$M' = \frac{4}{3}\pi x^3 \rho$

সুতরাং, A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ-

$$g' = G\frac{M'}{x^2} = G\frac{\frac{4}{3}\pi x^3 \rho}{x^2} = \frac{4}{3}G\pi x\rho$$

বা, $g' \propto x$ [$\because G, \rho$ ধ্রুব]

অর্থাৎ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

গ গাড়িটি ঘুরবার সময় গাড়ির ওপর প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল কেন্দ্রবিমুখী বল এর সমান হতে হবে।

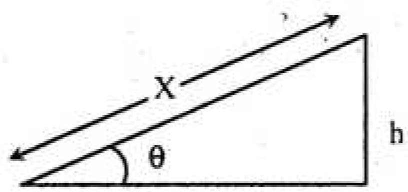
এখন, গাড়িটির কেন্দ্রবিমুখী বল F_c হলে,

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$
$$= \frac{300 \times (25)^2}{200}$$
$$= 937.5 \text{ N } \textbf{(Ans.)}$$

এখানে,
গাড়ির ভর, $m = 300$ kg
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 200$m
গাড়ির বেগ, $v = 90 \text{ kmh}^{-1} = 25 \text{ ms}^{-1}$

ঘ বাঁকটি নিরাপদে পার হতে হলে গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ v হলে,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$



যেহেতু ক্ষুদ্র কোণের জন্য $\tan\theta \approx \sin\theta$

$$\therefore \sin\theta = \frac{v^2}{r \times g}$$
$$\text{বা, } \frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg}$$
$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{rgh}{x}}$$
$$= \sqrt{\frac{200 \times 9.8 \times 1}{5}}$$
$$= 19.8 \text{ ms}^{-1}$$
$$\therefore v = 71.3 \text{ kmh}^{-1}$$

এখানে,
রাস্তার প্রস্থ, $x = 5$m
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 200$ m
রাস্তার ভেতরের প্রান্তের তুলনায় বাইরের প্রান্তের উচ্চতা, $h = 1$ m

যা 90 kmh^{-1} অপেক্ষা কম।
তাই গাড়িটি বাঁকটি নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে।

প্রশ্ন ▶৩২ 50gm ভরের একটি বস্তু 20ms^{-1} বেগে 80kg ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর সজো অনুভূমিকভাবে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হলো। *[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]*

ক. রাস্তার ব্যাংকিং কী? ১
খ. ভর ও জড়তার ভ্রামকের মধ্যকার পার্থক্য লিখ। ২
গ. সংঘর্ষের পর স্থির বস্তুর শেষ বেগ কত? ৩
ঘ. গতিশীল বস্তুর ভর স্থির ভরের তুলনায় অনেক কম হলে সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয়ের অবস্থা কী হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার পথে গাড়িকে যথেষ্ট বেগে টার্ন নেওয়ার জন্য কেন্দ্র মুখী বলের প্রয়োজন। এই কেন্দ্রমুখী বল যোগান দেওয়ার জন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করা হয়। অর্থাৎ রাস্তাটি বাঁকের কেন্দ্রের দিকে একটু ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে।

খ বস্তু যে ধর্মের কারণে তার গতির পরিবর্তনে বাধা দেয় তাকে তার জড়তা বলে আর ভর হচ্ছে বস্তুর জড়তার পরিমাপ। বস্তু যে ধর্মের কারণে কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে তার কৌণিক গতির পরিবর্তনে বাধা দেয় তাকে তার ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক বলে। অর্থাৎ রৈখিক গতির ক্ষেত্রে ভর যে ভূমিকা পালন করে কৌণিক গতির ক্ষেত্রে ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক সে ভূমিকা পালন করে। বেগের মান বেশি না হলে কোনো বস্তুর ভর সকল ক্ষেত্রে ধ্রুব। অপরপক্ষে নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর ঘূর্ণন জড়তা নির্দিষ্ট কিন্তু ভিন্ন ভিন্ন অক্ষের সাপেক্ষে ভিন্ন ভিন্ন।

গ ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \text{.....(1)}$$

আবার,
স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে,

$$v_2 - v_1 = u_1 - u_2$$
$$\text{বা, } v_2 - v_1 = u_1 - 0$$
$$\therefore v_1 = v_2 - u_1$$

v_1 এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে—

$$\therefore m_1u_1 + m_2 0 = m_1(v_2 - u_1) + m_2v_2$$
$$\text{বা, } (m_1 + m_2)v_2 = 2m_1u_1$$
$$\text{বা, } v_2 = \frac{2m_1u_1}{m_1 + m_2}$$
$$= \frac{2 \times 0.05 \times 20}{0.05 + 80} \text{ ms}^{-1}$$
$$\therefore v_2 = 0.025 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

এখানে,
প্রথম বস্তুর ভর, $m_1 = 50$gm $= .05$ kg
দ্বিতীয় বস্তুর ভর, $m_2 = 80$ kg
প্রথম বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = 20\text{ms}^{-1}$
দ্বিতীয় বস্তুর আদিবেগ, $u_2 = 0\text{ms}^{-1}$
ধরি, সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয়ের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2।

ঘ মনে করি, m ভরের একটি হালকা বস্তু u বেগ নিয়ে M ভরের ($M >> > m$) একটি স্থির ভারী বস্তুর সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হলো। সংঘর্ষের পর এদের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে,

$$mu = mv_1 + Mv_2$$

আবার, সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক হলে,

$$u - 0 = v_2 - v_1$$
$$\text{বা, } v_2 - v_1 = u$$
$$\therefore v_2 = v_1 + u$$
$$\therefore mu = mv_1 + M(v_1 + u)$$
$$\text{বা, } (m + M)v_1 = (m - M)u$$
$$\text{বা, } v_1 = \frac{m - M}{m + M} v$$
$$\therefore v_2 = \frac{m - M}{m + M} u + u$$
$$= \frac{2m}{m + M} u$$

$\therefore m <<< M$, তাই, $m + M = M$,

$$m - M \simeq -M$$
$$\therefore v_1 \simeq \frac{-M}{M} u \simeq -u$$
$$\text{এবং } v_2 \simeq \frac{2m}{M} u$$
$$\simeq 0$$

অতএব, গতিশীল বস্তুর ভর স্থির বস্তুর তুলনায় অনেক কম হলে হালকা বস্তুটি সংঘর্ষের পর পূর্বের বেগে বিপরীত দিকে ফিরে আসে এবং স্থির ভারী বস্তুটি স্থির থাকে।

প্রশ্ন ▶৩৩ 2N টান সহনশীল 1 মিটার কার্যকরী দৈর্ঘ্যের একটি সূক্ষ্ম সুতার সাহায্যে 20 g ভরের বব সংযুক্ত করে একটি সরল দোলক তৈরী করা হলো। *[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]*

ক. সেকেন্ড দোলক কী? ১
খ. সকল সরল ছন্দিত গতিই পর্যাবৃত্ত গতি কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত গতি সরল ছন্দিত গতি নয়– ব্যাখ্যা কর। ২
গ. সর্বোচ্চ বিস্তারে ববের উপর প্রযুক্ত কার্যকরী বলের মান বের কর। ৩
ঘ. ববটির গতিপথের কোন নির্দিষ্ট অবস্থানে সুতাটি কি ছিঁড়ে যেতে পারে? ব্যাখ্যা করো। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ সকল সরল ছন্দিত গতি পর্যাবৃত্ত গতি, কারণ সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বস্তুকণাটি তার গতিপথের যেকোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক হতে অতিক্রম করে, যা পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্য। তবে সকল পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন বস্তুর (যেমন, ফ্যান) গতি স্পন্দন গতি নয়, আবার স্পন্দন গতি হলেও এরূপ নয় যেন, যেকোনো মুহূর্তে ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী যা সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির মূল বৈশিষ্ট্য। এ কারণে সকল পর্যাবৃত্ত গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

গ এখানে, ববের ভর, $m = 20\ g = 0.02\ kg$
সরল দোলকের ববের সর্বোচ্চ বিস্তার, $\theta 4°$।
যেহেতু কৌণিক বিস্তার অল্প ($\leq 4°$)।
∴ সর্বোচ্চ বিস্তারে ববের উপর কার্যকরী বলের মান, $F_e = mg\theta$

$$= mg\left(4 \times \frac{2\pi}{360}\right)$$
$$= 0.02 \times 9.8 \times \frac{8\pi}{360} N$$
$$= 0.0137\ N\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ সাম্যাবস্থানে সর্বোচ্চ বেগ, $V_{max} = \omega a$;
a = সর্বোচ্চ রৈখিক বিস্তার $= L\theta$;
$V_{max} = \omega L\theta$;
∴ কেন্দ্রাবিমুখী বল, $F_{e(max)} = \frac{mV^2_{max}}{L}$

$$= \frac{m\omega^2L^2\theta^2}{L}$$
$$= m\omega^2L^2\theta^2$$
$$= mg\theta^2$$

∴ সুতার উপরে সর্বোচ্চ টান, $T = mg + mJ\theta^2$

$$= mg\ (1 + \theta^2)$$
$$= 0.02 \times 9.8 \times \left\{1 + \left(\frac{8\pi}{360}\right)^2\right\}$$
$$= 0.197\ N < 2N$$

অতএব, সুতাটি কোনভাবেই ছিড়বে না।

প্রশ্ন ▶ ৩৪ হেনার ভর 50 kg সে শীতের ছুটিতে রাঙামাটি বেড়াতে যায়। 250 kg ভরের একটি গাড়িতে চড়ে 30° কোণে রাঙামাটি ঢালু পথে 5 ms^{-2} ত্বরণে উপরের দিকে আরোহণ করছে। *[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]*

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? ১
খ. দরজার হাতল কবজা থেকে দূরে রাখা হয় কেন ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপক থেকে উপরের দিকে আরোহণের জন্য গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর। ৩
ঘ. একই ত্বরণে নিচে নামার ক্ষেত্রে বলের মানের পরিবর্তন হবে কিনা বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

খ দরজা খোলা বা বন্ধ করার সময় দরজার কব্জার সাপেক্ষে একে ঘুরানো হয়। অর্থাৎ দরজার হাতলে প্রযুক্ত বল কব্জাকে কেন্দ্র করে দরজার উপর টর্ক সৃষ্টি করে যা দরজায় ঘূর্ণন সৃষ্টি করে। আমরা জানি, টর্ক $\underline{\tau} = \underline{r} \times \underline{F}$, তাই কব্জা থেকে হাতলের দূরত্ব যত বাড়বে, সমান বল প্রয়োগে টর্ক তথা ঘূর্ণনও বাড়বে। তাই দরজার হাতল কব্জা থেকে দূরে রাখা হয়।

গ গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বল,

এখানে,
মোট ভর, $m = 250 + 50\ kg = 300\ kg$
কোণ, $\theta = 30°$
গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বল, $F = ?$

$F = ma'$
এখানে ত্বরণ a' হচ্ছে গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত ত্বরণ,
লব্ধি ত্বরণ $\Sigma a = a' - g \sin 30°$
$\therefore a' = \Sigma a + g\sin 30°$

$$= 5 + 9.8 \times \frac{1}{2}$$
$$= 9.9\ ms^{-2}$$

$\therefore F = 300 \times 9.9$
$= 2970\ N$ **(Ans.)**

ঘ লব্ধি ত্বরণ = গাড়ির ত্বরণ + $g\sin 30°$

এখানে, মোট ভর, $m = 300\ kg$
লব্ধি ত্বরণ, নিচের দিকে, $a = 5 ms^{-2}$
কোণ, $\theta = 30°$

গাড়ির ত্বরণ, $a = 5 - 4.9 = 0.1\ ms^{-2}$

এখানে, বলের মান $F = ma = 300 \times 0.1 = 30\ N$
'গ' হতে পাই, উপরের উঠার জন্যে বল $= 2970\ N$
অতএব, গাড়িটি একই ত্বরণে নিচে নামার ক্ষেত্রে বলের মানের পরিবর্তন হবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৫ খুলনা যাওয়ার পথে 1500 কেজি ভরের একটি ট্রাক ঘন্টায় 72 কি. মি. বেগে চলছিল। হঠাৎ থেমে থাকা একটি গাড়ির সাথে সংঘর্ষ হয় এবং সংযুক্ত অবস্থায় ঘন্টার 54 কি মি. বেগে একই দিকে চালতে থাকে। *[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]*

ক. স্বাধীনতার মাত্রা কাকে বলে? ১
খ. কাজ শক্তি উপপাদ্যটি ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত থেমে থাকা গাড়িটির ভর নির্ণয় কর। ৩
ঘ. সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে ভরবেগ ও গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় কিনা বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর গতিশীল অবস্থা বা অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

খ কোন বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুটির গতিশক্তি পরিবর্তনের সমান। ধ্রুব বলের জন্য,

$$W = Fs$$
$$= mas$$
$$= m\frac{v^2 - v_0^2}{2}$$
$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$= K - K_0$$

গ

এখানে,
ট্রাকের ভর, $m_1 = 1500\ kg$
ট্রাকের বেগ, $v_{0_1} = 72\ kmh^{-1} = \frac{72 \times 1000}{3600} ms^{-1} = 20\ ms^{-1}$
স্থির গাড়ির ক্ষেত্রে,
বেগ, $v_{0_2} = 0$
শেষবেগ, $v = 54\ kmh^{-1} = \frac{54 \times 1000}{3600} ms^{-1} = 15\ ms^{-1}$

ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি হতে,
$m_1v_{0_1} = m_2v_{0_1} = (m_1 + m_2)v$
বা, $1500 \times 20 + 0 = (1500 + m_2)\ 15$
বা, $m_2 + 1500 = 2000$
বা, $m_2 + 500\ kg$ **(Ans.)**

ঘ

সংঘর্ষের পূর্বে ভরবেগের সমষ্টি
$m_1v_{0_1} + m_2v_{0_2}$
$= 1500 \times 20 + 0$
$= 30000\ kgms^{-1}$

এখানে,
ট্রাকের ভর, $m_1 = 1500kg$
ট্রাকের আদিবেগ $v_{0_1} = 72\ kmh^{-1} = 20\ ms^{-1}$
শেষ বেগ, $v = 15\ ms^{-1}$
স্থির গাড়ির ভর, $m_2 = 500\ kg$

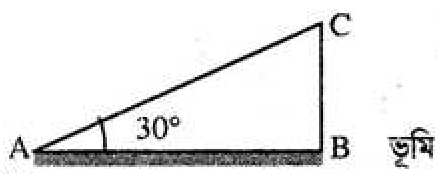
সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তির সমষ্টি,
$\frac{1}{2} m_1v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2v_0^2$
$= \frac{1}{2} \times 1500 \times 20^2 + \frac{1}{2} \times 500 \times 0$
$= 3.0 \times 10^5\ J$

সংঘর্ষের পরে ভরবেগের সমষ্টি,
$(m_1 + m_2)v$
$= (1500 + 500) \times 15$
$= 30{,}000\ ms^{-1}$

সংঘর্ষের পরে গতিশক্তির সমষ্টি,
$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\ v^2$
$= \frac{1}{2}(1500 + 500)\ 15^2$
$= 2.25 \times 10^5 J$

অর্থাৎ ভরবেগ সংরক্ষিত হলেও গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না।

প্রশ্ন ▶ ৩৬



AC = 20m

হেলানো তলটি সম্পূর্ণরূপে ঘর্ষণমুক্ত একটি মার্বেলকে AC তলের C বিন্দু হতে তল বরাবর মুক্তভাবে ছেড়ে দেওয়া হল।

[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]

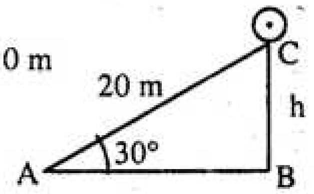
ক. বলের ঘাত কাকে বলে? ১
খ. ঘর্ষণ বল একটি সংরক্ষণশীল বল নয়-ব্যাখ্যা কর। ২
গ. মার্বেলটি A বিন্দুতে কত বেগে পৌছবে? ৩
ঘ. যদি C বিন্দুর সমান উচ্চতা হতে অন্য একটি মার্বেলকে একই সময়ে মুক্তভাবে ছেড়ে দেওয়া হয় তবে মার্বেল দুটি একই সময়ে ভূমিতে পৌছবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অতি অল্প সময়ে কোন বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল এবং সময়ের গুণফলকে বলের ঘাত বলে।

খ আমরা জানি, ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিপরীতে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণচক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক। ফলে একটি পূর্ণচক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনও শূন্য হতে পারে না। এজন্য ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ এখানে, $h = BC = AC \sin 30°$
$= 20 \times \sin 30° = 10\ m$



ধরি, A বিন্দুতে বেগ = v
ঘর্ষণবল অগ্রাহ্য করলে
কাজ শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী,
অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

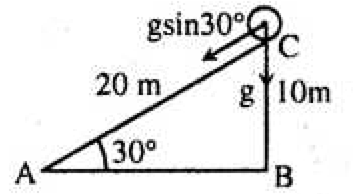
বা, $F \times h = \frac{1}{2}m.v^2 - \frac{1}{2}m.o^2$ [∵ C বিন্দুতে আদিবেগ শূণ্য]

বা, $mg \times h = \frac{1}{2}mv^2$ [∵অভিকর্ষজ বল, F = mg]

বা, $v^2 = 2gh$

বা, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 14\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপকের ক্ষেত্রে



AC তল বরাবর ত্বরণ, $a = g \sin 30°$
C হতে A তে আসতে, t সময় লাগলে

$AC = ut + \frac{1}{2}at^2$

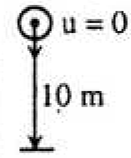
বা, $20 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times g \sin 30° \times t^2$

বা, $20 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times g \times t^2$

বা, $t = \sqrt{\frac{20 \times 4}{9.8}}$

বা, $t = 2.86\ s$

আবার মুক্তভাবে পড়লে, t′ সময় লাগলে,



$s = 10 = 0 \times t + \frac{1}{2}gt'^2$

বা, $t' \sqrt{\frac{10 \times 2}{9.8}} = 1.428\ sec$

লক্ষ্য করি, $t' \neq t$

অতএব, একই সময়ে ভূমিতে পৌছাবে না।

প্রশ্ন ▶ ৩৭ একটি বালতিতে 1 লিটার পানি নিয়ে 1m দড়ি বেঁধে উল্লম্ব তলে ঘুরানো হচ্ছে। দড়িটি সর্বোচ্চ 70N টান সহ্য করতে পারে। বালতিটির ভর 1kg

[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? ১
খ. কাঁচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুঁড়লে কাঁচ চূর্ণ-বিচূর্ণ হয়"—ব্যাখ্যা কর। ২
গ. বালতির বেগ কত হলে পানি পড়বে না? ৩
ঘ. সর্বনিম্ন কত বেগে ঘুরালে দড়ি ছিড়ে যাবে? ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

খ ঘাত বলের তারতম্যের কারণে কাঁচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুড়লে কাঁচ চূর্ণ বিচূর্ণ হয়। খুব কম সময়ের জন্য ঘাত বল প্রযুক্ত হয়। কাঁচে গুলি করলে গুলি কর্তৃক প্রযুক্ত বল F, কাঁচের ভরবেগ পরিবর্তন করে। যে সময় ধরে কাঁচ গুলির সংস্পর্শে থাকে যে সময়ে গুলি কর্তৃক প্রযুক্ত বল অন্যান্য বলের তুলনায় অনেক বড় হয় এবং গুলিটি কাঁচ ছিদ্র করে বের হয়ে যায়। কিন্তু ঢিল এর ভরবেগ এবং ক্রিয়াকাল বেশি হওয়ায় কাঁচে প্রযুক্ত বল চারদিকে ছড়িয়ে গিয়ে কাঁচকে চূর্ণ বিচূর্ণ করে।

গ

বালতি থেকে পানি না পড়ার শর্ত,
কেন্দ্রবিমুখী বল ≥ পানির ওজন।

$\frac{mv^2}{r} \geq mg$

এখন সর্বনিম্ন বেগের জন্য

$\frac{mv^2}{r} = mg$

বা, $\frac{v^2}{r} = g$

বা, $v = \sqrt{rg}$
$= \sqrt{1 \times 9.8}$
$= 3.13\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
পানির ভর, m = 1kg
(1 L পানির ভর 1kg)
ব্যাসার্ধ, r = 1m

খ 70 N এর অধিক চাপ পরলে দড়ি ছিড়ে যাবে। অতএব,

উলম্ব তলের সর্বনিম্ন বিন্দুতে রশির টান, $T = \frac{mv^2}{r} + mg \geq 70\ N$

বা, $m\left(\frac{v^2}{r} + g\right) \geq 70$

বা, $\frac{v^2}{r} + g \geq \frac{70}{m}$

বা, $\frac{v^2}{r} \geq \frac{70}{m} - g$

বা, $v \geq \sqrt{\left(\frac{70}{m} - g\right) r}$

বা, $v \geq \sqrt{\left(\frac{70}{2} - 9.8\right) \times 1}\ ms^{-1}$

$\therefore v \geq 5.02\ ms^{-1}$

এখানে,
বালতিসহ পানির মোট ভর, $m = 1 + 1 = kg$
$= 2\ kg$
ব্যাসার্ধ $r = 1\ m$
টান, $T = 70\ N$

অতএব, সর্বনিম্ন $5.02 ms^{-1}$ বেগে ঘুরালে দড়িটি ছিড়ে যাবে।

প্রশ্ন ▶৩৮ একটি চাকার জড়তার ভ্রামক $0.1 kgm^{-2}$। এটি 300 rpm কৌনিক বেগে ঘুরছে সুইচ বন্ধ করে এটিকে 10sec এ থামিয়ে দেওয়া হলো। *[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]*

ক. ইপক কী? ১

খ. স্পন্দনরত সেকেন্ড দোলক হতে কোন শব্দ উৎপন্ন হয় না? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. চাকাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. সুইচ বন্ধ করার পর থেমে যাওয়ার আগে চাকাটি 100 বার ঘুরবে কিনা-গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যাত্রার শুরুর মুহূর্তে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো বস্তুর যে দশা থাকে তাকে এর ইপক বলে।

খ সেকেন্ড গোলকের দোলনকাল, $T = 2\ sec$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5\ Hz$

কিন্তু মানুষের শ্রাব্যতার নিম্নসীমা 20Hz সুতরাং শব্দ শোনা যাবে না।

গ এখন,

$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$

$= \frac{0 - 31.4159}{10}$

$= -3.146\ rads^{-2}$

ঋণাত্মক চিহ্ন মন্দন বোঝাচ্ছে,

টর্ক, $\tau = I\alpha$

$= 0.1 \times 3.14$

$= 0.314\ Nm$ **(Ans.)**

জড়তার ভ্রামক,
$I = 0.1\ kgm^2$
আদি কৌণিক বেগ,
$\omega_0 = 300\ rpm$
$= \frac{300 \times 2\pi}{60}$
$= 31.4159\ rads^{-14}$
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega = 0$
সময়, $t = 10\ sec$

ঘ 'গ' হতে পাই,

কৌণিক মন্দন, $\alpha = 3.1416\ rads^{-2}$

উৎপন্ন কোণ, $\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2$

$= 31.4159 \times 10 - \frac{1}{2} \times 3.1416 \times 10^2$

$= 154.336\ rad$

$\therefore$ ঘূর্ণন সংখ্যা $= \frac{154.336}{2\pi}$ rev

$= 24.56$ rev

চাকাটি থামার পূর্বে 100 বার ঘুরবে না।

প্রশ্ন ▶৩৯ 5m প্রস্থের একটি রাস্তার বাইরের কিনারা ভিতরের কিনারা অপেক্ষা 0.6m উঁচু। রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ 100 m। *[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]*

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. কোন বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 1 m বলতে কী বুঝ? ২

গ. রাস্তার ব্যাংকিং কোণ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের বর্ণিত রাস্তার বাঁকের কাছে সতর্কীকরণ বোর্ডে গতিবেগ সম্পর্কে কী নির্দেশনা দেওয়া যেতে পারে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ কোনো অক্ষের সাপেক্ষে একটি বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 1m বলতে বোঝায় ঐ অক্ষ হতে 1m দূরে একটি বিন্দুতে বস্তুটির সমগ্র ভর পুঞ্জীভূত আছে ধরে জড়তার ভ্রামক হিসেব করলেই সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামক পাওয়া যায়।

গ ২(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 6.89°।

ঘ 'গ' থেকে পাই, রাস্তার ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 6.89°$।

এখন, রাস্তার বাঁকে গতিশীল কোন গাড়ির সর্বোচ্চ নিরাপদ বেগ v হলে,

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 6.89°$
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 100\ m$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

বা, $v = \sqrt{rg\tan\theta}$

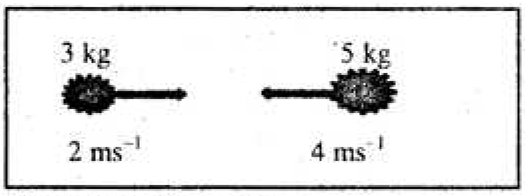
$= \sqrt{100 \times 9.8 \times \tan(6.89°)}$

$= 10.89\ ms^{-1}$

$= 39.2\ kmh^{-1}$

$\therefore$ রাস্তার বাঁকটিতে সতর্কীকরণ বোর্ডে সর্বোচ্চ গতিবেগ $39.2 kmh^{-1}$ এর নিচে রাখার জন্য নির্দেশনা দিতে হবে।

প্রশ্ন ▶৪০



সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় এক হয়ে গেল। *[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. টর্ক কী? ১

খ. নিউটনের জড়তার সূত্রটি ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বস্তুদ্বয়ের মিলিত বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের সংঘর্ষটি কি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ নিউটনের জড়তার সূত্রটি হল— বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থান পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে ও গতিশীল বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে।

এ সূত্র হতে বুঝা যায় কোনো বস্তুর ওপর বল বা বলের লব্ধি শূন্য হলে তার বেগের কোন পরিবর্তন হয় না। বস্তুর পূর্বের অবস্থায় থাকা বা থাকার প্রবণতাকেই জড়তা বলা হয়।

গ বস্তুদ্বয়ের মিলিত বেগ, v হলে,

$mv = m_1v_1 + m_2v_2$

বা, $v = \frac{1}{m}(m_1v_1 + m_2v_2)$

$= \frac{1}{8}[3 \times 2 + 5 + (-4)]$

$= -1.75\ ms^{-1}$

এখানে,
বস্তুদ্বয়ের মিলিত ভর, $m = 8\ kg$
১ম বস্তুর ভর, $m = 3\ kg$
১ম বস্তুর আদিবেগ, $v_1 = 2ms^{-1}$
২য় বস্তুর ভর, $m_2 = 5\ kg$
২য় বস্তুর আদিবেগ, $v_2 = -4ms^{-1}$

$\therefore$ মিলিত বস্তুদ্বয়ের শেষ বেগের মান $1.75\ ms^{-1}$ এবং দিক 5kg ভরের বস্তুর আদিবেগের দিকে। **(Ans.)**

ঘ সংঘর্ষের পূর্বে 3kg ভরের বস্তুর গতিশক্তি E_1 হলে,

$E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 2^2$

$= 6$ J

সংঘর্ষের পূর্বে 5kg ভরের বস্তুর গতিশক্তি E_2 হলে,

$E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 4^2$

$= 40$ J

∴ সংঘর্ষের পূর্বে মোট গতিশক্তি, E_i হলে $E_i = E_1 + E_2 = 6 + 40 = 46$ J

সংঘর্ষের পরে মোট গতিশক্তি E_f হলে

$E_f = \frac{1}{2} mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times (1-75)^2$

$= 12.25$ J

এখানে,
মিলিত বস্তুর ভর, m= 8kg
মিলিত বস্তুর বেগ, $v = 1.75\ ms^{-1}$
['গ' থেকে পাই]

অতএব, $Ei \neq E_f$ অর্থাৎ সংঘর্ষের পূর্বের মোট গতিশক্তি ও পরে মোট গতিশক্তি সমান নয়।

সুতরাং এ সংঘর্ষ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ নয়।

প্রশ্ন ▶ ৪১ 12m প্রশস্থ একটি রাস্তার বাঁকে ভেতরের পৃষ্ঠ হতে বাইরের পৃষ্ঠ 1.2m উঁচু। উক্ত বাঁকে একটি স্কুল বাস সর্বোচ্চ $25 km.h^{-1}$ বেগে নিরাপদে অতিক্রম করল। কিন্তু একজন মটোর সাইকেল আরোহী $40km.h^{-1}$ বেগে নিরাপদে অতিক্রম করতে পারে।

[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]

ক. সংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১

খ. কোন যন্ত্রের 10H.P ক্ষমতা বলতে কী বোঝায়? ২

গ. উদ্দীপকের বাঁকের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. মোটর সাইকেল আরোহী নিরাপদে বাঁক নিতে কী ব্যবস্থা গ্রহণ করেছিল তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

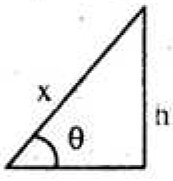
ক যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃককৃত কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

খ এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতি চালু করার পূর্বে ক্ষমতার একটি ব্যবহারিক একক ছিল অশ্বক্ষমতা (HP) ওয়াটের সাথে এর সম্পর্ক।

HP = 746W

∴ 10 HP = 7460W কোন যন্ত্রের ক্ষমতা 10 HP বলতে বোঝায় যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ডে 7460 J কাজ করতে পারবে।

গ রাস্তার বাকেঁর ব্যাসার্ধ, r হলে, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$



কিন্তু ক্ষুদ্র কোণ θ এর জন্য $\tan\theta \approx \sin\theta$

$\therefore \sin\theta = \frac{v^2}{rg}$

বা, $\frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg}$

বা, $r = \frac{v^2 x}{hg}$

$= \frac{6.94^2 \times 12}{1.2 \times 9.8}$

$= 49.15$ m **(Ans.)**

এখানে,
রাস্তার প্রস্থ, x = 12 m
রাস্তার ভেতরের প্রান্তের তুলনায় বাইরের প্রান্তের উচ্চতা, h = 1.2 m
বাঁক অতিক্রমের জন্য সর্বোচ্চ বেগ, $v = 25\ kmh^{-1} = 6.94\ ms^{-1}$

ঘ মোটর সাইকেল আরোহী রাস্তার বাঁকটি $40\ kmh^{-1}$ বা $11.11\ ms^{-1}$ রাস্তার বাঁকটি $40\ kmh^{-1}$ বা, $11.11ms^{-1}$ বেগে নিরাপদে পার করে। তাই তার ব্যাংকিং θ হলে,

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

বা, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{r_g}\right)$

$= \tan^{-1}\left[\frac{(11.11)^2}{9.8 \times 49.15}\right]$ ['গ' থেকে পাই, রাস্তার ব্যাসার্ধ r = 49.15 m]

$= 14.37°$

আবার, রাস্তার ব্যাংকি θ হলে,

$\sin\theta = \frac{h}{x}$

বা, $\theta = \sin^{-1}\frac{h}{x}$

$= \sin^{-1}\left(\frac{1.2}{12}\right)$

$= 5.74°$

∴ মোটর সাইকেল আরোহীকে $40kmh^{-1}$ বেগে বাঁকটি নিরাপদে অতিক্রম করার জন্য রাস্তার ব্যাংকিং 5.74° এর চাইতে আরও 14.37° − 5.74° = 8.63° বেশি কোণে বাঁকের কেন্দ্রের দিকে বাঁকতে হয়।

প্রশ্ন ▶ ৪২ একটি রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ 100m। রাস্তাটির প্রস্থ 4m। বাঁকের বাইরের দিকে রাস্তাটি 0.2m উঁচু। একজন গাড়ি চালক 100 kmh^{-1} বেগে ঐ বাঁক অতিক্রম করতে মনস্থির করলেন।

[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. রাস্তার বাঁক অতিক্রম করার সময় সাইকেল আরোহী কাত হয়ে চলে কেন? ২

গ. রাস্তাটির ব্যাংকিং কোণ কত? ৩

ঘ. গাড়ি চালকের পক্ষে ঐ বাঁক নিরাপদে অতিক্রম করা সম্ভব কি না— গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

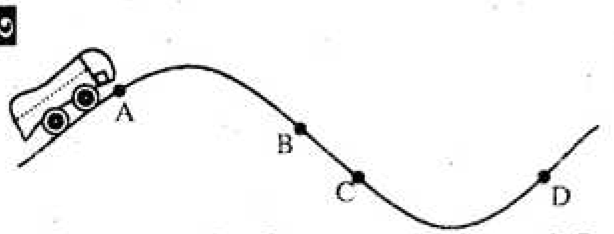
খ বক্রপথে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীকে সাইকেলসহ বাঁকের কেন্দ্রের দিকে হেলে যেতে দেখা যায়। বৃত্তাকার পথে চলার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টির জন্য এরূপ হেলে যেতে হয়। কাত হয়ে চলার সময় সাইকেলের উপর ভূমির প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 2.86°

ঘ ২(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: সম্ভব নয় কারণ $V_{max} = 7\ ms^{-1}$

প্রশ্ন ▶ ৪৩



চিত্রে AB ও CD অংশে ট্রাকটি $108kmh^{-1}$ বেগে গতিশীল থাকে। রাস্তার AB অংশে ব্যাংকিং কোণ 26° এবং CD অংশের ব্যাংকিং কোণ 18°। ট্রাকটির স্টিয়ারিং এর ব্যাস 40cm। ড্রাইভার স্টিয়ারিং এ $\vec{F} = (6\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k})N$ বল প্রয়োগ করে।

[আহম্মদ উদ্দিন শাহ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]

ক. প্রাস কী? ১

খ. ঘনবস্তু মধুতে পড়ে গেলে স্টোকসের সূত্রের কী কোনো প্রভাব আছে— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. ড্রাইভার স্টিয়ারিং এ কত টর্ক সৃষ্টি করেছিল? ৩

ঘ. AB ও CD অংশের মধ্যে কোন অংশে ট্রাকটি বেশি কেন্দ্রমুখী বল অনুভব করবে— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে কোন স্থানে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাস বা প্রক্ষেপক বলে।

খ মধু একটি সান্দ্র তরল। সান্দ্র তরলের মধ্যে পতনশীল ঘনবস্তুর উপর তিনটি বল কাজ করে। প্রথমত, ঘনবস্তুর ওজন নিচের দিকে, দ্বিতীয়ত, প্লবতা বল উপরের দিকে এবং তৃতীয়ত, সান্দ্রতা বল গতির বিপরীত দিকে তথা পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে উপরের দিকে। স্থিরাবস্থায় সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে না, তাই প্লবতা অপেক্ষা ওজন বেশি হওয়ার কারণে বস্তুটি নিচের দিকে ত্বরণ প্রাপ্ত হয় এবং বেগ বাড়তে থাকে। কিন্তু বেগ বৃদ্ধির সাথে সাথে সান্দ্র বলও বাড়তে থাকে। এক সময় প্লবতা বল ও সান্দ্র বলের যোগফল ওজনের সমান হয় ফলে নিট বল শূন্য হয় এবং ধ্রুব অন্তঃবেগ প্রাপ্ত হয়। অতএব, এক্ষেত্রে সান্দ্র বলের প্রভাব লক্ষণীয়।

গ আমরা জানি,

$\tau = rF \sin 90°$

[∵ r ও F এর মধ্যে $\theta = 90°$]

$= 0.2 \times 6.24$

$\therefore \tau = 1.248$ Nm

∴ ড্রাইভার কর্তৃক স্টিয়ারিং এ সৃষ্ট টর্ক 1.248 Nm **(Ans.)**

দেওয়া আছে,

বল, $\vec{F} = (6\hat{j} + \sqrt{3}k)$N

$\therefore F = \sqrt{6^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{39} = 6.24$ N

স্টিয়ারিং এর ব্যাসার্ধ, $r = \frac{40\text{cm}}{2}$

$\therefore r = 0.2$m

টর্ক, $\tau = ?$

ঘ উদ্দীপক অনুযায়ী AB ও CD উভয় অংশে ট্রাকটির বেগ,

$v = 108 \text{ kmh}^{-1} = 30 \text{ ms}^{-1}$

AB ও CD অংশের ব্যাংকিং কোণ যথাক্রমে $\theta_1 = 26°$ এবং $\theta_2 = 18°$

ধরি, ট্রাকটির ভর = m kg

AB অংশের ব্যাংকিং ব্যাসার্ধ r_1 হলে কেন্দ্রমুখী বল,

$$F_1 = \frac{mv^2}{r_1} = mg.\frac{v^2}{r_1 g} \quad mg\tan\theta_1 \quad \left[\because \tan\theta_1 = \frac{v^2}{r_1 g}\right]$$

বা, $F_1 = m \times 9.8 \times \tan 26°$

$\therefore F_1 = (4.78 \times m)$N

আবার, CD অংশের ব্যাংকিং ব্যাসার্ধ r_2 হলে কেন্দ্রমুখী বল,

$$F_2 = mg\tan\theta_2 \quad \left[\tan\theta_2 = \frac{v_2}{r_2 g}\right]$$

বা, $F_2 = m \times 9.8 \times \tan 18°$

$\therefore F_2 = (3.18 \times m)$N

এখন F_1 ও F_2 কেন্দ্রমুখী বলদ্বয়কে তুলনা করে পাই

$F_1 > F_2$

অর্থাৎ AB অংশে ট্রাকটি বেশি কেন্দ্রমুখী বল অনুভব করবে।

প্রশ্ন ▶ ৪৪ একটি রেল লাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ 200m, পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m একটি ট্রেন 50.40 kmh^{-1} বেগে উক্ত পথে নিরাপদে চলতে পারে। *[চট্টগ্রাম সরকারি মহিলা কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. কাঁচে গুলি করলে ছিদ্র হয়, কিন্তু ঢিল ছুড়লে কাঁচ চূর্ণ-বিচূর্ণ হয়— কেন? ২

গ. উদ্দীপকে রেললাইনের বাঁকের ভেতরের পাত অপেক্ষা বাহিরের পাত কত উঁচু? ৩

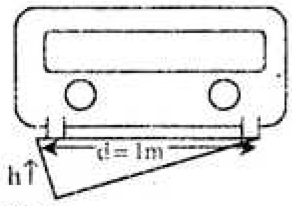
ঘ. বাঁকের বাইরের অংশ উঁচু করার প্রয়োজনীয়তা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বর্ণনা করো। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভর বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ ঘাত বলের তারতম্যের কারণে কাঁচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুড়লে কাঁচ চূর্ণ-বিচূর্ণ হয়। খুব কম সময়ের জন্য ঘাত বল প্রযুক্ত হয়। কাঁচে গুলি করলে গুলি কর্তৃক প্রযুক্ত বল F, কাঁচের ভরবেগ পরিবর্তন করে। যে সময় ধরে কাঁচ গুলির সংস্পর্শে থাকে যে সময়ে গুলি কর্তৃক প্রযুক্ত বল অন্যান্য বলের তুলনায় অনেক বড় হয় এবং গুলিটি কাঁচ ছিদ্র করে বের হয়ে যায়। কিন্তু ঢিল এর ভরবেগ এবং ক্রিয়াকাল বেশি হওয়ায় কাঁচে প্রযুক্ত বল চারদিকে ছড়িয়ে গিয়ে কাঁচকে চূর্ণ-বিচূর্ণ করে।

গ দেওয়া আছে,



রেললাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

d = 1m

রেললাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ, r = 200m

ট্রেনের সর্বোচ্চ বেগ, $v = 50.40 \text{ kmh}^{-1} = \frac{50.40}{3.6} \text{ ms}^{-1}$

$= 14 \text{ ms}^{-1}$

বের করতে হবে, পাতদ্বয়ের উচ্চতায় পার্থক্য, h = ?

আনতি θ হলে, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(14 \text{ ms}^{-1})^2}{200 \text{ m} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}} = 0.1$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.1) = 5.71°$

এখানে, $\sin\theta = \frac{h}{d}$

$\therefore h = d\sin\theta = 1\text{m} \times \sin 5.71° = 0.0995\text{m} \approx 0.1\text{m}$

$= 10$ cm **(Ans.)**

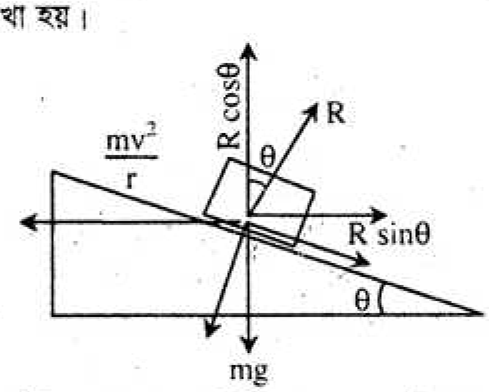
ঘ রেলগাড়ি প্রধানত লোহার তৈরি বলে এর ওজন অত্যধিক, তাই এটি লাইনের ওপর চেপে থাকে। এতে করে এটি বেশ কিছুটা ঘর্ষণ অনুভব করে। এই ঘর্ষণ শুধু গতির দিকে নয়, বরং গতিপথের লম্বদিকেও কাজ করে।

অর্থাৎ বৃত্তাকার পথে চলার সময় কেন্দ্রবিমুখী বল যখন ট্রেনটিকে উল্টে ফেলে দিতে চায় তখন প্রাপ্ত ঘর্ষণ বল কিছুটা হলেও কেন্দ্রবিমুখী বলকে প্রশমিত করে। আবার রেলগাড়ির চাকার আকৃতির কারণেও এটি মোটামুটি বৃহৎ মানের ঘর্ষণ বল লাভ করে।



তবে এত কিছুর পরেও ব্যাংকিং করা প্রয়োজন হয়।

অর্থাৎ যেখানে মোড় ঘোরে তার ভেতরের পাশ অপেক্ষা বাইরের পাশ কিছুটা উঁচু রাখা হয়।



এ সময় রেলগাড়ির ওপর যে প্রতিক্রিয়া বল (R) উৎপন্ন হয় তার উল্লম্ব উপাংশ এর ওজনকে নাকচ করে এবং অনুভূমিক উপাংশ প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল যোগান দেয়।

অর্থাৎ বস্তুর ভর m, অভিকর্ষজ ত্বরণ g, প্রতিক্রিয়া বল R, তলের আনতি θ, রেলগাড়ির গতিবেগ v এবং বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ r হলে,

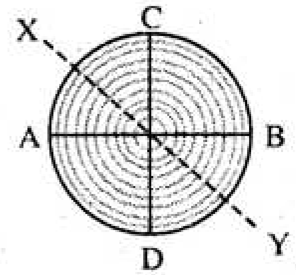
$$R\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \text{ এবং } R\cos\theta = mg$$

$$\therefore \frac{R\sin\theta}{R\cos\theta} = \frac{mv^2/r}{mg} = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

এভাবেই তলের আনতি বা ব্যাংকিং প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দিয়ে ট্রেনটিকে উল্টে যাওয়া থেকে রক্ষা করে।

প্রশ্ন ▶ ৪৫



চিত্রে একটি সুষম পাতলা বৃত্তাকার চাকতির ভর 400gm এবং ব্যাসার্ধ 40cm।

[মধুপুর শহীদ স্মৃতি উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক. ঘূর্ণন জড়তা কাকে বলে? ১

খ. নৌকায় হাল ধরার কারণ ব্যাখ্যা করো। ২

গ. XY অক্ষ সাপেক্ষে চাকতিটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের বৃত্তাকার চাকতির ওপর লম্ব স্পর্শককে যদি অক্ষ বিবেচনায় নেয়া হয় তাহলে চক্রগতির ব্যাসার্ধ পরিবর্তন হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে মতামত দাও। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনশীল বস্তুর ঘূর্ণন গতির পরিবর্তনে বাধা দেয় তাই ঘূর্ণন জড়তা। ঘূর্ণনশীল বস্তুর উপর একক কৌণিক ত্বরণ ঘটাতে চাইলে যে পরিমাণ টর্ক প্রয়োগ করতে হয়. তাই বস্তুর ঘূর্ণন জড়তার পরিমাপ।

খ নৌকায় গুণ টানার সময় টানবলের একটি উপাংশ নদীর প্রস্থ বরাবর হয় যা নৌকাকে তীরের দিকে টেনে নিতে চায়। এ উপাংশটিকে নাকচ করে নৌকাকে সোজা সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যাওয়ার জন্য হাল ধরা হয়। এছাড়া ইঞ্জিনচালিত নৌকায় হাল ধরা হয় নৌকার গতিবিধি নিয়ন্ত্রণ করার জন্য। হালটিকে প্রয়োজনমতো ডানে বা বায়ে কাত হয়ে নৌকার ওপর অভিষ্ট দিকে লব্ধিবল অর্জন করা হয়।

গ দেওয়া আছে,

বৃত্তাকার চাকতির ভর, $M = 400\text{ gm} = 0.4\text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $r = 40\text{ cm} = 0.4\text{ m}$

বের করতে হবে, XY অক্ষ সাপেক্ষে অর্থাৎ চাকতির ওপর লম্ব কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, $I = ?$

আমরা জানি,

এরূপ ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক, $I = \frac{Mr^2}{2}$

$$= \frac{0.4\text{ kg} \times (0.4\text{m})^2}{2} = 0.032\text{ kgm}^2 \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকে বর্ণিত XY অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ,

$$K = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{0.4\text{m}}{\sqrt{2}} = 0.283\text{m}$$

বৃত্তাকার চাকতির ওপর লম্ব স্পর্শককে যদি অক্ষ বিবেচনায় নেয়া হয় তাহলে সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে,

জড়তার ভ্রামক, $I' = I_G + Mh^2$

এক্ষেত্রে, $I_G = 0.032\text{ kgm}^2$

এবং h = চাকতির ব্যাসার্ধ

$r = 0.4\text{m}$

চাকতির ভর, $M = 0.4\text{ kg}$

$\therefore I' = I_G + Mh^2 = 0.032\text{ kgm}^2 + 0.4\text{ kg} \times (0.4\text{m})^2$

$= 0.096\text{ kgm}^2$

এখন, লম্ব স্পর্শক অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K' হলে $I' = MK'^2$

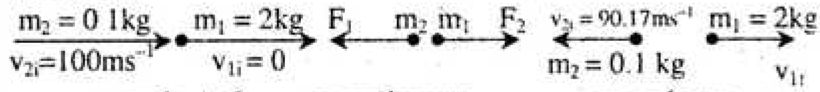
$\therefore K'^2 = \frac{I'}{M}$ বা, $K' = \sqrt{\frac{I'}{M}} = \sqrt{\frac{0.096\text{ kgm}^2}{0.4\text{ kg}}}$

$= 0.49\text{ m}$

লক্ষ করি, $K = 0.283\text{m}$ এবং $K' = 0.49\text{m}$

সুতরাং উদ্দীপকের বৃত্তাকার চাকতির ওপর লম্ব স্পর্শককে যদি অক্ষ বিবেচনায় নেয়া হয় তাহলে চক্রগতির ব্যাসার্ধ পরিবর্তন হবে (বাড়বে)।

প্রশ্ন ▶ ৪৬



[বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. প্রত্যায়নী বল কাকে বলে? ১

খ. পৃথিবীর কেন্দ্রে সরল দোলকের দোলনকাল কিরূপ হবে—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপক থেকে প্রতিক্রিয়া বল, 'F_1' নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার মতামত দাও। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বাহ্যিক বলের প্রভাবে কোন বস্তু বা মাধ্যমের কোন অংশের বিকৃতি ঘটালে বা বিকৃতি ঘটানোর চেষ্টা করলে বস্তুর অভ্যন্তরে যে বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের উদ্ভব হয়। তাকে প্রত্যায়নী বল বলে।

খ আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 0\text{ ms}^{-2}$

$\therefore$ পৃথিবীর কেন্দ্রে সরল দোলনকের দোলকাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}}$

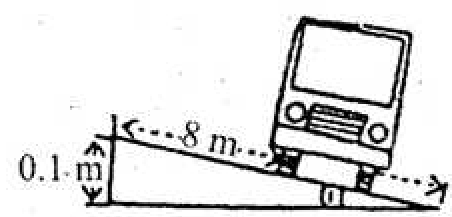
বা, $T = \infty$

সুতরাং সরলদোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল অসীম হয়।

গ ৩(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৩(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪৭ 200m ব্যাসার্ধের একটি বাঁকে 40kmh^{-1} বেগে বাঁক নিতে গিয়ে বাস রাস্তা থেকে ছিটকে খাদে পড়ে যায়।



[ড. আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]

ক. টোনিক কাকে বলে? ১

খ. এক মুখ খোলা বাঁশি অপেক্ষা দুই মুখ খোলা বাঁশির সুর বেশি শ্রুতিমধুর কেন? ২

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত রাস্তার ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের আলোকে বাসটি খাদে পড়ে যাওয়ার কারণ গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম কম্পাঙ্কের সূচনা সুরকে টোনিক বলে।

খ একমুখ খোলা নলে শুধুমাত্র মূল সুরের বিজোড় সমমেল পাওয়া যায়। কিন্তু দুই মুখ খোলা নলে মূল সুরের জোড় ও বিজোড় সকল প্রকার সমমেল পাওয়া যায়। সেজন্য একমুখ খোলা নল অপেক্ষা দুই মুখ খোলা নলে সৃষ্ট শব্দ শ্রুতিমধুর হয়।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 0.716°

ঘ ৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: বাঁকে নিরাপদ সর্বোচ্চ বেগ ছিল 35.64 kmh^{-1} কিন্তু বাঁকে 40 kmh^{-1} বেগে বাঁক নেওয়ায় গাড়িটি খাদে পড়ে যায়।

প্রশ্ন ▶ ৪৮ সার্কাস পার্টিতে একজন লোক 10kg ভরের একটি গোলককে ভূমি হতে 1m উচ্চতায় অনুভূমিক তলে 3m লম্বা রশির সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছেন। গোলকটি প্রতিমিনিটে 10 বার আবর্তন করে ঘূর্ণনরত অবস্থায় রশিটি হঠাৎ ছিঁড়ে যায়।

[এম সি কলেজ, সিলেট]

ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১

খ. বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে চললেও বস্তুর ত্বরণ থাকে —ব্যাখ্যা কর। ২

গ. আবর্তনশীল গোলকটি কেন্দ্রের দিকে কত বল অনুভব করবে? ৩

ঘ. গোলকটি হতে দর্শকসারির দূরত্ব কত হলে গোলকটি কোন দর্শককে আঘাত করবে না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

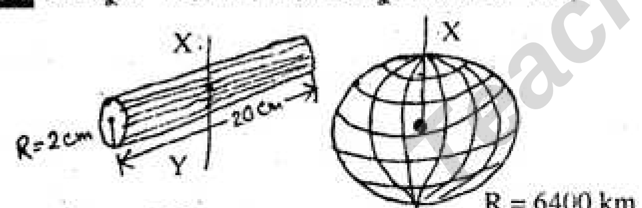
ক ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা ও কৌণিক বেগের গুণফলকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ আমরা জানি, বেগের পরিবর্তন ঘটে শুধু এর মান বা দিক বা উভয়ের পরিবর্তনের দ্বারা। সুতরাং, কোনো বস্তুর বেগের মানের (দ্রুতি) পরিবর্তন না ঘটলে ও এর দিকের পরিবর্তন ঘটলে বেগের পরিবর্তন ঘটে। বেগের পরিবর্তন ($\Delta\vec{v}$) অশূন্য হলে ত্বরনের সংজ্ঞানুসারে $\left(\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right)$ ত্বরণের অশূন্য মান থাকে। তাই সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে। এটি অন্যভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়, বৃত্তপথে ঘূর্ণরত কোনো বস্তুর ওপর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে সর্বদা কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করে। উক্ত বলের দরুন বস্তুটিতে ত্বরণ ঘটে থাকে।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 32.898 N।

ঘ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: লোকটি হতে দর্শকসারির দূরত্ব 1.48m এর বেশি হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না।

প্রশ্ন ▶ ৪৯ চিত্র দুটি পযবেক্ষণ করে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



চিত্র-A (সিলিন্ডার)

চিত্র-B (গোলক)

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. ব্যাংকিং-এর কোণ কাকে বলে? ১

খ. ঘূর্ণনরত কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর দিকে নেমে আসে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. চিত্র-A এর সিলিন্ডারটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. B গোলকটি নিরেট অথবা ফাঁপা হলে কোন ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বক্রপথে চলার সময় কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়ার জন্য যানবাহনকে যে কোণে উলম্বের সাথে কেন্দ্রের দিকে হেলতে হয় তাকে ব্যাংকিং কোণ বলে।

খ পৃথিবীর চারপাশে ঘূর্ণনরত উপগ্রহ পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর তার ওজনের সমান বল অনুভব করে। আবার বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত থাকায় উপগ্রহগুলো কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করে। এই কেন্দ্রবিমুখী বল উপগ্রহের ওজনের সমান হওয়ায় উপগ্রহ কক্ষপথে ঘূর্ণনরত থাকে এবং পৃথিবীর দিকে চলে আসে না।

গ

এখন, চিত্র দিয়ে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$I = \frac{1}{2} Mr^2 + \frac{1}{12} Ml^2$

$= \frac{M}{12} (6r^2 + l^2)$

$= \frac{M}{12} \{6 \times (0.02)^2 + (0.2)^2\}$

$= 3.53 \times 10^{-3}$ M **(Ans.)**

এখানে,
সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য, $l = 20$ m $= 0.2$ m
ব্যাসার্ধ, R = 2cm = 0.02m

ঘ B গোলকটি নিরেট হলে উদ্দীপকের চিত্র অনুযায়ী গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$I_1 = \frac{2}{5} = Mr^2$

এবং একই ভরের ফাঁপা গোলক হলে জড়তার ভ্রামক,

$I_2 = \frac{2}{3} Mr^2$

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{2}{5}Mr^2}{\frac{2}{3}Mr^2}$

$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{5}$

$\frac{I_1}{I_2} = 0.6\ (<1)$

$\therefore I_1 < I_2$

অর্থাৎ, ভর সমান থাকলে, ফাঁপা হলে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫০ 100 kg ভরের একটি বস্তু $(8\hat{i} - 6\hat{j} - 10\hat{k})$ ms^{-1} বেগে গতিশীল। বস্তুটির গতির বিপরীত দিক থেকে আসা অপর একটি বস্তুর সহিত সংঘর্ষে লিপ্ত হল। দ্বিতীয় বস্তুটির ভর এবং বেগ যথাক্রমে 200kg এবং $(-10\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k})$ ms^{-1} সংঘর্ষের পর বস্তু দুটির বেগ যথাক্রমে $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$ ms^{-1} এবং $(-4\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k})$ ms^{-1} হল।

[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]

ক. ঘাত বল কি? ১

খ. নৌকা থেকে লাফ দিলে নৌকা পেছনে সরে যায়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ১ম বস্তুটির উপর বলের ঘাত বের কর। ৩

ঘ. সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক— গাণিতিকভাবে উপস্থাপন কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে প্রচণ্ড মানের বল অতি অল্প সময় ধরে ক্রিয়া করে তাকে ঘাত বল বলে।

খ নৌকা থেকে লাফ দেয়ার পূর্বে নৌকা ও লোকের মোট ভরবেগের সমষ্টি শূন্য। নৌকা থেকে লাফ দিলে লোকটি একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুযায়ী নৌকাটিও বিপরীত দিকে একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হবে, কেননা, নৌকা ও লোকের আদি ভরবেগ শূন্য ছিলো। একারণেই নৌকা থেকে লাফ দিলে নৌকা পেছনে সরে যায়।

গ ১ম বস্তুটির উপর বলের ঘাত $\hat{J}$ হলে,

$\vec{J} = \Delta\vec{P}$

$= \vec{P_2} - \vec{P_1}$

$= m\vec{v_2} - m\vec{v_1}$

$= m(\vec{v_2} - \vec{v_1})$

এখানে,
১ম বস্তুর আদিবেগ, $v_1 = (8\hat{i} - 6\hat{j} - 10\hat{k})$ ms^{-1}
১ম বস্তুর শেষবেগ, $v_2 = (3\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$ ms^{-1}
১ম বস্তুর ভর, m = 100 kg

$= 100(3\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k} - 8\hat{i} + 6\hat{j} + 10\hat{k})$

$= 100(-5\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k})$

$= (-500\hat{i} + 200\hat{j} + 500\hat{k})$

$\therefore |\vec{J}| = \sqrt{(-500)^2 + 200^2 + 500^2}$

$= 734.85 \text{ kgms}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ ১ম বস্তুর সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি E_{11} হলে,

$E_{11} = \frac{1}{2} m_1 v_{11}^2$

$= \frac{1}{2} m_1 (\vec{v}_{11}.\vec{v}_{11})$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times (8\hat{i} - 6\hat{j} - 10\hat{k}).(8\hat{i} - 6\hat{j} - 10\hat{k})$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times (64 + 36 + 100)$

$= 10000$ J

$= 10$ kJ

১ম বস্তুর সংঘর্ষের পর গতিশক্তি E_{12} হলে,

$E_{12} = \frac{1}{2} m_1 v_{12}^2$

$= \frac{1}{2} m_1 (\vec{v}_{12}.\vec{v}_{12})$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times (3\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}).(3\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times (9 + 16 + 25)$

$= 2.5$ kJ

২য় বস্তুর সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি E_{21} হলে,

$E_{21} = \frac{1}{2} m_2 v_{21}^2$

$= \frac{1}{2} m_2 (\vec{v}_{21}.\vec{v}_{21})$

$= \frac{1}{2} \times 200 \times (-10\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}).(-10\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k})$

$= \frac{1}{2} \times 200 \times (100 + 36 + 64)$

$= 20$kJ.

২য় বস্তুর সংঘর্ষের পর গতিশক্তি E_{22} হলে,

$E_{22} = \frac{1}{2} m_2 v_{22}^2$

$= \frac{1}{2} m_2 (\vec{v}_{22}.\vec{v}_{22})$

$= \frac{1}{2} \times 200 \times (-4\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}).(-4\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k})$

$= \frac{1}{2} \times 200 \times (16 + 25 + 36)$

$= 7.7$ kJ

$\therefore$ সংঘর্ষের পূর্বে বস্তুদ্বয়ের মোট গতিশক্তি, $E_1 = E_{11} + E_{21}$

$= (10 + 20)$ kJ

$= 30$ kJ

সংঘর্ষের পর মোট গতিশক্তি, $E_2 = E_{12} + E_{22}$

$= (2.5 + 7.7)$ kJ

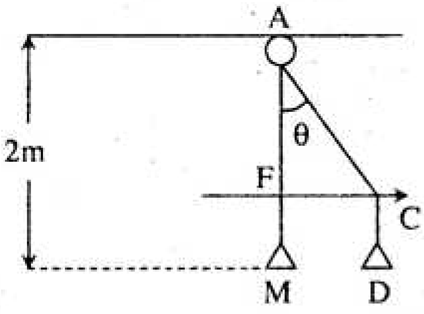
$= 10.2$ kJ

$\therefore E_1 \neq E_2$

অর্থাৎ, সংঘর্ষের আগে ও পরে সিস্টেমের মোট গতিশক্তি ধ্রুব নয়।

$\therefore$ সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক নয়।

প্রশ্ন ▶ ৫১ চিত্রটি লক্ষ কর এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।



M ভরের একটি বস্তু A হতে 2m সুতা দ্বারা ঝুলিয়ে দেওয়া হল রনি একটি কাঠ দিয়ে সুতার মধ্যখানে আঘাত করে।

[কুমিল্লা সরকারি কলেজ]

ক. ডাইভারজেন্স কী? ১

খ. ভেক্টর গুণনে দুইটি রাশির একই জাতীয় হওয়ার প্রয়োজন আছে কিনা– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. রনি সুতায় 49N বল প্রয়োগ করায় সুতাটি সরে পূর্বের অবস্থানের সহিত অনুভূমিক ভাবে 30° কোণ করে। বস্তুটির ভর কত? নির্ণয় করো। ৩

ঘ. সুতাটি সর্বোচ্চ 300N বল সহ্য করতে পারে। রনি সুতাটিতে সর্বোচ্চ কত বল প্রয়োগ করলে সুতাটি ছিড়বে না গণিতিক যুক্তির সাহায্যে তা নির্ণয় করো যখন বস্তুর ভর 10kg হয়। ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

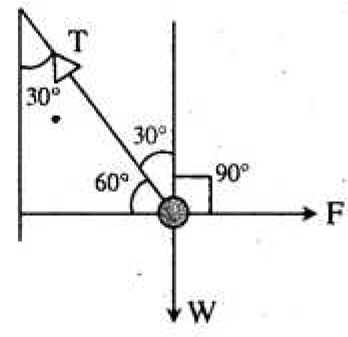
ক কোন একটি ভেক্টর $\vec{V}$ যদি অন্তরীকরণ যোগ্য হয় তবে $\vec{\nabla}$ এবং $\vec{V}$ এর ডট গুণন কে $(\vec{\nabla}.\vec{V})$ ডাইভারজেন্স div $\vec{V}$ বলা হয়।

খ ভেক্টর গুণনে দুইটি রাশির একই জাতীয় হওয়ার প্রয়োজন নেই। দুটি ভিন্ন জাতীয় রাশির ভেক্টর গুণনে নতুন রাশি পাওয়া যায়।

যেমন— বল, $\vec{F}$ ও সরণ, $\vec{S}$ এর ডট গুণনে স্কেলার রাশি, কাজ, W পাওয়া যায়।

আবার বল, $\vec{F}$ ও ব্যাসার্ধ $\vec{r}$ এর ক্রস গুণনে ভেক্টর রাশি টর্ক τ পাওয়া যায়।

গ তারের টান, T ও বস্তুর ওজন W এবং বল F যেহেতু বস্তুটি সাম্যবস্থায় আছে। তাই যে কোনো দিকে বলগুলোর উপাংশের সমষ্টি শূন্য।



অনুভূমিক উপাংশ

$F\cos0° + W\cos90° + T\cos(90° + 30°) = 0$

বা, $F + 0 - \frac{T}{2} = 0$

বা, $T = 2F = 2 \times 49\text{N} = 98\text{N}$

আবার উলম্ব উপাংশ,

$T\cos30° - W + F\cos90° = 0$

বা, $T.\frac{\sqrt{3}}{2} - W + 0 = 0$

বা, $W = \frac{\sqrt{3}T}{2}$

$= \frac{\sqrt{3} \times 98}{2} = 84.87N$

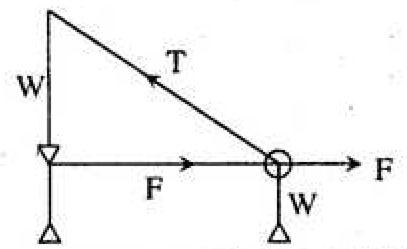
এখন, বস্তুর ভর, M হলে,

$M = \frac{W}{g}$

$= \frac{84.87}{9.81}$

$= 8.65$ kg **(Ans.)**

ঘ



প্রয়োগকৃত F বল ওজন, W এর সাথে সমকোণে কাজ করে, বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকে বলে তারে টান, T ওজন W ও বল, F এর লব্ধির সমান হবে।

অসহ টানের ক্ষেত্রে,

$\therefore T^2 = W^2 + F^2$

বা, $F = \sqrt{T^2 - W^2}$

$= \sqrt{T^2 - (mg)^2}$

$= \sqrt{300^2 - (10 \times 9.8)^2}$

$= 283.54N$

∴ তারটিতে সর্বোচ্চ 283.54N বল প্রয়োগ করা যাবে।

প্রশ্ন ▶ ৫২ 5kg ও 3kg ভরের A ও B দুইটি বস্তু একই সরল রেখা বরাবর একই সময় বিপরীত দিক থেকে যথাক্রমে $10ms^{-1}$ ও $12ms^{-1}$ সমবেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে 1.1km আসার পর একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রিত হয়ে চলতে থাকল। *[বরিশাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা কী? ২

গ. যাত্রা শুরুর কত সময় পরে ধাক্কা লেগেছিল? ৩

ঘ. উদ্দিপকের সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই করো। ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ সংক্ষেপে নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা আলোচনা করা হলো:

i. নিউটনের গতিসূত্র বৃহৎ আকৃতির বস্তুর জন্য প্রযোজ্য। যে সকল কণার ভর খুবই কম যেমন ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন ইত্যাদির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়।

ii. ক্ষুদ্র ভর (10^{-31} kg) বিশিষ্ট সকল কণার বেগ বেশি হয়, অর্থাৎ প্রায় আলোর বেগের কাছাকাছি হয় ফলে গতিশীল অবস্থায় এরা তরঙ্গ রূপে আচরণ করে। এ সকল বস্তুর ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়। এসব ক্ষেত্রে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব প্রযোজ্য।

iii. আবার বস্তুর ত্বরণ যখন খুব কম ($< 10^{-10}$ ms^{-2}) হয় তখন নিউটনের গতিসূত্র প্রয়োগে ভালো ফল পাওয়া যায় না। এক্ষেত্রে বল ত্বরণের বর্গের সমানুপাতিক হয়। নিউটনের গতিসূত্র কেবলমাত্র বল যখন ত্বরণের সমানুপাতিক সেই ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

iv. কোনো বস্তু স্থির কাঠামোতে বা সমবেগে চলমান হলে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয়। অন্যথায় প্রযোজ্য হবে না।

গ সংঘর্ষের পূর্বে বস্তুদ্বয়ের বেগ যথাক্রমে, $u_1 = 10ms^{-1}$

ও $u_2 = 12ms^{-1}$

তাহলে এদের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ, $\Delta v = u_2 + u_1$

$= (12 + 10) = 22$ ms^{-1}

বস্তুদ্বয়ের আদি দূরত্ব, d = 1.1 km = 1100 m.

বস্তুদ্বয়ের চলা শুরুর t সময় পর এদের সংঘর্ষ হলে,

$d = \Delta v. t$

বা, $t = \frac{d}{\Delta v} = \frac{1100m}{22ms^{-1}}$

$\therefore t = 50$ sec

ঘ 'গ' হতে পাই,

সংঘর্ষের পূর্বে ১ম বস্তুর সাপেক্ষে দ্বিতীয় বস্তুর আপেক্ষিক বেগ, $u_{21} = 22ms^{-1}$

সংঘর্ষের পর ১ম বস্তুর সাপেক্ষে দ্বিতীয় বস্তুর বেগ, $v_{21} = v - v = 0$

যেহেতু $v_{21} \neq - u_{21}$, সেহেতু সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক নয়। সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় মিলিত হলে তা সর্বদাই অস্থিতিস্থাপক।

প্রশ্ন ▶ ৫৩ $60kmh^{-1}$ বেগে গতিশীল একটি ট্রেন 328m ব্যাসার্ধের রেললাইনের বাঁক অতিক্রমের সময় লাইনচ্যুত হয়ে উল্টে যায়। রেল লাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m এবং এর বাইরের পাত ভিতরের পাত অপেক্ষা 7cm উঁচু ছিল। *[বরিশাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. বলের ঘাত কাকে বলে? ১

খ. চলন্ত গাড়ির চাকার কাঁদা বাইরের দিকে ছিটকে পরে কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. রেল লাইনের ব্যাংকিং কোণ কত? ৩

ঘ. ট্রেনটির দুর্ঘটনার কারণ বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত বলে।

খ চলন্ত গাড়ীর চাকার কাঁদা বাইরের দিকে ছিটকে পরে কেন্দ্রবিমুখী বলের কারণে।

যেকোনো বস্তু বৃত্তপথে ঘুরতে চাইলে বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। চলন্ত গাড়ীর চাকা যখন বৃত্তাকারে ঘুরতে থাকে তখন এতে লেগে থাকা কাঁদা কেন্দ্রমুখী বলের অভাবে ঘূর্ণন পথের স্পর্শক বরাবর ছিটকে চলে যায়। এটি স্থিতি জড়তার একটি উদাহরণ।

গ ৯ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : 4.014°.

ঘ ৭ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : বাঁকটির জন্য নিরাপদ বেগ $15ms^{-1}$। কিন্তু গাড়ির বেগ $\frac{50}{5}$ ms^{-1} যা $15ms^{-1}$ থেকে বেশি। একারণে গাড়িটি দুর্ঘটনার শিকার হয়।

প্রশ্ন ▶ ৫৪ রহমান সাহেব গাড়ি চালিয়ে 5m প্রশস্ত ও 200m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি রাস্তার বাঁক একটি নির্দিষ্ট বেগে অতিক্রম করেন। রাস্তাটির ভিতরের পার্শ্ব অপেক্ষা বাইরের পার্শ্ব 0.5m উঁচু। *[ব্রাহ্মণবাড়ীয়া সরকারি কলেজ]*

ক. জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? ১

খ. কব্জা থেকে ভিন্ন ভিন্ন দূরত্বে একটি দরজার উপর সম পরিমাণ বল প্রয়োগ করা সত্ত্বেও সৃষ্ট টর্কের মান সমান হয় না- ব্যাখ্যা করো। ২

গ. রাস্তাটির ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. 62.5 kmh^{-1} বেগে রাস্তার বাঁকটি অতিক্রমকালে রহমান সাহেব কোন বিপদের সম্মুখীন হবেন কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত একটি বস্তুর ঘূর্ণন গতির পরিবর্তনকে বাধা দেয়ার প্রয়াস হচ্ছে জড়তার ভ্রামক এবং বস্তুটির ভর ও ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বস্তুটির ভারকেন্দ্রের লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফল দ্বারা এটি পরিমাপ করা হয়।

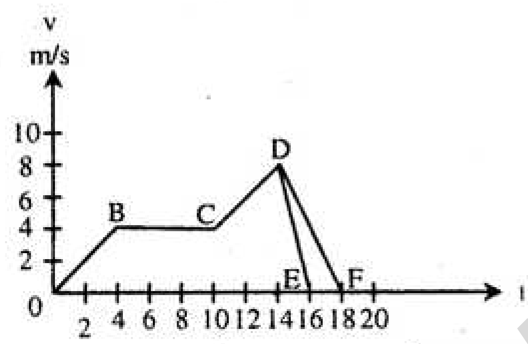
খ আমরা জানি, টর্ক = বল × ঘূর্ণন অক্ষ হতে বলের ক্রিয়াকালের লম্ব দূরত্ব = Fd

কব্জা থেকে ভিন্ন ভিন্ন দূরত্বে একটি দরজার উপর সম পরিমাণ বল প্রয়োগ করলে ঘূর্ণন অক্ষ হতে বলের ক্রিয়াকালের লম্ব দূরত্ব ভিন্ন হয় তাই টর্কের মান সমান হয় না। ধ্রুবমানের বল দরজার বাইরের প্রান্তে বল প্রয়োগ করা হলে টর্কের মান বেশি হয় আর কব্জা বরাবর প্রয়োগ করলে $d = 0$ হয় তখন টর্কের মান শূন্য হয়।

গ ২ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : 5.739°

ঘ ২(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : বিপদের সম্মুখীন হবেন।

প্রশ্ন ▶৫৫ মহিউদ্দিন ও যুবায়ের 1000kg ভরের একটি গাড়িতে করে নিম্নের লেখচিত্র অনুসারে ভ্রমণ করছিল যেখানে ঘর্ষণ বল উপেক্ষা করা হয়েছে। মহিউদ্দিন বলছিল DE পথে গেলে কম ব্রেক প্রয়োগ করতে হবে।



[বান্দরবান সরকারি কলেজ]

ক. স্থিতি ঘর্ষণ বলতে কি বুঝ? ১
খ. রকেট বায়ুশূন্য স্থানে চলতে পারে, কিন্তু জেট বিমান বায়ুশূণ্য স্থানে চলতে পারে না ব্যাখ্যা কর। ২
গ. গাড়িটি 12 তম সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করেছে? ৩
ঘ. উদ্দীপকের আলোকে মহিউদ্দিনের কথার সত্যতা গাণিতিকভাবে প্রমাণ করো। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তল এবং একই তলের উপর অবস্থিত কোনো বস্তুর মধ্যে আপেক্ষিক গতি সৃষ্টি না হওয়া পর্যন্ত যে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে তাকে স্থিতি ঘর্ষণ বলে।

খ রকেট নিচের দিকে জ্বালানি নির্গমনের মাধ্যমে ভরবেগের সংরক্ষণসূত্র অনুযায়ী উপরের দিকে ভরবেগ অর্জন করে।

অন্যদিকে, জেট বিমান পিছন দিকে জ্বালানি নির্গমনের মাধ্যমে সামনের দিকে যাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় ভরবেগ অর্জন করে। কিন্তু তার ভেসে থাকার জন্য ঊর্ধ্বমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এই বল আসে জেট বিমানের পাখার উপরে ও নিচের বায়ুচাপের পার্থক্য তৈরির মাধ্যমে। এবং এই বলের পরিমাণ নির্ভর করে বায়ুর ঘনত্বের উপর। তাই যেখানে বায়ু নেই, সেখানে এই ঊর্ধ্বমুখী বল তৈরি হতে পারে না, ফলে জেটবিমান ভেসে থাকতে পারে না। কিন্তু রকেট এর জন্য এটি কোনো সমস্যা নয়।

গ

চিত্র হতে,
10s শেষে বেগ = আদিবেগ, $u = 4 m/s$
12s শেষে বেগ, শেষ বেগ, $v = 6 m/s$
∴ ত্বরণ, $a = \frac{6-4}{12-10} = 1 \ m/s^2$

∴ 12 তম সেকেন্ড = (12 − 10) = 2 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s = u + \frac{1}{2}a(2t-1)$
$= 4 + \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 2 - 1)$
$= 4 + \frac{3}{2}$
$= 5.5 \ m$ **(Ans.)**

ঘ যেহেতু প্রদত্ত লেখচিত্রটি বেগ বনাম সময়ের লেখ, তাই এই লেখচিত্রের ঢালই ত্বরণ নির্দেশ করে।
এখন DE পথে গেলে,
মন্দন, $a_{DE} = \frac{8-0}{16-14} = 4 \ m/s^2$
এবং DF পথে গেলে,
মন্দন, $a_{DF} = \frac{8-0}{18-14} = 2 \ m/s^2$
∴ DE পথে প্রযুক্ত ব্রেক, $F_{DE} = m \ a_{DE} = 1000 \times 4 = 4000 \ N$
DF পথে প্রযুক্ত ব্রেক, $F_{DF} = m \ a_{DF} = 1000 \times 2 = 2000 \ N$
যেহেতু, $F_{DE} > F_{DF}$
সুতরাং, DF পথে প্রযুক্ত ব্রেক কম।
অতএব, মহিউদ্দিনের কথাটি সঠিক।

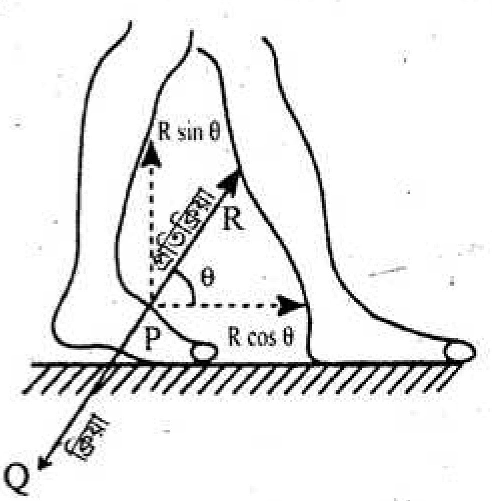
প্রশ্ন ▶৫৬ একটি দেয়াল ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার দৈর্ঘ্য 10 cm।
[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, তেজগাঁও, ঢাকা]

ক. জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? ১
খ. দৌড় প্রতিযোগিতায় দৌড়বিদরা দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে– ব্যাখ্যা করো। ২
গ. কাঁটাটির কৌণিক বেগের মান নির্ণয় করো। ৩
ঘ. কাঁটার দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হলে এর শীর্ষ প্রান্তের রৈখিক দ্রুতি ও কৌণিক দ্রুতির পরিবর্তন গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা করো। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত একটি বস্তুর ঘূর্ণন গতির পরিবর্তনকে বাধা দেয়ার প্রয়াস হচ্ছে জড়তার ভ্রামক।

খ হাঁটার সময় আমরা সামনের পা দ্বারা মাটিতে খাড়াভাবে বল দেই আর পেছনের পা দ্বারা তির্যকভাবে PQ বরাবর মাটিতে বল দেই। পেছনের পায়ের PQ বরাবর দেয়া বলের ভূমি প্রতিক্রিয়া PR বরাবর কাজ করে। এখন এ প্রতিক্রিয়া বলকে অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে ভাগ করা যায়। অনুভূমিক (R cos θ) উপাংশ আমাদেরকে সামনের দিকে এগিয়ে নেয় আর উল্লম্ব উপাংশ (R sin θ) শরীরের ওজন বহন করতে সহায়তা করে।



অনুভূমিক উপাংশ যত বেশি হবে, আমাদের সামনের দিকে এগিয়ে যাওয়া সহজ হবে এবং বেগও বেশি হবে।

$R\cos\theta$ বেশি হবে, যখন $\cos\theta$ যত বেশি হবে। তাই দৌড়বিদরা অনুভূমিক উপাংশের মান বেশি রাখার জন্য সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে, তখন, θ এর মান কম ও $\cos\theta$ এর মান বেশি থাকে। ফলে তাদের দৌড় শুরু করার সময় সামনের দিকে বেশি ধাক্কা লাভ করে।

গ কাটাটির কৌণিক বেগের মান ω হলে,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\times3.1416}{43200} = 1.454\times10^{-4}\text{ rad/sec (Ans.)}$$

এখানে, পর্যায়কাল, $T = 12$ hrs $= 12\times60\times60$ sec $= 43200$ sec

ঘ ঘণ্টার কাঁটাটির দৈর্ঘ্য পরিবর্তন হলেও যেহেতু পর্যায়কাল একই থাকে এবং কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, অর্থাৎ, কৌণিক বেগ কেবল পর্যায়কালের ওপর নির্ভর করে, তাই কাঁটার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করলেও কৌণিক বেগ অপরিবর্তিত থাকবে।

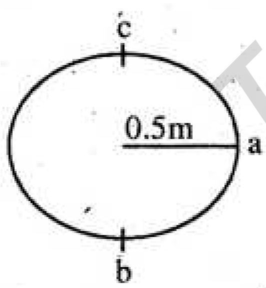
এখানে, কাঁটার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করে r_1 থেকে r_2 করলে কাঁটার শীর্ষ প্রান্তের রৈখিক দ্রুতি যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 r_1}{\omega_2 r_2} = \frac{\frac{2\pi}{T}r_1}{\frac{2\pi}{T}r_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

বা, $v_2 = \frac{r_2}{r_1}\times v_1$

অতএব, $\frac{r_2}{r_1} > 1$ হলে, $v_2 > v_1$ অর্থাৎ, কাঁটার দৈর্ঘ্য বাড়ানো হলে শীর্ষপ্রান্তের রৈখিক দ্রুতি বাড়বে এবং $\frac{r_2}{r_1} < 1$ হলে, $v_2 < v_1$ অর্থাৎ, দৈর্ঘ্য কমানো হলে রৈখিক দ্রুতি কমবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৭ 300gm ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 0.5m লম্বা একটি সুতার সাথে বেঁধে উল্লম্ব তলে চিত্রের ন্যায় 5ms^{-1} রৈখিক বেগে ঘোরানো হচ্ছে।



[আইডিয়াল কলেজ, ধানমন্ডি]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কী? ১

খ. গতিশক্তি ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করো। ২

গ. পাথর খণ্ডটির rpm কত? ৩

ঘ. চিত্রে, a, b এবং c বিন্দুতে সুতার উপর টান একই হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ m ভরের কোনো বস্তুর বেগ v হলে,

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

এবং ভরবেগ, $P = mv$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{(mv)^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m}$$

$$\therefore E_k = \frac{P^2}{2m}$$

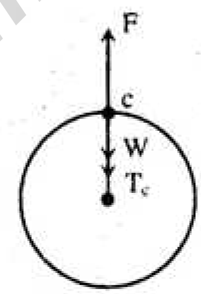
এটিই গতিশক্তি ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক।

গ পাথরখণ্ডের কৌণিক দ্রুতি, ω হলে,

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{5}{0.5} = 10\text{ rad/s} = \frac{10}{2\pi}\text{ rps} = \frac{10\times60}{2\pi}\text{ rpm} = 95.5\text{ rpm (Ans.)}$$

এখানে, রৈখিক দ্রুতি, $v = 5\text{ms}^{-1}$
সুতার দৈর্ঘ্য, $r = 0.5$m

ঘ



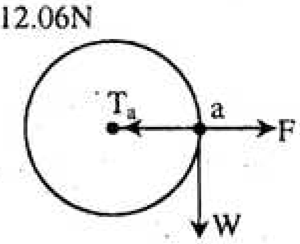
c বিন্দুতে থাকাকালে যেহেতু বস্তুটি সুতা বরাবর উক্ত স্থানে সাম্যাবস্থায় আছে, তাই উক্ত অবস্থানে ক্রিয়াশীল বলগুলোর সুতা বরাবর উপাংশের যোগফল শূন্য হবে।

c বিন্দুতে বস্তুটির উপরের দিকে ঘূর্ণনের ফলে কেন্দ্রবিমুখী বল, F নিচের দিকে তারের টান, T_C ও পাথরটির ওজন, W ক্রিয়া করে।

$$\therefore F - T_c - W = 0$$

বা, $T_c = F - W = \frac{mv^2}{r} - mg = \frac{0.3\times5^2}{0.5} - 0.3\times9.8 = 12.06\text{N}$

এখানে, পাথরের ভর, $m = 300\text{g} = 0.3\text{kg}$

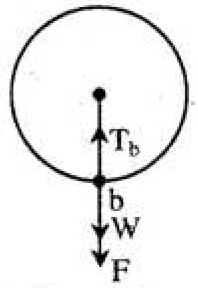


আবার, a বিন্দুতে বস্তুর ওজন সুতার সাথে সমকোণে ক্রিয়া করে। ফলে সুতা বরাবর ওজনের উপাংশ $W\cos90° = 0$

ফলে a অবস্থান সুতা বরাবর পাথরটি সাম্যাবস্থায় থাকে বলে এ সময় বস্তুর ওপর ক্রিয়ারত পরস্পর বিপরীতমুখী তারের টান, T_a ও কেন্দ্রমুখী বলের লব্ধি শূন্য।

$$\therefore T_a - F = 0$$

বা, $T_a = F = \frac{mv^2}{r} = \frac{0.3\times5^2}{0.5} = 15\text{N}$



আবার, b বিন্দুতে খাড়া নিচের দিকে পাথরটির ওজন, W ও কেন্দ্রবিমুখী বল, F ক্রিয়ারত এবং উপরের দিকে সুতার টান, T_b ক্রিয়াশীল,

একইভাবে,

$$T_b - F - W = 0$$
$$\therefore T_b = F + W$$
$$= \frac{mv^2}{r} + mg$$
$$= \frac{0.3 \times 5^2}{0.5} + 0.3 \times 9.8$$
$$= 17.94 \text{ N}$$
$$\therefore T_a \neq T_b \neq T_c$$

∴ অতএব, a, b ও c বিন্দুত্রয়ে সুতার টান একই নয়।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ রাস্তার কোনো এক বাঁকের ব্যাসার্ধ 500m এবং রাস্তার উভয় পাশের উচ্চতার পার্থক্য 0.5m। ঐ রাস্তার গাড়ি চালক সর্বোচ্চ 72mh^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে পারেন। $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$।

[বিয়াম মডেল স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. সমুদ্র সৈকতে বালির উপরে হাঁটা কষ্টকর কেন ব্যাখ্যা কর। ২
গ. রাস্তার প্রস্থ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. সর্বোচ্চ 108kmh^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে হলে রাস্তার ব্যাংকিং কোণ, আদি ব্যাংকিং কোণের 123% বাড়াতে হবে- গাণিতিকভাবে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

খ আমরা যখন সাধারণ মাটিতে হাঁটি, তখন আমাদের পা মাটিকে যদি $\vec{F}$ বল প্রয়োগ করে বা ধাক্কা দেয়, মাটি এ বলের প্রতিক্রিয়া হিসেবে $\vec{R}$ বল প্রয়োগ করে।

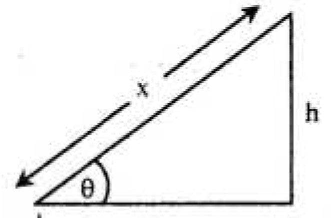
$\vec{R}$ এর উল্লম্ব উপাংশ, $R\sin\theta$ আমাদের ওজনের সাথে সাম্যাবস্থায় থাকে এবং অনুভূমিক উপাংশ $R\cos\theta$ এর জন্য আমরা সামনে এগিয়ে চলি।

কিন্তু সমুদ্রের তীরে বালিতে হাঁটার সময় আমরা বালিতে বল প্রয়োগ করলে বালি মাটির ন্যায় দৃঢ় নয় বলে সরে যায় এবং কম প্রতিক্রিয়া বল দেয়। ফলে আমাদের সামনে যাওয়ার জন্য এ প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ কম হয়। এ কারণে সমুদ্রে সৈকতের বালিতে হাঁটা কষ্টকর।

গ উদ্দীপকের রাস্তার ব্যাংকিং কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \frac{u^2}{rg}$$
$$= \frac{20^2}{500 \times 9.8}$$
$$= 0.081633$$
$$\theta = 4.67°$$

এখানে,
সর্বোচ্চ বেগ $v = 72\text{kmh}^{-1} = 20\text{ms}^{-1}$
বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 500$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$



ধরি,
রাস্তাটির প্রস্থ x m

এখানে,
রাস্তার দু'পাশর উচ্চতার পার্থক্য, $h = 0.5$m

$$\sin\theta = \frac{h}{x}$$
$$\text{বা, } x = \frac{h}{\sin\theta}$$
$$= \frac{0.5}{\sin 4.67°}$$
$$= 6.145 \text{ m. } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ 'গ' থেকে পাই, রাস্তার ব্যাংকিং কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = 0.081633$$
$$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.081633)$$
$$= 4.667°$$

সর্বোচ্চ 108kmh^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে হলে নতুন ব্যাংকিং কোণ যদি θ′ হয়,

$$\tan\theta' = \frac{v'^2}{rg}$$
$$\text{বা, } \theta' = \tan^{-1}\left(\frac{v'^2}{rg}\right)$$
$$= \tan^{-1}\left(\frac{30^2}{500 \times 9.8}\right)$$
$$= 10.41°$$

এখানে,
সর্বোচ্চ বেগ, $v' = 108\text{kmh}^{-1}$
$= 30\text{ms}^{-1}$
বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 500$ m

$$\therefore \text{ব্যাংকিং কোণ বৃদ্ধি করতে হবে, } \Delta\theta = 10.41° - 4.667°$$
$$= 5.743°$$

$$\therefore \text{ব্যাংকিং বৃদ্ধি করতে হবে } \frac{\Delta\theta}{\theta} \times 100\%$$
$$= \frac{5.743°}{4.667°} \times 100\%$$
$$= 123\%$$

অতএব, সর্বোচ্চ 108kmh^{-1} বেগে নিরাপদে উক্ত বাঁকে গাড়ি চালাতে হলে রাস্তার ব্যাংকিং কোণ পূর্বের তুলনায় 123% বৃদ্ধি করতে হবে। উক্তিটি যথার্থ।

প্রশ্ন ▶ ৫৯ একটি 20kg ভরের চাকা চলন ঘূর্ণন গতিতে আছে। এর ব্যাসার্ধ 0.5m এবং অনুভূমিকের সাথে 15ms^{-1} বেগে চলছে।

[রানি ভবানি মহিলা কলেজ, নাটোর]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কী? ১
খ. অভিকর্ষীয় বল একটি সংরক্ষণশীল বল- ব্যাখ্যা কর। ২
গ. চাকার কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. চলন-ঘূর্ণন গতির জন্য চাকাটির গতিশক্তি কত হবে? ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ ধরা যাক, একটি বস্তুকে v_0 বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছে পুনরায় নিক্ষেপের অবস্থানে ফিরে আসতে প্রয়োজনীয় সময়

$$T = \frac{2v_0}{g}$$

সুতরাং T সময় পর বস্তুর বেগ, $v = v_0 - g\frac{2v_0}{g} = -v_0$

সুতরাং নিক্ষেপের সময় বস্তুর গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv_0^2$ এবং সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছে পুনরায় নিক্ষেপের অবস্থানে ফিরে এলে গতিশক্তি $\frac{1}{2}m(-v_0)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$। কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ

$W = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$

যেহেতু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসায় অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য তাই অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

গ দেওয়া আছে,

চাকার রৈখিক বেগ, $v = 15\ ms^{-1}$
চাকার ব্যাসার্ধ, $r = 0.5m$
বের করতে হবে, চাকার কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

আমরা জানি,

$v = \omega r$

বা, $\omega = \frac{v}{r}$

বা, $\omega = \frac{15}{.5}$

$\therefore\ \omega = 30\ rads^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে,

চাকার ভর, $M = 20kg$
চাকার রৈখিক বেগ, $v = 15ms^{-1}$
চাকার ব্যাসার্ধ, $r = 0.5m$
'গ' অংশ হতে, চাকার কৌণিক বেগ, $\omega = 30\ rad/s$

চাকাটির ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা I হলে,

$I = Mr^2$

বা, $I = 20 \times (0.5)^2$

বা, $I = 5\ kgm^2$

চলন-ঘূর্ণন গতির জন্য চাকাটির গতিশক্তি E_k হলে,

$E_k = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

বা, $E_k = \frac{1}{2} \times 20 \times (15)^2 + \frac{1}{2} \times 5 \times (30)^2$

$\therefore\ E_k = 4500J$

সুতরাং চলন-ঘূর্ণন গতির জন্য চাকাটির গতিশক্তি 4500J

প্রশ্ন ▶৬০ 5kg ভরের একটি বস্তু 5m উঁচু থেকে 15cm উলম্ব ভাবে রাখা একটি পেরেকের উপর পড়ল। মাটির প্রতিরোধকারী বলের জন্য পেরেকটি মাটির মধ্যে 12cm ঢুকে যায়। পেরেকটি কাঠের উপর থাকলে এটি 6cm ঢুকে থেমে যেত। *[বরিশাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. 1J কাকে বলে? ১
খ. একটি ভারী ও একটি হালকা বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. বস্তুটি যদি পেরেকের উপর না পড়ে মাটিতে পড়ত তবে এটি কত বেগে ভূ-পৃষ্ঠকে আঘাত করত? ৩
ঘ. মাটির গড় প্রতিরোধকারী বল অপেক্ষা কাঠের গড় প্রতিরোধকারী বল বেশি হবে কী?- গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক এক নিউটন বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ এক মিটার হলে সম্পন্ন কাজকে এক জুল (1J) বলে।

খ মনে করি, দুটি বস্তুর ভর m_1 ও m_2 ($m_2 > m_1$) এবং গতিবেগ v_1 ও v_2। এদের ভরবেগ সমান হলে, $m_1v_1 = m_2v_2$

বা, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}$

$\therefore$ এদের গতিশক্তির অনুপাত $= \frac{E_{K_1}}{E_{K_2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2}$

$= \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$

$\therefore m_2 > m_1$

$\therefore E_{K_1} > E_{K_2}$

অর্থাৎ হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

গ কাজ শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী,

$mgh = \frac{1}{2}mv^2$	এখানে,
বা, $v = \sqrt{2gh}$	বস্তুর ভর, $m = 5\ kg$
$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 5}\ m/s$	উচ্চতা, $h = 5m$
$= 9.9\ ms^{-1}$	শেষ বেগ, $v = ?$

ঘ বস্তুর ভর, $m = 5\ kg$
উচ্চতা, $h = 5m$
পেরেকের উচ্চতা, $l = 15\ cm$
$= 0.15\ m$
মাটির মধ্যে সরণ, $S_1 = 12\ cm$
$= 0.15\ m$
কাঠের মধ্যে সরণ, $S_1 = 6\ cm$
$= 0.06\ m$

মাটি ও কাঠের প্রতিরোধকারী বল যথাক্রমে F_1 ও F_2 হলে,

$F_1.S_1 = F_2.S_2 = \frac{1}{2}mv'^2$
$= mg\ (h - l)$

বা, $\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_2}{S_1}$

$= \frac{0.06}{0.12}$

$= \frac{1}{2}$

অতএব, মাটির গড় প্রতিরোধকারী বল অপেক্ষা কাঠের গড় প্রতিরোধকারী বল বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶৬১ কিশোর উলম্বভাবে ঝুলন্ত একটি স্প্রিং এর নিচের প্রান্তে একটি বই সংযুক্ত করায় স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য কিছুটা বৃদ্ধি পেল। সম্প্রসারণের পর সে দেখতে পেল স্প্রিংটি আবার সাম্যব্যবস্থায় থাকে এবং বইটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে সেটি মুক্তভাবে স্পন্দিত হতে থাকে। *[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]*

ক. প্রান্তিক বেগ কাকে বলে? ১
খ. স্প্রিং সাধারণত ইস্পাতের তৈরী হয়, তামার তৈরী হয় না কেন? ২
গ. বইটি ছাড়া শুধু স্প্রিংটিকে 3cm সম্প্রসারণ করতে 4N বল প্রয়োজন হলে স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক কত? ৩
ঘ. কিশোর স্প্রিংটিকে সমানভাবে কাটল। এরপর তাদের আলাদা ভাবে ঝুলিয়ে উভয়টিকে একই ভরের বই যুক্ত করে দুলতে দিলে স্প্রিংটি কাটার পূর্বের এবং পরের দোলন কালে কীরূপ হতে পারে ব্যাখ্যা কর। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে কোনো প্রবাহীর মধ্য দিয়ে গতিশীল কোনো বস্তু সর্বোচ্চ যে বেগে উপনীত হলে নিট বল শূন্য হয় এবং বস্তুটি সমবেগে চলতে থাকে, সে বেগকে বলা হয় প্রান্তিকবেগ বা অন্তবেগ।

খ আমরা জানি, কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটাতে যত বেশি বলের প্রয়োজন তার পীড়নও তত বেশি আবার পীড়নের মান বেশি হলে তার স্থিতিস্থাপকতাও তত বেশি। সেই বিচারে তামা অপেক্ষা ইস্পাতের বিকৃতিজনিত বল তথা পীড়নের মান বেশি। তাই ইস্পাত তামা অপেক্ষা স্থিতিস্থাপক। আর এজন্য স্প্রিং সাধারণত ইস্পাতের তৈরি হয়।

গ এখানে, প্রসারণ বা সরণ, $x = 3cm = 0.03$ m
বল, $F = 4N$
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$
আমরা জানি, $F = kx$

$\therefore k = \frac{F}{X} = \frac{4}{0.03} = 133.33\ Nm^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 133.33\ Nm^{-1}$ ['গ' থেকে প্রাপ্ত]
মনে করি, স্প্রিংটির ভর m এবং পর্যায়কাল T।

সুতরাং, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ....(i)

স্প্রিংটিকে সমানভাবে কাটার পরে প্রতি খণ্ড স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক
$k_1 = k_2 = 2k$
এবং পর্যায়কাল T_1 হলে
আমরা জানি,

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}$ | $m_1 = \frac{m}{2}$, $k_1 = 2k$

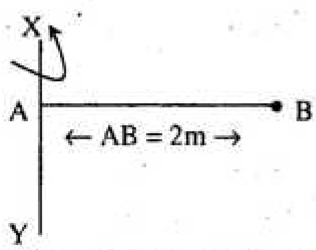
বা, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m}{2}}{2k}}$

বা, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \times \frac{1}{2}$

$T_1 = \frac{1}{2} . T$

$\therefore$ স্প্রিংটিকে সমানভাবে কাটার পরে তার পর্যায়কাল আদি অবস্থায় পর্যায়কালের অর্ধেক হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬২



ফাহিম 5kg ভরের একটি AB দণ্ডের B বিন্দুতে 400N বল প্রয়োগে XY অক্ষের সাপেক্ষে চিত্রের ন্যায় ঘোরাচ্ছে। *[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]*

ক. মৌলিক বল কি? ১
খ. একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক কিভাবে পরিবর্তন করা যায় তা বুঝিয়ে বল। ২
গ. XY ঘূর্ণন অক্ষের চারিদিকে AB দণ্ডটির টর্ক নির্ণয় কর। ৩
ঘ. যদি ঘূর্ণন অক্ষ XY, AB দণ্ডটির প্রান্তবিন্দু হতে পরিবর্তন করে মধ্যবিন্দুতে নেয়া হয়, তবে কোনো ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক যুক্তিসহকারে ব্যাখ্যা কর। ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না বরং অন্যান্য বল কোনো না কোনো ভাবে এ সকল বলের প্রকাশ তাকে মৌলিক বল বলে।

খ কোনো বস্তুর ভর M এবং ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বস্তুটির লম্ব দূরত্ব r হলে জড়তার ভ্রামক, $I = Mr^2$। যেহেতু বস্তুর ভর M নির্দিষ্ট, সে কারণে ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বস্তুর লম্ব দূরত্ব r পরিবর্তন করে জড়তার ভ্রামক পরিবর্তন করা যায়। r এর মান বৃদ্ধি পেলে জড়তার ভ্রামক বৃদ্ধি পায় এবং r এর মান হ্রাস পেলে জড়তার ভ্রামক হ্রাস পায়।

গ এখানে, AB দণ্ডটির ভর, $m = 5$ kg
$AB = d = 2m$
B বিন্দুতে বল, $F = 400$ N
AB দণ্ডটির টর্ক, $\tau = ?$
আমরা জানি,
$\tau = F.d$
$\tau = 400 \times 2 = 800$ Nm **(Ans.)**

ঘ এখানে, AB দণ্ডটির ভর, $M = 5$ kg
দৈর্ঘ্য, $AB = l = 2m$
মনে করি, যখন XY অক্ষ AB দণ্ডের প্রান্তে অবস্থিত তখন জড়তার ভ্রামক I_1।

আমরা জানি, $I_1 = \frac{1}{3}\ ml^2$

$I_1 = \frac{1}{3} \times 5 \times (2)^2 = 6.67\ kgm^2$

আবার, XY অক্ষ AB দণ্ডের মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত হলে জড়তার ভ্রামক I_2
আমরা জানি,

$I_2 = \frac{ml^2}{12}$

$I_2 = \frac{5 \times (2)^2}{12}$

$= 1.67\ kgm^2 < I_1$

সুতরাং ঘূর্ণন AB এর প্রান্তবিন্দুতে থাকলে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে। অর্থাৎ প্রথম ক্ষেত্রে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক বেশি।

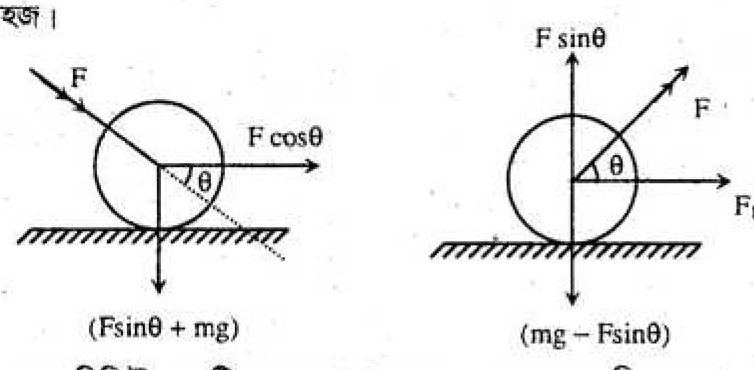
প্রশ্ন ▶ ৬৩ রিশা 0.5m দৈর্ঘ্যের 100gm ভরের একটি সরু সুষম দন্ডের মধ্যবিন্দুগামী অক্ষের সাপেক্ষে দন্ডটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করল। অতঃপর দন্ডটিকে গলিয়ে 4cm ব্যাসার্ধের গোলকে পরিণত করে তার কেন্দ্র দিয়ে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে একই কৌণিক বেগে ঘুরালো। *[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ]*

ক. টর্ক কী? ১
খ. লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ ব্যাখ্যা কর। ২
গ. রিশা দন্ডটির জড়তার ভ্রামক কত নির্ণয় করেছিল? ৩
ঘ. উদ্দীপকে উল্লিখিত কোন ক্ষেত্রে গতিশক্তি বেশি-বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভর বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ লন রোলার ঠেলার সময় এর আপত ওজন বৃদ্ধি পায় কিন্তু টানার সময় আপাত ওজন হ্রাস পায়। এজন্য লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।



m ভর বিশিষ্ট একটি লন রোলার কে F বলে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ঠেলার ক্ষেত্রে নিচের দিকে লব্ধি বল হয় (F sinθ + mg), যা লন রোলারের নিজস্ব ওজন mg অপেক্ষা বেশি। অন্য দিকে টানার ক্ষেত্রে নিচের দিকে ক্রিয়াশীল বল হয় (mg – F sinθ), ফলে রোলারটি হালকা মনে হয়।

গ এখানে, দন্ডের দৈর্ঘ্য, $l = 0.5$m
দণ্ডের ভর, $m = 100$ gm $= 0.1$ kg
দণ্ডের জড়তার ভ্রামক, $I = ?$
আমরা জানি, একটি সরু ও সুষম দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক,

$I = \frac{ml^2}{12} = \frac{0.1kg \times (0.5m)^2}{12} = 2.083 \times 10^{-3}\ kgm^2$ **(Ans.)**

ঘ $l = 0.5$ m দৈর্ঘ্যের দন্ডের জড়তার ভ্রামক, $I_1 = \frac{1}{12}ml^2$

$r = 4cm = 0.04$ m ব্যাসার্ধের গোলকের জড়তার ভ্রামক, $I_2 = \frac{2}{5}mr^2$

∴ এদের একই কৌণিক বেগ (ω) এ ঘুরালে গতি m স্থির অনুপাত:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}I_1\omega^2}{\frac{1}{2}I_2\omega^2}$$

$$= \frac{I_1}{I_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{12}ml^2}{\frac{2}{5}mr^2}$$

$$= \frac{5}{24}\left(\frac{l}{r}\right)^2$$

$$= \frac{5}{24} \times \left(\frac{0.5}{0.04}\right)^2$$

$$= 32.55 > 1$$

$$\therefore E_1 > E_2$$

অতএব, দণ্ডটির গতিশক্তি বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬৪ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ঢাকা-চট্টগ্রাম রেললাইনের ফৌজদারহাট নামক স্থানে $60kmh^{-1}$ গতিবেগ সম্পন্ন একটি ট্রেন 328m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট রেললাইনে বাঁক নেয়ার সময় লাইনচ্যুত হয়ে উল্টে যায়। দুর্ঘটনাস্থলে লাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব ছিল 1m এবং ভেতরের পাত অপেক্ষা বাইরের পাতটি 7cm উঁচু ছিল। *[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]*

ক. বীটের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. সেতুর উপর দিয়ে সৈন্যদের মার্চ করে যাওয়া নিষিদ্ধ কেন? ২

গ. উদ্দীপকের দুর্ঘটনাস্থলে ট্রেনটি নিরাপদে চলাচলের জন্য সর্বনিম্ন কত কোণে আনত হতে হবে? ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে রেল দুর্ঘটনার কারণ ব্যাখ্যা করো। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের কিন্তু কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরল রেখায় একই দিকে সঞ্চালিত হলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ মার্চ করার সময় সৈন্যরা তাল মিলিয়ে দ্রুত পা ফেলতে ফেলতে চলে। ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চিং এর সময় সৈন্যদের এই নিয়মিত বিরতিতে ব্রীজে পদাঘাত করার ফলে সৃষ্ট পর্যাবৃত্ত বলের প্রভাবে ব্রীজের অভ্যন্তরীন পদার্থসমূহের অনুগুলোও কম্পিত হয়। অর্থাৎ ব্রীজের শরীরে পরবশ কম্পন সৃষ্টি হয়। সাধারণত ব্রীজ কংক্রীট, ইস্পাত এবং সিমেন্টের তৈরি যার ফলে ব্রীজের নিজস্ব কম্পাংক বেশি উঁচুমানের হয় না। সৈন্যরা সম্মিলিতভাবে দ্রুত মার্চিং করতে থাকলে এই পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাংক ব্রীজের নিজস্ব কম্পাংকের সমান হতে পারে। এতে অনুনাদ সৃষ্টি হয়ে ব্রীজটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কাঁপতে পারে এবং এই সর্বোচ্চ শক্তির কম্পন তরঙ্গের প্রভাবে ব্রীজটি ভেঙে যেতে পারে। তাই সেতুর উপর দিয়ে সৈনিকদের মার্চ করে যাওয়া নিষিদ্ধ।

গ

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $\tan\theta = \frac{(16.667\ ms^{-1})^2}{(328m) \times (9.8ms^{-2})}$

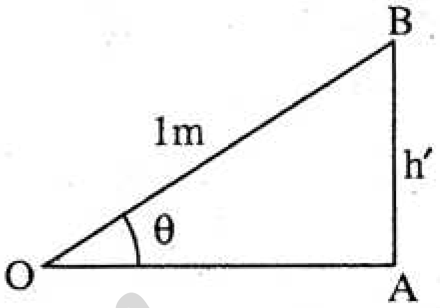
বা, $\tan\theta = 0.086$

$\therefore \theta = 4.94°$

এখানে,
ট্রেনের বেগ, $v = 60kmh^{-1} = 16.667ms^{-1}$
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = 328m$
ব্যাংকিং কোণ, $\theta = ?$

অর্থাৎ ব্যাংকিং কোণ = 4.94° **(Ans.)**

ঘ



এখানে,
ট্রেনের বেগ, $v = 60kmh^{-1} = 16.667ms^{-1}$
বক্রতার ব্যাসার্ধ, $r = 328m$
পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, OB = 1m
ভেতরের পাত অপেক্ষা বাইরের পাতের উচ্চতা, $h = 7cm = 0.07m$

'গ' প্রশ্নোত্তর হতে আমরা পাই, রেল লাইনের বাকের জন্য প্রয়োজনীয় ব্যাংকিং কোণ, θ = 4.94°

যেহেতু রেল লাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, OB = 1m

∴ ভেতরের পাত থেকে বাইরের পাতের উচ্চতা h′ হতে হবে।

$$\therefore \sin\theta = \frac{h'}{OB}$$

বা, $h' = OB\sin\theta = 1m \times \sin(4.94°) = 0.0861m = 8.61$ cm

এখানে, দুর্ঘটনাস্থলে লাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী উচ্চতা 8.61cm হওয়া উচিত ছিল। কিন্তু সেখানে উচ্চতা ছিল 7cm। তাই ট্রেনটি দুর্ঘটনা কবলিত হয়। **(Ans.)**

পদার্থবিজ্ঞান

চতুর্থ অধ্যায় : নিউটনিয়ান বলবিদ্যা

১২০. পদার্থ যে অবস্থায় আছে চিরকাল সেই অবস্থা বজায় রাখতে চাওয়ার যে ধর্ম তাকে কী বলে? (জ্ঞান)
ক স্থিতিস্থাপকতা খ বল
গ পরমস্থিতি ঘ জড়তা — ঘ

১২১. কোনো বস্তুর স্থিতি জড়তা কোনটির সমানুপাতিক? (জ্ঞান) *[বি এ এক্ষ শাহীন কলেজ, পাহাড়কাঞ্চনপুর, টাঙ্গাইল]*
ক ভরের খ আয়তনের
গ ঘনত্বের ঘ স্থিতিস্থাপকতার — ক

১২২. চলন্ত গাড়ি হঠাৎ থেমে গেলে আরোহী সামনের দিকে ঝুঁকে পড়ে কোনটির কারণে? (অনুধাবন)
ক বলের প্রতিক্রিয়া খ স্থিতি জড়তা
গ গতি জড়তা ঘ বাতাসের চাপ — গ

১২৩. নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মধ্যকার কোণের পরিমাপ কত? (অনুধাবন)
ক 0° খ 90°
গ 180° ঘ 360° — গ

১২৪. 40N এর বল 5kg ভরের কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে এর ত্বরণ কত ms^{-2} হবে? *[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]*
ক 8 খ 6
গ 4 ঘ 2 — ক

১২৫. MLT^{-1} কিসের মাত্রা সমীকরণ? (জ্ঞান)
ক বেগ খ বল
গ শক্তি ঘ ভরবেগ — ঘ

১২৬. ঘর্ষণ বল ও বেগের মধ্যবর্তী কোণ কত? (অনুধাবন) *[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*
ক 0° খ $\frac{\pi}{2}$
গ π ঘ $\frac{\pi}{4}$ — গ

১২৭. কোনো বস্তুর ভর 20kg এবং আদি ভরবেগ 200 kg.m/s 10s পর বস্তুটির ভরবেগ 300 kg.m/s হলে বস্তুটির ত্বরণ কত? (প্রয়োগ)
ক 25 m/sec^2 খ 10 m/sec^2
গ 5 m/sec^2 ঘ 0.5 m/sec^2 — ঘ

১২৮. 4 kg ভরের একটি বস্তুকে 6 m/s^2 ত্বরণ প্রদান করতে হলে বস্তুটিতে কী পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হবে? (প্রয়োগ)
ক 28 dyne খ 24 N
গ 26 N ঘ 30 N — খ

১২৯. একটি বস্তুর উপর 5N বল 10s ক্রিয়াকরে। ভরবেগের পরিবর্তন কত? (প্রয়োগ)
ক 40 $kgms^{-1}$ খ 50 $kgms^{-1}$
গ 60 $kgms^{-1}$ ঘ 70 $kgms^{-1}$ — খ

১৩০. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা কোনটি? (জ্ঞান)
ক MLT^{-2} খ LT^{-2}
গ MLT^{-1} ঘ LT^{-1} — খ

১৩১. দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষকালে প্রতিটি বস্তুর ওপর কয়টি বল ক্রিয়া করে? (অনুধাবন)
ক একটি খ দুইটি
গ তিনটি ঘ চারটি — ক

১৩২. জেট ইঞ্জিন কোন নীতি অনুসরণ করে কাজ করে? (জ্ঞান)
ক রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি
খ কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি
গ ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি
ঘ শক্তির সংরক্ষণ নীতি — গ

১৩৩. যদি 5 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 20 gm ভরের একটি গুলি 1000 m/s গতিতে ছোড়া হয় তবে বন্দুকের পশ্চাৎবেগ কত? (প্রয়োগ)
ক 4 m/s খ 40 m/s
গ 400 m/s ঘ 4000 cm/s — ক

১৩৪. একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 0.06 m হলে এর প্রান্তের রৈখিক বেগ কত? (জ্ঞান)
ক $1.047 \times 10^{-4} ms^{-1}$ খ $1.047 \times 10^{-3} ms^{-1}$
গ $1.047 \times 10^{-2} ms^{-1}$ ঘ $1.047 \times 10^{-1} ms^{-1}$ — ক

১৩৫. হাত ঘড়ির মিনিটের কাটার কৌণিক বেগ কত? (প্রয়োগ)
ক $\frac{\pi}{3600} rads^{-1}$ খ $\frac{\pi}{1800} rads^{-1}$
গ $\frac{\pi}{30} rads^{-1}$ ঘ $2\pi\ rads^{-1}$ — খ

১৩৬. কোনটি কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা?
ক mv^2r খ $\frac{mv^2}{r}$
গ mv^2r^2 ঘ $\frac{m\omega^2}{r}$ — খ

১৩৭. রাস্তায় ব্যাংকিং থাকে কোন বল যোগান দেওয়ার উদ্দেশ্যে? (জ্ঞান)
ক কেন্দ্রমুখী বল খ মহাকর্ষ বল
গ অভিকর্ষ বল ঘ ঘর্ষণ বল ক

১৩৮. কোনো সাইকেল আরোহী 100 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 20 m/s বেগে ঘুরতে গেলে উল্লম্ব তলের সাথে কত কোণে আনত থাকতে হবে? (প্রয়োগ)
ক 50° খ 48.2°
গ 24.2° ঘ 22.2° ঘ

১৩৯. 50m ব্যাসার্ধের রাস্তার বাঁকে 9.8 ms^{-1} বেগে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীর নতি কোণ হবে—
ক 1.1° খ 11°
গ 88° ঘ 89° খ

১৪০. টর্কের একক কোনটি? (জ্ঞান)
ক N খ Nm
গ Nm^{-1} ঘ Nm^{-2} খ

১৪১. একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m। এর জড়তার ভ্রামক কত?
ক 2.5 kg m খ 2.5 kg m^2
গ 5 kg m ঘ 5 kg m^2 খ

১৪২. m ভরের কোনো বস্তুকণা ঘূর্ণন অক্ষ হতে r দূরত্বে থেকে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকলে এর গতিশক্তি কত হবে? (প্রয়োগ)
ক $\frac{1}{2}m\omega r$ খ $\frac{1}{2}m\omega^2r^2$
গ $\frac{1}{2}m\omega r^2$ ঘ $\frac{1}{2}m\omega^2 r$ খ

১৪৩. একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষের সাপেক্ষে এর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 40 cm. এর জড়তার ভ্রামক কত? (প্রয়োগ) *[স্কলার্সহোম, সিলেট]*
ক 0.2 kgm^2 খ 0.8 kgm^2
গ 2 kgm^2 ঘ 20 kgm^2 খ

১৪৪. কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত নীট বল শূন্য হলে স্থির থাকবে— *[সরকারি কে.সি. কলেজ, ঝিনাইদহ]*
i. ভরবেগ ii. গতিশক্তি
iii. ত্বরণ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

১৪৫. 500N মানের একটি বল পূর্বদিক বরাবর ক্রিয়ারত হলে এর প্রতিক্রিয়া বলের—(প্রয়োগ)
i. মান হবে 500N
ii. দিক হবে পশ্চিম দিকে
iii. দিক হবে পূর্ব দিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

১৪৬. কোনো বস্তুর ভরবেগ 50 $kgms^{-1}$ বলতে বোঝায়— (অনুধাবন)
i. বস্তুর ভর 1 kg হলে এর বেগ 50 ms^{-1}
ii. বস্তুর ভর 50 kg হলে এর বেগ 10 ms^{-1}
iii. বস্তুর ভর 7.07 kg হলে এর বেগ প্রায় 7.07 ms^{-1}
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii খ

১৪৭. একটি রকেট মহাশূন্যে গতিশীল হলে এতে— (অনুধাবন)
i. অভিকর্ষের প্রভাব প্রবল
ii. বাতাসের বাধা অনুপস্থিত
iii. অভিকর্ষের প্রভাব অনুপস্থিত
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

১৪৮. সুইচ অন করার বেশ কিছুক্ষণ পর যখন একটি বৈদ্যুতিক পাখা সমদ্রুতিতে ঘুরতে থাকে তখন— (অনুধাবন)
i. কৌণিক বেগ শূন্য
ii. কৌণিক বেগ সুষম
iii. কৌণিক ত্বরণ শূন্য
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

১৪৯. বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়ারত অভিকেন্দ্র বল হতে পারে— (অনুধাবন)
i. ওজন ii. ঘর্ষণ বল
iii. সুতার টান
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

১৫০. 2 $rads^{-1}$ কৌণিক বেগে 2m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 2 kg ভরের কোনো বস্তু ঘূর্ণনরত থাকলে এর— (প্রয়োগ)

i. রৈখিক বেগ 4 ms^{-1}

ii. রৈখিক ত্বরণ 8 ms^{-2}

iii. উপর প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বল 16 N

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

১৫১. একটি চাকার ভর 6 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 40 cm; চাকাটি প্রতি মিনিটে 300 বার ঘুরলে এর — (প্রয়োগ)

i. কৌণিক গতিবেগ 31.4 $rads^{-1}$

ii. জড়তার ভ্রামক 0.96 kgm^2

iii. ঘূর্ণন গতিশক্তি 473.26J

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

১৫২. কৌণিক ভরবেগকে L এবং টর্ককে τ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এক্ষেত্রে কোনো বস্তুর ওপর টর্ক ক্রিয়াশীল না হলে——— (অনুধাবন)

i. $\frac{dL}{dt} = 0$ ii. L = ধ্রুবক

iii. L, সময়ের একটি অপেক্ষক হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

১৫৩. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. সাধারণত অণু, পরমাণু ও মৌলিক কণিকার মধ্যে হয়

ii. বল বিয়ারিংয়ের মধ্যে

iii. দুটি কাদার গোলা পরস্পরের সাথে আটকে গেলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

উদ্দীপকটি পড়ে ১৫৪ ও ১৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি রাস্তা 50m ব্যাসার্ধে বাঁক নিয়েছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি 5 m চওড়া এবং এর ভেতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 0.5m উঁচু।

১৫৪. ঐ রাস্তার আনতি কত? (অনুধাবন)

ক 3.74° খ 4.74°

গ 5.74° ঘ 6.74° গ

১৫৫. সর্বোচ্চ কত বেগে ঐ স্থানে নিরাপদে বাঁক নেওয়া সম্ভব? (প্রয়োগ)

ক 4 ms^{-1} খ 5 ms^{-1}

গ 6 ms^{-1} ঘ 7 ms^{-1} ঘ

উদ্দীপকটি পড়ে ১৫৬ ও ১৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

200m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 50.4kmh^{-1} বেগে গাড়ী চালাতে হবে?

১৫৬. $g = 9.8ms^{-2}$ হলে, ব্যাংকিং কোণ কত? (প্রয়োগ) *[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]*

ক 5.7° খ 6.7°

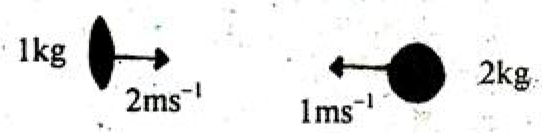
গ 7.7° ঘ 8.7° ক

১৫৭. রাস্তাটির প্রস্থ 1m হলে, বাইরের পার্শ্বে ভেতরের পার্শ্ব অপেক্ষা কত উঁচু হতে হবে? (প্রয়োগ) *[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]*

ক 5 cm খ 10 cm

গ 15 cm ঘ 20 cm খ

উদ্দীপক পড়ে ১৫৮ ও ১৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১৫৮. সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় কোন দিকে চলবে? (উচ্চতর দক্ষতা) *[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]*

ক A বস্তু যেদিকে চলছে সেদিকে

খ B বস্তু যেদিকে চলছে সেদিকে

গ বস্তুদ্বয় স্থির থাকবে

ঘ পরস্পর বিপরীত দিকে চলবে ঘ

১৫৯. উদ্দীপকের বস্তুদ্বয় একই দিকে চললে মিলিত বেগ কত হবে? (প্রয়োগ) *[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]*

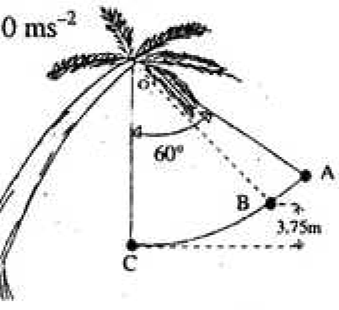
ক 0 ms^{-1} খ 1 ms^{-1}

গ 1.20 ms^{-1} ঘ 1.33 ms^{-1} ঘ

অধ্যায়-৫: কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

প্রশ্ন ▶ ১ 2 kg ভরের একটি বস্তুকে 10 m সুতার সাহায্যে O বিন্দুতে ঝুলানো হলো এবং A বিন্দু থেকে স্বাধীনভাবে দুলতে দেওয়া হলো। ঘর্ষণ ও বায়ুজনিত বাধা অগ্রাহ্য কর।

$g = 10\ ms^{-2}$



[ঢা. বো. ২০১৬]

ক. সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে? ১

খ. ঢাকায় বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% বলতে কী বুঝায়? ২

গ. দোলন অবস্থায় A বিন্দুতে সুতার টান নির্ণয় কর। ৩

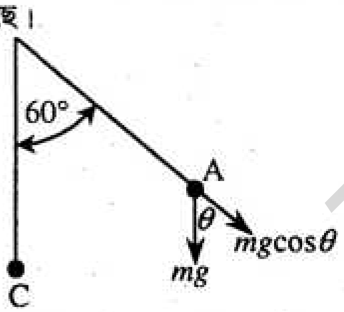
ঘ. উদ্দীপকে C বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি B বিন্দুর গতিশক্তি অপেক্ষা ভিন্ন হবে কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

১নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বাষ্প সর্বোচ্চ যে চাপ দিতে পারে বা নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে সেই পরিমাণ বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

খ ঢাকায় বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% বলতে বুঝায় কোনো নির্দিষ্ট সময় ঢাকার বায়ুতে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে ঐ সময় তার শতকারা 60 ভাগ জলীয় বাষ্প, ঢাকার বায়ুতে উপস্থিত আছে।

গ



এখানে, বস্তুর ওজন, $m = 2$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10\ m{\cdot}s^{-2}$

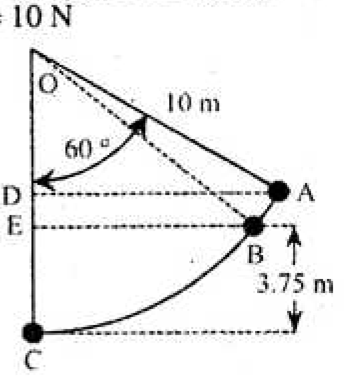
কোণ, $\theta = 60°$

সুতার টান, $T = ?$

অবস্থানে বস্তুর ওজন $W = mg$ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করবে।

সুতরাং সুতার টান = সুতা বরাবর ওজনের উপাংশের মান

$$T = mg\cos\theta$$
$$= (2\ kg)(10\ m{\cdot}s^{-2})\cos 60°$$
$$= (2\ kg)(10\ m{\cdot}s^{-2})(0.5)$$
$$= 10\ N$$



ঘ চিত্র থেকে, $OD = OA\cos 60°$
$$= 10\ m \times 0.5$$
$$= 5\ m$$

সুতরাং $CD = OC - OD$
$$= 10\ m - 5\ m$$
$$= 5\ m$$

আবার, $DE = CD - CE$
$$= 5\ m - 3.75\ m$$
$$= 1.25\ m$$

এখন A বিন্দুতে বস্তুটি স্থির তাই A বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি = C এর সাপেক্ষে A বিন্দুতে বস্তুর বিভব শক্তি,

$$U_A = (2\ kg)(10\ m{\cdot}s^{-2})(5\ m) = 100\ J$$

আবার C এর সাপেক্ষে B বিন্দুতে বস্তুর বিভব শক্তি,

$$U_B = (2\ kg)(10\ m{\cdot}s^{-2})(3.75\ m) = 75\ J$$

B বিন্দুতে বস্তুর গতি শক্তি, (শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রয়োগ করে)

$$K_B = 100\ J - 75\ J = 25\ J$$

আবার C এর সাপেক্ষে C বিন্দুতে বস্তুর বিভব শক্তি,

$$U_B = (2\ kg)(10\ m{\cdot}s^{-2})(0) = 0$$

C বিন্দুতে বস্তুর গতি শক্তি,

$$K_C = 100\ J - 0\ J = 100\ J$$

দেখা যাচ্ছে C বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি B বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ▶ ২ 80 kg ভরের একজন লোক 20 kg ভরের একটি বোঝা মাথায় নিয়ে 40 m দৈর্ঘ্যের মই দিয়ে একটি দালানের ছাদে উঠলো। মইটি অনুভূমিকের সাথে 40° কোণ উৎপন্ন করে দালানের ছাদে লাগানো ছিল।

[রা. বো. ২০১৭]

ক. পরবশ কম্পন কি? ১

খ. একটি ফাঁপা গোলককে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দ্রুত না ধীরে চলবে- ব্যাখ্যা কর। ২

গ. লোকটি কর্তৃক কৃত কাজ বের কর। ৩

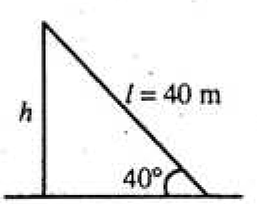
ঘ. মইটির দৈর্ঘ্য 60 m হলে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে স্থাপন করলে একই পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হবে এবং এ ক্ষেত্রে কোনো সুবিধা পাওয়া যাবে কিনা— গাণিতিকভাবে মতামত দাও। ৪

২নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্পন্দনক্ষম বস্তু যখন কোনো বাহ্যিক পর্যাবৃত্ত বলের প্রভাবে কাঁপতে থাকে তখন তার কম্পনকে পরবশ কম্পন বলে।

খ একটি ফাঁপা গোলককে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে এটি ধীরে চলবে। কারণ ফাঁপা গোলকের ভরকেন্দ্র এর কেন্দ্রে অবস্থিত থাকে। কিন্তু তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে এর ভারকেন্দ্র নিচে নেমে আসে। ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। এই কারণেই গোলকটি ধীরে চলবে।

গ



দেওয়া আছে,

মোট ভর, $m = 80 + 20 = 100$ kg

মই এর দৈর্ঘ্য, $l = 40$ m

অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 40°$

ছাদের উচ্চতা, h

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m·s}^{-2}$
বের করতে হবে, লোকটি কর্তৃক কৃতকাজ, $W = ?$
এখানে,

$$\sin\theta = \frac{h}{l}$$

বা, $h = l\sin\theta$

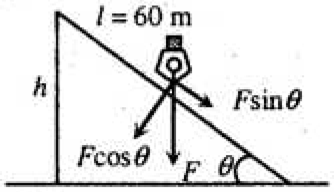
$= 40 \sin(40°) = 25.71 \text{ m}$

আমরা জানি,

$W = mgh$

$= 100 \times 9.8 \times 25.71 = 25197.3 \text{ J}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,



মোটভর, $m = 100 \text{ kg}$
মইটির দৈর্ঘ্য, $l = 60 \text{ m}$
ছাদের উচ্চতা, $h = 25.71 \text{ m}$

যেহেতু উভয় ক্ষেত্রে ছাদের উচ্চতা একই সেহেতু কাজের পরিমাণও একই। ধরি, মইটি অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।
সুতরাং ছাদের উচ্চতা,

$h = l\sin\theta$

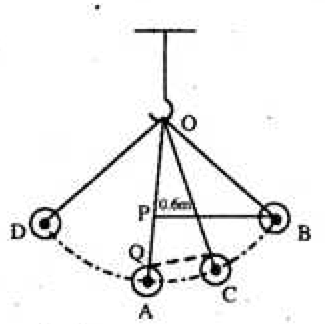
বা, $(60 \text{ m}) \sin\theta = 25.71 \text{ m}$

বা, $\sin\theta = \frac{25.71 \text{ m}}{60 \text{ m}} = 0.4285$

$\therefore \theta = \sin^{-1}(0.4285) = 25.37°$

অর্থাৎ, একই পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হবে যদি মইটিকে অনুভূমিকের সাথে 25.37° কোণে স্থাপন করা হয়।
আবার লোকটির ওজন $F = mg$ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এ ওজন দুটি উপাংশে বিভক্ত হবে। একটি $F = \cos\theta$ যা মইয়ের লম্ব বরাবর ক্রিয়া করবে এবং প্রতিক্রিয়া দ্বারা নিস্ক্রিয় হবে এবং অপরটি $F = \sin\theta$ যা মইয়ের দৈর্ঘ্য বরাবর নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। এই $F = \sin\theta$ এর মান যত কম হবে লোকটির উপরে উঠা তত সহজ হবে। $F\sin\theta$ যা θএর মানের উপর নির্ভর করে।
অর্থাৎ, θ এর মান যত কম হবে $F\sin\theta$ এর মান তত কম হবে এবং উপরে উঠতে কষ্ট তত কম হবে।
যেহেতু θ এর মান পূর্বের তুলনায় হ্রাস পেয়েছে সেহেতু এক্ষেত্রে লোকটির উপরে উঠতে কম কষ্ট হবে।

প্রশ্ন ▶ ৩ নিচের চিত্রে একটি দোলক সরল দোলন গতিতে দুলছে। যার সর্বোচ্চ বিস্তার PB। 0.2kg ভরের ববের চারটি বিভিন্ন অবস্থান হলো A, B, C এবং D। যেখানে, PB = 0.6 m, OB = OC = OA = OD = 1m।



[রা. বো. ২০১৬]

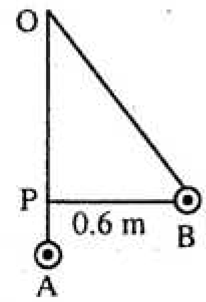
ক. সংশক্তি বল কী? ১
খ. সান্দ্রতা কেন প্রবাহী পদার্থে সৃষ্টি হয়? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. A বিন্দুতে ববটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের দোলকটিতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্রের ব্যত্যয় ঘটবে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে তোমার মতামত দাও। ৪

৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক একই পদার্থের দুটি অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল হচ্ছে সংশক্তি বল।

খ প্রবাহী যখন প্রবাহিত হয় তখন এর বিভিন্ন স্তরের মধ্যে একটি আপক্ষিক গতি সৃষ্টি হয় এবং প্রবাহী এ আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয়। এ বাধা দেয়ার ধর্মই সান্দ্রতা। তরলের ক্ষেত্রে অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল সান্দ্রতার জন্য দায়ী। এবং গ্যাসীয় পদার্থের ক্ষেত্রে অণুগুলোর ছোটা ছুটির কারণে পরস্পরের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হওয়ার কারণে সান্দ্রতা সৃষ্টি হয়।

গ এখানে, OA = 1 m.
PB = 0.6 m
OB = 1 m



পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে

$OB^2 = OP^2 + PB^2$

$OP^2 = OB^2 - PB^2 = (1 \text{ m})^2 - (0.6 \text{ m})^2$

$\therefore OP = \sqrt{(1 \text{ m})^2 - (0.6 \text{ m})^2} = 0.8 \text{ m}$

$\therefore AP = h = OA - OP = 1 \text{ m} - 0.8 \text{ m} = 0.2 \text{ m}$

B বিন্দুতে ববটির বেগ, $v_B = 0 \text{ m·s}^{-1}$
A বিন্দুতে ববটির বেগ, $v_A = ?$

এখন, $v_A{}^2 = v_B{}^2 + 2gh$

$= (0)^2 + 2 \times 9.8 \text{ m·s}^{-2} \times 0.2 \text{ m}$

$= 3.92 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$

$\therefore v_A = 1.97 \text{ m·s}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপকের চিত্র থেকে নেয়া তথ্য হতে,
A বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{pA} = mgh = mg \times 0 = 0 \text{ J}$

গতিশক্তি, $E_{kA} = \frac{1}{2} m v_A{}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \text{ kg} \times (1.97 \text{ m·s}^{-1})^2 = 3.92 \text{ J}$

[গ অংশ হতে $v_A = 1.97 \text{ m·s}^{-1}$]

A বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_A = E_{pA} + E_{kA} = 3.92 \text{ J}$
B বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{pB} = mgh = 2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m·s}^{-2} \times 0.2 \text{ m} = 3.92 \text{ J}$

গতিশক্তি, $E_{kB} = \frac{1}{2} m v_B{}^2 = \frac{1}{2} m(0)^2 = 0 \text{ J}$

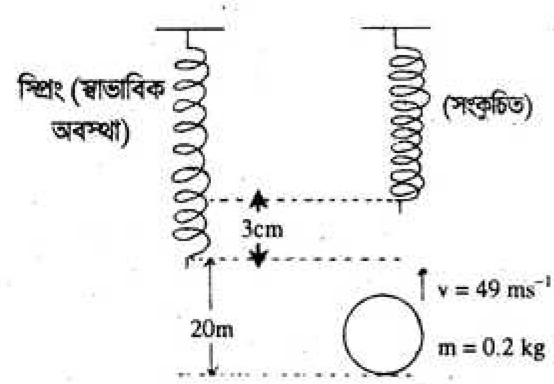
B বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = E_{pB} + E_{kB} = 0 + 3.92 \text{ J} = 3.92 \text{ J}$
C বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{pC} = mgh = mg \times QA$

গতিশক্তি, $E_{kC} = \frac{1}{2} m v_c{}^2 = \frac{1}{2} \text{m} \times 2g(PA - QA)$

$= mg(PA - QA)$

C বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_C = E_{pC} + E_{kC} = mg \times PA = 2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m·s}^{-1} \times 0.2 \text{ m} = 3.92 \text{ J}$
অতএব, দেখা যাচ্ছে যে, A, B, C বিন্দুতে মোট শক্তির পরিমাণ একই থাকে। অতএব, শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি প্রমাণিত হয়।

প্রশ্ন ▶ ৪



উপরের চিত্রে একটি স্প্রিং এর একপ্রান্ত O বিন্দু হতে ঝুলানো হল। 0.2 kg ভরের একটি বলকে 49 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করায় এটি 20 m উপরে স্প্রিংটির অপর প্রান্তে আঘাত করে 3 cm সংকুচিত করে, স্প্রিংটিও বলের উপর প্রত্যয়নী বল প্রয়োগ করে। *[রা. বো. ২০১৩]*

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. দুটি সমান ভরের বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে বস্তুদ্বয় পরস্পর বেগ বিনিময় করে — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ভূমিতে আঘাতের পূর্ব মুহূর্তে বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক থেকে স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ নির্ণয় সম্ভব কিনা — গাণিতিক যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর, বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে এবং একই দিকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবী থেকে একজন পর্যবেক্ষর কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ দুটি সমান ভরের স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$mu_1 + mu_2 = mv_1 + mv_2$

এবং $\frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$

বা, $u_1 - v_1 = v_2 - u_2$ ... ... (1)

এবং $u_1^2 - v_1^2 = v_2^2 - u_2^2$ ... . (2)

সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে

$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$ ... . (3)

সমীকরণ (1) ও (3) যোগ করে

$2u_1 = 2v_2$

বা, $v_2 = u_1$

সমীকরণ (1) ও (3) বিয়োগ করে

$2u_2 = 2v_1$

বা, $v_1 = u_2$

সুতরাং সমান ভরের দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে বস্তুদ্বয় পরস্পর বেগ বিনিময় করে।

গ ভূমিতে আঘাতের পূর্ব মুহূর্তে বলটির বেগের মান নিক্ষেপের সময় বেগের মানের সমান কিন্তু দিক বিপরীত হবে অর্থাৎ বেগের মান 49 $m{\cdot}s^{-1}$ হবে। কারণ বলটিকে নিক্ষেপ করা হতে ভূমিতে ফিরে আসা পর্যন্ত এর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষ বল এবং স্প্রিং বল উভয়ই সংরক্ষণশীল এবং একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে পূর্বের অবস্থানে ফিরে এলে সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য হয়।

ঘ স্প্রিংটির শুধু সংকোচনে কৃত কাজ হবে স্প্রিংটি স্পর্শের সময় বলটির গতিশক্তির সমান।

স্প্রিংটি স্পর্শের সময় বলটির বেগ v হলে

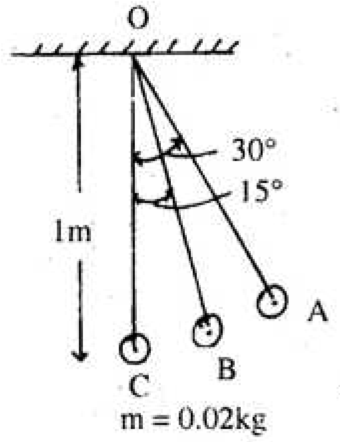
$$v^2 = v_0^2 - 2gh = 49^2 - 2 \times 9.8 \times 20 = 2009\ m^2{\cdot}s^{-2}$$

সুতরাং স্প্রিংটি স্পর্শের সময় বলটির গতিশক্তি,

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 2009 = 200.9\ J$$

স্প্রিংবল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য কারণ বলটি স্প্রিংটিকে স্পর্শ করার সময় এর যে বেগ থাকবে, স্প্রিং থেকে মুক্ত হওয়ার সময় সে বেগ প্রাপ্ত হবে। স্প্রিং সংকোচেনের সময় স্প্রিং বল দ্বারা 200.9 J ঋণাত্মক কাজ হবে এবং প্রসারণের সময় সম পরিমাণ ধনাত্মক কাজ হবে ফলে মোট কৃত কাজ শূন্য হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫



উপরের উদ্দীপকে 0.02 kg ভরের একটি বস্তুকে O বিন্দু থেকে 1m লম্বা সুতার সাহায্যে ঝুলানো হল। A বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তার নির্দেশ করে যা O বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে, এটিকে A বিন্দু পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেয়া হলে এটি দুলতে শুরু করে। [$g = 9.8\ ms^{-2}$] *[রা. বো. ২০১৩]*

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির গতিশক্তি বের কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে ব্যবহৃত দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কিনা — গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শবিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ তরলের সান্দ্রতা উৎপন্ন হয় আন্তআণবিক বলের কারণে। কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতা উৎপন্ন হয় অণুগুলোর মধ্যকার সংঘর্ষের কারণে। তাপমাত্রা বাড়লে তরলের আন্তঃআণবিক বল হ্রাস পায় এবং গ্যাস অণুসমূহের মধ্যকার সংঘর্ষ বৃদ্ধি পায়। তাই তাপমাত্রা বাড়ালে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে।

গ $OQ = OA\cos30°$

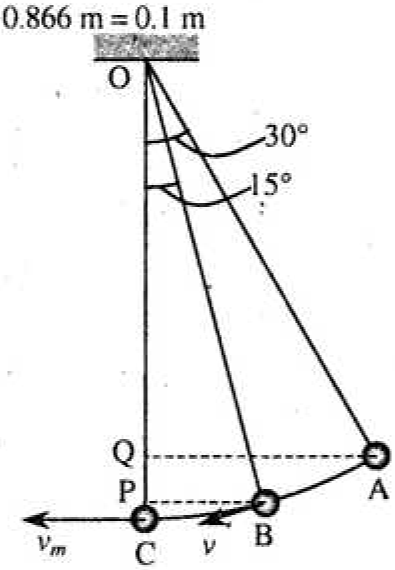
$= 1\ m \times 0.866 = 0.866\ m$

$OP = OB\cos15°$

$= 1\ m \times 0.966 = 0.966\ m$

$QP = OP - OQ$

$= 0.966\ m - 0.866\ m = 0.1\ m$



B বিন্দুতে ববের বেগ v হলে

$v^2 = 2 \times 9.8\ m{\cdot}s^{-2} \times 0.1\ m = 1.96\ m^2{\cdot}s^{-2}$

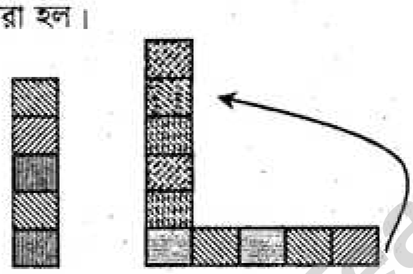
সুতরাং B বিন্দুতে ববের গতি শক্তি,

$K_B = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.02\ kg \times 1.96\ m^2{\cdot}s^{-2} = 0.0196\ J$

ঘ $OQ = OA\cos30° = 1\ m \times 0.866 = 0.866\ m$
$OP = OB\cos15° = 1\ m \times 0.966 = 0.966\ m$
$QP = OP - OQ = 0.966\ m - 0.866\ m = 0.1\ m$
$QC = OC - OQ = 1\ m - 0.866\ m = 0.134\ m$
$PC = OC - OP = 1\ m - 0.966\ m = 0.034\ m$
সুতরাং C এর সাপেক্ষে A বিন্দুতে ববের বিভব শক্তি,
$U_A = mg \times QC = 0.02\ kg \times 9.8\ m{\cdot}s^{-2} \times 0.134\ m$
$= 0.02626\ J$
এবং গতিশক্তি, $K_A = 0$
সুতরাং A বিন্দুতে মোট শক্তি,
$E_A = U_A + K_A = 0.02626\ J + 0 = 0.02626\ J$
আবার C এর সাপেক্ষে B বিন্দুতে ববের বিভব শক্তি,
$U_B = mg \times PC = 0.02\ kg \times 9.8\ m{\cdot}s^{-2} \times 0.034\ m$
$= 0.00666\ J$
এবং গতিশক্তি, $K_B = 0.0196\ J$ ['গ' অংশ হতে]
সুতরাং B বিন্দুতে মোট শক্তি,
$E_B = U_B + K_B = 0.00666\ J + 0.0196\ J = 0.02626\ J$
C এর সাপেক্ষে C বিন্দুতে ববের বিভব শক্তি, $U_C = 0$
C বিন্দুতে ববের বেগ v_m হলে
$v_m^2 = 2 \times 9.8\ m{\cdot}s^{-2} \times 0.134\ m = 2.6264\ m^2{\cdot}s^{-2}$
সুতরাং C বিন্দুতে ববের গতি শক্তি,
$K_C = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} \times 0.02\ kg \times 2.6264\ m^2{\cdot}s^{-2} = 0.02626\ J$
সুতরাং C বিন্দুতে মোট শক্তি,
$E_C = U_C + K_C = 0 + 0.02626\ J = 0.02626\ J$
এখানে, $E_A = E_B = E_C$
সুতরাং দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলে।

প্রশ্ন ▶ ৬ 50 cm বাহুবিশিষ্ট কোনো ঘনকের ভর 25 kg। এরূপ পাঁচটি ঘনককে একটির উপর আরেকটি রেখে একটি স্তম্ভ তৈরি করা হল। অন্যদিকে অনুরূপ আরো পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করে স্তম্ভটিকে খাড়া করা হল।



[দি. বো. ২০১৭]

ক. অশ্ব ক্ষমতা কাকে বলে? ১
খ. ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল— ব্যাখ্যা কর। ২
গ. স্তম্ভের চূড়া হতে একটি পাথর টুকরা পড়ে গেলে কত বেগে ভূমিতে আঘাত করবে? ৩
ঘ. স্তম্ভ তৈরির কোন উপায়টি অধিক গ্রহণযোগ্য— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

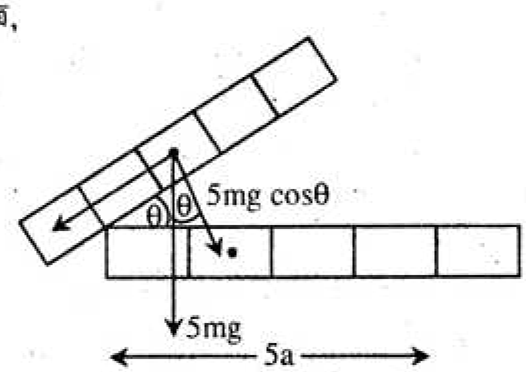
৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক 1 সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে 1 অশ্ব ক্ষমতা বলে।

খ ঘর্ষণ বলের ক্ষেত্রে কোনো বস্তুকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে আদি অবস্থানে আনা হলে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয় না বলে ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল। ঘর্ষণ বল সর্বদা বস্তুর গতির বিপরীতে ক্রিয়া করে। ফলে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ সর্বদা ঋণাত্মক হয়। এরূপ ক্ষেত্রে কোনো বস্তুকে এক অবস্থান হতে অন্য অবস্থানে আনা হলে বল দ্বারা কৃতকাজ শুধু আদি ও চূড়ান্ত অবস্থানের ওপরে নয় বরং গতিপথের ওপরেও নির্ভর করে। সুতরাং, ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ দেওয়া আছে,
ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 50\ cm = 0.5\ m$
$\therefore$ স্তম্ভের উচ্চতা, $h = 5 \times a = (5 \times 0.5)\ m = 2.5\ m$
আদিবেগ, $v_0 = 0\ m{\cdot}s^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-1}$
পাথরের টুকরার ভূমিতে আঘাত করার সময় বেগ, $v = ?$
আমরা জানি,
$v^2 = v_0^2 + 2gh$
বা, $v^2 = 0^2 + 2 \times 9.8 \times 2.5$
$\therefore v = \sqrt{49} = 7\ m{\cdot}s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,
প্রতিটি ঘনকের ভর, $m = 25\ kg$
ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 50\ cm = 0.5\ m$
১ম উপায়ে স্তম্ভ তৈরি করতে ঘনকগুলোর ভরকেন্দ্রের সরণ যথাক্রমে, 0 m, 1×0.5 m, 2×0.5 m, 3×0.5 m, 4×0.5 m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$
ঘনকগুলো একটি আরেকটির উপর রেখে স্তম্ভ তৈরি করতে কৃতকাজ,
$W = mg\ \Sigma h$
$= 25 \times 9.8\ (0 + 0.5 + 1 + 1.5 + 2) = 1225\ J$
পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করলে মোট ভর,
$m = 5 \times 25 = 125\ kg$
ভারকেন্দ্রের সরণ, $h = \left(\frac{5 \times 0.5}{2} - \frac{0.5}{2}\right) m = 1\ m$
পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করে স্তম্ভটিকে খাড়া করতে কৃতকাজ, $W' = mgh$
$= 125 \times 9.8 \times 1$
$= 1225\ J$
লক্ষ করি, $W = W'$
প্রথম ক্ষেত্রে, গড় বল, $F_v = \frac{\text{কৃতকাজ}}{\text{মোট সরণ}}$
বা, $F_v = \frac{mg(0 + a + 2a + 3a + 4a)}{10a} = mg$
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,



চিত্র থেকে দেখা যায় যে, এভাবে তুলতে কার্যকরী বল 5 mg cosθ

$$\therefore \text{গড় বল, } F_t = \frac{\int_0^{\pi/2} 5mg\cos\theta\, d\theta}{\frac{\pi}{2}}$$
$$= \frac{5mg}{\frac{\pi}{2}}[\sin\theta]_0^{\pi/2}$$
$$= \frac{10}{\pi} mg$$
$$\therefore \frac{F_v}{F_t} = \frac{mg}{\frac{10}{\pi} mg}$$
$$= \frac{\pi}{10} < 1$$
$\therefore F_v < F_t$
অতএব, প্রথম উপায়ে স্তম্ভ তৈরিতে অপেক্ষাকৃত কম বল প্রয়োগ করতে হবে। তাই প্রথম উপায়ে স্তম্ভ তৈরি বেশি সুবিধাজনক।

প্রশ্ন ▶ ৭ খালিদের বাড়িতে 12m গভীর ও 1.8m ব্যাসবিশিষ্ট একটি পানিপূর্ণ কুয়া খালি করার জন্য একটি পাম্প চালু করা হলো। কিন্তু দেখা গেল, পানিশূন্য করতে পাম্পটির 21 মিনিট সময় লেগে গেল। খালিদ হিসাব কষে দেখল, যথাসময়ে কুয়াটি পানিশূন্য করতে 2HP ক্ষমতার পাম্প দরকার। /দি. বো. ২০১৬/

ক. কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 2kg ভরের একটি বস্তুকে ছেড়ে দিলে পানিশূন্য কুয়ার শীর্ষ হতে তলায় পৌঁছাতে কত সময় লাগবে? ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণসহ খালিদের হিসাবের যথার্থতা যাচাই কর। ৪

৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক মানুষের তৈরি মহাশূন্যযান-যা নির্দিষ্ট কক্ষপথে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে তাকে কৃত্রিম উপগ্রহ বলে।

খ আমরা জানি, অভিকর্ষ হচ্ছে মহাকর্ষের একটি বিশেষ রূপ। পৃথিবীর মহাকর্ষ ক্ষেত্রের মধ্যে কোনো বিন্দুত অভিকর্ষ বিভব শক্তির একটি নির্দিষ্ট মান থাকে। এ মান বস্তুটি কোথাথেকে কোনো পথে এসেছে তার ওপর নির্ভর করে না। এ কারণে একটি বস্তুকে মহাকর্ষ ক্ষেত্রের মধ্যে কোনো বিন্দু থেকে ঘুরিয়ে পুনরায় ঐ বিন্দুতে আনলে কোনো মহাকর্ষ বল দ্বারা কোনো কাজ হয় না। তাই বলা যায় মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

গ এখানে,

কুয়ার গভীরতা, $h = 12$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

পানিশূন্য কুয়ার শীর্ষ হতে তলায় পৌঁছাতে সময়, $t = ?$

আমরা জানি, $h = \frac{1}{2}gt^2$

বা, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 12}{9.8}}$

$= 1.56$ s **(Ans.)**

ঘ দেয়া আছে,

কুয়ার গভীরতা, $h = 12$ m

কুয়ার ব্যাস, $d = 1.8$ m

$\therefore$ কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{1.8}{2}$ m $= 0.9$ m

কুয়ার পানির আয়তন, $V = \pi r^2 l = 3.14 \times 0.9^2 \times 12 = 30.536\ m^3$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kg{\cdot}m^{-3}$

সুতরাং পানির ভর, $m = V\rho = 30.536 \times 1000 = 30536$ kg

সময়, $t = 21$ min $= 21 \times 60$ s $= 1260$ s

পানি উঠানোর গড় উচ্চতা, $h' = \frac{0 + 12}{2}$ m $= 6$ m

পানি উঠাতে কৃত কাজ, $W = mgh' = 30536 \times 9.8 \times 6 = 1795516.8$ J

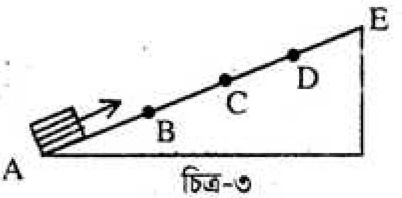
আমরা জানি, $P = \frac{W}{t}$

$= \frac{1795516.8\ J}{1260\ s}$

$= 1425.013$ W $= 1.91$ HP

উদ্দীপকে প্রাপ্ত তথ্যানুযায়ী কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে 1.91 HP এর পাম্প দরকার। কিন্তু খালিদের হিসাব অনুযায়ী 2 HP ক্ষমতার পাম্প দরকার যা পুরোপুরি সঠিক নয়।

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি 300g ভরের বস্তু অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে রক্ষিত তলে 5.88J গতিশক্তি প্রয়োগে A থেকে E বিন্দুতে ঘর্ষণহীনভাবে ঠিক পৌঁছে যায়। পরক্ষণে বস্তুটি E বিন্দু থেকে উক্ত তল বরাবর A-এর দিকে পড়তে থাকে (চিত্র-৩)। চিত্রে AB = BC = CD = DE



চিত্র-৩

/কু. বো. ২০১৬/

ক. প্রত্যয়নী বল কাকে বলে? ১

খ. কোনো গ্যাস কণিকার বেগ নির্ণয়ে গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান নেওয়া হয় কেন? ২

গ. আনত তল AE এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বস্তুটি উল্লিখিত তল বরাবর পড়ার সময় যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলে — তার যথার্থতা D ও C বিন্দুতে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মূল্যায়ন কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর বিকার হলে স্থিতিস্থাপকতার কারণে পূর্বের অবস্থায় ফিরে যেতে বস্তুর অভ্যন্তরে যে বল উৎপন্ন হয় তাকে প্রত্যয়নী বল বলে।

খ গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি, গ্যাসের অণুগুলো ইতঃস্তত বিক্ষিপ্তভাবে ছোটাছুটি করছে। কোনো নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ, অণুগুলোর মোট গতি শক্তি ইত্যাদি গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গ বেগের বর্গমূলের সাথে সম্পর্কিত কিন্তু গড় বেগের সাথে সম্পর্কিত নয়। তাই গ্যাসের অনুগুলোর বেগ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে গড় বর্গ বেগের বর্গমূল মান নেয়া হয়।

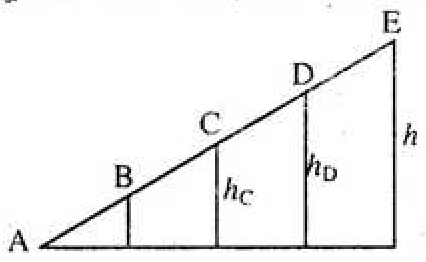
গ দেওয়া আছে, বস্তুর ভর, $m = 300\ g = 0.3$ kg

ভূমি হতে হেলানো তলের উচ্চতা h হলে, mgh = আদি গতিশক্তি = 5.88 J

$\therefore h = \frac{5.88\ J}{mg} = \frac{5.88\ J}{0.2\ kg \times 9.8\ m{\cdot}s^{-2}} = 2$ m

$\therefore \sin 30° = \frac{h}{AE}$ বা, $AE = \frac{h}{\sin 30°} = \frac{2\ m}{\frac{1}{2}} = 4$ m **(Ans.)**

ঘ গ অনুসারে $h = 2$ m এবং AE = 4 m। আবার যেহেতু AB = BC = CD = DE সেহেতু AC = EC = 2 m, AD = 3 m এবং ED = 1 m।



আমরা পাই,

$\sin A = \frac{h}{AE} = \frac{h_C}{AC} = \frac{h_D}{AD}$

$h_C = \frac{h}{AE} \times AC = \frac{2}{4} \times 2 = 1$ m

$h_D = \frac{h}{AE} \times AD = \frac{2}{4} \times 3 = 1.5$ m

সুতরাং C ও D বিন্দুর বিভব শক্তি যথাক্রমে $U_C = (0.3 \times 9.8 \times 1)$ J = 2.94 J ও $U_D = (0.3 \times 9.8 \times 1.5)$ J = 4.41 J।

হেলানো তলে বস্তুর ত্বরণ = EA বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণের উপাংশ

$a = g\sin 30° = 9.8 \times 0.5 = 4.9\ m{\cdot}s^{-2}$

E থেকে হেলানো তলে গতিশীল বস্তুর বেগ C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে v_C ও v_D হলে আমরা পাই

$v_C^2 = 2a \times EC = 2 \times 4.9\ m{\cdot}s^{-2} \times 2\ m = 18.6\ m^2{\cdot}s^{-2}$

এবং $v_D^2 = 2a \times ED = 2 \times 4.9\ m{\cdot}s^{-2} \times 1\ m = 9.8\ m^2{\cdot}s^{-2}$

C বিন্দুতে গতিশক্তি

$K_C = \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2} \times 0.3\ kg \times 18.6\ m^2{\cdot}s^{-2} = 2.94$ J

D বিন্দুতে গতিশক্তি

$K_D = \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2} \times 0.3\ kg \times 9.8\ m^2 \cdot s^{-2} = 1.47\ J$

C বিন্দুতে মোট শক্তি

$E_C = U_C + K_C = 2.94\ J + 2.94\ J = 5.88\ J$

D বিন্দুতে মোট শক্তি

$E_D = U_D + K_D = 4.41\ J + 1.47\ J = 5.88\ J$

সুতরাং C বিন্দুতে মোট শক্তি = D বিন্দুতে মোট শক্তি

সুতরাং হেলানো তল বরাবর বস্তুটি নামার সময় যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।

প্রশ্ন ▶৯ একটি পানিপূর্ণ কূয়ার গভীরতা 20 m ও ব্যাস 2 m। কুয়াটিকে পানিশূন্য করার জন্য 5 HP-এর একটি পাম্প লাগানো হল। অর্ধেক পানি তোলার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একই ক্ষমতাসম্পন্ন আর একটি পাম্প লাগানো হল। *[চ. বো. ২০১৭]*

ক. টর্কের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. পৃথিবী সূর্যের নিকটবর্তী হলে পৃথিবীর বেগ বৃদ্ধি পায় — কেপলারের সূত্রের আলোকে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রথম ও দ্বিতীয় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোনো অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণনশীল বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে অর্থাৎ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে টর্ক বলে।

খ কেপলারের ২য় সূত্রানুসারে যেকোনো গ্রহ এবং সূর্যের সাথে সংযোগকারী রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

অর্থাৎ, $dA = \frac{1}{2}rvdt$ বা, $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}vr$ = ধ্রুবক। অর্থাৎ দেখা যায়, যে $\frac{1}{2}vr$ রাশিটি ধ্রুব থাকে। যা নির্দেশ করে পৃথিবী সূর্যের নিকটবর্তী হলে (r কমলে) বেগ (v) বৃদ্ধি পাবে এবং দূরবর্তী হলে (r বাড়লে) বেগ (v) হ্রাস পাবে।

গ উদ্দীপক হতে পাই,

কুয়ার গভীরতা, $l = 20\ m$

কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2}{2}\ m = 1\ m$

১ম পাম্পের ক্ষেত্রে

উত্তলিত পানির আয়তন, $V = \pi r^2 \frac{l}{2} = 3.1416 \times (1\ m)^2 \times \frac{20\ m}{2}$

$= 31.416\ m^3$

উত্তলিত পানির ভর, $m = V\rho = 31.416 \times 1000 = 3.1416 \times 10^4\ kg$

পানির গড় সরণ, $h = \frac{l}{4} = \frac{20}{4} = 5\ m$

১ম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজ,

$W = mgh$

$= 31.416 \times 10^3 \times 9.8 \times 5$

$= 1.54 \times 10^6$ J **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

উভয় পাম্পের ক্ষমতা, $P = 5\ HP = 5 \times 746 = 3730$ Watt

উভয় ক্ষেত্রেই উত্তলিত পানির ভর, $m = 3.1416 \times 10^4\ kg$

১ম ক্ষেত্রে গড় সরণ, $h_1 = \frac{l}{4} = \frac{20}{4} = 5\ m$

২য় ক্ষেত্রে গড় সরণ, $h_2 = \frac{3l}{4} = \frac{3 \times 20}{4} = 15\ m$

১ম ও ২য় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময় লাগলে,

১ম ক্ষেত্রে, $P = \frac{W_1}{t_1}$

$\therefore t_1 = \frac{mgh_1}{P} = \frac{31.416 \times 10^3 \times 9.8 \times 5}{3730}$

$= 412.70\ s$

২য় ক্ষেত্রে, $P = \frac{W_2}{t_2}$

$\therefore t_2 = \frac{mgh_2}{P} = \frac{31.416 \times 10^3 \times 9.8 \times 5}{3730}$

$= 1238.11\ s$

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায়, $t_1 < t_2$

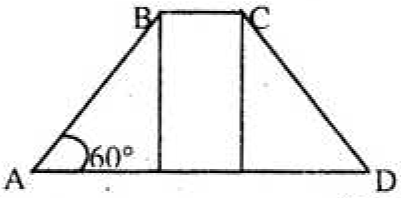
অতএব, ১ম ও ২য় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে না, ২য় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে সময় বেশি লাগবে।

প্রশ্ন ▶১০ চিত্রে প্রদর্শিত AB মই বেয়ে 30 kg ভরের একটি বালক উপরে উঠে এবং CD আনত তল বেয়ে নিচে নেমে আসে। তলের ঘর্ষণ বল 50N।

চিত্রে, AB = 4 m

BC = 1 m

এবং CD = 5 m



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : *[চ. বো. ২০১৬]*

ক. নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি বর্ণনা কর। ১

খ. দেখাও যে, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান। ২

গ. বালকটি A হতে C বিন্দুতে পৌছতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব কর। ৩

ঘ. CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম না বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি কণা এদের কেন্দ্রের সংযোজক সরল রেখা বরাবর পরস্পরকে একটি বল দ্বারা আকর্ষণ করে, এ বলের মান কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

খ আমরা জানি, ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে,

কৌণিক ভরবেগ = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক বেগ বা, $L = I\omega$

কৌণিক বেগ একক মানের অর্থাৎ $\omega = 1$ হলে, $L = I \times 1 = I$

সুতরাং একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান।

গ AD হতে BC তলের উচ্চতা h হলে, $\frac{h}{AB} = \sin 60°$

$\therefore h = AB \times \sin 60° = 4\ m \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.464\ m$

∴ A হতে C বিন্দুতে পৌছাতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ,

$W = -mgh$ [অভিকর্ষ বল ও সরণ বিপরতি হওয়ায় চিহ্ন ঋণাত্মক হয়েছে]

$= -30\ kg \times 9.8\ m \cdot s^{-2} \times 3.464\ m = -1018.4$ J **(Ans.)**

ঘ CD পথে কোনো ঘর্ষণ না থাকলে CD তল বরাবর নিচের দিকে বালকটির ত্বরণ হতো, $g' = g \sin\theta$

θ হলো ভূমির সাথে CD তলের আনতি

$\sin\theta = \frac{h}{CD} = \frac{3.464\ m}{5\ m} = 0.6928$

$\therefore \theta = \sin^{-1}(0.6928) = 43.85°$

$\therefore g' = 9.8\ m \cdot s^{-2} \times \sin 43.85° = 6.79\ m \cdot s^{-2} < 9.8\ m \cdot s^{-2}$

সুতরাং কোনো ঘর্ষণ না থাকলে CD বরাবর নিচের দিকে ত্বরণ হতো $6.79\ m \cdot s^{-2}$, আর ঘর্ষণ থাকলে ত্বরণ আরো কম হবে।

অতএব, CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম হবে।

প্রশ্ন ▶১১ পেট্রোনাস টুইন টাওয়ারের শীর্ষতলের উচ্চতা 375 m। কাসেম 10 kg ভরের একটি বস্তুসহ শীর্ষতলে আরোহণ করে। এতে সময় লাগে 40 মিনিট। তিনি শীর্ষতল থেকে বস্তুটি নিচে ফেলে দিল। উহা বিনা বাধায় ভূমিতে পতিত হলো। মনির বললো, "আমি এই কাজটি করতে পারবো।" কাসেমের ভর 60 kg এবং মনিরের ভর 55 kg। *[সি. বো. ২০১৬]*

ক. কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১

খ. বলের দ্বারা কাজ বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ভূমি থেকে কত উচ্চতায় বস্তুটির বিভবশক্তি এর গতি শক্তির দ্বিগুণ হবে? ৩

ঘ. মনির কি একই সময়ে কাজটি করতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো যন্ত্র সরবরাহকৃত শক্তির যত অংশ কাজে রূপান্তরিত করতে পারে তাকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে। অথবা কোনো যন্ত্র কর্তৃক কৃতকাজ ও সরবরাহকৃত শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

খ কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগের ফলে বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকলে বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ হয়। বলের দ্বারা কাজের ফলে বস্তুর গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। কোনো বস্তু অভিকর্ষের প্রভাবে নিচে নেমে আসা-বলের দ্বারা কাজের উদাহরণ।

গ h উচ্চতায় বিভব শক্তি mgh এবং গতিশক্তি 0। সুতরাং মোটশক্তি mgh। ধরা যাক, y উচ্চতায় বিভব শক্তি গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে। y উচ্চতায় বিভব শক্তি mgy এবং গতিশক্তি E_k হলে শক্তির নিত্যতার নীতি থেকে পাই,

$$mgy + E_k = mgh$$

$$E_k = mgh - mgy$$

শর্তানুসারে, $2(mgh - mgy) = mgy$

বা, $3mgy = 2mgh$

$\therefore$ $y = \frac{2h}{3} = \frac{2 \times 375\text{ m}}{3} = 250\text{ m}$

সুতরাং ভূমি হতে 250 m উচ্চতায় বস্তুর বিভব শক্তি গতি শক্তির দ্বিগুণ হবে।

ঘ যেহেতু কাসেম এবং মনিরের ভর ভিন্ন, তাই কাসেমের সমান ক্ষমতা প্রয়োগ করলে মনির একই সময়ে কাজটি করতে পারবে না। তবে মনির কিছুটা কম ক্ষমতা প্রয়োগ করলে একই সময়ে কাজটি করতে পারবে।

এখানে, বস্তুসহ মনিরের ভর, $m = 55\text{ kg} + 10\text{ kg} = 65\text{ kg}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ m·s}^{-2}$

অতিক্রান্ত উচ্চতা, $h = 375\text{ m}$

সময়কাল, $t = 40\text{ min} = 40 \times 60\text{ sec} = 2400\text{ sec}$

মনিরের ঈপ্সিত ক্ষমতা P হলে,

$$P = \frac{mgh}{t}$$

$$= \frac{65\text{ kg} \times 9.8\text{ m·s}^{-2} \times 375\text{ m}}{2400\text{ sec}} = 99.53\text{ watt}$$

সুতরাং মনির 99.53 watt ক্ষমতা প্রয়োগ করলে একই সময়ে কাজটি করতে পারবে।

প্রশ্ন ▶১২ 250 kg ভরের একটি গাড়ি উল্লম্বের সাথে 66.42° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 12.393 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক করায় 30m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে গেল। [য. বো. ২০১৬]

ক. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ 4.77 kms^{-1} বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. গাড়িটি থামাতে বাধাদানকারী বলের মান নির্ণয় কর। ৩

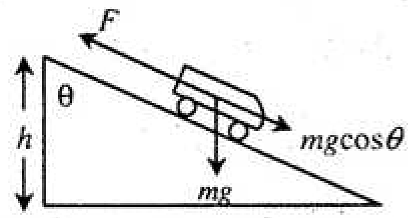
ঘ. উদ্দীপকে সংরক্ষণশীলতার নীতি রক্ষিত হবে কী? গাণিতিক যুক্তিসহ বিশ্লেষণ কর। ৪

১২নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

খ মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ 4.77 km·s^{-1} বলতে বুঝায় মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে সর্বনিম্ন 4.77 km·s^{-1} বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর মঙ্গলগ্রহে ফিরে আসে না। অর্থাৎ বস্তুটি মঙ্গল গ্রহের আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে।

গ



দেয়া আছে, গাড়ির ভর, $m = 250\text{ kg}$

উল্লম্বের সাথে তলের কোন, $\theta = 66.42°$

আদিবেগ, $v_0 = 12.393\text{ m·s}^{-1}$

শেষবেগ, $v = 0\text{ m·s}^{-1}$

সরণ, $s = 30\text{ m}$

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 - 2as$

বা, $0 = v_0^2 - 2as$

$\therefore$ $a = \frac{v_0^2}{2s} = \frac{12.393^2}{2 \times 30} = 2.56\text{ m·s}^{-2}$

তল বরাবর গাড়ির ওজনের উপাংশ $= mg\cos\theta$

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে,

$F - mg\cos\theta = ma$

বা, $F = ma + mg\cos\theta$

$= 250 \times 2.56 + 250 \times 9.8\cos 66.42°$

$= 640 + 980$

$= 1620\text{ N}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,

ভূমি হতে তলের শীর্ষবিন্দুর উচ্চতা, $h = s\cos\theta$

$= 30\cos 66.42°$

$= 12\text{ m}$

আনত তলের শীর্ষ বিন্দুতে গাড়ির বেগ, $v_0 = 12.393\text{ ms}^{-1}$

$\therefore$ আনত তলের শীর্ষ বিন্দুতে গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times (12.393)^2$$

$$= 19198.306\text{ J}$$

আনত তলের শীর্ষ বিন্দুতে বিভবশক্তি,

$$E_p = mgh = 250 \times 9.8 \times 12$$

$$= 29{,}400\text{ J}$$

আনত তলের শীর্ষ বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_1 = E_k + E_p$

$\therefore E_1 = (19198.306 + 29{,}400)$

$= 48598.306$

$= 48600\text{ J}$

আনত তল বরাবর 30 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ, $v = 0$

$\therefore$ অতএব, আনত তলের নিু বিন্দুতে গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(0)^2 = 0$$

আবার, আনত তলের নিু বিন্দুতে $h = 0$

$\therefore$ বিভব শক্তি, $E_p = mg \times 0 = 0$

গাড়ির উপর কৃত কাজ, তথা ব্যয়িত শক্তি,

$W = Fs = 1620 \times 30 = 48600\text{ J}$

$\therefore$ আনত তলের নিু বিন্দুতে মোট শক্তি,

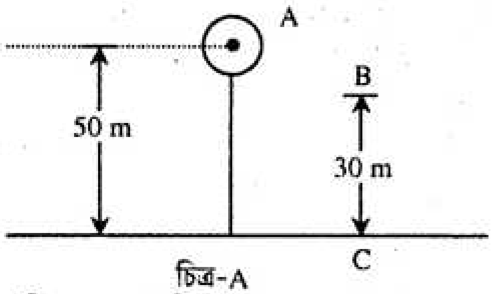
$E_2 = 0 + 0 + 48600$

$= 48600\text{ J}$

যেহেতু $E_1 = E_2$

সে কারণে উদ্দীপকে সংরক্ষণশীলতার নীতি রক্ষিত হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৩



চিত্র-A

চিত্র-A এর বস্তুটি মুক্তভাবে স্থির অবস্থান থেকে পড়ছে। বস্তুটির ভর 10kg। *[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]*

ক. ক্ষমতা কাকে বলে? ১

খ. কোনো ইঞ্জিনেরই দক্ষতা 100% হতে পারে না ব্যাখ্যা করো। ২

গ. সর্বোচ্চ উচ্চতায় বিভব শক্তি নির্ণয় করো। ৩

ঘ. দেখাও যে B অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি C অবস্থানে বস্তুটির গতিশক্তির সমান। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজ সম্পাদনকারী কোন ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে।

খ কোনো ইঞ্জিনের দক্ষতা 100% হতে হলে প্রদত্ত শক্তির সবটুকুই কাজে রূপান্তরিত হতে হবে। কিন্তু বাস্তবে তা সম্ভব নয়। কারণ শক্তি রূপান্তরের সময়, শক্তির কিছু অংশ তাপশক্তি, শব্দশক্তি বা অন্যান্য শক্তি হিসাবে অপচয় হয়। এ কারণে কোনো ইঞ্জিনের দক্ষতা 100% হতে পারে না।

গ দেওয়া আছে,

বস্তুটির ভর, $m = 10kg$

সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h = 50m$

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

$\therefore$ সর্বোচ্চ উচ্চতায় বিভবশক্তি, $E_p = mgh$

$= 10kg \times 9.8ms^{-2} \times 50m$

$= 4900J$ **(Ans.)**

ঘ A হতে B অবস্থানে নেমে আসলে প্রাপ্ত বেগ v হলে,

$v^2 = u^2 + 2gh = 0^2 + 2 \times 9.8 \times (50 - 30) = 392m^2s^{-2}$

$\therefore$ B অবস্থানে গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 10kg \times 392\ m^2s^{-2} = 1960J$

এবং স্থিতিশক্তি $= mg(30) = 10kg \times 9.8\ ms^{-2} \times 30m$

$= 2940J$

$\therefore$ B অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি = গতিশক্তি + স্থিতিশক্তি

$= 1960J + 2940J = 4900J$

C অবস্থানে বস্তুর গতিবেগের বর্গ, $v^2 = u^2 + 2g(50m)$

$= 980\ m^2s^{-2}$

এবং গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10kg \times 980\ m^2s^{-2}$

$= 4900J$

সুতরাং, B অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি C অবস্থানে বস্তুটির গতিশক্তির সমান। উল্লেখ্য, C অবস্থানে বিভবশক্তি শূন্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪ A, B ও C তিনটি পানির কূপ একটি ইলেকট্রিক পাম্প 4.5 মিনিটে A কূপ থেকে 10kL পানি 6m উচ্চতায় তুলতে পারে। B কূপের গভীরতা ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 12m ও 4m, C কূপের গভীরতা ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 15m ও 3m। *[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]*

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১

খ. বীট উৎপাদনের শর্তগুলো কী? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. A কূপের ক্ষেত্রে পাম্পের দক্ষতা 80% হলে এর ক্ষমতা কত? ৩

ঘ. B ও C কূপের মধ্যে কোনটি আগে খালি হবে যদি 6HP ক্ষমতার ইলেকট্রিক পাম্প ব্যবহৃত হয়? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ বীট সৃষ্টির দুটি শর্ত নিম্নরূপ:

i. বীট সৃষ্টিকারী শব্দ তরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন হতে হবে।

ii. তরঙ্গ দুটির কম্পাঙ্ক ও তীব্রতা প্রায় সমান হতে হবে।

গ A কূপের জন্য পাম্প প্রাপ্ত ক্ষমতা, P_{out} হলে,

$P_{out} = \frac{mgh}{t}$

$= \frac{10 \times 10^3 \times 9.81 \times 6}{270}$

$= 2180\ W$

10 kL পানির ভর, $m = 10 \times 10^3kg$

উচ্চতা, $h = 6m$

সময়, $t = 4.5\ min$

$= 4.5 \times 60\ sec$

$= 270\ sec$

পাম্পের দক্ষতা η ও পাম্প কর্তৃক গৃহীত ক্ষমতা, P_{in} হলে,

$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

বা, $P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{2180}{0.80}$

$= 2725\ W$ **(Ans.)**

এখানে,

পাম্পের দক্ষতা, $\eta = 80\ \%$

$= 0.80$

ঘ B ও C কূপ খালি করতে যথাক্রমে t_B ও t_C সময় লাগলে যেহেতু উভয়ক্ষেত্রে ব্যবহৃত পাম্পের ক্ষমতা একই।

$P_B = P_C$

বা, $\frac{m_Bgh_B}{t_B} = \frac{m_Cgh_C}{t_C}$

বা, $\frac{t_C}{t_B} = \frac{m_Ch_C}{m_Bh_B} = \frac{V_C\rho h_C}{V_B\rho h_B}$

$= \frac{\pi r_c^2 l_c h_c}{\pi r_B^2 l_B h_B}$

$= \frac{r_C^2 l_C h_C}{r_B^2 l_B h_B}$

$= \frac{3^2 \times 15 \times 7.5}{4^2 \times 12 \times 6}$

$= 0.88$

এখানে,

C কূপের ব্যাসার্ধ, $r_C = 3m$

C কূপের উচ্চতা, $l_C = 15\ m$

C কূপের জন্য পানির কার্যকরী সরণ, $h_C = \frac{0 + 15}{2} = 7.5m$

B কূপের ব্যাসার্ধ, $r_B = 4m$

B কূপের উচ্চতা, $l_B = 12\ m$

B কূপের জন্য পানির কার্যকরী সরণ, $h_B = \frac{0 + 12}{2} = 6m$

$\therefore \frac{t_C}{t_B} < 1$

বা, $t_C < t_B$

$\therefore$ B কূপটি খালি করতে অধিক সময় লাগবে।

অর্থাৎ C কূপটি আগে খালি হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৫ 250kg ভরের একটি গাড়ি $12.393\ ms^{-1}$ বেগে 66.42° কোণে আনত একটি রাস্তা বরাবর নামছে। ব্রেক চেপে গাড়িটি 30m দূরত্বের মধ্যেই থেমে গেল। *[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]*

ক. প্রাস কাকে বলে? ১

খ. গ্রাডিয়েন্ট বলতে তুমি কী বোঝ? ২

গ. গাড়িটিকে থামাতে প্রয়োজনীয় বল হিসাব করো। ৩

ঘ. উপরোক্ত উদ্দীপকটি কি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে?– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে শূন্য স্থানে ভূমির সাথে তীর্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস বলে।

খ ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla}$ কোনো স্কেলার ফাংশন (φ) এর উপর অপারেট করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকে (x, y, z) অবস্থানে ঐ রাশির গ্রাডিয়েন্ট বলে।

$\therefore$ φ এর গ্রাডিয়েন্ট, $\vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi$

$= \hat{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$

কাজেই অবস্থানের সাপেক্ষে কোনো স্কেলার ক্ষেত্র φ এর সর্বোচ্চ পরিবর্তনের হারই ঐ ক্ষেত্রের গ্রাডিয়েন্ট এবং দেখা যাচ্ছে grad φ ভেক্টর, ফলে এটি একটি ভেক্টর ক্ষেত্র। অর্থাৎ ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla}$ দ্বারা অন্তরীকরণ করে অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র φ কে ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{\nabla}$ φ এ রূপান্তর করা যায়।

গ আনত তল বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g' = g\sin\theta$

∴ গাড়িটিকে থামাতে প্রযুক্ত ত্বরণ = a হলে,

$v^2 = u^2 + 2(a - g')s$

$\Rightarrow 0^2 = 12.393^2 - 2(a - 9.8 \times \sin 66.42°) \times 30$

$\therefore a = 11.54 \text{ ms}^{-2}$

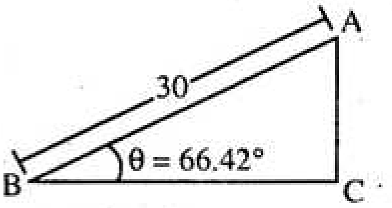
∴ প্রযুক্ত বল = ma

$= 250 \times 11.54$

$= 2885\text{N}$ **(Ans.)**

দেয়া আছে,
আদিবেগ, $u = 12.393 \text{ ms}^{-1}$
শেষবেগ, $v = 0 \text{ ms}^{-1}$
সরণ, s = 30m
গাড়ির ভর, m = 250 kg
আনত কোণ, θ = 66.42°

ঘ



A বিন্দুতে, বেগ, $v = 12.393 \text{ ms}^{-1}$

উচ্চতা, $h = AC = AB \sin\theta = 30 \times \sin 66.42° = 27.5\text{m}$

∴ A বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি,

E_A = গতিশক্তি, E_k + বিভবশক্তি, E_p

$= \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

$= \frac{1}{2}m(v^2 + 2gh)$

$= \frac{1}{2} \times 250 \times (12.393^2 + 2 \times 9.8 \times 27.5)$

$= 86.57 \text{ kJ}$

আবার, B বিন্দুতে, বেগ, $v' = 0$

উচ্চতা, $h' = 0$

∴ মোট শক্তি, $E_B = \frac{1}{2}mv' + mgh' = 0 + 0 = 0$

লক্ষ্য করি, $E_A \neq E_B$

অতএব, উদ্দীপক অনুযায়ী যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতাসূত্র অর্থাৎ একটি বস্তুর গতিপথের সকল বিন্দুতে বিভবশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল সমান– এ কথাটি খাটে না। আপত দৃষ্টিতে মনে হতে পারে যে এখানে শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি লঙ্ঘিত হয়েছে। কিন্তু আমরা যদি গাড়ির ব্রেকজনিত কৃতকাজ (W_b) হিসাব করি–

$W_b = F_b \times s$

$= 2885 \times 30$

$= 86550\text{J}$

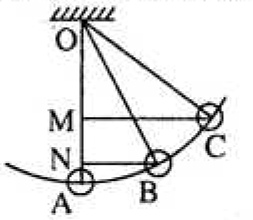
$= 86.55\text{kJ} \approx E_A$

'গ' অংশ হতে ব্রেকজনিত বল,
$F_b = 2885 \text{ N}$

লক্ষ্য করি, $E_A = E_b$

এখানে, গাড়িটিকে থামানোর জন্য A অবস্থানের মোট শক্তির সমান পরিমাণ ব্রেকজনিত কাজ করতে হয়। অতএব, উদ্দীপকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র মেনে চলছে না, কিন্তু শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি মেনে চলছে।

প্রশ্ন ▶ ১৬ চিত্রের 20gm, ভরের একটি বব একটি সুতা দিয়ে ঝুলানো আছে। যেখানে OA = 1m, CM = 20 cm এবং BN = 10 cm.



[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. সেকেন্ড দোলক কি? ১

খ. পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ড দোলকটির দৈর্ঘ্য কি বিভিন্ন হতে পারে? ২

গ. C বিন্দুতে ববের বিভবশক্তি বের করো? ৩

ঘ. A ও B বিন্দুতে ববের গতিশক্তির তুলনা করো? ৪

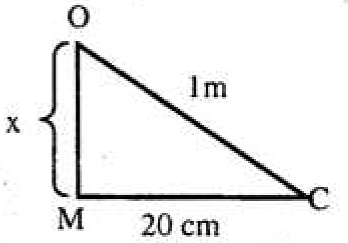
১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল 2s, অর্থাৎ একটি নির্দিষ্ট মান সম্পন্ন। সরল দোলকের সূত্রানুসারে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ বা, $L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g; L \propto g$

অতএব, নির্দিষ্ট দোলনকালের জন্য দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক। L যে হারে বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে, দোলনকাল নির্দিষ্ট রাখার জন্য (T = 2s) অভিকর্ষজ ত্বরণের মানও সেই হারে বৃদ্ধি বা হ্রাসের প্রয়োজন। এজন্যই পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে একই সময় পাওয়ার জন্য দোলক ঘড়ির কার্যকরী দৈর্ঘ্য সংশোধন করতে হয়।

গ C বিন্দুর জন্য চিত্র নিম্নরূপ:



পীথাগোরাসের উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$x^2 + (0.2)^2 = 1^2$

বা, $x^2 = 0.96$

$\therefore x = 0.98 \text{ m}$

আবার, A বিন্দুগামী অনুভূমিক তল হতে C বিন্দুগামী অনুভূমিক তলের উচ্চতা, $h = 1\text{m} - 0.98\text{m} = 0.02\text{m}$ হলে,

∴ C বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_p = mgh$

$= 0.02 \times 9.8 \times 0.02$

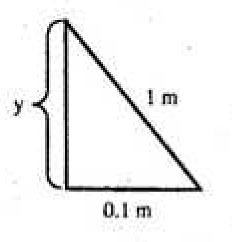
$= 3.92 \times 10^{-3}$ J **(Ans.)**

ঘ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্রানুসারে,

A বিন্দুতে দোলকের গতিশক্তি, E_A = C বিন্দুতে দোলকের স্থিতিশক্তি

$= 3.92 \times 10^{-3}$ J

B বিন্দুর জন্য,



$y^2 + (0.1)^2 = 1^2$

বা, $y = \sqrt{1 - (0.1)^2}$

$= 0.995$ m

A বিন্দুগামী অনুভূমিক তল হতে B বিন্দুগামী তলের উচ্চতা,

$h' = (1 - 0.995)\text{m} = 5 \times 10^{-3}$ m

B বিন্দুতে দোলকের গতিশক্তি, E_B = C বিন্দু হতে B বিন্দুতে নেমে আসতে স্থিতিশক্তির হ্রাস

$= mgh - mgh'$
$= 0.02 \times 9.8 \times (0.02 - 5 \times 10^{-3})$
$= 2.94 \times 10^{-3}$ J

∴ A ও B বিন্দুতে গতিশক্তির অনুপাত

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{3.92\times10^{-3}}{2.94\times10^{-3}}$$
$$= \sqrt{\frac{3.92\times10^{-3}}{2.94\times10^{-3}}}$$
$$\therefore \frac{E_A}{E_B} = 1.15$$

বা, $E_A = 1.15 \times E_B$

অর্থাৎ, A বিন্দুতে ববের গতিশক্তি, B বিন্দুতে গতিশক্তির 1.15 গুণ।

প্রশ্ন ▶ ১৭ একটি পানিভর্তি কূপের গভীরতা 15m এবং ব্যাস 5m। 30 মিনিটের মধ্যে কূপটি পানিশূন্য করার জন্য একটি পাম্প তৈরি করা হল। *[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ]*

ক. কাজের একক কি? ১

খ. কাজ শক্তি উপপাদ্যটি লিখ। ২

গ. উদ্দীপকের পাম্পটির অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. আমরা যদি 0.85HP ক্ষমতার অন্য একটি পাম্প যোগ করি তাহলে কুয়াটি শূন্য করতে কত সময় কম লাগবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজের একক N – m বা জুল।

খ কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

কোনো বস্তুর আদি গতিশক্তি k_0 ও F বল প্রয়োগে পরিবর্তিত গতিশক্তি যদি k হয়, তবে কৃতকাজ, $w = k - k_0 = \Delta k$

গ দেওয়া আছে,

কুয়ার গভীরতা, h = 15m

কুয়ার ব্যাস, d = 5m

কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = 2.5$m

সময়, t = 30 min = 1800 sec

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$

গড় গভীরতা $h' = \left(\frac{0+15}{2}\right)$m = 7.5m

পানির ঘনত্ব, $\rho_w = 1000\ kgm^{-3}$

নির্ণয় করতে হবে, ব্যবহৃত পাম্পের অশ্বক্ষমতা, P_1 = ?

এখানে,

$$P = \frac{mgh'}{t}$$
$$= \frac{\rho_w \times pr^2h \times g \times h'}{t}$$
$$= \frac{1000 \times 3.1416 \times (2.5)^2 \times 9.8 \times 7.5}{1800}$$
$$= \frac{1000 \times 3.1416 \times (2.5)^2 \times 9.8 \times 7.5}{1800}$$
$$= 801.7625\ W = 1.075\ HP\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,

১ম পাম্পের ক্ষমতা $P_1 = 1.075$ HP

২য় পাম্পের ক্ষমতা $P_2 = 0.85$ HP

পরিবর্তিত অবস্থায় মোট ক্ষমতা, $P' = P_1 + P_2$
$= 10.75\ HP + 0.85\ HP$
$= 1.925$ HP

এক্ষেত্রে t′ পরিমাণ সময় লাগলে

$P = \frac{mgh}{t}$ বা, $P \propto \frac{1}{t}$ সূত্রানুসারে,

$$\frac{P_1}{P'} = \frac{t'}{t_1}$$
$$\therefore\ t' = t_1 \times \frac{P_1}{P'} = 1800\ sec \times \frac{1.075\ HP}{1.925\ HP} = 1005.195\ sec$$

∴ সময় কম লাগবে = (1800 – 1005.195) sec = 794.805 sec

সুতরাং, 0.85 HP ক্ষমতার অন্য একটি পাম্প যোগ করায় 794.805 sec সময় কম লাগবে।

প্রশ্ন ▶ ১৮ একটি পাম্প 5 min এ 5000 kg পানি একটি ঘর্ষণহীন 50m পাইপ দিয়ে বিল্ডিং এর ছাদে উঠায়। এবং পাইপের নল থেকে $20ms^{-1}$ বেগে বাইরে বের হয়। পাইপটি বিল্ডিং এর ছাদের সাথে 60° কোণ করে আছে। *[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]*

ক. গতিশক্তি কাকে বলে? ১

খ. বিভবশক্তি ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। ২

গ. পাম্পের পানির গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি পাম্পটি 1 মিনিটে এই কাজ করতে পারে তবে পাম্পের অশ্বক্ষমতা কত হবে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু গতিশীল থাকার কারণে তার মধ্যে যে পরিমাণ শক্তি জমা হয় তাকে ঐ বস্তুর গতিশক্তি বলা হয়।

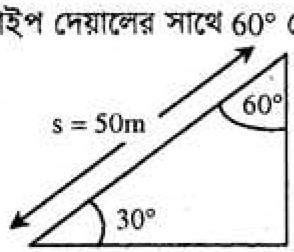
খ কোনো একটি সংরক্ষণশীল বল ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত হয়। অর্থাৎ গতিশক্তি + বিভবশক্তি = ধ্রুবক। অর্থাৎ কোনো সিস্টেমে একটি বস্তু যতটুকু বিভবশক্তি হারাবে ঠিক ততটুকু গতিশক্তি অর্জন করবে। একইভাবে বস্তু যতটুকু গতিশক্তি হারাবে ততটুকু বিভবশক্তি অর্জন করবে।

গ গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 5000 \times (20)^2$$
$$= 1 \times 10^6 J\ \textbf{(Ans.)}$$

এখানে,
পানির ভর, m = 5000 kg
বেগ, $v = 20ms^{-1}$

ঘ পাম্পের পাইপ দেয়ালের সাথে 60° কোণে রয়েছে। অর্থাৎ



$h = \sin 30°$
$= 50 \times \frac{1}{2}$
$= 25$ m

এখন পাম্পটি t = 60 sec এ 5000 kg পানি 25m উপরে উঠায় এবং ঐ পানির বেগ $20\ ms^{-1}$

$$\therefore P = \frac{W}{t}$$
$$= \frac{\frac{1}{2}mv^2 + mgh}{t}$$
$$= \frac{\frac{1}{2} \times 5000 \times (20)^2 + 500 \times 9.8 \times 25}{60}$$
$$= 37083.33W = 49.71\ H.P$$

অর্থাৎ পাম্পটির অশ্বক্ষমতা 49.71 H.P

প্রশ্ন ▶ ১৯ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 20m ও ব্যাস 2m। কুয়াটিকে পানিশূন্য করার জন্য 5Hp এর একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানি তোলার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একই ক্ষমতাসম্পন্ন আর একটি পাম্প লাগানো হলো। *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]*

ক. স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কাকে বলে? ১

খ. ছাতার কাপড় ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি ভিতরে প্রবেশ করে না কেন– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রথম ও দ্বিতীয় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

খ ছাতার কাপড়ের ভৌত ধর্ম এমন যেন, ছাতার কাপড়ের অণু ও পানির অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল পানির অণুগুলোর মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা অনেক ক্ষুদ্র। তাই ছাতার ওপর পানি পড়া মাত্রই পানির ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ফোঁটাগুলো একত্রিত হয়ে বেশ কিছু বড় ফোঁটা গঠন করে। এ বড় ফোঁটাগুলো ছাতার কাপড়ের ছিদ্রের মধ্য দিয়ে প্রবেশ করতে পারে না এবং গড়িয়ে পড়ে যায়।

গ ৯(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৯(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২০ রায়হান 950 kg ভরের একটি গাড়ি নিয়ে $\frac{1}{50}$ ঢাল বিশিষ্ট পাহাড় 40 kmh^{-1} বেগে উঠছে। পাহাড়ের গায়ের সাথে গাড়ির চাকার ঘর্ষণ গুণাংক 0.3, রায়হানের ভর 50 kg.

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ক. স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি কী? ১

খ. মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. রায়হানের উপর প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়া বল কত? ৩

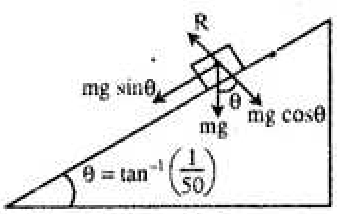
ঘ. উদ্দীপকের গাড়িটির ক্ষমতা H.P.এ পরিমাপ করা যাবে কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে দেখাও। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক বলের প্রভাবে কোনো বস্তুতে সৃষ্ট বিভবশক্তিকে স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে।

খ মহাকর্ষ বলের ক্ষেত্রে (Field) কোনো বস্তুকে এক অবস্থান হতে অপর অবস্থানে স্থানান্তর করতে মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিপথের ওপর নির্ভর করে না, কেবল বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থানের ওপর নির্ভর করে। ঐ ক্ষেত্রে বস্তুকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে আদি অবস্থানে আনা হলে মহাকর্ষ বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজ শূন্য হয়। এ কারণেই মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

গ



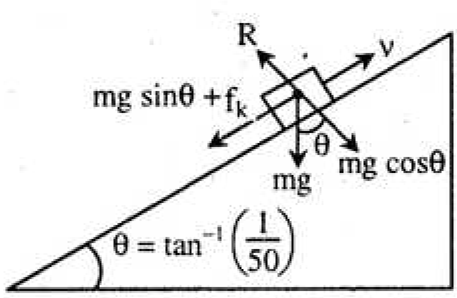
এখানে,
ঢাল, $\tan\theta = \frac{1}{50}$
রায়হানের ভর, m = 50 kg
প্রযুক্ত বল, R = ?

রায়হানের উপর প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়া বল,

$R = mg\cos\theta$

$= 50 \times 9.8 \times \cos\left\{\tan^{-1}\left(\frac{1}{50}\right)\right\} = 489.9$ N **(Ans.)**

ঘ



এখন, রায়হানসহ গাড়ির মোট ভর, m = (950 + 50)kg
= 1000 kg

ঢাল, $\tan\theta = \frac{1}{50}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{50}\right)$
$= 1.146°$

গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu_k = 0.3$

এখন, ঘর্ষণ বল f_k হলে,

$$\mu_k = \frac{f_k}{R}$$

$$\therefore f_k = \mu_k \times R$$

আবার, তরলের উপর প্রতিক্রিয়া, $R = mg\cos\theta$

$\therefore f_k = 0.3 \times mg\cos\theta$
$= 0.3 \times 1000 \times 9.8 \times \cos 1.146°$
$= 2939.41$ N

$\therefore$ মোট বল, $F = mg\sin\theta + f_k$
$= 1000 \times 9.8 \times \sin 1.146° + 2939.41$
$= 3135.41$ N

অর্থাৎ, গাড়িটির ক্ষমতা, P = Fv
$= 3135.41 \times \frac{40 \times 1000}{3600}$
$= 34837.9$ W = 46.7 H.P

অতএব, গাড়ির ক্ষমতা H.P.-এ পরিমাপ করা যাবে।

প্রশ্ন ▶২১ ইফতি টেবিলের উপর রেখে একটি স্প্রিং সংকুচিত ও প্রসারিত করে খেলছিল। সে স্প্রিংটি স্বাভাবিক অবস্থান থেকে 5 cm সংকুচিত করলো। তারপর 1.8 kg ভর এক প্রান্তে লাগিয়ে সংকুচিত স্প্রিংটি ছেড়ে দিল। স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক 340 Nm^{-1}।

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ক. কৌণিক কম্পাংক কী? ১

খ. পৃথিবীর গতি সরল ছন্দিত গতি কিনা ব্যাখ্যা করো। ২

গ. স্প্রিংটি সংকুচিত করতে ইফতিকে কতটুকু কাজ করতে হয়েছে? ৩

ঘ. স্প্রিংটি ছেড়ে দেয়ার পর 6 cm দূরের দেয়ালকে স্পর্শ করবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে যাচাই করো। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল সন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কণার সময়ের সাপেক্ষে দশা পরিবর্তনের হারকে কৌণিক কম্পাংক বলে।

খ পৃথিবী সূর্যের চারপাশে নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে একই পথে আবর্তনশীল। তাই পৃথিবীর গতি পর্যায়বৃত্ত গতি। কিন্তু এই গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

করণ: সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সঞ্চারপথ সরলরৈখিক। কিন্তু পৃথিবীর কক্ষপথ উপবৃত্তাকার। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণা পর্যায়কালের অর্ধেক সময় এক দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে গতিশীল থাকে। কিন্তু পৃথিবী তার কক্ষপথে সর্বদা একই দিক বরাবর গতিশীল। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার যেকোনো মুহূর্তে ত্বরণ সাম্যাবস্থান অভিমুখী এবং সাম্যাবস্থান থেকে সরণের সমানুপাতিক। কিন্তু ঘূর্ণনরত পৃথিবীর ত্বরণ উপবৃত্তের ফোকাস (সূর্য) অভিমুখী এবং এই ত্বরণ ফোকাস থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক $\left(a \times \frac{1}{r^2}\right)$ তাই পৃথিবীর গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

গ স্প্রিংটি সংকুচিত করতে কৃতকাজ W হলে,

$W = \frac{1}{2}kx^2$
$= \frac{1}{2} \times 340 \times (0.05)^2$
$= 0.425$J **(Ans.)**

এখানে,
স্প্রিং ধ্রুবক, k = 340 Nm^{-1}
সাম্যাবস্থান হতে সরণ, x = 5 cm = 0.05 m

ঘ স্প্রিংটিকে x পরিমাণ সংকুচিত করলে এতে সঞ্চিত শক্তি, $E = \frac{1}{2}kx^2$

এখন সংকুচিত অবস্থায় এর সাথে একটি m = 1.8 kg ভরের বস্তু আটকে ছেড়ে দিলে এটি y দূরত্ব সরে আসলে তার y দূরত্ব প্রসারিত হতে কৃতকাজ, $W_1 = \frac{1}{2}ky^2$

এটি আদর্শ স্প্রিং হলে এর সাথে বস্তু যুক্ত করলে এবং টেবিলটি মসৃণ হলে বস্তুকে সরাতে পৃথকভাবে কোন কাজ করতে হবে না। ফলে, $W_2 = 0$

$\therefore$ মোট কৃতকাজ $W = W_1 + W_2$

$= \frac{1}{2}ky^2 + 0$

$= \frac{1}{2}ky^2$

$\therefore$ কাজ শক্তি উপপাদ্য হতে,

কৃতকাজ = সঞ্চিত শক্তি

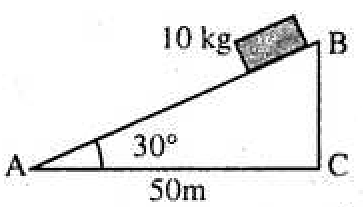
$\frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}kx^2$

বা, $y = x$

$\therefore$ $y = 5$ cm

অতএব, স্প্রিংটি 6 cm দূরের দেয়ালকে আঘাত করবে না।

প্রশ্ন ▶ ২২



AB হল ঘর্ষণযুক্ত তল। 30° কোণের জন্য তলের উপরস্থ বস্তুটি কেবল গতিশীল হয়। *[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]*

ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১

খ. রকেটের গতি কোন সূত্র সমর্থন করে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. B বিন্দুতে বস্তুটির বিভব শক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কোণের মান 15° বৃদ্ধি করলে B হতে A বিন্দুতে আসতে বস্তুর গতিশক্তির কেমন পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা ও কৌণিক বেগের গুণফলকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ রকেটে জ্বালানি হিসেবে তরল হাইড্রোজেন ও অক্সিজেন ব্যবহার করা হয়। দহন প্রকোষ্ঠে তরল অক্সিজেনের সাহায্যে জ্বালানি তেল দহন করা হয়, ফলে প্রচুর গ্যাস উৎপন্ন হয়। উৎপন্ন গ্যাস প্রচণ্ড বেগে পিছন দিয়ে বের হয়ে আসার সময় নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে রকেটের ওপর একটি বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এ বলকে ধাক্কা বলে। এ ধাক্কার ফলেই রকেট মহাশূন্যে চলতে পারে।

গ B বিন্দুতে বস্তুটির বিভব শক্তি,

$E_{PB} = mg \times BC$

$= mg \times AC \tan\theta$

$= 10 \times 9.8 \times \tan 30°$

$= 2829$ J. **(Ans.)**

দেওয়া আছে,

বস্তুর ভর, m = 10 kg

AC = 50 m

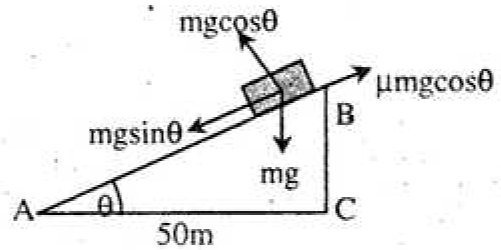
$\angle BAC = \theta = 30°$

$\tan\theta = \frac{BC}{AC}$

বা, $BC = AC \tan\theta$

ঘ $\theta = 30°$ হলে বস্তুটি কেবল গতিশীল হয়।

তাই, $\mu = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$



AB তল বরাবর

লব্ধি বল, $F = mg \sin\theta - \mu\, mg \cos\theta$

চিত্র হতে, $\cos\theta = \frac{AC}{AB}$

বা, $AB = \frac{AC}{\cos 30°}$

$= \frac{50}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{100}{\sqrt{3}}$

কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী

লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

বা, $F.s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m.0$ [যেহেতু আদিবেগ u = 0 ছিল]

বা, $(mg \sin\theta - \mu\, mg \cos\theta) \times AB = \frac{1}{2}mv^2$ [এখানে, সরণ, s = AB]

অতএব,

গতিশক্তি $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = (mg \sin\theta - \mu\, mg \cos\theta) \times AB$ .... (i)

(i) নং সমীকরণে

যখন, $\theta = 30°$, $\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$,

$$E_{k_1} = (mg\sin 30° - \frac{1}{\sqrt{3}} mg\cos 30°) AB$$

$$= \left(mg \sin 30° - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right).mg.\cos 30°\right) AB$$

$$= \left(mg.\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}.mg.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times AB$$

$$= \left(\frac{mg}{2} - \frac{mg}{2}\right) \times AB$$

$$= 0$$

যখন, $\theta = 45°$ $E_{k_2} = \left\{mg \sin 45° - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right).mg.\cos 45°\right\} \times \frac{100}{\sqrt{3}}$

$$= \left(\frac{mg}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}.mg.\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \frac{100}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{mg(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6}} \times \frac{100}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{10 \times 9.8\,(\sqrt{3}-1) \times 100}{\sqrt{18}}$$

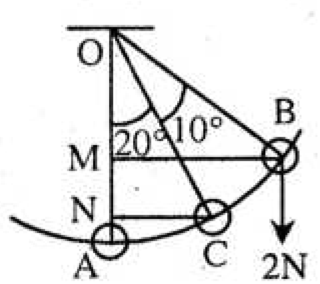
$$= 1690.95 \text{ J}$$

অতএব গতিশক্তির পরিবর্তন; $\Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1}$

$= 1690.95 - 0$

$= 1690.95$ J

প্রশ্ন ▶ ২৩



OA = 10cm

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]

ক. অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১

খ. সরলছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য লেখ। ২

গ. উদ্দীপক হতে বলধ্রুবক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বলকে অসংরক্ষণশীল বলা হবে যদি একটি বস্তু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে পূর্বের অবস্থানে ফিরে এলে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য না হয়। যদি কোনো বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অপর এক বিন্দুতে নিতে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুকে কোন পথে নেয়া হয়েছে তার উপর নির্ভর করে তবে ঐ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

খ সরল ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্যগুলো উল্লেখ করা হলো:

১. এটি বিশেষ ধরনের ছন্দিত বা দোলনগতিসম্পন্ন।

২. সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে সরনের সমানুপাতিক।

৩. ত্বরণ এবং কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখ সব সময় সাম্যাবস্থান অভিমুখী হয়।

গ স্প্রিংটির কৌণিক বেগ = ω হলে,

দেওয়া আছে,
স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য
L = 10 cm = 0.1 m

$\omega^2 = \frac{g}{L}$

$\Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{L}$ [k = বল ধ্রুবক, m = ববের ভর]

$\therefore k = \frac{mg}{L}$ .... (i)

এখন, B বিন্দু হতে পাই, ববের ওজন $W = 2N$

$\Rightarrow mg = 2$

(i) নং এ

$\therefore k = \frac{2}{0.1} = 20$ N/m **(Ans.)**

ঘ ৫(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।

প্রশ্ন ▶২৪ একটি দালানের ছাদের সাথে 5m দৈর্ঘ্যের মই লাগানো আছে যা অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। 70 kg ভরের এক শ্রমিক 20kg বোঝা মাথায় নিয়ে মই বেয়ে ছাদে উঠলেন। ছাদ থেকে নেমে শ্রমিক মইটিকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণ করে রেখে একই পরিমাণ বোঝা নিয়ে মই বেয়ে পুনরায় ছাদে উঠলেন।

[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

ক. বলের ঘাত কী? ১

খ. অভিকর্ষজ বলের বিপরীতে সরণ তিনগুণ হলে কৃতকাজ তিনগুণ হয় কিন্তু স্থিতিস্থাপক বলের বিপরীতে সরণ তিনগুণ হলে কৃতকাজ নয়গুণ হয়—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. শ্রমিক প্রথমে ছাদে ওঠার জন্য কত কাজ করেছেন? ৩

ঘ. কিভাবে মই রেখে ছাদে উঠলে শ্রমিক বেশি ক্ষমতা প্রয়োগ করবেন—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অতি অল্প সময়ে কোন বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল এবং সময়ের গুণফলকে বলের ঘাত বলে।

খ আমরা জানি, অভিকর্ষজ বল (mg) এর বিপরীতে সরণ (x) হলে, কৃত কাজ, W = mgx অর্থাৎ, $W \propto x$ কিন্তু স্থিতিস্থাপক বল (kx) এর বিপরীতে সরণ (x) হলে, কৃতকাজ, $W' = \frac{1}{2}kx^2$ অর্থাৎ, $W' \propto x^2$

সুতরাং, অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে সরণ 3 গুণ হলে কাজ ও 3 গুণ হবে (সমানুপাতিক) কিন্তু স্থিতিস্থাপক বলের বিরুদ্ধে সরণ 3 গুণ হলে কাজ $3^2 = 9$ গুণ হবে (বর্গের সমানুপাতিক)।

গ দেওয়া আছে,
বোঝা সহ শ্রমিকের ভর, m = 70 + 20 = 90 kg
সরণ ও বলের মধ্যবর্তী কোণ, θ = (90 – 30)° = 60°
মই এর দৈর্ঘ্য, s = 5m
বের করতে হবে, ছাদে উঠতে শ্রমিক কর্তৃক কৃতকাজ, W = ?
আমরা জানি,

$W = Fs\cos\theta$
$= mg\,s\cos\theta$
$= 90 \times 9.5 \times 5 \times \cos(60°)$
$= 2205$ J **(Ans.)**

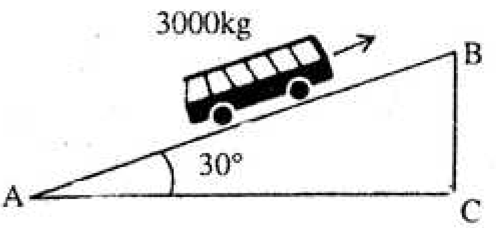
ঘ "গ" অংশ হতে পাই,
প্রথম ক্ষেত্রে, শ্রমিক কর্তৃক কৃতকাজ, W = 2205 J
উদ্দীপক অনুসারে,
মই এর দৈর্ঘ্য, s = 5m
বোঝাসহ শ্রমিকের ভর, m = 90 kg
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, θ = 90 – 60 = 30°
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কৃতকাজ W′ হলে,

$W' = mg\,s\cos\theta$
$= 90 \times 9.8 \times 5 \times \cos 30$
$= 3819.17$ J

আমরা জানি,
ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$
বা, $P \propto W$ [সময় নির্দিষ্ট]

যেহেতু প্রথমক্ষেত্রে কৃতকাজ < দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কৃতকাজ সুতরাং, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অর্থাৎ অনুভিকের সাথে 60° কোণে মই রেখে ছাদে উঠতে শ্রমিকের বেশি ক্ষমতা প্রয়োগ করতে হবে।

প্রশ্ন ▶২৫ মাইলস্টোন কলেজের পদার্থবিজ্ঞান বিভাগের শিক্ষকদের শিক্ষা সফর উপলক্ষে বান্দরবান যাওয়ার পথে পাহাড়ী রাস্তার উঁচু ঢাল দিয়ে সফরকারী বাসটি চিত্রের ন্যায় $10ms^{-1}$ সমবেগে উপরের দিকে উঠছিল। উক্ত স্থানে রাস্তার সাথে চাকার ঘর্ষণ বল 400N এবং গাড়িটির ইঞ্জিনের সর্বোচ্চ ক্ষমতা 200kW। [AB = 70 m]



[মাইলস্টোন কলেজ]

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি লিখ। ১

খ. গতিপথের কোথায় প্রাসের বেগ সর্বনিম্ন হয়? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. গাড়িটি A থেকে B-তে যেতে কৃতকাজ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি গাড়ির ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা 80% হয় তবে গাড়িটি পাহাড়ের উপর স্বাচ্ছন্দে উঠতে সক্ষম হবে কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ আমরা জানি, অনুভূমিক দিকে কোনো ত্বরণ না থাকায় প্রাসের অনুভূমিক বেগ অপরিবর্তীত থাকে, কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের কারণে উলম্ব বেগের উলম্ব উপাংশ পরিবর্তীত হয়। প্রাসের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের শুধু অনুভূমিক উপাংশ থাকে, উলম্ব উপাংশ শূন্য হয়। ফলে এ বিন্দুতে লব্ধি বেগ অনুভূমিক উপাংশের সমান হয়। কিন্তু অন্য যে কোনো বিন্দুতে বেগের অনুভূমিক ও উলম্ব উভয় উপাংশ থাকে। ফলে লব্ধি বেগের মান বেগের অনুভূমিক উপাংশ অপেক্ষা বড় হয়। তাই সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসের বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয়।

গ গাড়িটির A থেকে B তে যেতে কৃতকাজ, W হলে, W= বিভব শক্তির পরিবর্তন, E_p + ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ, W_F।

এখন,

বিভবশক্তির পরিবর্তন,

$E_p = mgh$
$= mg(BC)$
$= mg(AB \sin\theta)$
$= 3000 \times 9.81 \times 70 \times \sin 30°$
$= 1.03 \times 10^6 J$

এখানে,
গাড়ির ভর, $m = 3000$ kg
A থেকে B এর দূরত্ব, $AB = 70$ m
তলের ভূমির সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 30°$

ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ,

$W_F = FS$
$= 400 \times 70$
$= 28000$ J

এখানে,
ঘর্ষণ বল, $F = 400$ N
সরণ, $s = 70$ m

∴ মোট কাজ, $W = 1.03 \times 10^6 + 28,000$
$= 1.058 \times 10^6$ J. **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে পাই, গাড়িটির A বিন্দু হতে B বিন্দুতে যেতে কৃতকাজ, $W = 1.088 \times 10^6$ J

গাড়িটির A হতে B তে যেতে t সময় লাগলে,

$t = \frac{s}{v}$
$= \frac{70}{10}$
$= 7s$

এখানে,
সরণ, $S = 70$m
বেগ, $v = 10\ ms^{-1}$

∴ গাড়িটিকে 10 ms^{-1} সমবেগে A হতে B তে যেতে ইঞ্জিন হতে প্রয়োজনীয় প্রযুক্ত ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$

$= \frac{1.088 \times 10^6}{7}$
$= 151.1 \times 10^3$ W
$= 151.1$ kW

এখন, গাড়িটি স্বাচ্ছন্দে A হতে B তে যেতে পারবে যদি উদ্দীপক অনুসারে গাড়িটির ইঞ্জিন হতে প্রাপ্ত সর্বোচ্চ ক্ষমতা প্রয়োজনীয় ক্ষমতা, $P = 151.1$kW এর সমান বা বেশি হয়।

∴ ইঞ্জিন হতে প্রাপ্ত ক্ষমতা P_{out} হলে

$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$
বা $P_{out} = \eta P_{in}$
$= 0.80 \times 200$
$= 160$ kW

এখানে,
ইঞ্জিনের সর্বোচ্চ প্রযুক্ত ক্ষমতা, $P_{in} = 200$ kW
ইঞ্জিনের দক্ষতা, $\eta = 80\%$
$= 0.80$

∴ $P_{out} > P$, অর্থাৎ প্রয়োজনীয় ক্ষমতার চাইতে ইঞ্জিন হতে প্রাপ্ত ক্ষমতা বেশি। তাই গাড়িটি স্বাচ্ছন্দ্যে A হতে B তে তথা পাহাড়ে উঠতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ২৬ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12 m এবং ব্যাস 1.8 m। একটি পাম্প কুয়াটিকে 24 min এ পানি শূন্য করতে পারে। উক্ত কাজে 1H.P. এর আরও একটি পাম্প যুক্ত করা হলো।

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ]

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত করো। ১
খ. 'সংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে কৃতকাজ বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না'— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. পাম্পটির ক্ষমতা নির্ণয় করো। ৩
ঘ. দ্বিতীয় পাম্প যুক্ত করায় উক্ত কাজে কত সময় সাশ্রয় হবে? ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে। অর্থাৎ, সংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে নিয়ে যেতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয়, দ্বিতীয় বিন্দু হতে ১ম বিন্দুতে ফিরিয়ে আনলে একই পরিমাণ ঋণাত্মক কাজ করতে হয়। যে পথেই নেয়া হোক না কেন কাজ সংরক্ষণশীল থাকে, এ কারণেই সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ গতিপথের উপর নির্ভর করে না।

গ এখন,

$P = \frac{W}{t}$
$= \frac{mgh}{t}$
$= \frac{\rho Vgh}{t}$
$= \frac{\rho \times \pi r^2 l gh}{t}$

এখানে,
কুয়ার গভীরতা, $l = 12$m
কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = 0.9$m
সময়, $t = 24 \times 60$
$= 1440$ s
গড় সরণ, $h = \frac{0 + 12}{2}$
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1 \times 10^3\ kgm^{-3}$
ক্ষমতা, $P = ?$

$= \frac{1 \times 10^3 \times 3.1416 \times (0.9)^2 \times 12 \times 9.8 \times 6}{1440}$
$= 1246.9$ watt
$= 1.67$ H.P. **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,

প্রথম পাম্পের ক্ষমতা, $P_1 = 1.67$ H.P

1 H.P এর পাম্প যুক্ত করায় মোট ক্ষমতা,

$P_2 = (1.67 + 1)$ H.P.
$= 2.67$ H.P

প্রথম পাম্পের জন্য সময় লাগে, $t_1 = 24$min

ধরি, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে সময় লাগে t_2 min

এখন, ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$

বা, $P \propto \frac{1}{t}$; [কাজ একই থাকবে বলে ধ্রুব]

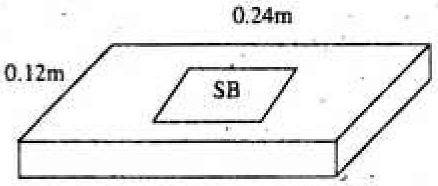
∴ $\frac{P_1}{P_2} = \frac{t_2}{t_1}$

বা, $t_2 = \frac{P_1}{P_2} \times t_1$
$= \frac{1.67}{2.67} \times 24$
$= 15.01$ min

∴ দ্বিতীয় পাম্প যুক্ত করার সময় সাশ্রয় হলো,

$t_1 - t_2 = (24 - 15.01)$ min
$= 8.99$ min

প্রশ্ন ▶ ২৭ নিচে একটি ইট দেখানো হলো যার উচ্চতা 0.05 m এবং ভর 2 কেজি।



[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]

ক. কর্মদক্ষতা কাকে বলে ? ১
খ. একটি বস্তু নিচে পড়তে থাকলে গতি শক্তি বৃদ্ধি পায় -ব্যাখ্যা করো। ২
গ. একটির উপর আর একটি ইট সজ্জিত করে 5 মিটার উচ্চতার স্তম্ভ তৈরি করতে কী পরিমাণ কাজ করতে হবে নির্ণয় করো। ৩
ঘ. ইটের দৈর্ঘ্যকে অনুভূমিক অবস্থান হতে উলম্ব অবস্থানে রাখতে কি পরিমাণ কাজ করতে হবে, গানিতিক বিশ্লেষণ পূর্বক মতামত দাও। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

খ একটি বস্তু নিচে পরতে থাকলে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। কারণ মুক্তভাবে কোন বস্তু পরতে থাকলে সময়ের সাথে সাথে বস্তুর বেগ বৃদ্ধি পায়। পড়ন্ত বস্তুর সূত্র হতে পাই $v \propto t$। আবার বেগ বৃদ্ধি পেলে গতি শক্তি বৃদ্ধি পায়। গতিশক্তি, $E_k \propto v^2$। অর্থাৎ গতিশক্তি বেগের বর্গের সমানুপাতিক। তাই একটি বস্তু নিচে পরতে থাকলে এর গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়।

গ এখানে, ইটের উচ্চতা, $h' = 0.05$ m
ইটের ভর, $m' = 2$kg

5m উচ্চতার স্তম্ভ তৈরী করতে ইটের প্রয়োজন,

$= \frac{5m}{0.05m} = 100$ টি

$\therefore$ 100 টি ইটের ভর, $m = 100 \times 2 = 200$ kg

5m স্তম্ভের ক্ষেত্রে গড় উচ্চতা, $h = \frac{5}{2} = 2.5$m

আমরা জানি,

কৃতকাজ, $W = mgh - m'g\frac{h}{2}$

$= 200 \times 9.8 \times 2.5 - 2 \times 9.8 \times \frac{0.05}{2}$

$= 4899.51$ J (Ans)

ঘ এখানে, ইটের ভর $m = 2$kg
ইটের দৈর্ঘ্য, $l = 0.24$m

এখন ইটের দৈর্ঘ্যকে অনুভূমিক অবস্থান হতে উলম্ব অবস্থানে রাখলে ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_1 = \frac{l}{2} = 0.12$m

আমরা জানি, কৃতকাজ, $W = mgh_1$
$= 2 \times 9.8 \times 0.12$
$= 2.352$ J

$\therefore$ ইটের দৈর্ঘ্যকে অনুভূমিক অবস্থান হতে উলম্ব অবস্থানে রাখতে 2.352J কাজ করতে হবে।

প্রশ্ন ▶২৮ 1টি 1000kg ভরের ট্রাকের সাহায্যে 1 টি 500kg ভরের বেলনাকৃতির পিলারকে একটি আনত তলের উপর দিয়ে $30ms^{-1}$ বেগে নিয়ে যাওয়া হচ্ছিল। পিলারটির দৈর্ঘ্য 100m এবং ব্যাসার্ধ 50cm। আনত তলটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোনে আছে। আনত তলে 60m চলার পর পিলারটি নামানোর জন্য ট্রাকটি থামল।

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]

ক. সংরক্ষণশীল বল কি? ১
খ. লব্ধি বল দ্বারা কৃত কাজ শক্তি পরিবর্তনের সমান, ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের পিলারটির ভূমিতে শায়িত অবস্থা থেকে খাড়া অবস্থায় নিতে কাজের মান নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের ট্রাকটির আনত তলে 60m চলার জন্য কিরূপ কাজ করতে হবে, নির্ণয় কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

খ লব্ধি বল দ্বারা কৃতকাজ গতিশক্তি পরিবর্তনের সমান।

গাণিতিক ভাবে, কৃতকাজ, $W = FS$
$= mas$
$= m\frac{v^2 - v_0^2}{2}$
$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$
$= E_k - E_{k_0}$
= গতিশক্তির পরিবর্তন।

গ

এখন, শায়িত অবস্থা থেকে খাড়া অবস্থায় নিতে কাজ,

$W = mg\left(\frac{l}{2} - r\right)$

$= 500 \times 9.8\left(\frac{100}{2} - 0.5\right)$

$= 242550$ J

(Ans.)

এখানে,
পিলারের ভর, $g = 500$ kg
দৈর্ঘ্য, $l = 100$ m
ব্যাসার্ধ, $r = 50$ cm
$= 0.5$ m

ঘ

এখন, কৃতকাজ = বিভবশক্তির পরিবর্তন
$W = mgh$
$= mgs \sin\theta$
$= 1500 \times 9.8 \times 60 \sin 30°$
$= 441000$ J **(Ans.)**

এখানে,
মোট ভর, $m = 1000 + 500$
$= 1500$ kg
উৎপন্ন কোণ, $\theta = 30°$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 60$m

প্রশ্ন ▶২৯ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10m এবং ব্যাস 4 m কুয়াটিকে 20 মিনিটে পানি শূন্য করতে 6.87 HP এর একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানি শূন্য করার পর পাম্পটি নষ্ট হওয়ায় অন্য আর একটি পাম্প লাগানো হলো এবং নির্ধারিত সময়ে কুয়াটি পানি শূন্য করা হল।

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি কলেজ, ঢাকা]

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কী? ১
খ. ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল– ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপক অনুসারে কত সময় পর প্রথম পাম্পটি নষ্ট হয়েছিল? ৩
ঘ. উদ্দীপকটি অনুসারে ১ম পাম্পটি নষ্ট হওয়ার পর নির্ধারিত সময়ে কুয়াটির পানি শূন্য করতে কি একই ক্ষমতার পাম্প ব্যবহার করা হয়েছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিংকে এর সাম্যাবস্থা হতে 1m প্রসারিত বা সংকুচিত করতে যে পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হয়, তাকে স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ আমরা জানি, ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিপরীতে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণচক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক। ফলে একটি পূর্ণচক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনও শূন্য হতে পারে না। এজন্য ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ দেওয়া আছে,

পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা, $h = 10$m
ব্যাস, $d = 4$m
সময়কাল, $t = 20min = 20 \times 60 = 1200$ sec.
পাম্পের ক্ষমতা, $P = 6.87HP = 6.87 \times 746$
$= 5125.02$W

জানা আছে,

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$

বের করতে হবে, অর্ধেক পানি শূন্য করার প্রয়োজনীয় সময়, $t' = ?$

কুয়ার সম্পূর্ণ পানির আয়তন V হলে,

$V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$

$= \frac{1}{4}\pi \times 4^2 \times 10 = 125.66\ m^3$

পানির ভর m হলে, $m = \rho V = 1000 \times 125.66 = 125660$ kg

$\therefore$ অর্ধেক পানির ভর m' হলে, $m' = \frac{m}{2} = \frac{125660}{2}$

$\therefore m' = 62830$ kg

এখন পানি উত্তোলনের গড় উচ্চতা, $h' = \frac{h}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$ m

অর্ধেক পানি উত্তোলনে নির্ণেয় সময় t′ হলে,

আমরা জানি, $P = \frac{m'gh'}{t'}$

বা, $t' = \frac{m'gh'}{P} = \frac{62830 \times 9.8 \times 2.5}{5125.02}$

$= 300.36$ sec

$t' = 5.006$ min

∴ 5.006 min পর পাম্পটি নষ্ট হয়েছিল। **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই, অর্ধেক পানির ভর, $m' = 62830$ kg.

জানা আছে, মোট পানির ভর, $m = 1256660$ kg

∴ অবশিষ্ট পানির ভর, $m'' = m - m' = 125660 - 62830$

∴ $m'' = 62830$ kg

নির্ধারিত সময়, $t = 20$ min

প্রথম পাম্প কর্তৃক ব্যয়িত সময়, $t' = 5.006$ min

∴ অবশিষ্ট সময়, $t'' = 20 - 5.006 = 14.994$ min

$t'' = 14.994 \times 60 = 899.64$ sec

গড় উচ্চতা, $h = \frac{3h}{4} = \frac{3 \times 10}{4} = 7.5$m

কুয়াটি পানি শূন্য করতে দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতা P′ হলে,

আমরা লিখতে পারি, $P' = \frac{m''gh}{t''}$

$= \frac{62830 \times 9.8 \times 7.5}{899.64}$

$= 5133.1691$

$= \frac{5133.169}{746}$

$= 6.88$ HP > P

উদ্দীপক হতে দেখা যায় যে, প্রথম পাম্পটির ক্ষমতা 6.87 HP

আবার, গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যায় যে, দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতা 6.88 HP

সুতরাং বলা যায় যে, কুয়াটি পানিশূন্য করতে উভয়ক্ষেত্রে একই ক্ষমতার পাম্প ব্যবহার করা হয় নাই। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে (6.88 – 6.87) HP = 7.46 watt এর একটি ক্ষুদ্র মোটর লাগানো হয়েছিল।

প্রশ্ন ▶৩০ একটি কুয়ার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং গভীরতা যথাক্রমে 10m, 4m ও 6m। কুয়ার দুই-তৃতীয়াংশ পানি দ্বারা পূর্ণ। একটি পাম্প 30 মিনিটে কুয়াটাকে পানিশূন্য করতে পারে। *[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]*

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কী? ১

খ. একই উচ্চতায় উঠতে একটি খাড়া সিঁড়ি অপেক্ষা একটি হেলানো সিঁড়ি ব্যবহার করলে কষ্ট কম হয় কেন? ২

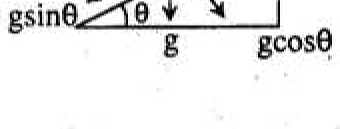
গ. উদ্দীপকের কুয়াটি থেকে 6 লিটার পানি 10m উচ্চতায় একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে তুলতে ব্যয়িত শক্তি কত হবে? ৩

ঘ. যদি পাম্পটির কার্যকর ক্ষমতা 50% নষ্ট হয় তবে নির্ধারিত সময়ের মধ্যে কুয়াটিকে পানিশূন্য করা সম্ভব হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য 1m সংকোচন বা প্রসারণের জন্য প্রয়োজনীয় বলকে স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ খাড়া সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠলে সরাসরি অভিকর্ষজ ত্বরণ, g এর বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। কিন্তু হেলানো সিঁড়ি ব্যবহার করলে g এর উপাংশের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়—



$\theta < 90°$ হলে $g > g\sin\theta$ অর্থাৎ

$mg > mg\sin\theta$

অর্থাৎ, খাড়া সিড়িতে উঠতে ন্যূনতম তোমার ওজনের সমান বল প্রয়োগ করতে হবে কিন্তু হেলানো সিড়ি বেয়ে উঠতে ওজনের চেয়ে কম বল প্রয়োগ করতে হবে।

সুতরাং হেলানো সিড়িতে কষ্ট কম হয়।

গ

ঘনত্ব,

$\rho = \frac{m}{V}$

বা, $a \times b \times h = \frac{m}{\rho}$

বা, $h = \frac{6}{1000 \times 10 \times 4}$

$= 1.5 \times 10^{-4}$m

এখানে,
কুয়ার দৈর্ঘ্য, a = 10m
কুয়ার প্রস্থ, b = 4 m
কুয়ার উচ্চতা, c = 6 m
কুয়ার ভেতর পানির উচ্চতা, $6 \times \frac{2}{3} = 4$ m
h = 6 লিটার পানির উচ্চতা
ভর, m = 6 লিটার পানির ভর = 6 kg

এখন, গড় সরণ, $= \frac{1}{3} \times 6 + \frac{1.5 \times 10^{-4}}{2} + 10$

$= 12.000075$ m

ব্যয়িত শক্তি, $W = mgh$

$= 6 \times 9.8 \times 12.000075$

$= 705.60$ J **(Ans.)**

ঘ

পাম্পের ক্ষমতা,

$P = \frac{W}{t}$

$= \frac{mgh}{t}$

$= \frac{\rho Vgh}{t}$

$= \frac{\rho \times abc \times g \times h}{t}$

$= \frac{1 \times 10^3 \times 10 \times 4 \times 4 \times 9.8 \times 4}{1800}$

$= 3484.4$ W

$= 4.67$ h.p

এখানে,
কুয়ার দৈর্ঘ্য, a = 10m
কুয়ার প্রস্থ, b = 4 m
কুয়ার উচ্চতা, c′ = 6 m
পানির উচ্চতা, $c = \frac{2}{3} \times 6 = 4$ m
গড় সরণ $= \frac{\frac{1}{3} \times 6 + 6}{2} = 4$ m
সময়, t = 30 min = 1800 sec
ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ kgm^{-3}

এখন পাম্পের ক্ষমতা 50% নষ্ট হলে অর্থাৎ অর্ধেক হয়ে গেলে পূর্বের চেয়ে দ্বিগুণ সময় লাগবে। যেহেতু $P \propto \frac{1}{t}$ অর্থাৎ ক্ষমতা অর্ধেক হয়ে গেলে সময় দ্বিগুণ লাগবে।

প্রশ্ন ▶৩১ একটি কুয়ার গভীরতা 15m এবং ব্যাসার্ধ 1m এর 5m খালি। 40% দক্ষতার একটি পাম্প ব্যবহার করে 9min এ এর অর্ধেক পানি উত্তোলন করা হল। 35% দক্ষতার অপর একটি ইঞ্জিনের সাহায্যে 4kg ভরের 15 টি ইট 10ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা যায়। *[নিউ গভ: ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী]*

ক. অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১

খ. শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে কেন—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের পাম্পের দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের এবং পাম্প ইঞ্জিনের গায়ে লিখা ক্ষমতা—গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বলকে অসংরক্ষণশীল বলা হবে যদি একটি বস্তু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে পূর্বের অবস্থানে ফিরে এলে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য না হয়। যদি কোনো বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অপর এক বিন্দুতে নিতে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুকে কোন পথে নেয়া হয়েছে তার উপর নির্ভর করে তবে ঐ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

খ সরল দোলকের দোলনকাল সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ অনুসারে, কোনো সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কমে গেলে দোলনকাল কমে যায়। অর্থাৎ দোলকটি দ্রুত চলবে। দোলক ঘড়ি ধাতুর তৈরি হওয়ায় তা শীতকালে তাপমাত্রা হ্রাস পেলে দৈর্ঘ্য হ্রাস ঘটে। আর তাই সরলদোলকের সূত্রানুযায়ী দোলনকালও কমে যায় অর্থাৎ দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে।

গ

পাম্প দ্বারা কৃতকাজ,

$W = mgh$
$= \rho Vgh$
$= \rho\pi r^2 lgh$
$= 1 \times 10^3 \times \pi \times 1^2 \times \frac{10}{2} \times 9.8 \times 7.5$
$= 1.154 \times 10^6 J$ **(Ans.)**

এখানে,
কুয়ার গভীরতা = 15 m
কুয়ার ভিতর পানির গভীরতা, $l = (15 - 5)$ m $= 10$ m
ব্যাসার্ধ, $r = 1$m
ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ kgm^{-3}
গড় সরণ, $h = \frac{5 + 10}{2} = 7.5$ m

ঘ

ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$
$= \frac{1.154 \times 10^6}{540}$
$= 2137.04$ watt

এখানে, 'গ' হতে পাম্পের দ্বারা কৃতকাজ, $W = 1.154 \times 10^6 J$
সময়, $t = 9$ min $= 540$ sec
প্রদত্ত ক্ষমতা, $P = ?$
পাম্পের দক্ষতা, $\eta_1 = 0.4$

এখন,
কর্মদক্ষমতা, $\eta_1 = \frac{\text{কার্যকর ক্ষমতা}}{\text{প্রদত্ত ক্ষমতা}}$
বা, $0.4 = \frac{2137.04}{\text{প্রদত্ত ক্ষমতা}}$
∴ পাম্পের প্রদত্ত ক্ষমতা = 5342.6 watt = 5.34 kW
ধরি, $10ms^{-1}$ সমবেগে ইট ছুড়ে মারা হলে,
এখন ইঞ্জিনের ক্ষমতা, $P = Fv$
$= mg \times v$
$= (4 \times 15) \times 9.8 \times 10$
$= 5880$ watt
কর্মদক্ষমতা, $\eta_2 = 0.35$
∴ ইঞ্জিনের প্রদত্ত ক্ষমতা, $P = \frac{5880}{0.35}$
$= 16400$ watt. $= 16.4$ kW **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩২ 10 মিটার দৈর্ঘ্য, 5 মিটার প্রস্থ ও 3 মিটার গভীরতা বিশিষ্ট পানি ভর্তি কোন পুকুরের 1/3 অংশ পানি শূন্য করতে 1টি পাম্প 2 ঘণ্টা সময় নেয়। *[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. আপেক্ষিক গতি কাকে বলে? ১
খ. পৃথিবীর কেন্দ্রে ওজন শূন্য মনে হয় কেন? ২
গ. পাম্পের ক্ষমতা কত? ৩
ঘ. কত ক্ষমতার পাম্প যুক্ত করলে অবশিষ্ট অংশ 2 ঘণ্টায় খালি করা যাবে? ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর সাপেক্ষে অপর বস্তুর গতিকে আপেক্ষিক গতি বলে।

খ আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ হতে h গভীরের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g = \frac{4}{3}\pi G\rho (R - h)$
∴ ভূকেন্দ্রের ক্ষেত্রে, $h = R$

যেখানে, G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
ρ = পৃথিবীর ঘনত্ব
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

∴ আমরা পাই, $g = \frac{4}{3}\pi G\rho (R - h)$
$= \frac{4}{3}\pi G\rho \times 0$
$\therefore g = 0$

সুতরাং বলতে পারি, ভূ-কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ এর মান শূন্য।
আবার, ওজন = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ
অতএব, পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হওয়ায় ওজন শূন্য মনে হয়।

গ পাম্পের ক্ষমতা,

$P = \frac{W}{t}$
$= \frac{mgh}{t}$
$= \frac{\rho Vgh}{t}$
$= \frac{\rho \times a \times b \times \left(\frac{c}{3}\right) \times g \times h}{t}$
$= \frac{1000 \times 10 \times 5 \times \frac{3}{3} \times 9.8 \times 0.5}{7200}$
$= 34.028$ W **(Ans.)**

এখানে, পুকুরের দৈর্ঘ্য, a = 10 m
প্রস্থ, b = 5 m; উচ্চতা, c = 3 m
সময়, t = 2 hr = 7200 sec
গড় সরন, $h = \frac{0 + \frac{1}{3}c}{2}$
$= \frac{\frac{1}{3} \times 3}{2} = 0.5$ m
ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kgm^{-3}

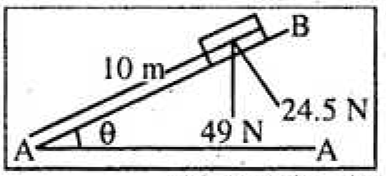
ঘ ক্ষমতা,

$P = \frac{W}{t}$
$= \frac{mgh}{t}$
$= \frac{\rho Vgh}{t}$
$= \frac{\rho \times a \times b \times \left(\frac{2c}{3}\right) \times g \times h}{t}$
$= \frac{1000 \times 10 \times 5 \times \frac{2 \times 3}{3} \times 9.8 \times 2}{7200}$
$= 272.22$ W

এখানে,
পুকুরের দৈর্ঘ্য, a = 10 m
প্রস্থ, b = 5 m;
উচ্চতা, c = 3 m
সময়, t = 2 hr = 7200 sec
গড় সরণ, $h = \frac{\frac{1}{3}c + c}{2}$
$= \frac{\frac{1}{3} \times 3 + 3}{2} = 2$ m
ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kgm^{-3}

272.22 W ক্ষমতার পাম্প যুক্ত করতে হবে।

প্রশ্ন ▶৩৩



[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. ঋণাত্মক কাজ কাকে বলে? ১
খ. মহাকর্ষীয় বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. চিত্রে আনত কোণে মান নির্ণয় কর। ৩
ঘ. যদি কোণের মান পূর্বের তুলনায় 15° বৃদ্ধি করা হয় তবে বস্তুটিকে A থেকে B বিন্দুতে আনতে পূর্বের তুলনায় কত বেশি কাজ করতে হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

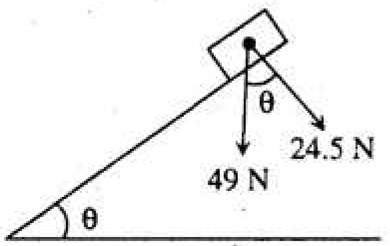
৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগের ফলে বলের বিপরীত দিকে বস্তুর সরণ ঘটলে বা বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশ থাকলে বল ও সরণের উপাংশের গুণফলকে ঋণাত্মক কাজ বলে।

খ মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হওয়ায় মহাকর্ষীয় বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক হয়। মহাকর্ষ বল আকর্ষণ ধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে কোন বস্তুকে মুক্তভাবে ছেড়ে দিলে তা পৃথিবীর দিকে আসতে থাকে। পৃথিবীর

কেন্দ্র থেকে যেকোন দূরত্ব (r) এর জন্য মহাকর্ষীয় বিভব $-\frac{GM}{r}$ যা ঋণাত্মক। মুক্তভাবে পৃথিবীর মহাকর্ষের টানে r_1 থেকে r_2 দূরত্বে কোন বস্তুর সরণ হলে কৃতকাজ $-\frac{GMm}{r_2} - \left(\frac{-GMm}{r_1}\right) = GMm \left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$; $r_1 > r_2$ হওয়ায় এই কাজের মান ঋণাত্মক। অর্থাৎ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে মুক্তভাবে গতিশীল বস্তুর উপর মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক।

গ চিত্র হতে,

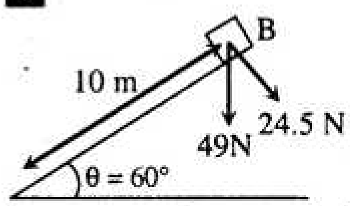


$24.5 = 49 \cos\theta$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

$\therefore \theta = 60°$ **(Ans.)**

ঘ



এখানে,
'গ' হতে, $\theta = 60°$

60° কোণে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে বস্তুটিকে তুলতে কৃতকাজ

$W_1 = mg \times 10\sin 60°$ .... (1)

এখন, কোণ 15° বৃদ্ধি করা হলে, কৃতকাজ

$W_2 = mg \times 10 \sin 75°$ .... (2)

$\frac{W_2}{W_1} = \frac{mg \times 10 \sin 75°}{mg \times 10 \sin 60°}$

বা, $W_2 = \frac{\sin 75°}{\sin 60°} \times W_1 = 1.115\ W_1 = W_1 + 11.5\%\ W_1$

পূর্বের তুলনায় 11.5% বেশি কাজ করতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৪ পেট্রোনাস টুইন টাওয়ারের শীর্ষতলের উচ্চতা 375 m। কাসেম 10 kg ভরের একটি বস্তুসহ শীর্ষতলে আরোহণ করে। এতে সময় লাগে 40 মিনিট। তিনি শীর্ষতল থেকে বস্তুটি নিচে ফেলে দিলেন। উহা বিনা বাঁধায় ভূমিতে পতিত হলো। মনির বলল, "আমি এই কাজটি করতে পারব।" কাসেমের ভর 60 kg এবং মনিরের ভর 55 kg।

[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১

খ. বলের দ্বারা কাজ বলতে কী বোঝায়? ব্যাখ্যা করো। ২

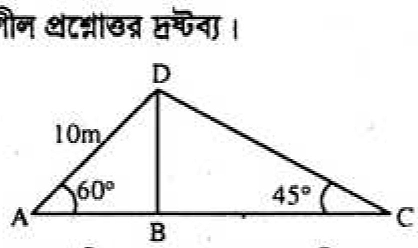
গ. ভূমি থেকে কত উচ্চতায় বস্তুটির বিভবশক্তি এর গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে? ৩

ঘ. মনির কি একই সময়ে কাজটি করতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ পূর্বক মতামত দাও। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

১১ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩৫



50kg ভরের এক ব্যক্তি 10kg ভরের একটি বস্তু মাথায় নিয়ে D বিন্দুতে পৌঁছাল। প্রথমে সে AD পথ ব্যবহার করল এবং পরবর্তীতে CD পথ ব্যবহার করল।

[শহীদ বীর বিক্রম রমিজউদ্দিন ক্যান্টনমেন্ট কলেজ]

ক. কাজ শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত করো। ১

খ. কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. A থেকে D বিন্দুতে পৌঁছাতে কৃতকাজের পরিমাণ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন পথ ব্যবহার করে D বিন্দুতে পৌঁছতে লোকটির পক্ষে সহজ হবে– গাণিতিক ব্যাখ্যা সহ মতামত দাও। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর ওপর কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করে। এক্ষেত্রে যে কোনো মুহূর্তে কেন্দ্রমুখী বলের $(\vec{F_c})$ দিক বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর, কিন্তু প্রতিটি ক্ষুদ্র সময়ে বস্তুর ক্ষুদ্র সরণ $(\vec{ds})$ হয় বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। ফলে $\vec{F_c}$ ও $\vec{ds}$ এর মধ্যকার কোণ $\theta = 90°$। সুতরাং কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = \vec{F_c}.\vec{ds} = F_c \times ds \cos 90° = 0$। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য অর্থাৎ কোনো কাজ সম্পাদিত হয় না।

গ A বিন্দু থেকে D বিন্দুতে যেতে কৃতকাজ, W হলে,

W = বিভবশক্তির পরিবর্তন

$= mgh$

$= 60 \times 9.8 \times 8.66$

$= 5092.1J$ **(Ans.)**

এখানে,
বোঝাসহ ব্যক্তিটির মোট ভর,
$m = 50 + 10 = 60kg$
উচ্চতা, $h = BD = AD \sin 60°$
$= 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8.66m$

ঘ CD পথে যেতে কৃতকাজ W_{CD} হলে,

W_{CD} = বিভবশক্তির পরিবর্তন

$= mgh$

$= 60 \times 9.8 \times 8.66$

$= 5092.1J$

এখানে,
বোঝাসহ ব্যক্তিটির মোট ভর,
$m = 60kg$
উচ্চতার পরিবর্তন,
$h = BD = 8.66m$

যা 'গ' তে প্রাপ্ত AD পথে কৃতকাজ, W_{AD} এর সমান।

উচ্চতার পরিবর্তন একই হওয়ায় প্রতিক্ষেত্রে তাকে সমান কাজ করতে হয়।

কিন্তু AD = 10m এবং $CD = \frac{BD}{\sin 45°} = 12.25m$ হওয়ায়, AD এর ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত বল, F_{AD} ও CD এর ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত বল F_{CD} হলে,

$W_{AD} = W_{CD}$

বা, $F_{AD} . AD = F_{CD} . CD$

বা, $\frac{F_{AD}}{F_{CD}} = \frac{CD}{AD} = \frac{12.25}{10} = 1.225$

বা, $\frac{F_{AD}}{F_{CD}} > 1$

$\therefore F_{AD} > F_{CD}$

অতএব, AD পথে যেতে হলে ব্যক্তিটিকে CD অপেক্ষা অধিক বল প্রয়োগ করতে হয়।

তাই CD পথে যাওয়া ব্যক্তিটির জন্য সহজ।

প্রশ্ন ▶ ৩৬ শিমুল 30m উঁচু দালানের ছাদ থেকে 400gm ভরের একটি পাথর নিচে ফেলে দিলো। পাথরটি নিচে কাদামাটির মধ্যে 5cm গভীরে প্রবেশ করে।

[ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা]

ক. বিভব শক্তি কাকে বলে? ১

খ. অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন ব্যাখ্যা করো। ২

গ. পাথরটি কত গতিশক্তিতে ভূমিকে আঘাত করবে? ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে পাথরটিকে বাধাদানকারী গড় বলের মান নির্ণয় করো। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বস্তুর অভ্যন্তরীণ বা পারিপার্শ্বিক অবস্থা বা অবস্থানের কারণে তাতে কিছু শক্তি থাকতে পারে এবং যার বিনিময়ে তা কাজ করতে পারে তাকে ঐ বস্তুর বিভব শক্তি বা স্থিতিশক্তি বলে।

খ ধরা যাক, একটি বস্তুকে v_0 বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছে পুনরায় নিক্ষেপের অবস্থানে ফিরে আসতে প্রয়োজনীয় সময়, $T = \frac{2v_0}{g}$

সুতরাং T সময় পর বস্তুর বেগ, $v = v_0 - g\frac{2v_0}{g} = -v_0$

সুতরাং নিক্ষেপের সময় বস্তুর গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv_0^2$ এবং সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছে পুনরায় নিক্ষেপের অবস্থানে ফিরে এলে গতিশক্তি $\frac{1}{2}m(-v_0)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ । কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

$$W = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$$

যেহেতু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসায় অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য তাই অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

গ ভূমিতে আঘাত করার পূর্বমুহূর্তে বেগ v হলে,

$$v^2 = u^2 + 2gh$$
$$= 0 + 2 \times 9.8 \times 30$$
$$\text{বা, } v^2 = 588 \ m^2s^{-2}$$

এখানে,
পাথর পতনের উচ্চতা, $h = 30m$
বস্তুর ভর, $m = 400gm = 0.4kg$

অর্থাৎ পাথরটির গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 0.4 \times 588$$
$$= 117.6 \text{ J } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে গতিশক্তি = সর্বোচ্চ উচ্চতায় বস্তুর বিভবশক্তি = mgh

যেখানে, h হচ্ছে পতনশীল বস্তুর, উচ্চতা = 30m

এবং মাটির গড় বাধাদানকারী বল F হলে বাধাদানে কৃতকাজ, $W = F \times x$

যেখানে x হচ্ছে মাটির ভেতরে প্রবেশ দূরত্ব = 5cm = 0.05m

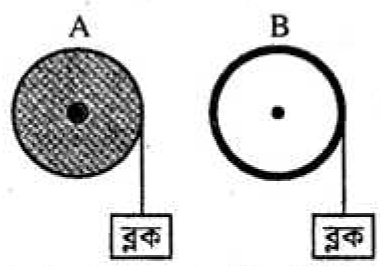
বস্তুর ভর, m = 0.4kg

কাজ-শক্তি উপপাদ্য প্রয়োগ করে গতিশক্তির পরিবর্তন = বিভবশক্তির পরিবর্তন = কৃতকাজ $mgh = F \times x$

$$\text{বা, } F = \frac{mgh}{x} = \frac{0.4 \times 9.8 \times 30}{0.05} = 2352N$$

অর্থাৎ পাথরটি মাটিতে প্রবেশকালে 2352N বাধাদানকারী বল অনুভব করবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৭



A একটি নিরেট চোঙ এবং B একটি চোঙাকৃতি খোলক। এদের ব্যাসার্ধ 10cm এবং ভর 2kg এবং দৈর্ঘ্য 2cm। এরা চিত্র মোতাবেক কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে উলম্ব তলে ঘুরতে পারে। প্রত্যেক সিলিন্ডারের গায়ে নগণ্য ভরের একটি সুতা পেঁচিয়ে সুতার অপর প্রান্তে একই ভরের দুটি ব্লক ঝুলিয়ে দেয়া হল। *[সরকারি সিটি কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. টর্ক কী? ১

খ. কোন বস্তুর উপর কোনো বল ক্রিয়া করছে না এবং কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের লব্ধি শূন্য এক কথা নয়— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. সিলিন্ডারকে ভূমিতে শায়িত অবস্থা হতে খাড়া অবস্থানে তুলতে কত কাজ হবে? ৩

ঘ. কোন সিলিন্ডারের ব্লকটি আগে ভূমিতে পতিত হবে যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোনো অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলের লব্ধি শূন্য— একথার অর্থ হল— বস্তুটির ওপর একাধিক বল ক্রিয়ারত অবস্থায় আছে। কিন্তু এ বলগুলো এমনভাবে ক্রিয়া করছে যেন এদের লব্ধি শূন্য। ফলে বলগুলো সম্মিলিত অবস্থায় কোন প্রভাব নেই। ফলে বল প্রয়োগের পরও এর মধ্যে কোনো প্রভাব দেখা যায় না বা সরণ ঘটে না বলে কোনো বল ক্রিয়া করছে না বলে মনে হয়।

অতএব, বলা যায়, বস্তুর উপর বল ক্রিয়া না করা এবং বলের লব্ধি শূন্য এক নয়।

গ সিলিন্ডারটিকে শায়িত অবস্থা হতে খাড়া অবস্থানে আনতে কৃতকাজ, W হলে,

$$W = \text{বিভবশক্তির পরিবর্তন}$$
$$= mg\Delta h$$
$$= mg(h_2 - h_1)$$
$$= 2 \times 9.8 \times (0.01 - 0.05)$$
$$= -0.784\text{J } \textbf{(Ans.)}$$

এখানে,
শায়িত অবস্থায় ভরকেন্দ্রের উচ্চতা,
$h_1 = \frac{r}{2} = \frac{10}{2} = 5cm = 0.05m$
খাড়া অবস্থায় ভরকেন্দ্রের উচ্চতা,
$h_2 = \frac{l}{2} = \frac{2}{2} = 1cm = 0.01m$
সিলিন্ডারের ভর, m = 2kg

বি.দ্র. : এখানে সিলিন্ডারটির ব্যাসার্ধ তার উচ্চতা অপেক্ষা বড় তাই কাজটি ঋণাত্মক।

ঘ যখন ব্লকগুলো ভূমিতে পরবে তখন সিলিন্ডারগুলো তাদের অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরবে। ফলে যে সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ বেশি হবে তার ব্লকটি আগে ভূমিতে পরবে, যেহেতু ব্যাসার্ধ সমান, ফলে পৃষ্ঠে কোনো বিন্দুর রৈখিক বেগ সমান।

∴ A নিরেট সিলিন্ডারের জ্যামিতিক অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I_A = \frac{1}{2}mr^2$$

আবার, B সিলিন্ডারটি ফাঁপা বলে এর ভরের প্রায় পুরোটাই পরিধিতে বিস্তৃত। ফলে জ্যামিতিক অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক,

$$I_B = mr^2$$

যেহেতু ব্লক দুইটির ভর সমান, ফলে প্রয়োগকৃত টর্ক, $\tau = \vec{F} \times \vec{r}$
$= Fr \sin 90°$
$= mgr$

এবং দুই ক্ষেত্রেই এ টর্ক সমান।

অর্থাৎ, $\tau_A = \tau_B$

$$\text{বা, } I_A\alpha_A = I_B\alpha_B$$
$$\text{বা, } \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{I_B}{I_A} = \frac{mr^2}{\frac{1}{2}mr^2} = 2$$
$$\therefore \alpha_A > \alpha_B$$

অর্থাৎ, A সিলিন্ডারের কৌণিক ত্বরণ B সিলিন্ডার অপেক্ষা বেশি, ফলে A সিলিন্ডারের কৌণিক বেগও B সিলিন্ডারের চাইতে বেশি হবে। ফলে A সিলিন্ডারের **ব্লকটি আগে** ভূমিতে পড়বে।

প্রশ্ন ▶ ৩৮ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 30m ও ব্যাস 4m। কুয়াটিকে পানিশূন্য করার জন্য 4HP-এর একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানি তোলার পর পাম্পটি নষ্ট হলে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একই ক্ষমতাসম্পন্ন আর একটি পাম্প লাগানো হলো। *[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]*

ক. বল ধ্রুবক কাকে বলে? ১
খ. গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন? ২
গ. প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. প্রথম ও দ্বিতীয় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিংয়ের দৈর্ঘ্য একক পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবক বলে।

খ গ্রীষ্মকালে দোলকঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বেড়ে যায় বলে দোলনকাল বৃদ্ধি পায় এবং দোলনকাল বৃদ্ধির কারণেই গ্রীষ্মকালে দোলন ঘড়ি ধীরে চলে। সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ অনুসারে L এর মান বৃদ্ধি পেলে T এর মান বৃদ্ধি পাবে। কারণ কোনো নির্দিষ্ট স্থানে অভিকর্ষণ ত্বরণ (g) নির্দিষ্ট। তাই গ্রীষ্মকালে দোলনকাল বেড়ে যায় বলে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে।

গ প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজ,

$W = mgh = \rho Vgh$

$= \rho\pi r^2 \left(\frac{l}{2}\right) \times g \times h$

$= 1 \times 10^3 \times \pi \times 2^2 \times \left(\frac{30}{2}\right) \times 9.8 \times 7.5$

$= 1.385 \times 10^7$ J **(Ans.)**

এখানে,
কুয়ার গভীরতা, $l = 30$m
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{4}{2} = 2$m
গড় সরণ, $h = \frac{0 + 15}{2} = 7.5$ m
ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ kgm^{-3}

ঘ

ক্ষমতা,
$P = \frac{W_1}{t_1}$
বা, $t_1 = \frac{W_1}{P}$
$= \frac{1.385 \times 10^7}{2984}$
$= 7641.4$ sec

'গ' হতে পাই,
পাম্প দ্বারা কৃতকাজ, $W_1 = 1.385 \times 10^7$ J
ক্ষমতা, P = 4 HP
$= 4 \times 746$ watt
$= 2984$ W
সময়, t = ?

দ্বিতীয় পাম্পের সময়,
$t_2 = \frac{W_2}{P}$
$= \frac{m_2 g}{P}$
$= \frac{\rho V_2 gh}{P}$
$= \frac{\rho\pi r^2 \left(\frac{l}{2}\right) \times g \times h}{P}$
$= \frac{1 \times 10^3 \times \pi \times 2^2 \times 15 \times 9.8 \times 22.5}{2984}$
$= 13928.7$ sec.
$t_2 > t_1$
সুতরাং, দ্বিতীয় পাম্পের জন্য সময় বেশি লাগবে।

দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষেত্রে,
ক্ষমতা, P = 4 HP
$= 2984$ watt
সময়, $t_2 = ?$
গড় সরণ, $h = \frac{15 + 30}{2} = 22.5$ m

প্রশ্ন ▶ ৩৯ 1000 kg ভরের একটি গাড়ি উলম্বের সাথে 60° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 15 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক কষে 40 m দূরত্বে থামলো। *[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]*

ক. সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? ১
খ. সরল দোলক যখন দোলে কোন শব্দ শোনা যায় না কেন? ২
গ. গাড়িটি থামাতে গতি প্রতিরোধকারী বলের মান নির্ণয় কর। ৩
ঘ. গাড়িটি আনত তল বেয়ে নামার সময় শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি মানে কী? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে দোলকের দোলনকাল 2 sec তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ 'সরল দোলক যখন দোলে তখন কোন শব্দ শোনা যায় না' উক্তিটি সত্য নয়। সরল দোলকের কম্পাংকের রাশিমালা হলো : $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$; শব্দ শোনার জন্য এই কম্পাংক কমপক্ষে 20 Hz হতে হবে। অর্থাৎ

$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} > 20$ Hz হতে হবে।

$\therefore \frac{g}{l} \geq (20 \times 2\pi)^2$

বা, $l \leq \frac{9.8}{(40\pi)^2}$ বা $l \leq 0.62$ mm

যা অত্যন্ত ক্ষুদ্র। বাস্তবে এত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের দোলক ব্যবহৃত হয় না বিধায় সরল দোলকের দোলনে কোন শব্দ শোনা যায় না। যেমন: সেকেন্ড দোলকের কম্পাংক $f = \frac{1}{2}$ Hz = 0.5 Hz যা 20 Hz এর তুলনায় অনেক ছোট হওয়ায় সেকেন্ড দোলকের কম্পনে কোন শব্দ শোনা যায় না।

গ

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি থেকে পাই,

$F.s = \frac{1}{2} m (v_0^2 - v_1^2) + mgh$

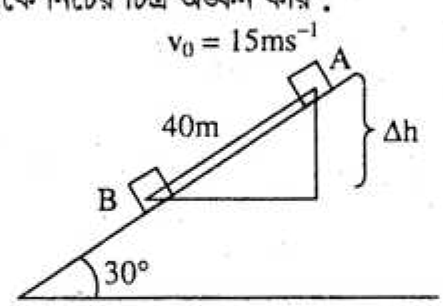
বা, $F.s = \frac{1000 \times (15^2 - 0^2)}{2} + 1000 \times 9.8 \times 40 \sin 30°$

বা, $F.s = 112500 + 196000$

$\therefore F = 7712.5$ N **(Ans.)**

এখানে,
গাড়ির ভর, m = 1000 kg
অনুভূমিকের সাথে কোণ, $\theta_0 = 90° - 60° = 30°$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, s = 40m
আদিবেগে, $v_0 = 15$ms^{-1}
বাধাদানকারী বল, F = ?
আনত তলের উচ্চতা, h = S sin 30° = 40 sin 30°

ঘ উদ্দীপক থেকে নিচের চিত্র অঙ্কন করি :



'গ' হতে পাই,
ব্রেক কর্তৃক প্রযুক্ত বল, F = 7712.5 N
অতিক্রান্ত দূরত্ব, s = 40 m
এখন, A বিন্দুতে মোট শক্তি —

$E_A = \frac{1}{2} mv_0^2 + mg\Delta h$
$= \frac{1}{2} \times 1000 \times 15^2 + 1000 \times 9.8 \times 40 \sin 30°$
$= 112500 + 196000$
$= 308500$ J

গাড়ি থামাতে ব্রেক দ্বারা কৃতকাজ, B বিন্দুতে মোট শক্তি,
$E_B = F.s$
$= 7712.5 \times 40 = 308500$ J
লক্ষ্য করি, $E_A = E_B$
অর্থাৎ, শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলে।

প্রশ্ন ▶ ৪০ 2m ব্যাসার্ধের এবং 8m গভীরতার একটি কুয়ার সম্পূর্ণ পানিকে পৃষ্ঠের 12m উচ্চতার একটি ছাদে ওঠাতে 40min সময় প্রয়োজন। কাজটি দ্রুত করার জন্য আরো একটি 4H.P ক্ষমতার পাম্পকে একত্রে যুক্ত করা হল। *[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]*

ক. কাজ শক্তির উপপাদ্য টি লিখ। ১

খ. পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে কিন্তু কোন কাজ করছে না কেন? ২

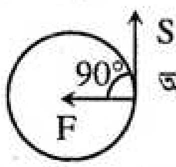
গ. উদ্দীপকের প্রথম পাম্পটির ক্ষমতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. নতুন পাম্প যুক্ত করায় কত সময় সাশ্রয় হবে তা গাণিতিকভাবে বের কর। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ বৃত্তাকার পথে একটি বস্তু ঘূর্ণায়মান থাকলে তার কৃতকাজ শূন্য। কারণ কেন্দ্রমুখী বা কেন্দ্রবিমুখী বল এবং সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90°। সরণের দিক হচ্ছে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর।



অর্থাৎ, $W = Fs\cos 90°$
$= 0°$

চিত্র: বৃত্তাকার পথে কৃতকাজ শূন্য

এ কারণে পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরলে কোনো কাজ হয় না।

গ ক্ষমতা

$P = \frac{W}{t}$
$= \frac{mgh}{t}$
$= \frac{\rho Vgh}{t}$
$= \frac{\rho\pi r^2 lgh}{t}$
$= \frac{1\times10^3\times\pi\times2^2\times8\times9.8\times16}{2400}$
$= 6568.02$ W
$= 8.8$ H.P **(Ans.)**

এখানে,
কুয়ার ব্যাসার্ধ, r = 2m
কুয়ার গভীরতা, l = 2m
গড় সরণ,
$h = 12 + \frac{0+8}{2}$
$= 16$ m
ঘনত্ব, $\rho = 1\times10^3\ kgm^{-3}$
সময়, t = 40 min
= 2400 sec

ঘ ক্ষমতা

$P = \frac{W}{t}$
$\Rightarrow t = \frac{W}{P}$
$= \frac{mgh}{P}$
$= \frac{\rho Vgh}{P}$
$= \frac{\rho\pi r^2 l\times gh}{P}$
$= \frac{1\times10^3\times\pi\times2^2\times8\times9.8\times16}{9548.8}$
$= 1650.8$ sec

এখানে,
নতুন ক্ষমতা, P = 8.8 + 4 H.P
= 12.8 H.P
= 12.8 × 7.6 w
= 9548.8 Watt
কুয়ার ব্যাসার্ধ, r = 2m
গড় সরণ, $h = 12 + \frac{0+8}{2} = 16$ m
ঘনত্ব, $\rho = 1\times10^3\ kgm^{-3}$
সময়, t = ?

অর্থাৎ (2400 – 1650.8) sec = 749.2 sec বা, 12. 48 min সময় সাশ্রয় হবে।

প্রশ্ন ▶ ৪১ কাপ্তাই পানি বিদ্যুৎ কেন্দ্রের বাধের উচ্চতা 200 m এবং এর উৎপাদন ক্ষমতা 500 W। *[আহম্মদ উদ্দিন শাহ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]*

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবাল্য কী? ১

খ. 500 Nm টর্ক বলতে কী বোঝায়? ২

গ. বাধের উপর থেকে একটি বস্তু ফেলে দিলে কত উচ্চতায় গতিশক্তি তার বিভব শক্তির চার গুণ হবে? ৩

ঘ. টারবাইনের ক্ষমতা 80% হলে কি পরিমাণ পানি প্রতি সেকেন্ডে অপচয় হয়— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

খ 500 Nm টর্ক বলতে বুঝায় যে, তা কোন ঘূর্ণনশীল বস্তুর উপর প্রযুক্ত হলে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ প্রতি সেকেন্ডে 500 kgm^2s^{-2} হারে পরিবর্তিত হয়।

গ এখন,

$E_k = 4E_p$
বা, $\frac{1}{2}mv^2 = 4mgx$
বা, $\frac{1}{2}\times m\,2g(200-x) = 4mgx$
বা, $200 - x = 4x$
বা, $200 = 5x$
বা, $x = 40$ m **(Ans.)**

এখানে,
বাধের উচ্চতা, h = 200 m
ধরি, ভূমি থেকে x m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির 4 গুণ হবে।
(h–x) দূরত্ব অতিক্রম করার পরে বেগ v হলে, $v^2 = 0 + 2g(h-x) = 2g(200-x)$

ঘ

$P_{out} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{out} gh$
$P_{in} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{in} gh$
$\therefore P_{in} - P_{out} = \left\{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{in} - \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{out}\right\}\times gh$
বা, $\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{in} - \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{out}$
$= \frac{P_{in} - P_{out}}{gh}$
$= \frac{\frac{500}{0.8} - 500}{9.8\times200}$
$= 63.77\ gms^{-1}$

এখানে,
বাধের উচ্চতা, h = 200 m
উৎপাদন ক্ষমতা, P_{out} = 500 W
টারবাইনের কর্মদক্ষতা, η = 80%
মনে করি, টারবাইনে সরবরাহকৃত পানির প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহের হার, $r_{in} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{in}$ এবং টারবাইনে কার্যকরী পানির প্রবাহের হার, $r_{out} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{out}$

অতএব, উদ্দীপকের শর্তানুযায়ী প্রতি সেকেন্ডে 63.77 gm হারে পানির অপচয় হয়।

প্রশ্ন ▶ ৪২ 6kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 8N মানের বল 4 সেকেন্ড ক্রিয়া করে। এরপর 6N মানের অপর একটি বল অনুভূমিকভাবে ১ম বলের সাথে 60° কোণে ক্রিয়া করে। *[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]*

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কী? ১

খ. এক জুল কাজ বলতে কী বুঝ? ২

গ. 3 সেকেন্ড পর বস্তুটির কৃত কাজ কত হবে? ৩

ঘ. 5 সেকেন্ড পরে বস্তুটির গতীয় অবস্থা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য 1m সংকোচন বা প্রসারণের জন্য প্রয়োজনীয় বলকে স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ এক জুল কাজ বলতে আমরা বুঝি: 1N মানের কোনো বল যদি বলের দিকে কোনো বস্তুর 1m সরণ ঘটায় তবে 1J কাজ সম্পাদিত হয়

গ

বল, $F = ma$

বা, $a = \frac{F}{m}$

বা, $a = \frac{8}{6}$

$\therefore a = \frac{4}{3}\, ms^{-2}$

এখানে,
বস্তুটির ভর, $m = 6$ kg
প্রযুক্ত বল, $F = 8N$
আদি বেগ, $v_0 = 0\ ms^{-1}$
সময়, $t = = 3s$
কৃতকাজ, $W = ?$

বেগ, $v = v_0 + at$

$= 0 + \frac{4}{3} \times 3 = 4\ ms^{-1}$

এখন, কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4^2 - 0$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4^2$

$= 48$ J **(Ans.)**

ঘ

প্রথম 4 sec এ শুধুমাত্র 8N বল ক্রিয়া করে।

$\therefore$ বেগ, $v_1 = v_0 + a_1t_2$

$= 0 + \frac{4}{3} \times 4$

$= \frac{16}{3}\ ms^{-1}$

এখানে, $F_1 = 8N$
এবং $F_2 = 6N$
মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 60°$
'গ' থেকে ত্বরণ $a_1 = \frac{4}{3}\ ms^{-2}$
ভর, $m = 6$ kg
সময়, $t_1 = 5$ sec
সময়, $t_2 = 4$ sec

ধরা যাক, F_1 ও F_2 বলদ্বয় যথাক্রমে x অক্ষ বরাবর ও x অক্ষের সাথে 60° কোণে xy তলের প্রথম চতুর্থভাগে ক্রিয়া করে।

x- অক্ষ বরাবর মোট উপাংশ, $F_x = F_1 \cos 0° + F_2 \cos 60°$

$= \left(8 \times 1 + 6 \times \frac{1}{2}\right)N$

$= 11$ N

y- অক্ষ বরাবর মোট উপাংশ, $F_y = F_1 \sin 0° + F_2 \sin 60°$

$= \left(8 \times 0 + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)N$

$= 3\sqrt{3}$

$\therefore$ লব্ধি বল, $\vec{F} = \hat{i}F_x + \hat{j}F_y$

$= (11\hat{i} + 3\sqrt{3}\,\hat{j})N$

4s পরে বস্তুটির বেগ, $\vec{v_1} = \frac{16}{3}\hat{i}\ ms^{-1}$

$\therefore$ লব্ধি ত্বরণ, $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$= \frac{11\hat{i} + 3\sqrt{3}\,\hat{j}}{6}\ ms^{-2}$

$= \left(\frac{11}{6}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)ms^{-2}$

$\therefore$ 5 sec পর বস্তুটির বেগ,

$\vec{v} = \vec{v_1} + \vec{a}\ (t_2 - t_1)$; $t_1 = 4s, t_2 = 5s$

$= \frac{16}{3}\hat{i} + \left(\frac{11}{6}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right) \times 1$

$= \left(\frac{43}{6}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)ms^{-1}$

$\therefore |\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{43}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\ ms^{-1}$

$= 7.218\ ms^{-1}$

x -অক্ষের সাথে $\vec{v}$ এর উৎপন্ন কোণ,

$\theta_v = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{43/6}\right)$

$= 6.89°$

$\simeq 6.9°$

5s পরে বস্তুটির সরণ,

$\vec{s} = \vec{s_1} + \vec{v_1}\ (t_2 - t_1) + \frac{1}{2}\vec{a}\ (t_2 - t_1)^2$

বা, $\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{a_1}t^2 + \vec{v_1} + \frac{1}{2}\vec{a}$

বা, $\vec{s} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 4^2\hat{i} + \frac{+16}{3}\hat{i} + \frac{1}{2}\left(\frac{11}{6}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)$

বা, $\vec{s} = \frac{32}{3}\hat{i} + \frac{16}{3}\hat{i} + \frac{11}{12}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{4}\hat{j}$

বা, $\vec{s} = \frac{203}{12}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{4}\hat{j}$

বা, $|\vec{s}| = \sqrt{\left(\frac{203}{12}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2}$

$= 16.92$

$\therefore \theta_v = \theta_s$

অতএব, 5 sec পরে বস্তুটি তার প্রারম্ভিক অবস্থান থেকে 16.42 m দূরে অবস্থান করে এবং 6.9° কোণে 7.218 ms^{-1} বেগ প্রাপ্ত হয়।

প্রশ্ন ▶ ৪৩ রহিমের বাড়িতে 24 m গভীর ও 1.8 m ব্যাসার্ধের একটি পরিপূর্ণ কুয়া খালি করার জন্য 90% দক্ষতার 4 HP ক্ষমতার পাম্প ব্যবহার করা হলো। *[নরসিংদী বিজ্ঞান কলেজ, নরসিংদী]*

ক. কাজ শক্তি উপপাদ্যটি লিখো। ১

খ. একটি হালকা ও ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে? ২

গ. কুয়ার তলদেশের বিভব শূন্য ধরে কুয়ার কত গভীরতায় 2kg ভরের পড়ন্ত বস্তুর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হয়। ৩

ঘ. কুয়াটি খালি করতে 40 minute সময় প্রয়োজন— উক্তিটির সঠিকতা যাচাই করো। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ মনে করি, দুটি বস্তুর ভর m_1 ও m_2 ($m_2 > m_1$) এবং গতিবেগ v_1 ও v_2। এদের ভরবেগ সমান হলে, $m_1v_1 = m_2v_2$

বা, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}$

$\therefore$ এদের গতিশক্তির অনুপাত $= \frac{E_{K_1}}{E_{K_2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2}$

$= \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$

$\therefore m_2 > m_1$

$\therefore E_{K_1} > E_{K_2}$

অর্থাৎ হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

গ এখানে, কুয়ার গভীরতা, $h = 24$ m

মনেকরি, কুয়ার x গভীরতায় বস্তুর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হয়।

উক্ত গভীরতায় বস্তুর বিভবশক্তি, $E_p = mg(h - x)$ [m = বস্তুটির ভর]

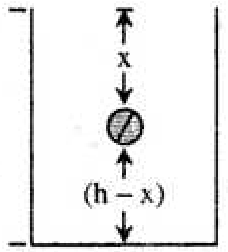
x মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ, v হলে,

$v^2 = 0^2 + 2gx = 2gx$

এবং গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m \times 2gx$

$= mgx$



শর্তমতে, $E_k = 2E_p$ বা, $mgx = 2mg(h - x)$ বা, $x = 2h - 2x$

বা, $3x = 2h \therefore x = \frac{2h}{3} = \frac{2 \times 24\text{ m}}{3} = 16\text{m}$

সুতরাং, কুয়ায় 16m গভীরতায় বস্তুটির গতিশক্তি তার বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে।

ঘ দেওয়া আছে,

কুয়ার গভীরতা, $h = 24\text{m}$

এবং ব্যাসার্ধ, $r = 1.8\text{m}$

পাম্পের দক্ষতা, $\eta = 90\%$

এবং অন্তর্মুখী ক্ষমতা, $P_{in} = 4\text{ HP}$

$\therefore$ বহির্মুখী ক্ষমতা, $P_{out} = \eta P_{in} = 90\% \times 4\text{ HP} = 3.6\text{ HP}$

$= 3.6 \times 746\text{ W} = 2685.6\text{ W}$

কুয়াভর্তি পানির আয়তন, $V = \pi r^2 h$

$= 3.1416 \times (1.8\text{m})^2 \times 24\text{m} = 244.3\text{m}^3$

এবং ভর, $m = V\rho = 244.3\text{m}^3 \times 1000\text{ kgm}^{-3} = 244300\text{ kg}$

পানি উত্তোলনের গড় উচ্চতা, $h' = \frac{h}{2} = \frac{24\text{m}}{2} = 12\text{m}$

এক্ষেত্রে, $P_{out} = \frac{mgh'}{t}$ [t = পানি উত্তোলনের প্রয়োজনীয় সময়]

$\therefore t = \frac{mgh'}{P_{out}} = \frac{244300\text{ kg} \times 9.8\text{ ms}^{-2} \times 12\text{m}}{2685.6}$

$= 10698\text{ sec}$

$= \frac{10698}{60}\text{ min}$

$= 178.3\text{ min}$

$\neq 40\text{ min}$

সুতরাং, 'কুয়াটি খালি করতে 40 minute সময় প্রয়োজন'— উক্তিটি সঠিক নয়।

প্রশ্ন ▶৪৪ তপন স্যার ছাত্রদের একটি Physics Animation দেখাচ্ছিলেন। যেখানে 500 m উঁচু থেকে 10 ms^{-1} বেগে 1kg ভরের একটি বস্তু প্রথমে সোজা নিচের দিকে এবং দ্বিতীয় বারে বস্তুটি সোজা অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলো। */সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া/*

ক. ওয়াট কি? ১

খ. কোনো বস্তুর গতিশক্তি কখনই ঋণাত্মক হতে পারে না-- ব্যাখ্যা কর। ২

গ. সোজা নিচের দিকে নিক্ষেপের ক্ষেত্রে 2sec পরে বস্তুটির গতিশক্তি কত? ৩

ঘ. নিক্ষিপ্ত বস্তুটির দুই ক্ষেত্রেই যে কোন মুহূর্তে (ধর 2 sec পর) শক্তি সংরক্ষিত এবং সমান— গাণিতিকভাবে তুলনামূলক বিশ্লেষণ কর। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ওয়াট হলো ক্ষমতার একক। কোনো যন্ত্র 1s এ 1J কাজ করতে পারলে তার ক্ষমতাকে 1 ওয়াট বলে।

খ কোনো বস্তুর গতিশক্তি শূন্য হতে পারে, তবে কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না।

কোনো বস্তুর ভর m এবং বেগ v হলে তার গতিশক্তির সমীকরণটি হয়, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$। এই সমীকরণে বস্তুর ভর m সর্বদাই ধনাত্মক। তবে v এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দুটোই হতে পারে। কিন্তু, v^2 এর মান কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। কারণ, ধনাত্মক বা ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ সবসময়ই ধনাত্মক। তাই mv^2 বা $\frac{1}{2}mv^2$ কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। তবে বেগ অর্থাৎ, v শূন্য (স্থির বস্তু থাকলে) হলে গতিশক্তির মান শূন্য হবে।

গ বস্তুটির 2sec পরে বেগ, v হলে,

$v = v_0 + gt$

$= 10 + 9.8 \times 2$

$= 29.6\text{ ms}^{-1}$

এখানে,
আদিবেগ, $v_0 = 10\text{ ms}^{-1}$
সময়, $t = 2\text{ sec}$

$\therefore$ বস্তুটির গতিশক্তি E_k হলে,

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (29.6)^2$

$= 438.08\text{ J}$ **(Ans.)**

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 1\text{ kg}$
বস্তুটির বেগ, $v = 29.6\text{ ms}^{-1}$

ঘ খাড়া নিচের দিকে কিংবা অনুভূমিক বরাবর ছোঁড়ার মুহূর্তে বস্তুটির মোট শক্তি E_1 হলে,

$E_1 =$ বিভবশক্তি + গতিশক্তি

$= mgh + \frac{1}{2}mv_0^2$

$= 1 \times 9.8 \times 500 + \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2$

$= 4950\text{ J}$ **(Ans.)**

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 1\text{ kg}$
ছোঁড়ার সময় বেগ, $v_0 = 10\text{ms}^{-1}$
উচ্চতা, $h = 500\text{ m}$

'গ' থেকে পাই, $t = 2\text{sec}$ পর বস্তুর বেগ, $v = 29.6\text{ ms}^{-1}$

বস্তুটি $t = 2\text{sec}$ এ h পরিমাণ নিচে নামলে,

$h = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

$= 10 \times 2 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2$

$= 39.6\text{ m}$

$\therefore t = 2\text{sec}$ পর বস্তুটির মোট শক্তি E_2 হলে,

$E_2 =$ বিভবশক্তি + গতিশক্তি

$= mgh + \frac{1}{2}mv^2$

$= 1 \times 9.8 \times (500 - 39.6) + \frac{1}{2} \times 1 \times 29.6^2$

$= 4950\text{ J}$

$\therefore E_1 = E_2$ অর্থাৎ খাড়া নিচে ছোঁড়ার ক্ষেত্রে বস্তুর শক্তি সংরক্ষিত আছে।

আবার, বস্তুটিকে অনুভূমিকভাবে ছোঁড়ার ক্ষেত্রে বস্তুটির অনুভূমিক বরাবর আদিবেগ, $v_{x_0} = v_0\cos0° = v_0 = 10\text{ ms}^{-1}$

উল্লম্ব বরাবর আদিবেগ, $v_{y_0} = v_0\sin0° = 0\text{ ms}^{-1}$

অনুভূমিক বরাবর কোনো ত্বরণ কাজ করছে না বলে এ বেগ স্থির থাকবে। কিন্তু উল্লম্ব বরাবর নিচের দিকে g ত্বরণ কাজ করে বলে বস্তুটির উল্লম্ব বেগ নিচের দিকে বাড়বে।

$t = 2\text{ sec}$ পর উল্লম্ব বেগ, v_y হলে,

$v_y = v_{y_0} + gt$

$= 0 + 9.8 \times 2$

$= 19.6\text{ ms}^{-1}$

$\therefore$ বস্তুটির বেগ, $v = \sqrt{v_{x_0}^2 + v_x^2} = \sqrt{10^2 + 19.6^2}$

$\therefore V^2 = 484.16\text{ m}^2\text{s}^{-2}$

$t = 2\text{ sec}$ এ বস্তুটি h মিটার নিচে নামলে,

$h = v_{y_0}t + \frac{1}{2}gt^2$

$= 0 \times 2 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2$

$= 19.6\text{ m}$

$\therefore t = 2\text{ sec}$ পর বস্তুটির মোট শক্তি E_3 হলে,

E_3 = বিভবশক্তি + গতিশক্তি

$= mgh + \frac{1}{2}mv^2$

$= 1 \times 9.8 \times (500 - 19.6) + \frac{1}{2} \times 1 \times 484.16$

$= 4950$ J

∴ $E_3 = E_1$ অর্থাৎ, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তথা অনুভূমিকভাবে নিক্ষেপের ক্ষেত্রেও মোট শক্তি সংরক্ষিত আছে এবং দুই ক্ষেত্রেই মোট শক্তি সমান।

প্রশ্ন ▶ ৪৫ 1000kg ভরের একটি লিফট সর্বোচ্চ 800kg ওজন বহন করতে পারে। 4000N মানের একটি ধ্রুব ঘর্ষণ বল এর উর্ধ্বমুখী গতি ব্যাহত করে। *[বান্দরবান সরকারি কলেজ]*

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ১

খ. স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয়-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. লিফটটি 5m উপরে উঠতে কৃতকাজ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. লিফটটিকে $3 ms^{-1}$ সমদ্রুতিতে উপরের দিকে উঠাতে যে ক্ষমতা সরবরাহ করতে হত তা কি 1000kg ভরের একটি ক্রেন 500kg ভরের বস্তু 10s এ 50m উঁচু দালানে তুলতে ক্ষমতার সমান হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছনে দিকে টানলে হাত কর্তৃক প্রয়োগকৃত যান্ত্রিক শক্তি স্প্রিং-এর সংকোচনের মাধ্যমে এর মধ্যকার বিভব শক্তিতে পরিণত হয়। এই বিভব শক্তি পরবর্তীতে অবমুক্ত হলে অর্থাৎ স্প্রিং এর পূর্বাবস্থায় ফিরে আসার মাধ্যমে তা প্রায় সমপরিমাণ যান্ত্রিক শক্তি বা গাড়ির গতিশক্তিতে পরিণত হয়। এ কারণে স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়ি পিছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয়।

গ লিফটসহ বস্তুটি তুলতে লিফট ও বস্তুর ওজন + ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

∴ প্রযুক্ত বল

$F = (M + m)g + F_f$

$= (1000 + 800) \times 9.8 + 4000$

$= 21640$ N

দেয়া আছে,
লিফটের ভর, M = 1000 kg
বস্তুর ভর, m = 800 kg
ঘর্ষণ বল, $F_f = 4000$ N
সরণ, s = 5 m

∴ কৃতকাজ, W = Fs

$= 21640 \times 5$

$= 108.2$ kJ **(Ans.)**

ঘ ক্ষমতা,

P = প্রযুক্ত মোট বল × বেগ

$= (Mg + F_f) \times v$

$= (1000 \times 9.8 + 4000) \times 3$

$= 41.4$ kW.

দেওয়া আছে,
লিফটের ভর, M = 1000 kg
ঘর্ষণ বল, $F_f = 4000$ N
বেগ, v = 3 m/s

ক্রেনের ক্ষমতা P′ হলে,

$P' = \frac{mgh}{t}$

$= \frac{1500 \times 9.8 \times 50}{10}$

$= 73.5$ kW

ক্রেনের ক্ষেত্রে,
ভর, m = (1000 + 500) kg = 1500 kg
সরন, h = 50 m
সময়, t = 10s

লক্ষ্য করি, P′ > P

অতএব, ক্রেনের ক্ষমতা বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৪৬ একই ক্ষমতাবিশিষ্ট তিনটি পাম্পের কর্মদক্ষতা যথাক্রমে 60%, 50% এবং 40%। 2m ব্যাস ও 20m উচ্চতা বিশিষ্ট একটি পানিপূর্ণ কূয়া খালি করতে পাম্প তিনটির যথাক্রমে 4.167 min, 5 min এবং 6.25 min সময় লাগে। কূপ থেকে 10m উচ্চতায় 15708 L ধারণক্ষমতা বিশিষ্ট একটি পানির ট্যাংক অবস্থিত রয়েছে। *[শহীদ পুলিশ স্মৃতি কলেজ]*

ক. কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১

খ. রাস্তার বাঁকে সাইকেল আরোহীকে হেলে থাকতে হয় কেন? ২

গ. পাম্প তিনটির ক্ষমতা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. ১ম পাম্পটি দ্বারা ট্যাংকের 50% পানি পূর্ণ হওয়ার পর ২য় পাম্পটি ১ম পাম্পটির সাথে চালু করা হলে ট্যাংকটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

খ বক্রপথে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীকে সাইকেলসহ বাঁকের কেন্দ্রের দিকে হেলে যেতে দেখা যায়। বৃত্তাকার পথে চলার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টির জন্য এরূপ হেলে যেতে হয়। কাত হয়ে চলার সময় সাইকেলের উপর ভূমির প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়।

গ

প্রথম পাম্পের ক্ষমতা,

$P_1 = \frac{1}{\eta_1} \frac{W_1}{t}$

$= \frac{1}{\eta_1} \frac{mg\frac{h}{2}}{t_1}$

$= \frac{mgh}{2\eta_1 t_1}$

$= \frac{\pi r^2 h^2 \rho g}{2\eta_1 t_1}$

এখানে, কূয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2}{1}m = 1$ m
উচ্চতা, h = 20 m
পাম্পগুলোর দক্ষতা, $\eta_1 = 0.6$, $\eta_2 = 0.5$, $\eta_3 = 0.4$
পাম্প খালি করার সময়, $t_1 = 4.167$ min $= 250.02$ s
$t_2 = 5$ min $= 300$ s
$t_3 = 6.25$ min $= 375$ s

$= \frac{\pi \times 1^2 \times 20^2 \times 10^3 \times 4.8}{2 \times 0.6 \times 250.02}$ watts

$= 41.04$ kW **(Ans.)**

দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতা,

$P_2 = \frac{\pi r^2 h^2 \rho g}{2\eta_2 t_2}$

$= \frac{\pi \times 1^2 \times 20^2 \times 10^3 \times 9.8}{2 \times 0.5 \times 300}$ watts

$= 41.05$ kW **(Ans.)**

তৃতীয় পাম্পের ক্ষমতা, $P_3 = \frac{\pi r^2 h^2 \rho g}{2\eta_3 t_3}$

$= 41.05$ kW **(Ans.)**

ঘ ট্যাংকের গঠন সম্পর্কে সম্পূর্ণ ধারণা না থাকলে সময় বের করা সম্ভব না। হিসাবের শুরুতে ট্যাংকটি ঘনকার বিবেচনা করা যাক যার ধারের দৈর্ঘ্য a_1

∴ $V = a^3 = 15708$ L

$= 15.708 \ m^3$

∴ a = 2.5 m

ট্যাংক এর অর্ধেক অংশের আয়তনের সমান পানি তুললে কূপের মধ্যে h_1 গভীরতা পর্যন্ত খালি হয়।

∴ $\pi r^2 h_1 = \frac{50}{100} \times 15708 \times 10^{-3}$

∴ $h_1 = 2.5$ m

অতএব ট্যাংকটি অর্ধেক পূর্ণ করলে ভারকেন্দ্রের মোট সরণ,

$$s_1 = \frac{h_1}{2} + 10 + \frac{a}{4}$$
$$= \left(\frac{2.5}{2} + 10 + \frac{2.5}{4}\right) m$$
$$= 11.875$$
∴ কৃতকাজ, $W = m_1 g s_1$
$$= \frac{1}{2} V\rho g s_1$$
∴ অর্ধেক পূর্ণ করতে ১ম পাম্প-এর সময়,
$$t_1 = \frac{W}{2P_1} = \frac{V\rho g s_1}{2\eta_1 P_1}$$
বা, $t_1 = \frac{15.708 \times 10^3 \times 9.8 \times 11.875}{2 \times 0.6 \times 41.04 \times 10^3}$
$$= 37.11 \text{ s}$$
ট্যাংক অর্ধপূর্ণ হবার পর কূয়ার পৃষ্ঠের বর্তমান অবস্থান 2.5 m নিচে।
∴ বাকি অর্ধেক পূরণ করলে পানির ভারকেন্দ্রের সরণ,
$$s_2 = 2.5 + \frac{2.5}{2} + 10 + \frac{a}{2} + \frac{a}{4}$$
$$= \left(2.5 + 1.25 + 10 + 1.25 + \frac{1.25}{2}\right) m$$
$$= 15.625 \text{ m}$$
অতএব, কৃতকাজ, $W_2 = m_2 g s_2$
২য় পাম্পটি যুক্ত হওয়ায় কাজের মোট কার্যকরী ক্ষমতা,
$$P_0 = \eta_1 P_1 + \eta_2 P_2$$
$$= (0.6 \times 41.404 + 0.5 \times 41.05) \text{ kW}$$
$$= 45.149 \text{ kW}$$
$$= 45.149 \times 10^3 \text{ watts}$$
∴ সময়, $t_2 = \frac{m_2 g s_2}{P_0}$
$$= \frac{V\rho g s_2}{2P_0}$$
বা, $t_2 = \frac{15.708 \times 10^3 \times 9.8 \times 15.625}{2 \times 45.149 \times 10^3}$
$$= 26.53 \text{ s}$$
∴ মোট সময়, $t = t_1 + t_2$
$$= (37.11 + 26.53) \text{ s}$$
$$= 63.74 \text{ s}$$
$$= 1 \text{ min } 44.8 \text{ s}$$
অতএব, উদ্দীপকের শর্তানুসারে ট্যাংকটি পূর্ণ করতে মোট 1 min 44.8 s সময় লাগবে।

প্রশ্ন ▶ ৪৭ বাংলাদেশ ব্যাংকের শীর্ষতলের উচ্চতা 175 মিটার। আবির 10 কেজি ভরের একটি বস্তু নিয়ে 40 মিনিটে উহার শীর্ষতলে আরোহন করেন। তিনি শীর্ষতল থেকে বস্তুটি নিচে ফেলে দিল এবং উহা বিনা বাঁধায় ভূমিতে পতিত হলো। মনির বললো সমান সময়ে কাজটি আমিও করতে পারবো। আবিরের ভর 60 কেজি এবং মনিরের ভর 55 কেজি।

[লক্ষ্মীপুর সরকারি কলেজ]

ক. কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১
খ. কোনো দৃঢ় অবলম্বনে আটকানো স্প্রিং টেনে লম্বা করে ছেড়ে দিলে পূর্বের আঁকার ফিরে পায় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. ভূমি থেকে কত উচ্চতায় বস্তুটির বিভবশক্তি এর গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে? ৩
ঘ. মনির কি একই সময়ে কাজটি করতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

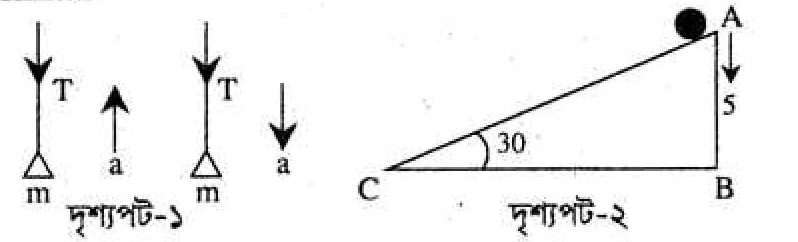
ক কোনো যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

খ স্প্রিং এর স্থিতিস্থাপকতার বৈশিষ্ট্য আছে। অর্থাৎ স্প্রিং তার জড়তার কারণে পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসতে চায়। কোনো দৃঢ় অবলম্বনে আটকানো স্প্রিং টানলে তার ভিতরে টান বলের বিপরীতে একটি প্রত্যয়নী বলের উদ্ভব হয়। টান ছেড়ে দিলে প্রত্যয়নী বলের কারণে স্প্রিং বিপরীত দিকে ধাবিত হয়ে পূর্বের অবস্থায় ফিরে যেতে চায় এবং জড়তার কারণে কিছুক্ষণ দুলে এক পর্যায়ে থেমে আগের অবস্থায় ফিরে যায় এবং পূর্বের আকার ফিরে পায়।

গ ১১(গ) নং প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর : 116.67 m।

ঘ ১১(ঘ) নং প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর : মনির 46.45 W ক্ষমতা প্রয়োগ করলে একই সময়ে কাজটি করতে পারবে।

প্রশ্ন ▶ ৪৮



[কুমিল্লা সরকারি কলেজ]

m ভরের কোনো বস্তুকে একটি সুতার সাহায্যে $2.2 ms^{-2}$ সমত্বরণে 5m উপরে উঠান হল।

ক. পরিবর্তী বল দ্বারা কৃতকাজ কী? ১
খ. লিফট দিয়ে নিচে নামার সময় ওজন কিছুটা কম মনে হয়- ব্যাখ্যা করো। ২
গ. বস্তুটিকে 5m উপরে উঠানোর সময় ও নিচে নামার সময় সুতার টান কর্তৃক কৃতকাজ কত হবে— নির্ণয় করো। ৩
ঘ. দৃশ্যপট-২ এ জামাল ও কামাল যথাক্রমে AC এবং AB পথে 5kg ভরের একটি বস্তুকে নিচে নামায়, কে কম কাজ করল? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে তোমার মতামত দাও। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

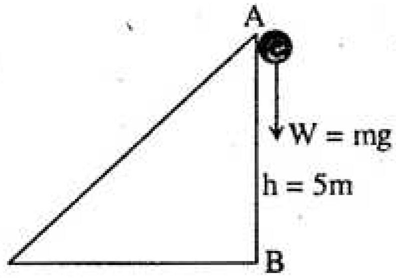
ক যে বলের মান বা দিক কিংবা উভয়েই সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় তাকে পরিবর্তনশীল বল বা পরিবর্তী বল বলে। পরিবর্তী বল দ্বারা যে কাজ হয়, তাই পরিবর্তী বল দ্বারা কৃতকাজ।

খ আমরা যখন ভূমির ওপর দাঁড়াই তখন ভূমিতে আমাদের ওজনের সমান বল, W = mg প্রয়োগ করি। ফলে ভূমিও আমাদের ওপর সমান মানের প্রতিক্রিয়া বল, R = mg দেয়। ফলে আমরা আমাদের ওজন অনুভব করি।
কিন্তু অনুভূমিক তল নিম্নগামী হলে mg > R হয় এবং লব্ধি বল (mg – R) খাড়া নিম্নমুখী লব্ধি ত্বরণ a সৃষ্টি করে।
∴ $mg - R = ma$
বা, $R = mg - ma$
∴ $R = m(g - a)$
ফলে প্রতিক্রিয়া বল আমাদের ওজন, mg অপেক্ষা কম হয়। এ কারণে নিম্নগামী লিফটে ওজন কম মনে হয়।

গ বস্তুটি উপরে উঠানোর সময়, তারে টান T_u হলে,
$$T_u - W = ma$$
বা, $T_u = W + ma$
$$= mg + ma$$
$$= m(g + a)$$
$$= m(9.8 + 2.2)$$
$$= 12m \text{ N } \textbf{(Ans.)}$$
এখানে,
বস্তুটির ভর, m
ত্বরণ, $a = 2.2 ms^{-2}$

বস্তুটি নিচে নামার সময় তারের টান T_d হলে,
$$W - T_d = ma$$
বা, $T_d = W - ma$
$$= mg - ma$$
$$= m(g - a)$$
$$= m(9.8 - 2.2)$$
$$= 7.6m \text{ N } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ



জামাল যখন বস্তুটিকে AB পথে নামায় তখন কেবল অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ হয়।

∴ AB পথে নামাতে কৃতকাজ W_{AB} হলে,

$W_{AB} = \vec{F}.\vec{S}$

$= \vec{W}.\vec{h}$

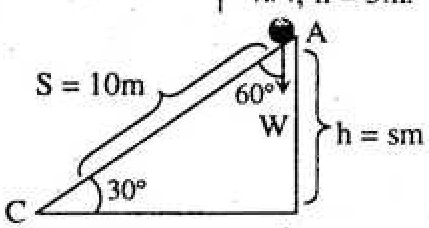
$= Wh\cos 0°$ [∴ ওজন ও সরণ দুইটি নিম্নমুখী]

$= mgh$

$= 5 \times 9.8 \times 5$

$= 245$ J

এখানে,
বস্তুর ভর, m = 5kg
সরণ, h = 5m.



কামাল যখন বস্তুটিকে AC পথে নামায় তখনও অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ হয়, কিন্তু সরণের দিক ও বলের দিকের মধ্যবর্তী কোণ 60°।

∴ AC পথে বস্তুটিকে নামাতে অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ W_{AC}

$W_{AC} = \vec{F}.\vec{s}$

$= \vec{W}.\vec{s}$

$= Ws\cos 60°$

$= mgs\cos 60°$

এখানে,
বস্তুর ভর, m = 5kg
সরণ, $s = \frac{h}{\sin 30°} = 10m$

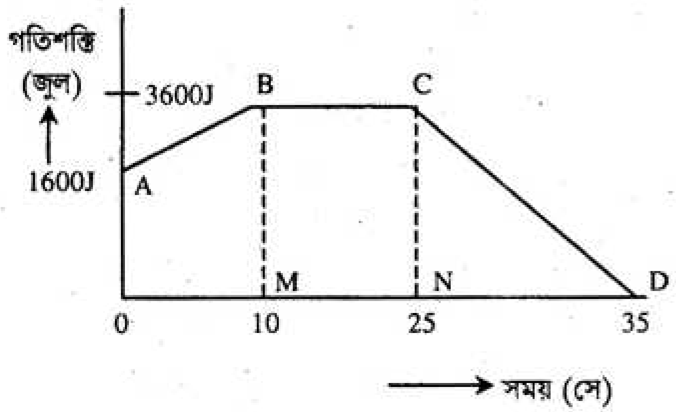
$= 5 \times 98 \times 10 \times \frac{1}{2}$

$= 245$ J.

∴ $W_{AB} = W_{AC}$.

অর্থাৎ, যে পথেই নামানো হোক না কেন বস্তুটিকে নামাতে একই কাজ হবে। অর্থাৎ, জামাল ও কামাল একই পরিমাণ কাজ করেছে।

প্রশ্ন ▶ ৪৯ 200 kg ভরের গাড়ির জন্য গতিশক্তি বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো।



[কুষ্টিয়া সরকারি মহিলা কলেজ]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কি? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো ব্যাখ্যা কর। ২

গ. AB ও CD অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. থামার আগে গাড়ি কত পথ অতিক্রম করেছিল- বিশ্লেষণ কর। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো হল-

প্রথম সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করবে।

এই সূত্রানুসারে স্থির অবস্থান থেকে কোন বস্তু ছেড়ে দিলে তা যদি বিনা বাধায় মাটিতে পড়ে তাহলে মাটিতে পড়তে যে সময় লাগে তা বস্তুর ভর, আকৃতি বা আয়তনের ওপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভরের আকারের ও আয়তনের বস্তুকে যদি একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেয়া হয় এবং এগুলো যদি বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়তে থাকে তাহলে সবগুলোই একই সময়ে মাটিতে পৌছাবে।

দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক অর্থাৎ অর্জিত বেগ ∝ পতনকাল। বা, $v \propto t$

অর্থাৎ কোন বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেয়া হয় তবে প্রথম সেকেন্ড পরে যদি এটি v বেগ অর্জন করে তবে দ্বিতীয় সেকেন্ড পরে এটি 2v বেগ অর্জন করবে। সুতরাং t_1, t_2, t_3 ... সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে v_1, v_2, v_3 ... ... ইত্যাদি হয় তবে এই সূত্রানুসারে,

$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3}$ ... ... = ধ্রুবক।

তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব ∝ (পাতনকাল)^2। বা, $h \propto t^2$

অর্থাৎ কোন বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে এক সেকেণ্ডে যদি এটি h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দুই সেকেন্ডে $h \times 2^2$ বা 4h দূরত্ব, তিন সেকেন্ডে এটি $h \times 3^2$ বা, 9h দূরত্ব অতিক্রম করবে।

∴ সুতরাং t_1, t_2, t_3 ..... সেকেণ্ডে যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে h_1, h_2, h_3 ... ... ইত্যাদি হয় তবে

∴ $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_1^2} = \frac{h_3}{t_3^2}$ ... ... = ধ্রুবক।

গ এখানে গতিশক্তি- সময় লেখর প্রত্যেক অংশই সরলরেখা। অতএব, ত্বরণ সুষম নয়।

কারণ : গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2}mv^2$; সুষম ত্বরণে $v \propto t$;

∴ $E \propto t^2$,

∵ লেখটি সরলরেখা, তাই সুষম ত্বরণ বিবেচনাযোগ্য নয়।

AB অংশ :

গতিশক্তি (E) বনাম সময় (t) সমীকরণ :

$$\frac{E - 1600}{t - 0} = \frac{3600 - 1600}{10 - 0}$$

বা, $\frac{E - 1600}{t} = \frac{2000}{10}$

বা, $E = 200t + 1600$

বা, $\frac{1}{2}mv^2 = 200t + 1600$

বা, $v^2 = \frac{2}{m}(200t + 1600)$

$= \frac{2}{200}(200t + 1600)$

$= 2t + 16$

বা, $v = \sqrt{2t + 16}$

বা, $a = \frac{dv}{dt}$

বা, $a = \frac{1}{\sqrt{2t + 16}}$

∴ A ও B বিন্দুতে ত্বরণ যথাক্রমে a_A ও a_B ।

বা, $a_A = \frac{1}{\sqrt{2 \times 0 + 16}}$

$= 0.25 ms^{-2}$

$a_B = \frac{1}{\sqrt{2 \times 10 + 16}}$

$= 0.167 ms^{-2}$

AB অংশের গড় ত্বরণ,

$a_{av} = \frac{\Delta v}{10t}$

$= \frac{v_B - v_A}{t}$

$= \frac{\sqrt{2 \times 10 + 16} - \sqrt{2 \times 0 + 16}}{10}$

$= \frac{6 - 4}{10}$

$= 0.2 \text{ ms}^{-1}$

BC অংশ :

$E_B = \frac{1}{2} m v_B^2 = 3600 J$

$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 3600}{200}} \text{ m/s}$

$= 6 \text{ m/s}$

∴ ত্বরণ, $a_{BC} = \frac{v_C - v_B}{t}$

$= \frac{0}{15}$

$= 0$

CD অংশ :

$\frac{E - 0}{t - 35} = \frac{3600 - 0}{25 - 35}$

বা, $\frac{E}{t - 35} = -\frac{3600}{10} = -360$

বা, $E = -360t + 12600$

বা, $\frac{1}{2} mv^2 = -360t + 12600$

$\Rightarrow v = \sqrt{-3.6t + 126}$

$a_c = \frac{dv}{dt}\bigg|_C = \frac{-1.8}{\sqrt{126 - 3.6t}}$

$= \frac{-1.8}{\sqrt{126 - 3.6 \times 25}}$

$= -0.3 \text{ ms}^{-2}$

$a_D = \frac{-1.8}{\sqrt{126 - 3.6 \times 35}} = -\infty$

CD অংশে গড় ত্বরণ :

$a_{CD} = \frac{v_D - v_C}{t}$

$= \frac{\sqrt{-3.6 \times 35 + 125} - \sqrt{-3.6 \times 25 + 126}}{10}$

$= \frac{0 - 6}{10}$

$= -0.6 \text{ m/s}^2$

ঘ 'গ' থেকে পাই,

AB অংশে বেগ :

$v_{AB} = \sqrt{2t + 16}$

∴ AB অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_{AB} = \int_0^{10} v_{AB} dt$

$= \int_0^{10} \sqrt{2t + 16} \, dt$

$= \frac{1}{3} \left[\sqrt{2t + 16}^3\right]_0^{10}$

$= \frac{1}{3} \{(2 \times 10 + 16)^{3/2} - \sqrt{16}^3\}$

$= \frac{1}{3} (6^3 - 4^3)$

$= 50.67 \text{ m}$

BC অংশে বেগ : $v_{BC} = 6 \text{m/s}$

∴ BC অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{BC} = v_{BC} t$

$= 6 \times (25 - 10)$

$= 90 \text{ m}$

CD অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{CD} = \int_{35}^{25} v_{CD} dt$

বা, $s_{CD} = \int_{25}^{35} \sqrt{126 - 3.6} \, tdt$

$= -\frac{2}{3.6} \times \frac{1}{3} [(126 - 3.6t)^{3/2}]_{25}^{35}$

বা, $s_{CD} = -\frac{2}{3 \times 3.6} \{(126 - 3.6 \times 35)^{3/2} - (126 - 3.6 \times 25)^{3/2}$

$= 40 \text{ m}$

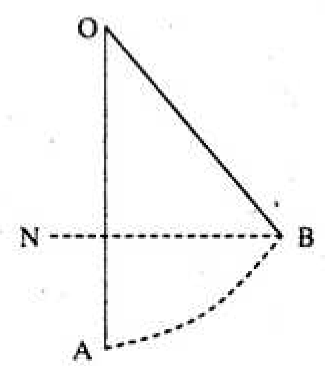
∴ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = s_{AB} + s_{BC} + s_{CD}$

$= (50.67 + 90 + 40) \text{ m}$

$= 180.67 \text{ m}$

অতএব, থামার পূর্বে গাড়ীটি 180.67m দূরত্ব অতিক্রম করেছিল।

প্রশ্ন ▶ ৫০ চিত্রে একটি সেকেন্ড দোলক দেখানো হলো যা ভূপৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। OA = 2m এবং BN = 0.5m। B বিন্দুটি দোলকটির সর্বোচ্চ অবস্থান। দোলকটি নেপচুনে নিয়ে যাওয়া হলো। নেপচুনের ভর ও ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 17.15 এবং 1.4 গুণ।



[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]

ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। ১

খ. মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয় কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. নেপচুনে দোলকটির দোলনকাল কত হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দোলকটি পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থান কালে A বিন্দুতে মোট শক্তি এবং B বিন্দুতে মোট শক্তির পরিবর্তন হবে কি না গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ মুক্তিবেগের সূত্র থেকে পাই,

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

দেখা যাচ্ছে এই সূত্রে বস্তুর ভর বা m অনুপস্থিত। অর্থাৎ মুক্তিবেগ বস্তুর ভর নিরপেক্ষ। তাই মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

গ ধরি, পৃথিবীর ভর, $M_e = M$ kg

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = R$ m

দেওয়া আছে, নেপচুনের ভর, $M_N = 17.15$ M kg

নেপচুনের ব্যাসার্ধ, $R_1 = 1.4$ R m

এখন, পৃথিবী ও নেপচুনে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে, g_e ও g_N হলে,

$$\frac{g_N}{g_e} = \frac{\frac{GM_N}{R_N^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}}$$

$$= \frac{17.15 \times 1}{1.4^2}$$

$$= 8.75$$

আবার, পৃথিবী ও নেপচুনে দোলকটির দোলনকাল যথাক্রমে T_e ও T_N হলে।

এখন, $\frac{T_N}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_N}}$

বা, $T_N = \sqrt{\frac{1}{8.75}} \times T_e$

$= \sqrt{\frac{1}{8.75}} \times 2$

$= 0.68$ s **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, OA = 2m

BN = 0.5m

এখন, OA = OB = 2m

ΔONB সমকোণী ত্রিভুজে

$ON^2 + NB^2 = OB^2$

$\therefore ON = \sqrt{OB^2 - NB^2}$

$= \sqrt{(2)^2 - (0.5)^2}$

$= 1.936$ m

$\therefore AN = OA - ON$

$= 2 - 1.936$

$= 0.064$ m

A বিন্দুতে সম্পূর্ণ শক্তি হলো গতিশক্তি।

$\therefore E_A = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m(v^2 + 2gh)$

$= \frac{1}{2}m(0 + 2g\ AN)$ [আদিবেগ = 0]

$= m \times g \times 0.064$

$= 0.064$ mg

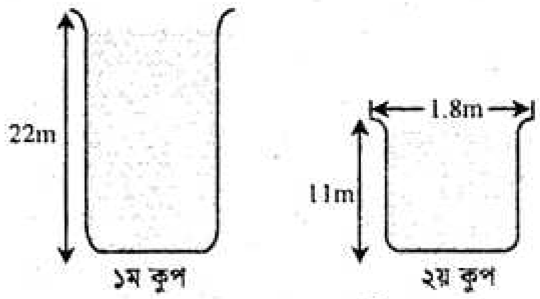
B বিন্দুতে সম্পূর্ণ শক্তি হলো স্থিতিশক্তি।

$\therefore E_B = mgh = mgAN = 0.064$ mg

$\therefore E_A = E_B$

∴A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তির পরিবর্তন হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৫১



একটি পাম্প দ্বারা ১ম এবং ২য় কূপকে পানি শূন্য করতে সময় লাগে যথাক্রমে t_1 ও t_2। দুটি কূপে একই পরিমান পানি ধরে।

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ]

ক. সেকেন্ড দোলক কী? ১

খ. 'একটি হালকা বস্তু ও ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান' কার গতিশক্তি বেশি? ২

গ. ২য় কূপটিকে পানিশূন্য করতে 24 মিনিট সময় লাগলে পাম্পটির অশ্বক্ষমতা কত? ৩

ঘ. উভয় কূপের ক্ষেত্রে গভীরতার সাপেক্ষে পানিশূন্য করার সময় একই লাগে-গাণিতিক বিশ্লেষণ মাধ্যমে প্রমাণ কর। 8

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ মনে করি, দুটি বস্তুর ভর m_1 ও m_2 $(m_2 > m_1)$ এবং গতিবেগ v_1 ও v_2। এদের ভরবেগ সমান হলে, $m_1v_1 = m_2v_2$

বা, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}$

∴এদের গতিশক্তির অনুপাত $= \frac{E_{K_1}}{E_{K_2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2}$

$= \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$

$\because m_2 > m_1$

$\therefore E_{K_1} > E_{K_2}$

অর্থাৎ হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

গ ২য় কূপের গভীরতা, d = 11m এবং ব্যাস, D = 1.8m

∴ ২য় কূপের আয়তন, $V = \frac{1}{4}\pi D^2 d = 0.25 \times 3.1416 \times (1.8m)^2 \times 11m$

$= 27.992m^3$

এবং কূপের সম্পূর্ণ পানির ভর, $m = V\rho = 27.992m^3 \times 1000\ kg/m^3$

$= 27992$kg

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

২য় কূপের ক্ষেত্রে পানি উত্তোলনের গড় উচ্চতা, $h = \frac{11m}{2} = 5.5m$

∴ মোটরটির ক্ষমতা, $P = \frac{mgh}{t} = \frac{27992kg \times 9.8ms^{-2} \times 5.5m}{24 \times 60s}$

$= 1047.8$ watt

$= \frac{1047.8}{746}$ HP $= 1.4045$ HP **(Ans.)**

ঘ ১ম কূপের ক্ষেত্রে পানি উত্তোলনের গড় উচ্চতা, $h = \frac{22m}{2} = 11m$

১ম কূপে একই পরিমাণ (27992kg) পানি ধরে।

উক্ত মোটর দ্বারা প্রথম কূপ খালি করতে t পরিমাণ সময় লাগলে, $P = \frac{mgh}{t}$

$\therefore t = \frac{mgh}{P} = \frac{27992kg \times 9.8ms^{-2} \times 11m}{1047.8 \text{ watt}} = 2879.9sec$

$= 48min$

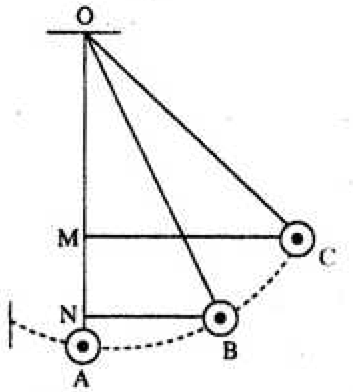
১ম কূপের ক্ষেত্রে, $\frac{\text{পানি শূন্য করার সময়}}{\text{গভীরতা}} = \frac{48min}{22m} = 2.182$ min/m

২য় কূপের ক্ষেত্রে, $\frac{\text{পানি শূন্য করার সময়}}{\text{গভীরতা}} = \frac{24min}{11m} = 2.182$ min/m

সুতরাং উভয় কূপের ক্ষেত্রে গভীরতার সাপেক্ষে পানি শূন্য করার সময় একই লাগে।

প্রশ্ন ▶ ৫২ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

চিত্র, OA = 3m
MC = 0.3m
NB = 0.15m
ববের ভর 10gm,
$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$



[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]

ক. হুকের সূত্রটি বিবৃত করো? ১

খ. ঘর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল নয় কেন? ২

গ. উদ্দীপকের দোলকটির কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের A ও B বিন্দুর গতিশক্তির পার্থক্য কত হবে? ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

খ ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিপরীতে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণচক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক। ফলে একটি পূর্ণচক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনও শূন্য হতে পারে না। এজন্য ঘর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল নয়।

গ এখানে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 3m$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$

দোলকটির পর্যায়কাল T হলে,

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore T = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{3}{9.8}} = 3.47s$

আবার, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{3.47} = 1.81 \text{rads}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, ববটির ভর, $m = 10$ gm $= 0.01$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

চিত্রে, $OA = OB = OC = 3m$

$MC = 0.3$ m

$NB = 0.15$ m

মনে করি, A ও B বিন্দুতে গতিশক্তি যথাক্রমে K_A ও K_B

আমরা জানি, $OC^2 = OM^2 + MC^2$

বা, $OM^2 = OC^2 - MC^2 = 3^2 - (0.3)^2 = 8.9$

$\therefore OM = 2.98$ m

আবার, $OB^2 = ON^2 + NB^2$

বা, $ON = \sqrt{3^2 - (0.15)^2} = 2.99$ m

সুতরাং, $AN = OA - ON = 3 - 2.99 = 0.01$ m

$AM = OA - OM = 3 - 2.98 = 0.02$ m

অতএব, B বিন্দুতে বেগ,

$v^2 = v_0^2 + 2g(AN)$

$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.01}$ $[v_0 = 0 \text{ ms}^{-1}]$

$v = 0.44 \text{ ms}^{-1}$

অতএব, B বিন্দুতে গতিশক্তি, $K_B = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.01 \times (0.44)^2$

$K_B = 9.68 \times 10^{-4}$ J

আবার, A বিন্দুতে গতিশক্তি = C বিন্দুতে বিভবশক্তি

$K_A = mg(AM) = 0.01 \times 9.8 \times 0.02$

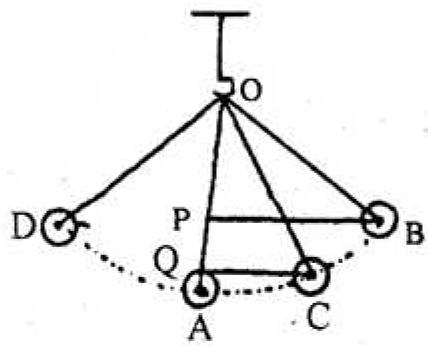
$K_A = 1.96 \times 10^{-3}$ J

$\Delta K = K_A - K_B = (1.96 \times 10^{-3} - 9.68 \times 10^{-4})$ J

$\Delta K = 9.92 \times 10^{-4}$ J

সুতরাং উদ্দীপকের A ও B বিন্দুর গতিশক্তির পার্থক্য 9.92×10^{-4} J।

প্রশ্ন ▶ ৫৩ নিচের চিত্রে একটি দোলক সরল দোলন গতিতে দুলছে। যার সর্বোচ্চ PB। 0.1kg ভরের ববের চারটি বিভিন্ন অবস্থান হল A, B, C এবং D। যেখানে, PB = 0.4 m, OB = OC = OA = OD = 0.8m।



[ডি: আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]

ক. নমনীয় বস্তু কী? ১

খ. বালি কাদামাটি চেয়ে বেশি শুষ্ক হয় কেন? ২

গ. A বিন্দুতে ববটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের দোলকটিতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্রের ব্যত্যয় ঘটবে কি না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে তোমার মতামত দাও। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে এর আকৃতি, দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটালে এবং বল অপসারণে বস্তুটি পূর্বাবস্থা ফিরে না পেলে একে নমনীয় বস্তু বলে।

খ কাদামাটিতে বিদ্যমান ছিদ্রগুলো অনেক সরু হওয়ায় কৈশিক নলের ন্যায় কাজ করে। ফলে এসব ছিদ্র পানি ধরে রাখে। এ কারণে কাদামাটি আর্দ্র হয়।

কিন্তু বালি ঝরঝরে হয় বলে এতে কাদামাটির ন্যায় কৈশিক নলরূপী ছিদ্র থাকে না। এ কারণে কাদামাটির ন্যায় পানি ধরে রাখতে পারে না। তাই বালি কাদামাটির চাইতে বেশি শুষ্ক হয়।

গ ৩ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : 1.45 m/s

ঘ ৩ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৫৪ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 16m এবং ব্যাস 10m কুয়াটিকে 1 ঘণ্টায় পানিশূন্য করতে 10HP-এর একটি পাম্প লাগানো হলে। অর্ধেক পানিশূন্য করার পর পাম্পটি নষ্ট হওয়ায় অন্য একটি পাম্প লাগানো হলো। নির্ধারিত সময়ে কুয়াটিকে পানিশূন্য করা হলো।
[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১
খ. কোনো গ্যাস কণিকার বেগ নির্ণয়ে গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান নেওয়া হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। ২
গ. কত সময় পর ১ম পাম্পটি নষ্ট হয়েছিল নির্ণয় করো। ৩
ঘ. ১ম ও ২য় পাম্পের ক্ষমতা কী অভিন্ন? গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ কোন গ্যাসের অণুসমূহ বিশৃঙ্খলভাবে চারদিকে ছুটাছুটি করে। এমতাবস্থায় কোন অণু বেগের পাল্লা শূন্য থেকে অসীম পর্যন্ত হতে পারে। কিন্তু তাপীয় সাম্যাবস্থায় অণুগুলো চারদিকে সুষমভাবে কম্পিত হয় তাই এদের গড়বেগ শূন্য হয়। এজন্য এদের অণুগুলোর বেগের বর্গের গড়কে বর্গমূল করে $C_{r.m.s}$ বেগ নির্ণয় করা হয়, যা শূন্য নয়। আবার, কোন অণুর গতিশক্তি, $E_K \propto$ (বেগ)^২. তাই গতিশক্তি নির্ণয়ের জন্য বেগের বর্গমূল নেওয়া হয়।

গ

কুয়ার সম্পূর্ণ পানির আয়তন V হলে

$V = \frac{1}{4}\pi d^2h$

$= \frac{1}{4}\pi \times 10^2 \times 16$

$= 1256.637 m^3$

পানির ভর m হলে,

$m = \rho V = (1000 \times 1256.637)$

$= 1256637$ kg

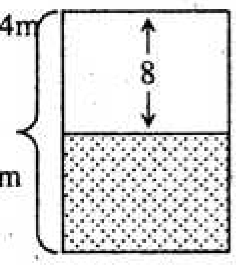
∴ অর্ধেক পানির ভর m′ হলে,

$m' = \frac{m}{2} = \frac{1256637}{2}$ kg

$= 628318.5$ kg

এখানে,
পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা, h = 16 m
ব্যাস, d = 10m
সময়কাল, t = 1 hr = 60 min = 3600 sec
পাম্পের ক্ষমতা,
P = 10 HP = (10 × 746)W = 7460W
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 kgm^{-3}$
অর্ধেক পানি শূন্য করার প্রয়োজনীয় সময়, t = ?

অর্ধেক পানিশূন্য করতে গড় উচ্চতা, $h' = \frac{0+8}{2} = 4m$



16m

অর্ধেক পানি উত্তোলনে নির্ণেয় সময় t′ হলে,

আমরা জানি, $P = \frac{m'gh'}{t'}$

বা, $t' = \frac{m'gh'}{p} = \frac{628318.5 \times 9.8 \times 4}{7460}$

বা, $t' = 3301.62$ sec

∴ $t' = 55.027$ min

∴ 55.027 min পর পাম্পটি নষ্ট হয়েছিল।

ঘ প্রথম পাম্পের ক্ষমতা, P = 10 HP

'গ' অংশ হতে পাই, অর্ধেক পানির ভর, m′ = 628318.5 kg

মোট পানির ভর, m = 1256637 kg

∴ অবশিষ্ট পানির ভর, $m'' = m - m' = (1256637 - 628318.5)$ kJ

∴ $m'' = 628318.5$ kg

মনে করি, ১ম পাম্প বন্ধ হওয়ার সাথে সাথে ২য় পাম্প চালু হয়।

নির্ধারিত সময়, t = 60 min

প্রথম পাম্প কর্তৃক ব্যয়িত সময়, t′ = 55.027 min

∴ অবশিষ্ট সময়, $t'' = (60 - 55.027) = 4.972$ min

$t'' = 4.972 \times 60 = 298.38$ sec

গড় উচ্চতা, $h = \frac{8+16}{2}$ m

কুয়াটি পানি শূন্য করতে দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতা P′ হলে,

$P' = \frac{m''gh}{t''} = \frac{628318.5 \times 9.8 \times 12}{298.38}$

$= 247638.0997$ W

∴ $P' = 331.955$ HP > P

সুতরাং, কুয়াটি পানিশূন্য করতে উভয়ক্ষেত্রে একই ক্ষমতায় পাম্প ব্যবহার করা হয় নাই।

পঞ্চম অধ্যায় : কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা

১৬০. বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে কাজ শূন্য হবে?
(ক) 60°   (খ) 90°
(গ) 120°   (ঘ) 180°   **খ**

১৬১. বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে ঋণাত্মক কাজের শর্ত হবে—(জ্ঞান)
(ক) $180° \geq \theta \geq 90°$ (খ) $180° \geq \theta \geq 90°$
(গ) $180° \leq \theta < 90°$ (ঘ) $180° < \theta \leq 90°$ **ক**

১৬২. একটি মোটরের ক্ষমতা 16 watt. 4 min সময়ে এর দ্বারা কৃত কাজ কত হবে? (অনুধাবন) *[বি এ এফ শাহীন কলেজ, পাহাড়কাঞ্চনপুর, টাঙ্গাইল]*
(ক) 64 J   (খ) 3840 J
(গ) 240 J   (ঘ) 960 J   **খ**

১৬৩. কাজের মাত্রা কোনটি? (জ্ঞান)
(ক) ML^2 (খ) ML^{-2}
(গ) MLT^{-2} (ঘ) ML^2T^{-2} **ঘ**

১৬৪. একটি কণার ওপর $\vec{F} = (8\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করায় কণাটির সরণ হয় $\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ m। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কত? (প্রয়োগ)
(ক) 11 J   (খ) 12 J
(গ) 13 J   (ঘ) 14 J   **ক**

১৬৫. 100 gm ভরের একটি বস্তুকে 100m উপর হতে ছেড়ে দেওয়া হলো। ভূপৃষ্ঠকে স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত? (প্রয়োগ)
(ক) 9800J   (খ) 980J
(গ) 98J   (ঘ) 9.8J   **গ**

১৬৬. 3 kg ভরের বস্তুকে 20m উচ্চতা থেকে ছেড়ে দিলে ভূপৃষ্ঠকে স্পর্শ করার ঠিক পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত? (প্রয়োগ) *[নরসিংদী বিজ্ঞান কলেজ, নরসিংদী]*
(ক) 60 Joule   (খ) 588 Joule
(গ) 566 dyne   (ঘ) 5880 Joule   **খ**

১৬৭. কোন বস্তুর গতিশক্তি 300% বৃদ্ধি করা হলে, উক্ত বস্তুর ভরবেগ বাড়বে— *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]*
(ক) 100%   (খ) 150%
(গ) 200%   (ঘ) 400%   **ক**

১৬৮. বিভবশক্তির একক কী? (জ্ঞান)
(ক) জুল   (খ) জুল/কেজি
(গ) জুল/(কেজি)^2 (ঘ) নিউটন/কেজি   **ক**

১৬৯. $2Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য সাম্যবস্থান থেকে 0.1 m বৃদ্ধি করলে স্প্রিং এর বিভবশক্তির বৃদ্ধি কত হবে? (প্রয়োগ) *[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]*
(ক) 1 J   (খ) 0.1 J
(গ) 0.01 J   (ঘ) 0.001 J   **গ**

১৭০. 10m উঁচু স্থান হতে 100 gm ভরবিশিষ্ট একটি বলকে ফেলে দিলে যদি বলটি পুনরায় 8 m উঁচু পর্যন্ত উঠে তবে কী পরিমাণ শক্তি ব্যয় হয়? (প্রয়োগ)
(ক) 1000J   (খ) 98J
(গ) 1J   (ঘ) 1.96J   **ঘ**

১৭১. ভূপৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুকে উপরে তোলা হলে বস্তুর মধ্যে কোন শক্তি বৃদ্ধি পায়? (অনুধাবন)
(ক) বিভবশক্তি   (খ) গতিশক্তি
(গ) যান্ত্রিকশক্তি   (ঘ) রাসায়নিক শক্তি   **ক**

১৭২. মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো ভূমি স্পর্শ করার পূর্বমুহূর্তে সমস্ত বিভবশক্তি কোন্ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়? (জ্ঞান)
(ক) গতিশক্তি   (খ) রাসায়নিক শক্তি
(গ) স্থিতিস্থাপক শক্তি   (ঘ) আলোক শক্তি   **ক**

১৭৩. 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোথায় উহার গতিশক্তি বিভবশক্তি দ্বিগুণ হবে? (প্রয়োগ)
(ক) 10m উচ্চতায়   (খ) 15 m উচ্চতায়
(গ) 20 m উচ্চতায়   (ঘ) 25 m উচ্চতায়   **ক**

১৭৪. কোনো যন্ত্রে F বল প্রয়োগে বলের প্রয়োগ বিন্দুকে v বেগে গতিশীল রেখে কাজ সম্পাদন করলে প্রযুক্ত ক্ষমতা কত? (জ্ঞান)
(ক) $P = Fv^2$ (খ) $P = \frac{F}{v}$
(গ) $P = Fv$ (ঘ) $P = F^2 v$ **গ**

১৭৫. একটি লিফটের কেবল্ লিফটকে $0.75\ ms^{-1}$ সমদ্রুতিতে ওপরে তুলতে পারে। কেবলটি 23kW ক্ষমতা প্রয়োগ করলে কেবল-এর টান কত? (প্রয়োগ)
(ক) $30.67 \times 10^3 N$ (খ) $31.67 \times 10^3 N$
(গ) $32.67 \times 10^3 N$ (ঘ) $33.67 \times 10^3 N$ **ক**

১৭৬. একটি ইঞ্জিন প্রতি ঘণ্টায় 36000 কেজি পানি 10 মিটার উপরে উঠায়। ইঞ্জিনের ক্ষমতা কত? (প্রয়োগ)
(ক) 940W   (খ) 980W
(গ) 780W   (ঘ) 908 W   **খ**

১৭৭. একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি 10m গড় উচ্চতায় উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা কত? (প্রয়োগ)
ক 3.65 HP. খ 4.65 H.P
গ 5.65 H.P ঘ 6.65 H.P ক

১৭৮. একটি পাম্প প্রতি মিনিটে 550 গ্যালন পানি 30ft গড় উচ্চতায় তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতা 80% কার্যকর হলে এর H.P [1 গ্যালন = 10ℓb] কত? (প্রয়োগ)
ক 6.21H.P.B খ 7.81 H.P.C
গ 10 H.P ঘ 65.2H.P খ

১৭৯. একটি মোটর মিনিটে 5.5×10^5kg পানি 100m উপরে তুলতে পারে। মোটরটির দক্ষতা 70% হলে এর ক্ষমতা কত? (প্রয়োগ)
ক 1.72×10^2 H.P. খ 1.72×10^3 H.P
গ 1.72×10^4 H.P. ঘ 1.72×10^5 H.P. গ

১৮০. কোনটি সংরক্ষণশীল বল? (জ্ঞান)
ক অভিকর্ষ খ প্রবাহী ঘর্ষণ
গ সান্দ্র বল ঘ বিসর্প ঘর্ষণ ক

১৮১. নিচের কোনটি অসংরক্ষণশীল বল?
ক সান্দ্র বল খ কুলম্ব বল
গ চৌম্বক বল ঘ মহাকর্ষীয় বল ক

১৮২. অসংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ কোনটি?
ক ঘর্ষণ বল খ বৈদ্যুতিক বল
গ চুম্বক বল ঘ অভিকর্ষজ বল ক

১৮৩. কাজ সম্পন্ন হবে যদি কেউ— (অনুধাবন)
i. ভারী বোঝা মাথায় নিয়ে দাড়িয়ে থাকে
ii. সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠে
iii. ঠেলাগাড়ি ঠেলে নিয়ে যায়
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

১৮৪. বলের দ্বারা কাজ শূন্য হয় যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু— (অনুধাবন)
i. স্থির থাকে
ii. বলের বিপরীত দিকে সরে যায়
iii. বলের উলম্ব দিকে সরে যায়
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii খ

১৮৫. একটি ভারী বস্তুকে মাথায় করে অনুভূমিক বরাবর রাস্তার উপর দিয়ে এক স্থান হতে অন্য স্থানে সরানো হলো—(অনুধাবন) *[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]*
i. অভিকর্ষ দ্বারা কাজ হয়
ii. ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়
iii. অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া দ্বারা কাজ শূন্য
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii গ

১৮৬. 5 kg ভরের একটি বস্তুকে 9.8 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত হলে— (প্রয়োগ)
i. অর্ধ সেকেন্ড পরে এর গতিশক্তি হবে 60J
ii. এক সেকেন্ড পরে এর গতিশক্তি হবে 0J
iii. দুই সেকেন্ড পরে এর গতিশক্তি হবে 120J
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ক

১৮৭. 25m উচ্চতা হতে 4 kg ভরের একটি বস্তু মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে 2s পরে বস্তুটির — (প্রয়োগ)
i. গতিশক্তি হবে 768.32J
ii. স্থিতিশক্তি হবে 211.68J
iii. মোট যান্ত্রিক শক্তি হবে 980J
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

১৮৮. একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ক্ষেত্রে — (উচ্চতর দক্ষতা)
i. উভয়ের ভরবেগ সমান হতে পারে
ii. উভয়ের গতিশক্তি সমান হতে পারে
iii. এদের ভরবেগ সমান হলে হালকা বস্তুটির গতিশক্তি বেশি হবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

১৮৯. ভূপৃষ্ঠের h উচ্চতা হতে মুক্তভাবে পতনশীল বস্তু x পরিমাণ উলম্ব সরণ অতিক্রম করার পর v বেগ প্রাপ্ত হলে ঐ বিন্দুতে বস্তুটির —(প্রয়োগ)
i. গতিবেগ $\sqrt{2gx}$
ii. গতিশক্তির মান mgx
iii. বিভবশক্তির মান $mgh-\frac{1}{2}mv^2$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ঘ

১৯০. কোনো সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য ℓ, কৌণিক বিস্তার α এবং ববের ভর m হলে — (প্রয়োগ)

i. সাম্যাবস্থানে ববের গতিশক্তি $mg \times 2\ell \sin^2(\alpha/2)$

ii. দোলকের সর্বোচ্চ বেগ $2\sqrt{g\ell}\sin(\alpha/2)$

iii. বিস্তারের প্রান্ত হতে সাম্যাবস্থানে আসতে দোলকটি $2\ell\sin^2(\alpha/2)$ পরিমাণ উল্লম্ব দূরত্ব অতিক্রম করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii

ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii **ঘ**

১৯১. কর্মদক্ষতার কোনো একক নেই, কারণ — (অনুধাবন)

i. এটি হলো এক জাতীয় দুটি রাশির অনুপাত

ii. মোট কার্যকর শক্তি সর্বদাই যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির তুলনায় কম হয়

iii. কার্যকর ক্ষমতা ও মোট ক্ষমতার অনুপাত

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii

ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii **ঘ**

১৯২. কোনো একটি কণার এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কণাটির ওপর সম্পাদিত কাজের পরিমাণ— (অনুধাবন)

i. কণাটির গতিপথের ওপর নির্ভর করে না

ii. বিন্দু দুটির অবস্থানের ওপর নির্ভর করে

iii. কণাটির গতিপথের ওপর নির্ভর করে

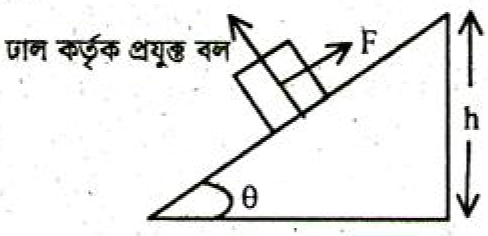
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh ii ও iii

ⓖ i ও iii ⓖh i, ii ও iii **ঘ**

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

চিত্রে আনুভূমিকের সাথে θ কোণে আনত একটি ঘর্ষণবিহীন ঢালে একটি m kg ভরের বস্তুকে দেখানো হল।



বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে ধ্রুববেগে গতিশীল করতে এর উপর ঢালের সমান্তাল F বল প্রয়োগ করা হল।

১৯৩. বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে 'x'm দূরত্ব অতিক্রম করার জন্য কত কাজ করতে হবে? (অনুধাবন)

ⓚ mgx sinθ ⓚh mgh cosθ

ⓖ mgx cosθ ⓖh mgh sinθ **ক**

১৯৪. এখন যদি বস্তুটিকে 'v' বেগে গতিশীল রাখার জন্য বলের দিকে 'a' ত্বরণ সৃষ্টি করতে হয়, তবে কত ক্ষমতা প্রয়োগ করতে হবে? (প্রয়োগ)

ⓚ mgv + mav sinθ ⓚh mav + mgv sinθ

ⓖ mav + mgv cosθ ⓖh mgv + mav cosθ **খ**

উদ্দীপকটি পড়ে ১৯৫ ও ১৯৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10m এবং ব্যাস 1.5m একটি পাম্প 25 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে।

১৯৫. পাম্পটির ক্ষমতা কত? (প্রয়োগ)

ⓚ 0.773 HP ⓚh 1.543 HP

ⓖ 3.095 HP ⓖh 6.190 HP **ক**

১৯৬. 0.4 HP ক্ষমতার আরও একটি পাম্প যুক্ত করলে কি পরিমাণ সময় সাশ্রয় হবে? (প্রয়োগ)

ⓚ 24.36 মিনিট ⓚh 16.48 মিনিট

ⓖ 8.52 মিনিট ⓖh 0.63 মিনিট **গ**

উদ্দীপকটি পড়ে ১৯৭ - ১৯৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি টারবাইনের কর্মদক্ষতা 90% এবং এর সাথে সংযুক্ত জেনারেটরের কর্মদক্ষতাও 90%। জেনারেটরটি যে ট্রান্সফর্মার এবং সঞ্চালন লাইনের সাথে সংযুক্ত তাদের প্রত্যেকের কর্মদক্ষতা 95%।

১৯৭. টারবাইনের মোট প্রদত্ত ক্ষমতা 100 kW হলে জেনারেটরে মোট প্রদত্ত ক্ষমতা কত হবে? (প্রয়োগ)

ⓚ 90 kW ⓚh 95 kW

ⓖ 85.5 kW ⓖh 73 kW **ক**

১৯৮. উপরোক্ত ব্যবস্থার মোট কর্মদক্ষতা কত? (প্রয়োগ)

ⓚ 71% ⓚh 73%

ⓖ 75% ⓖh 73% **খ**

১৯৯. জেনারেটরে কার্যকর ক্ষমতা 100 kW হলে— (অনুধাবন)

i. টারবাইনের মোট প্রদত্ত ক্ষমতা 123.46 kW

ii. ট্রান্সফর্মারের কার্যকর ক্ষমতা 95 kW

iii. সঞ্চালন লাইনের অপর প্রান্তে কার্যকর ক্ষমতা 90.25 kW

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii

ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii **ঘ**

এইস এস সি পদার্থবিজ্ঞান

অধ্যায়-৬: মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

প্রশ্ন ▶১ একটি সুউচ্চ অফিস বিল্ডিং-এ আরোহীসহ সর্বোচ্চ 400 kg ভরের ধারণ ক্ষমতা সম্পন্ন একটি লিফট দুইতলা হতে সাততলার মধ্যে ওঠা-নামা করে। বিল্ডিংটির প্রতিটি ফ্লোরের উচ্চতা 3 m। উক্ত অফিসের একজনের ভর 45 kg এবং তিনি একদিন লিফটিতে চড়ে 2 $m{\cdot}s^{-2}$ ত্বরণে উঠানামার সময় ওয়েট মেশিনে তার ওজন পরিমাপ করলেন। এক্ষেত্রে সর্বত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 $m{\cdot}s^{-2}$। /ঢা. বো. ২০১৭/

ক. সান্দ্রতা কাকে বলে? ১

খ. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য লিখ। ২

গ. লিফটিকে দুই তলা হতে সাত তলায় 2 $m{\cdot}s^{-1}$ সমবেগে উঠাতে সর্বনিম্ন কত অশ্ব ক্ষমতার একটি মোটরের প্রয়োজন হবে? ৩

ঘ. উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা গেল কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের জন্য কোন প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো :

পার্থক্যকারী	স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ	অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
গতিশক্তি	এ সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে।	এ সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না।
আপেক্ষিক বেগ	এ সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে বস্তুসমূহের আপেক্ষিক বেগ সমান ও বিপরীত হয়।	এ সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে বস্তুসমূহের আপেক্ষিক বেগ ভিন্ন হয়।

গ দেওয়া আছে,

আরোহীসহ লিফটের ভর, $m = 400$ kg

লিফটের সমবেগ, $v = 2\ m{\cdot}s^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

আরোহীসহ লিফটের ওজন, $F = mg$

$= (400 \times 9.8)$ N

$= 3920$ N

তাহলে, ধরা যাক, লিফটকে 2 $m{\cdot}s^{-1}$ সমবেগে উপরে উঠাতে হলে সর্বনিম্ন P ক্ষমতার মোটর প্রয়োজন।

$\therefore P = Fv = 3920\ N \times 2\ m{\cdot}s^{-1} = 7840$ W

$= \frac{7840}{746}$ HP $= 10.51$ HP (Ans.)

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

ব্যক্তির ভর, $m = 45$ kg

লিফটের ত্বরণ, $a = 2\ m{\cdot}s^{-2}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

ব্যক্তির প্রকৃত ওজন, $W_r = mg$

$= (45 \times 9.8)$ N

$= 441$ N

লিফটটির উঠার সময় ওজন, $W_1 = m(g + a)$ N

$= 45\ (9.8 + 2)$ N

$= 531$ N

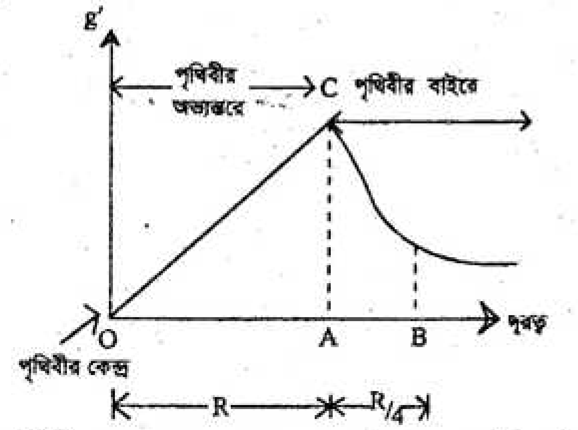
লিফটটির নামার সময় ওজন, $W_2 = m(g - a)$ N

$= 45\ (9.8 - 2)\ N = 351$ N

অর্থাৎ, লিফটি ওঠার সময় প্রকৃত ওজন থেকে বেশি ওজন অনুভূত হয় এবং নামার সময় কম ওজন অনুভূত হয়।

অতএব, উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সঠিকভাবে নির্ণয় করা যাবে না।

প্রশ্ন ▶২



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। পৃথিবীর ভর $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km. /ঢা. বো. ২০১৭/

ক. গ্রাডিয়েন্ট কাকে বলে? ১

খ. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ কি শূন্য? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর। ৩

ঘ. একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রাডিয়েন্ট একটি ভেক্টর ক্ষেত্র, যা স্কেলার ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এর বৃদ্ধির হার ও বৃদ্ধির দিক নির্দেশ করে।

খ প্রাসের গতিপথের যে কোন বিন্দুতে বেগের দুইটি উপাংশ বিদ্যমান। মনে করি,

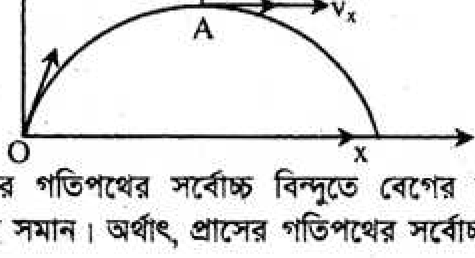
উলম্ব উপাংশ v_y এবং অনুভূমিক উপাংশ v_x

সর্বোচ্চ বিন্দু A তে,

$$v_x = v\cos 0° = v_0$$

এবং $v_y = v\sin 90° = 0$

$\therefore$ লব্ধিবেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + V_y^2} = \sqrt{v_x^2 + 0} = v_x \neq 0$



সুতরাং, প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের মান অনুভূমিক উপাংশ v_x এর সমান। অর্থাৎ, প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ শূন্য নয়।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km

পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg

পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে A বিন্দুর দূরত্ব $= R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6$ m

জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}\ N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}$

আমরা জানি,

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2}$

$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} \text{ N·kg}^{-1}$

$= 9.775 \text{ N·kg}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$

A অবস্থান হল পৃথিবী পৃষ্ঠ

মনে করি, A অবস্থানে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল $= T_1$

এবং B অবস্থানে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল $= T_2$

A অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

B অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM}{(R + R/4)^2}$

$\therefore \frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R + R/4)^2}$

যেহেতু একটি নির্দিষ্ট দোলকের জন্য $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

এখন, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{R}{(R + R/4)} = \frac{4R}{5R} = \frac{4}{5}$

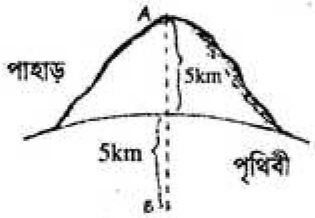
বা, $T_2 = \frac{5 \times T_1}{4} = 1.25\, T_1$ ।

$\therefore T_2 > T_1$

অর্থাৎ, B অবস্থানে সেকেন্ড দোলকটির দোলনকাল বৃদ্ধি পায়।

অতএব, A অবস্থান থেকে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি ধীরে চলবে।

প্রশ্ন ▶ ৩



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m

ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ [চা. বো. ২০১৬]

ক. ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. রাস্তায় ব্যাংকিং এর প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে A ও B স্থানের মধ্যে কোথায় একটি সরল দোলক অধিক ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বা ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

খ বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তু ঘুরতে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন। বাঁকা রাস্তায় গাড়ির গতিও বৃত্তাকার। তাই বাঁকা রাস্তায় গাড়ি ঘোরানোর সময় কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এ কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি করার জন্য বাঁকা রাস্তার ভিতরের দিক অপেক্ষা বাইরের দিক কিছুটা উচু করে তৈরি করা হয়। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে। বাঁকা রাস্তায় ব্যাংকিং থাকে বলে গাড়ি মোড় ঘোরার সময় কেন্দ্রর দিকে কিছুটা হেলে পড়ে যাতে গাড়ির ওজনের একটি উপাংশ প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সরবরাহ করতে পারে।

গ এখানে, $R = 6.4 \times 10^6$ m

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m·s}^{-2}$

পাহাড়ের উচ্চতা, $h_A = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}$

পাহারের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = ?$

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতায় কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g_A = \left(\frac{R}{R + h}\right)^2 g$

$= \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 5 \times 10^3 \text{ m}}\right)^2 \times 9.8 \text{ m·s}^{-2}$

$= 9.785 \text{ m·s}^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ ভূপৃষ্ঠ হতে $h_B = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3$ m গভীরে B বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g_B = \left(1 - \frac{h_B}{R}\right) g$

$= \left(1 - \frac{5 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right) \times 9.8 \text{ m·s}^{-2} = 9.79 \text{ m·s}^{-2}$

'গ' অংশ থেকে পাই, A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = 9.785 \text{ m·s}^{-2}$

A ও B স্থানে একটি সরল দোলকের দোলন কাল যথাক্রমে T_A ও T_B হলে সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}} = \sqrt{\frac{9.79 \text{ m·s}^{-2}}{9.785 \text{ m·s}^{-2}}} = 1.000255$

সুতরাং $T_A > T_B$

যেখানে দোলক ঘড়ির দোলকের দোলনকাল বড় সেখানে ঘড়ি ধীরে চলে। সুতরাং B অবস্থানের তুলনায় A অবস্থানে ঘড়ি ধীরে চলবে।

প্রশ্ন ▶ ৪ 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে 3.6×10^9 Joule গতি শক্তি সঞ্চারিত করা হল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6m, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ । [চা. বো. ২০১৬]

ক. কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? ১

খ. বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে? ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু কণাকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখতে কেন্দ্রের দিকে যে বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে কেন্দ্রমুখী বল বা অভিকেন্দ্র বল বলে।

খ বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে ব্যক্তির সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ হবে, বাতাসের বেগ ও ব্যক্তির বেগের বিয়োগফলের সমান। যা বাতাসের প্রকৃত বেগ অপেক্ষা কম হয়। তাই তখন বাতাসের বেগ কমে গেছে বলে মনে হয়।

গ দেওয়া আছে, কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি, $E_K = 3.6 \times 10^9$ J

কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, $m = 120$ kg

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ v হলে, $E_K = \frac{1}{2} mv^2$

$\therefore v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.6 \times 10^9 \text{ J}}{120 \text{ kg}}} = 7746 \text{ m·s}^{-1}$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা h হলে, $v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$

বা, $R + h = \frac{GM}{v^2}$

$\therefore h = \frac{GM}{v^2} - R$

$= \frac{6.6 \times 10^{-11} \text{ N·m}^2\text{·kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(7746 \text{ m·s}^{-1})^2} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$\approx 2 \times 10^5 \text{ m} = 200 \text{ km}$ **(Ans.)**

ঘ কৃত্রিম উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে তথা মহাশূন্যে প্রেরণের জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি,

$$W = \int_{R+h}^{\infty} F dr = \int_{R+h}^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \int_{R+h}^{\infty} r^{-2} dr$$

$$= -GMm \left[\frac{1}{r}\right]_{R+h}^{\infty} = -GMm \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R+h}\right]$$

$$= \frac{GMm}{R+h} = \frac{6.6 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 120}{6.4 \times 10^6 + 2 \times 10^5}$$

$$= 7.2 \times 10^9 \text{ J}$$

কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি 3.6×10^9 J, যা প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি অপেক্ষা কম। সুতরাং বলা যায়, সঞ্চারিত গতিশক্তি কৃত্রিম উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

প্রশ্ন ▶ ৫ একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে 3.2×10^6 m এবং 4×10^{24} kg। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.675 \times 10^{-11}$ $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$। একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হল। /দি. বো. ২০১৭/

ক. পরিমাপের লম্বন ত্রুটি কাকে বলে? ১

খ. অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ মূল বস্তুটির মুক্তি বেগের এক অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিকের কারণে পরিমাপে যে ত্রুটি দেখা যায় তাকে লম্বন ত্রুটি বলে।

খ অবস্থান ভেক্টরের পদবিন্দু নির্দিষ্ট থাকে বলে অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর। আমরা জানি, যে ভেক্টরের পাদবিন্দু নির্দিষ্ট তাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে। অবস্থান ভেক্টরের পাদবিন্দু সব সময়ই প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দু হয়। একারণে অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর।

গ দেওয়া আছে,

মহাজাগতিক বস্তুর বাসার্ধ, $R = 3.2 \times 10^6$ m

মহাজাগতিক বস্তুর ভর, $M = 4 \times 10^{24}$ kg

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.657 \times 10^{-11}$ $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

মহাকর্ষীয় বস্তুর পৃষ্ঠে মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ, $g = ?$

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$= \frac{6.675 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^{24}}{(3.2 \times 10^6)^2} = 26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

খণ্ড সংখ্যা, $N = 8$

$\therefore$ প্রতিটি খণ্ডের ভর, $m = \frac{M}{8}$ প্রতিটি খণ্ডের ব্যাসার্ধ, r এবং মূল বস্তুর ব্যাসার্ধ, R হলে,

N সংখ্যক খণ্ডের আয়তন = মূল খণ্ডের আয়তন

বা, $N \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$

বা, $8r^3 = R^3$

বা, $r^3 = \frac{R^3}{8}$

$\therefore$ $r = \frac{R}{2}$

এখন মূল বস্তুর মুক্তিবেগ, v_e এবং প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ v_e' হলে,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \text{ ....(i)}$$

$$v_e' = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} \text{ ....(ii)}$$

এখন, (ii) ÷ (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{v_e'}{v_e} = \sqrt{\frac{2Gm}{r} \times \frac{R}{2GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{M}{8} \times R}{R/2 \times M}}$$

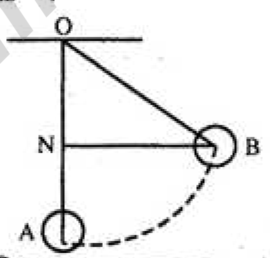
$$= \sqrt{\frac{M \times R \times 2}{8 \times R \times M}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore v_e' = \frac{1}{2} v_e$$

অতএব, প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ মূল বস্তুটির মুক্তিবেগের এক অষ্টাংশ না হয়ে অর্ধেক হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬ চিত্রে একটি সেকেন্ড দোলক দেখানো হলো, যা ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। OA = 2m এবং BN = 0.5m, B দোলকটির সর্বোচ্চ অবস্থান। ববের ভর 5gm। দোলকটিকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ। পৃথিবীতে $g = 9.8 ms^{-2}$।



চিত্র: সেকেন্ড দোলক

/দি. বো. ২০১৬/

ক. সান্দ্রতার সংজ্ঞা দাও। ১

খ. ছাতার কাপড়ে ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি ভেতরে প্রবেশ করে না কেন– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. চাঁদে দোলকটির দোলনকাল কত হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দোলকটি পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থানকালে A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে কিনা–উদ্দীপকের তথ্যমতে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের জন্য কোনো প্রবাহী পাশাপাশি দুটি স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাঁধা দেয়, সে ধর্মকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

খ ছাতার কাপড় বিশেষ প্রক্রিয়ায় প্রস্তুত করা হয় এবং এতে খুব ছোট ছোট ছিদ্র থাকে, কিন্তু এসব ছিদ্র দিয়ে পানি প্রবেশ করতে পারে না। পৃষ্ঠটানের কারণে পানি গোলাকার ফোঁটায় পরিণত হয় এবং পানির ফোঁটাগুলোর আয়তন কাপড়ের ছিদ্রের আয়তনের তুলনায় বড় হয়। তাই পানি ছাতার উপর দিয়ে গড়িয়ে চলে, ছাতার ভিতরে প্রবেশ করতে পারে না।

গ দেয়া আছে,

পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

ধরি, চাঁদের ভর = M_m এবং ব্যাসার্ধ = R_m

$\therefore$ পৃথিবীর ভর, $M_e = 81M_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4R_m$

পৃথিবীতে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_e = 2$ s.

চাঁদে দোলনকাল, $T_m = ?$

আমরা জানি, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$ এবং

$$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore \frac{g_e}{g_m} = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}$$

$$= \frac{81 M_m \times R_m^2}{16 R_m^2 \times M_m} = \frac{81}{16}$$

সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র হতে পাই,

$$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$$

বা, $T_m = T_e \times \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{81}{16}}$$

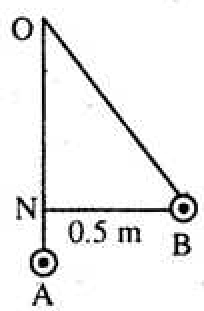
$$= 2 \times \frac{9}{4}$$

$= 4.5$ s **(Ans.)**

ঘ দেয়া আছে,

ববের ভর, $m = 5$ gm $= 5 \times 10^{-3}$ kg

এখানে, OA = 2 m.
NB = 0.5 m
OB = 2 m



পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে

$OB^2 = ON^2 + NB^2$

$ON^2 = OB^2 - NB^2 = (2 \text{ m})^2 - (0.5 \text{ m})^2$

$\therefore ON = \sqrt{(2 \text{ m})^2 - (0.5 \text{ m})^2} = 1.936$ m

$\therefore AN = h = OA - ON = 2 \text{ m} - 1.936 \text{ m} = 0.064$ m

B বিন্দুতে ববটির বেগ, $v_B = 0 \text{ m·s}^{-1}$

A বিন্দুতে ববটির বেগ, $v_A = ?$

এখন, $v_A^2 = v_B^2 + 2gh$

$= (0)^2 + 2 \times 9.8 \text{ m·s}^{-2} \times 0.064$ m

$= 1.2544 \text{ m}^2\text{·s}^{-2}$

$\therefore v_A = 1.12 \text{ m·s}^{-1}$

A বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{pA} = mgh = mg \times 0 = 0$ J

গতিশক্তি, $E_{kA} = \frac{1}{2} m v_A^2$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \times (1.12 \text{ m·s}^{-1})^2 = 3.136 \times 10^{-3}$ J

A বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_A = E_{pA} + E_{kA} = 3.136 \times 10^{-3}$ J

B বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{pB} = mgh$

$= 5 \times 10^{-3} \times 9.8 \text{ m·s}^{-2} \times 0.064 \text{ m} = 3.136 \times 10^{-3}$ J

গতিশক্তি, $E_{kB} = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m (0)^2 = 0$ J

B বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = E_{pB} + E_{kB} = 0 + 3.136 \times 10^{-3}$ J

$= 3.136 \times 10^{-3}$ J

অতএব, দেখা যাচ্ছে যে, A ও B বিন্দুতে মোট শক্তির পরিমাণ একই থাকে। অতএব, শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি প্রমাণিত হয়।

প্রশ্ন ▶ ৭ BTRC বঙ্গবন্ধু-১ নামে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণের প্রস্তুতি নিচ্ছে। ঢাকার ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা 3.6×10^4km। ঢাকায় g = 9.78ms^{-2}, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R = 6.4×10^6m। (G = $6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$) /দি. বো. ২০১৬/

ক. কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. ঘর্ষণ বল ও সান্দ্র বল এক নয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বঙ্গাবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের বঙ্গাবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখতে কেন্দ্রের দিকে যে বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে কেন্দ্রমুখী বল বা অভিকেন্দ্র বল বলে।

খ ঘর্ষণের সাথে সান্দ্রতার অনেক সাদৃশ্য থাকা সত্ত্বেও ঘর্ষণ বল ও সান্দ্রতা বল এক নয়, কারণ- ঘর্ষণ বলের মান স্পর্শ তলের ক্ষেত্রফল ও তাদের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে না। কিন্তু সান্দ্রতা বলের মান প্রবাহীর স্তরদ্বয়ের ক্ষেত্রফল ও তাদের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে। এ ছাড়াও স্থির প্রবাহীর ক্ষেত্রে সান্দ্রতা বল পরিলক্ষিত হয় না কিন্তু স্থির বস্তুর বেলায় স্থিতি ঘর্ষণ বল ক্রিয়াশীল থাকতে পারে।

গ এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N·m}^2\text{·kg}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 3.6 \times 10^7$ m

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

উপগ্রহটির বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7}}$$

$= 3.08 \times 10^3 \text{ m·s}^{-1}$

$= 3.08 \text{ km·s}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4$ km

$= 3.6 \times 10^7$ m

'গ' অংশ হতে পাই,

উপগ্রহটির বেগ, $v = 3.08 \times 10^3 \text{ m·s}^{-1}$

উপগ্রহটির আবর্তনকাল, $T = ?$

আমরা জানি, $T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$

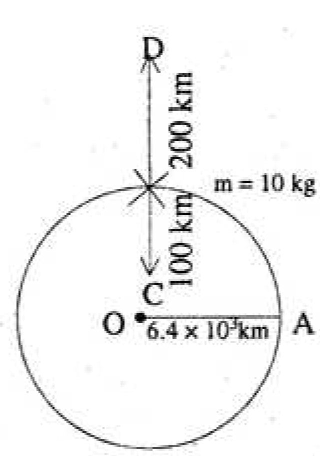
$$= \frac{2 \times 3.14(6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7)}{3.08 \times 10^3}$$

$= 86,496$ s

$= 24.02$ h $= 24$ h (প্রায়)

আমরা জানি, যেসব কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর আহ্নিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘণ্টা, তাদের ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে। উদ্দীপকের বঙ্গাবন্ধু-১ উপগ্রহটির আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা হওয়ায় তা ভূ-স্থির উপগ্রহ।

প্রশ্ন ▶ ৮



/দি. বো. ২০১৫/

ক. তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝ? ১
খ. ভেক্টরের মান কখন ঋণাত্মক হয় এবং কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. চিত্রটি লক্ষ্য কর, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত? ৩
ঘ. চিত্রে C অবস্থানে যদি m = 10 kg ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ ব্যাখ্যা কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তনের হারকে ঐ বিশেষ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

খ ভেক্টরের মান কখনোই ঋণাত্মক হয় না। কারণ ভেক্টরের মান বলতে আমরা পরম মানকে বুঝি আর পরম মান কখনোই ঋণাত্মক নয়। একটি ভেক্টর অপর একটি প্রসঙ্গ ভেক্টরের বিপরীত দিকে কাজ করলে তা ঋণাত্মক হয়।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3$ km $= 6.4 \times 10^6$ m
ভূপৃষ্ঠ হতে D বিন্দুর উচ্চতা, $h = 200$ km $= 2 \times 10^5$ m
জানা আছে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m·s^{-2}
বের করতে হবে, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান, $g' = ?$

আমরা জানি, $g' = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

$$= 9.8 \text{ m·s}^{-2} \times \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^5 \text{ m}}\right)^2$$

$$= 9.215 \text{ m·s}^{-2} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ এখানে, বস্তুর ভর, $m = 10$ kg
ভূপৃষ্ঠে, m ভরের বস্তুর ওজন বা আকর্ষণ বল, $W = mg = 10$ kg $\times 9.8$ m·s^{-2} $= 98$ N
C অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

$$g'' = g\left(1 - \frac{d}{R}\right) = 9.8 \text{ m·s}^{-2} \times \left(1 - \frac{100 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$= 9.647 \text{ m·s}^{-2}$$

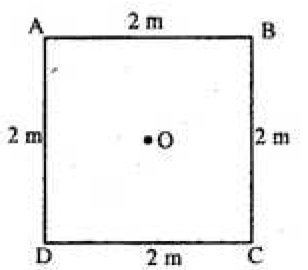
$\therefore$ C অবস্থানে বস্তুর ওজন বা আকর্ষণ বল, $W'' = mg''$

$$= 10 \text{ kg} \times 9.647 \text{ m·s}^{-2}$$

$$= 96.47 \text{ N}$$

যেহেতু 96.47 N $\neq 98$ N
অর্থাৎ $W'' < W$
সুতরাং উদ্দীপকের চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10$ kg ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল হ্রাস পাবে।

প্রশ্ন ▶ ৯



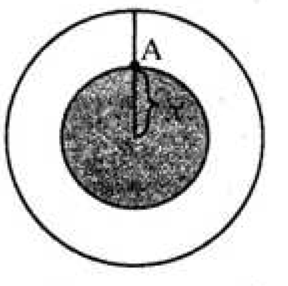
2 m বাহুবিশিষ্ট ABCD বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1 kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে 4 kg, 4 kg, 2 kg ও 2 kg ভরের চারটি বস্তু রাখা আছে। [$G = 6.673 \times 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}] /কু. বো. ২০১৭/

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১
খ. পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর। ২
গ. 'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর। ৩
ঘ. O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কী না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের লব্ধি যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাকে বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভরকেন্দ্র বলে।

খ ধরা যাক, পৃথিবীর অভ্যন্তরে A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g'। এ ক্ষেত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে A বিন্দুর দূরত্ব x। A বিন্দুতে কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বল শুধুমাত্র x ব্যাসার্ধের গোলকের আকর্ষণ বলের সমান। এ গোলকের বাইরের অংশ বস্তুর ওপর কার্যকর কোনো বল প্রয়োগ করে না। সুতরাং, A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ শুধুমাত্র x ব্যাসার্ধের গোলকের আকর্ষণের জন্য সৃষ্টি হবে। কিন্তু x ব্যাসার্ধের গোলকের ভর,



$$M' = \frac{4}{3}\pi x^3 \rho$$

সুতরাং, A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ-

$$g' = G\frac{M'}{x^2} = G\frac{\frac{4}{3}\pi x^3 \rho}{x^2} = \frac{4}{3}G\pi x\rho$$

বা, $g' \propto x$ [$\because G, \rho$ ধ্রুব]
অর্থাৎ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

গ দেওয়া আছে,
A বিন্দুতে বস্তুর ভর, $m_A = 4$ kg
B বিন্দুতে বস্তুর ভর, $m_B = 4$ kg
C বিন্দুতে বস্তুরভর, $m_C = 2$ kg
D বিন্দুতে বস্তুরভর, $m_D = 2$ kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}
O বিন্দু হতে A, B, C এবং D বিন্দুর দূরত্ব,
$r = OA = OB = OC = OD = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ m
'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব, $V_0 = ?$
আমরা জানি,

$$V_0 = -\frac{G}{r}(m_A + m_B + m_C + m_D)$$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11}}{\sqrt{2}} \times (4 + 4 + 2 + 2)$$

$$= -5.66 \times 10^{-10} \text{ J·kg}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ AC রেখায় O বিন্দুতে দুইটি বল ও BD রেখায় O বিন্দুতে দুটি বল কাজ করে।
A ও C বিন্দুর ভরের জন্য O বিন্দুতে 1 kg ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল,
$F_1 = \frac{4G}{\sqrt{(2)}^2} - \frac{2G}{\sqrt{(2)}^2} = 2G - G = G$; যা CA বরাবর ক্রিয়াশীল।
B ও D বিন্দুর ভরের জন্য O বিন্দুতে 1 kg ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল,
$F_2 = \frac{4G}{\sqrt{(2)}^2} - \frac{2G}{\sqrt{(2)}^2} = 2G - G = G$; যা DB বরাবর ক্রিয়াশীল।
CA ও DB পরস্পর লম্ব। [বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়]

$$\therefore \text{লব্ধি} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

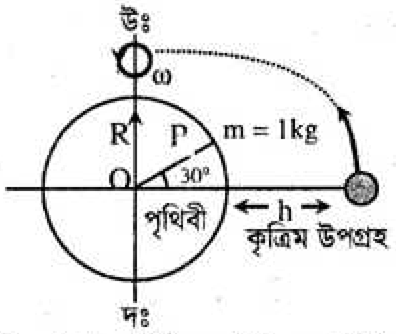
$$= \sqrt{G^2 + G^2}$$

$$= G\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N·Kg}^{-1} = 9.44 \times 10^{-11} \text{ N·Kg}^{-1}$$

প্রাবল্য উপাংশদ্বয় পরস্পর সমান হওয়ায় লব্ধি O বিন্দুতে < AOB এর সমদ্বিখণ্ডক অর্থাৎ DA বা CB রেখার সমান্তরালে ক্রিয়া করে। অর্থাৎ O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে না।

প্রশ্ন ▶ ১০



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$ । ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $h = 3.2 \times 10^6$m পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে 24 ঘণ্টায় একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে। /কু. বো. ২০১৬/

ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। ১

খ. আম ভূপৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, তবে কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান বের কর। ৩

ঘ. ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে কিনা— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ আমের কোনো বৃত্তাকার গতি নেই তাই এর কেন্দ্রবিমুখী বল সৃষ্টি হয় না তাই পৃথিবীর মহাকর্ষ বলের প্রভাবে এটি আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহের বৃত্তাকর গতির কারণে সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল পৃথিবীর মহাকর্ষ বলের সমান হওয়ায় তা আছড়ে পড়ে না।

গ দেয়া আছে,

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

আবর্তনকাল, $T = 24$ ঘণ্টা

$= 24 \times 3600\ sec = 86400\ sec$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

অক্ষাংশ, $\lambda = 30°$

P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ভর, $m = 1$ kg

P বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_\lambda$

P বিন্দুতে বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষজ বল $= F_\lambda$

আমরা জানি, $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

$$= g - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times R\cos^2\lambda$$

$$= 9.8 - \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \cos^2 30°$$

$$= 9.77\ m{\cdot}s^{-2}$$

আবার, $F_\lambda = mg_\lambda = 1 \times 9.77 = 9.77$ N **(Ans.)**

ঘ এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.2 \times 10^6$ m

পৃথিবীর একটি পূর্ণ ঘূর্ণনের আবর্তনকাল, $T' = 24$ ঘণ্টা।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11}\ N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল $= T$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 3.2 \times 10^6)^3}{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$$= 9321.24\ sec = 2.58\ hr$$

যেহেতু কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল (T), পৃথিবীর আহ্নিক গতির আবর্তনকালের ($T' = 24$hr) সমান নয়। তাই ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে না।

প্রশ্ন ▶ ১১ পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল। /কু. বো. ২০১৫/

ক. শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে? ১

খ. ঘূর্ণনের কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়ে কেন? — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর। ৩

ঘ. পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log_{10}\frac{I}{I_0}$ ।

খ ঘূর্ণন কালে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার জন্য সূর্য থেকে বিভিন্ন দূরত্বে গ্রহের বেগ বিভিন্ন হয়। গ্রহের কৌণিক ভরবেগ এর ভর বেগ ও সূর্য থেকে গ্রহের দূরত্বের গুণফল mvr। তাই কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত রাখার জন্য গ্রহ থেকে সূর্যের দূরত্ব যত কমে, এর বেগ একই হারে বাড়ে। এই কারণেই গ্রহ তার ঘূর্ণন তলে সর্বদা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

গ দেওয়া আছে,

সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365$ day

সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব R_1 হলে, পরিবর্তিত দূরত্ব, $R_2 = \frac{R_1}{2}$

বের করতে হবে, পরিবর্তিত আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

কেপলারের ৩য় সূত্রানুসারে আমরা জানি,

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$$

$$\therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}} = 365\ day \times \left(\frac{R_1/2}{R_1}\right)^{1.5} = 129.05\ day\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ আমরা জানি, পৃথিবীর আহ্নিক গতি বিবেচনায় λ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_\lambda = G\frac{M}{R^2} - \omega^2 R\cos^2\lambda$

নিরক্ষরেখায়, $\lambda = 0°$.

$$\therefore g_0 = G\frac{M}{R^2} - \omega^2 R$$

পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে $\omega = 0$, নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি

$$\Delta g = g - g_0 = \omega^2 R = \left(\frac{2 \times 3.1416}{86400\ sec}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6\ m = 0.0338$$

নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_0 = 9.78\ m{\cdot}s^{-2}$

∴ পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর

ওজন বৃদ্ধির হার $= \frac{m \times 0.0338\ m{\cdot}s^{-2}}{mg} \times 100\%$

$$= \frac{0.0338\ m{\cdot}s^{-2}}{9.78\ m{\cdot}s^{-2}} \times 100\%$$

$= 0.346\%$ (বৃদ্ধি পাবে)

সুতরাং পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজন 0.346% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ১২ একদল বিজ্ঞানী 100 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে 3.6×10^4 km উপরে উঠিয়ে 3.1 km/s রৈখিক বেগ প্রদান করে চাঁদ সদৃশ উপগ্রহে পরিণত করার চেষ্টা করল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 ও 16 গুণ। পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব 3×10^5 km। পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 $m{\cdot}s^{-2}$, মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান 6.673×10^{-11} $N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}$। [চ. বো. ২০১৭]

ক. অশ্বক্ষমতা কাকে বলে? ১

খ. কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের মত উপগ্রহে পরিণত হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে 1 অশ্ব ক্ষমতা বলে।

খ বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর ওপর কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করে। এক্ষেত্রে যে কোনো মুহূর্তে কেন্দ্রমুখী বলের ($\vec{F_c}$) দিক বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর, কিন্তু প্রতিটি ক্ষুদ্র সময়ে বস্তুর ক্ষুদ্র সরণ ($\vec{ds}$) হয় বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। ফলে $\vec{F_c}$ ও $\vec{ds}$ এর মধ্যকার কোণ $\theta = 90°$। সুতরাং কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = \vec{F_c}.\vec{ds} = F_c \times ds \cos 90° = 0$। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কোনো কাজ সম্পাদিত হয় না।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবী থেকে চাঁদের দূরত্ব, $r = 3 \times 10^5 \text{ km} = 3 \times 10^8$ m

ধরি, চাঁদের ভর, $M_m = M$

চাঁদের ব্যাসার্ধ, $R_m = R$

∴ পৃথিবীর ভর, $M_e = 81\, M$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 16\, R$

ধরি, পৃথিবী হতে x দূরত্বে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।

∴ চাঁদ হতে উক্ত দূরত্ব, $(3 \times 10^8 - x)$

∴ পৃথিবী হতে x দূরত্বে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$E_1 = \frac{GM_e}{x^2}$$

এবং চাঁদ হতে $(3 \times 10^8 - x)$ দূরত্বে মহাকর্ষী প্রাবল্য,

$$E_2 = \frac{GM_m}{(3 \times 10^8 - x)^2}$$

প্রশ্নমতে,

$E_1 = E_2$

বা, $\frac{GM_e}{x^2} = \frac{GM_m}{(3 \times 10^8 - x)^2}$

বা, $\frac{81\, M}{x^2} = \frac{M}{(3 \times 10^8 - x)^2}$

বা, $\left(\frac{x}{3 \times 10^8 - x}\right)^2 = 81$

বা, $\frac{x}{3 \times 10^8 - x} = 9$

বা, $x = 2.7 \times 10^9 - 9x$

বা, $10x = 2.7 \times 10^9$

∴ $x = 2.7 \times 10^8$ m

∴ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে 2.7×10^8 m দূরে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।

ঘ দেওয়া আছে,

কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 36 \times 10^6$ m

কৃত্রিম উপগ্রহের প্রদত্ত বেগ, $v = 3.1 \text{ km/s} = 3.1 \times 10^3\ m{\cdot}s^{-1}$

পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব, $h' = 3 \times 10^5 \text{ km} = 3 \times 10^8$ m

আমরা পাই, h উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহের প্রয়োজনীয় বেগ,

$$v' = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{(6.673 \times 10^{-11}\ N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2})(6 \times 10^{24}\ kg)}{(6.4 + 36) \times 10^6\ m}}$$

$= 3.08 \times 10^3\ m{\cdot}s^{-1} \approx v$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীকে চাঁদের ন্যায় একটি বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করবে। কৃত্রিম উপগ্রহের,

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

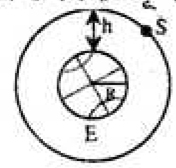
$= \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 + 36) \times 10^6}{3100}$ s

$= 23.87$ Hr

≈ 24 Hr.

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিন্তু চাঁদ ভূ-স্থির উপগ্রহ নয়।

প্রশ্ন ▶ ১৩



E = পৃথিবী

S = ভূ-স্থির উপগ্রহ

$R = 6.4 \times 10^6$m

$M = 6 \times 10^{24}$kg

$G = 6.7 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

বাংলাদেশ 3,500 kg ভরের একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে। [চ. বো. ২০১৬]

ক. মুক্তিবেগের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে? ৩

ঘ. h এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

খ কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না, সেই বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণ চক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বলের দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক, ফলে একটি পূর্ণ চক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনো শূন্য হতে পারে না। তাই ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

ভূস্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ hr} = 86400$ s

উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি,

$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left\{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4 \times (3.1416)^2}\right\}^{\frac{1}{3}} - (6.4 \times 10^6)$$

$= 3.6 \times 10^7$ m **(Ans.)**

ঘ এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

(গ) অংশ হতে পাই, উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^7$ m

ভূ-স্থির উপগ্রহের বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7}}$

$= 3079\ m{\cdot}s^{-1}$

যদি h এর মান দ্বিগুণ হলে,

$h' = 2 \times 3.6 \times 10^7 \text{ m} = 7.2 \times 10^7$ m

উচ্চতা দ্বিগুণ হলে প্রয়োজনীয় বেগ, $v' = ?$

$$v' = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 7.2 \times 10^7}}$$
$= 2246 \text{ m·s}^{-1}$

∴ বেগের পরিবর্তন, $\Delta v = v' - v = 2246 \text{ m·s}^{-1} - 3079 \text{ m·s}^{-1}$
$= -815 \text{ m·s}^{-1}$

∴ এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ 815 m·s^{-1} পরিমাণ কমাতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৪ ভূ-পৃষ্ঠ হতে দুটি সেকেন্ড দোলকের একটিকে 2×10^6 m উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূ-স্থির উপগ্রহে নেয়া হলো। অপরটিকে 3×10^6m গভীরে একটি খনিতে নেয়া হলো। [চ. বো. ২০১৫]

ক. প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে? ১

খ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$ ২

গ. কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের জন্য যে আদর্শ তীব্রতার সাথে তুলনা করে বিভিন্ন তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্চতার মাত্রা নির্ণয় করা হয়, তাকে ঐ কম্পাংকের শব্দের জন্য প্রমাণ তীব্রতা বলা হয়।

খ দেওয়া আছে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 45°$

বামপক্ষ $= \vec{A} \cdot \vec{B} = \text{AB} \cos\theta = \text{AB} \cos 45° = \frac{\text{AB}}{\sqrt{2}}$

এবং ডানপক্ষ $= |\vec{A} \times \vec{B}| = \text{AB}\sin\theta = \text{AB}\sin 45° = \frac{\text{AB}}{\sqrt{2}}$

∴ $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$

গ দেওয়া আছে, ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 2 \times 10^6$ m

জানা আছে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m·s}^{-2}$

এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

∴ কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_h = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

$= 9.8 \text{ m·s}^{-2}\left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^6 \text{ m}}\right)^2 = 5.69 \text{ m·s}^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ ভূপৃষ্ঠ হতে $d = 3 \times 10^6$ m গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_d = g\left(1 - \frac{d}{R}\right) = 9.8 \text{ m·s}^{-2} \times \left(1 - \frac{3 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right) = 5.206 \text{ m·s}^{-2}$$

'গ' অংশ হতে $g_h = 5.96 \text{ m·s}^{-2}$

কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে এবং খনির অভ্যন্তরে সরল দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে T_h এবং T_d হলে, সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রানুসারে,

$$\frac{T_h}{T_d} = \sqrt{\frac{g_d}{g_h}} = \sqrt{\frac{5.206 \text{ m·s}^{-2}}{5.69 \text{ m·s}^{-2}}} = 0.9565$$

∴ $T_h < T_d$

সুতরাং খনির অভ্যন্তরে দোলকটি অধিক ধীরে চলবে।

প্রশ্ন ▶ ১৫ কোনো গ্রহের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষপথে 7.8 km·s^{-1} বেগে ঘুরছে যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 m·s^{-2}। অন্য একটি গ্রহের সাথে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের অনুপাত যথাক্রমে 80 : 1 ও 4 : 1। [সি. বো. ২০১৭]

ক. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গ্রহ দুটির মধ্যে একটি নভোযান যাতায়াত করলে কোন গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্ব থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

খ আমরা জনি, ওজন হচ্ছে বস্তুর ভর ও অভিকর্ষজ ত্বরণের গুণফল। সুতরাং যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম সেখানে বস্তুর ওজনও কম। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বিষুবীয় অঞ্চলের দূরত্ব বেশি হওয়া এবং পৃথিবীর ঘূর্ণনের ফলে বিষুবীয় অঞ্চলে কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হওয়ার কারণে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম হয়। তাই অন্য অঞ্চল থেকে কোনো বস্তুকে বিষুবীয় অঞ্চলে আনলে ওজন হ্রাস পায়।

গ দেওয়া আছে, উপগ্রহের স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.0 \text{ m·s}^{-2}$

উপগ্রহের বেগ, $v = 7.8 \text{ km·s}^{-1} = 7.8 \times 10^3 \text{ m·s}^{-1}$

উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r হলে এবং ভর m হলে প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল এর ওজনে সমান হবে, সুতরাং

$mg = \frac{mv^2}{r}$

বা, $g = \frac{v^2}{r}$

∴ $r = \frac{v^2}{g} = \frac{(7.8 \times 10^3 \text{ m·s}^{-1})^2}{9.0 \text{ m·s}^{-2}} = 6.76 \times 10^3$ m

গ্রহের ব্যাসার্ধ R এবং গ্রহ পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহের উচ্চতা h হলে

$r = R + h$

∴ $R + h = 6.76 \times 10^3$ m

∴ $h = 6.76 \times 10^3 \text{ m} - R$ **(Ans.)**

ঘ মনে করি,

১ম গ্রহটির ভর $= M_1$

ব্যাসার্ধ $= R_1$

২য় গ্রহটির ভর, $M_2 = 80M_1$

ব্যাসার্ধ, $R_2 = 4R_1$

গ্রহদ্বয়ের মুক্তিবেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে এদের আকর্ষণ বলয়মুক্ত হতে m ভরের নভোযানে সরবরাহকৃত শক্তি যথাক্রমে E_1 ও E_2

$E_1 = \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} m \times \frac{2GM_1}{R_1} = m \times \frac{GM_1}{R_1}$ $\left[\because v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}\right]$

$E_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} m \times \frac{2GM_2}{R_2} = m \times \frac{GM_2}{R_2}$

∴ $\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{M_2}{M_1}\right) \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right) = 80 \times \frac{1}{4} = 20$

∴ $E_2 = 20 E_1$

অতএব, দ্বিতীয় গ্রহ হতে রওনা হবার সময় অধিকতর (20 গুণ) গতিশক্তি সরবরাহ করতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি সেকেন্ড দোলককে 'ক' অঞ্চল হতে 'খ' অঞ্চলে নেয়া হল।

$g_ক = 9.78 \text{ ms}^{-2}$

$g_খ = 9.83 \text{ ms}^{-2}$

[সি. বো. ২০১৬]

ক. অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে? ১

খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়, ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 'ক' অঞ্চলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩

ঘ. 'খ' অঞ্চলে দোলকটির দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো তরঙ্গ বিস্তৃত মাধ্যমের মধ্য দিয়ে ক্রমাগত অগ্রসর হয় তখন তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ দেওয়া আছে,

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2$ s

ক অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_ক = 9.78$ m·s^{-2}

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_ক}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g_ক}$

বা, $L = \frac{g_ক T^2}{4\pi^2}$

$\therefore L = 0.9909$ m **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, খ অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_খ = 9.83$ m·s^{-2}

সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি, দোলনকাল অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতিক, অর্থাৎ

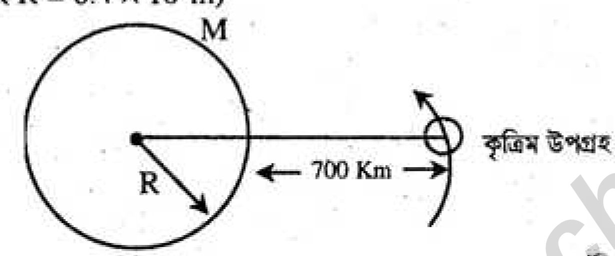
$$\frac{T_খ}{T_ক} = \sqrt{\frac{g_ক}{g_খ}} = \sqrt{\frac{9.78}{9.83}} = 0.9974$$

$\therefore T_খ = 0.9974 \times 2$ s $= 1.995$ s

$\therefore T_খ < T_ক$

$\therefore$ দোলকটিকে ক অঞ্চল থেকে খ অঞ্চলে নেয়া হলে দোলনকাল কমে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ১৭ উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে ($M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6.4 \times 10^6$m)



[সি. বো. ২০১৩]

ক. ভেক্টর বিভাজন কি? ১

খ. সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি ভেক্টরকে যদি দুই বা ততোধিক ভেক্টরে এমনভাবে বিভক্ত করা হয়, যাদের লব্ধি হবে মূল ভেক্টর, তবে এ বিভক্তকরণ প্রক্রিয়াকে ভেক্টরের বিভাজন বলে।

খ আমরা জানি, ভেক্টরের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর পরিবর্তীত হয়। বেগ হচ্ছে ভেক্টর রাশি। সুতরাং মান পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তনে বেগ পরিবর্তীত হবে। সমদ্রুতিতে বক্রপথে চলার সময় বেগের মান পরিবর্তীত না হলেও দিকের পরিবর্তন হয়। আর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, সরল পথে সমদ্রুতিতে চলমান কোনো বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বক্রপথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

গ কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, কক্ষপথে এর ওপর প্রযুক্ত অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান।

দেওয়া আছে,

গ্রহের ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

গ্রহের পৃষ্ঠ হতে কক্ষপথের উচ্চতা, $h = 700$ km $= 700 \times 10^3$ m

কক্ষপথের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N·m}^2\text{·kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$= 7.942$ m·s^{-2} **(Ans.)**

ঘ কক্ষপথে পরিভ্রমণকালে কৃত্রিম উপগ্রহটির

গতিবেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N·m}^2\text{·kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m}}}$$

$= 7509$ m·s^{-1}

কৃত্রিম উপগ্রহটিকে মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি

$$W = \int_{R+h}^{\infty} F dr = \int_{R+h}^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \int_{R+h}^{\infty} r^{-2} dr$$

$$= -GMm\left[\frac{1}{r}\right]_{R+h}^{\infty} = -GMm\left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R+h}\right]$$

$$= \frac{GMm}{R+h}$$

এ পরিমাণ কাজ করতে প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন বেগ v_e হলে

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = \frac{GMm}{R+h}$$

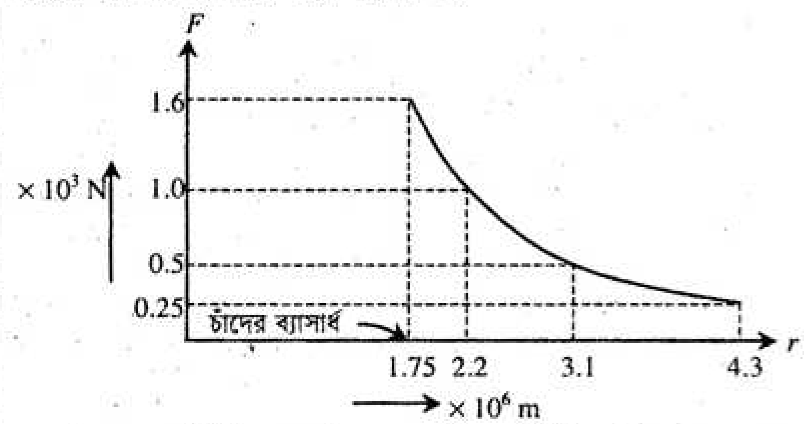
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{GM}{R+h}} = 1.41 \times 7509 \text{ m·s}^{-1}$$

$= 10587.7$ m·s$^{-1} > V$

কক্ষপথ হতে কৃত্রিম উপগ্রহ মুক্ত হলে সর্বনিম্ন 10587.7 ms^{-1} বেগ প্রয়োজন কিন্তু কক্ষপথের প্রকৃত বেগ 7509 m·s^{-1}।

সুতরাং বলা যায়, উপগ্রহটি শূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

প্রশ্ন ▶ ১৮ লেখচিত্রে দেখানো হল চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r, চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8$ m·s^{-2}; $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}। [য. বো. ২০১৭]

ক. গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি লিখ। ১

খ. পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবী পৃষ্ঠ ও চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে 2.55×10^6 m উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা করো। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কেপলারের ২য় সূত্র: সূর্য ও গ্রহের সংযোজক রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ আমরা জানি টর্ক কৌণিক বেগের পরিবর্তন ঘটায় বা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। আমরা জানি, টর্ক $\tau = I\frac{d\omega}{dt}$। সমকৌণিক বেগের ক্ষেত্রে $\frac{d\omega}{dt} = 0$ তাই $\tau = 0$। তাই সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কোনো টর্কের প্রয়োজন হয় না। যেহেতু পৃথিবী সমকৌণিক বেগে ঘুরছে, সেহেতু এর উপর কোনো টর্ক ক্রিয়া করে না।

গ দেওয়া আছে,

বস্তুর ভর, $m = 1000$ kg
কেন্দ্র হতে দূরত্ব, r = চন্দ্রের ব্যাসার্ধ $= 1.75 \times 10^6$m
r দূরত্বে অনুভূত বল, $F = 1.6 \times 10^3$ N
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻² → $G = 6.673\times10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2}$
চন্দ্রের ভর, $M = ?$

আমরা জানি,

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\therefore M = \frac{Fr^2}{Gm} = \frac{1.6\times10^3 \times (1.75\times10^6)^2}{6.673\times10^{-11} \times 1000}$$

$$= 7.34\times1010^{22}\ \text{kg}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেয়া আছে,

বস্তুর ভর, $m = 1000$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6$ m
চাঁদ বা পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = 2.55 \times 10^6$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2}$
চাঁদের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1.75 \times 10^6$ m [ডাটা থেকে]
পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8\ \text{m·s}^{-2}$
h উচ্চতায় পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_{eh}$

$\therefore$ ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F_e = mg_{eh} = m\left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 g_e$$

চন্দ্রপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F_m = mg_{mh} = m\left(\frac{R_m}{R_m + h}\right)^2 g_m = \left(\frac{R_m}{R_m + h}\right)^2 mg_m$$

g_m = চন্দ্রপৃষ্ঠে মহাকর্ষজ-ত্বরণ।

চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_m = \frac{F}{m} = \frac{1.6\times10^3}{1000} = 1.6\ \text{m·s}^{-2}$$

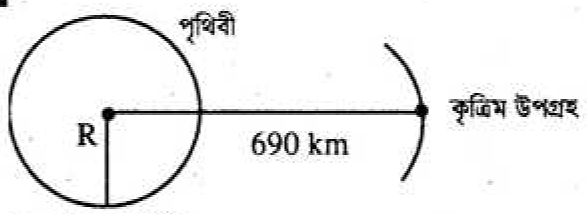
$$\therefore \frac{F_e}{F_m} = \left(\frac{R_e}{R_m}\cdot\frac{R_m + h}{R_e + h}\right)^2 \frac{g_e}{g_m}$$

$$= \left[\frac{6.4\times10^6}{1.75\times10^6}\times\frac{1.75\times10^6 + 2.55\times10^6}{6.4\times10^6 + 2.55\times10^6}\right]^2 \times \frac{9.8}{1.6}$$

$$= 18.91$$

অতএব, উল্লিখিত উচ্চতার জন্য পৃথিবী কর্তৃক প্রযুক্ত বল চাঁদ কর্তৃক প্রযুক্ত বলের তুলনায় প্রায় 18.91 গুণ হবে।

প্রশ্ন ▶১৯



পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসাধ $= 6.4 \times 10^6$m [য. বো. ২০১৬]

ক. কাজ শক্তি উপপাদ্য বিবৃত কর। ১
খ. কোনো বস্তুর গতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ কত? ৩
ঘ. উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km সরালে সেটির পরিভ্রমণকালের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি — ব্যাখ্যা কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজ শক্তি উপপাদ্য: কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ কোনো বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$; বস্তুর ভর m কখনোই ঋণাত্মক হয় না এবং v ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন v^2 সর্বদাই ধনাত্মক হয়। তাই কোনো বস্তুর গতিশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে না।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 690$ km $= 6.90 \times 10^5$ m
বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$

$$= \sqrt{\frac{6.673\times10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2}\times 6\times10^{24}\ \text{kg}}{6.4\times10^6\ \text{m} + 6.90\times10^5\ \text{m}}}$$

$$= 7514.7\ \text{m·s}^{-1}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকে বর্ণিত অবস্থায় কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে,

$$T = \frac{2\pi(R + h)}{v} = \frac{2\times3.1416\times(6.4\times10^6\ \text{m} + 6.9\times10^5\ \text{m})}{7514.7\ \text{m·s}^{-1}}$$

$$= 5928\ \text{sec}$$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটির উচ্চতা $h = 800$ km $= 8 \times 10^5$ m হলে,

এর পর্যায়কাল হবে, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{(R + h)^3}{GM}}$

$$= 2\times3.1416\times\sqrt{\frac{(6.4\times10^6\ \text{m} + 8\times10^5\ \text{m})^3}{6.673\times10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2}\times6\times10^{24}\ \text{kg}}}$$

$$= 6066.56\ \text{sec}$$

যেহেতু 6066 sec > 5928 sec
অর্থাৎ $T > T'$

সুতরাং উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km সরালে সেটির পরিভ্রমণকাল বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶২০ পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে, একে আহ্নিক গতি বলে। পৃথিবীর এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9.8\ \text{m·s}^{-2}$। [ব. বো. ২০১৭]

ক. মুক্তিবেগ কি? ১
খ. মহাকর্ষ ধ্রুবক স্কেলার রাশি কেন? ২
গ. পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর? ৩
ঘ. বিষুব অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কিরূপ পরিবর্তন করতে হবে? বিশ্লেষণ কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ মহাকর্ষ ধ্রুবক G হচ্ছে, 1 m দূরত্বে অবস্থিত 1 kg ভরের দুটি কণার মধ্যবর্তী আকর্ষণ বলের মান। এ আকর্ষণ বলের দিক হবে কণাদ্বয়ের সংযোজক রেখা বরাবর, অর্থাৎ আকর্ষণ বলের দিক নির্ভর করে কণা দ্বয়ের অবস্থানের উপর। সুতরাং বলের দিকের সাথে G এর কোনোরূপ সম্পর্ক নেই। তাই G এর কোনো দিক নেই। অর্থাৎ G একটি স্কেলার রাশি।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600}$ rad/s

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km $= 6.4 \times 10^6$ m

অক্ষাংশ, $\lambda = 45°$

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

আমরা জানি,

45° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

$$g_{45°} = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$$

$$= 9.8 - \left(\frac{2\pi}{24 \times 3600}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= 9.783\ m{\cdot}s^{-2}$$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই,

পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600}$ rad/s

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

বিষুব অঞ্চলে, $\lambda = 0°$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$m

বিষুব অঞ্চলে, $g_\lambda = 0\ m{\cdot}s^{-2}$

আমরা জানি,

$$g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$$

বা, $0 = 9.8 - \omega^2 R \times 1$

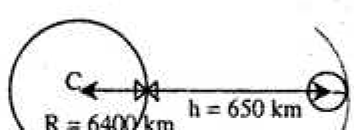
বা, $\omega^2 R = 9.8$

বা, $\omega^2 = \frac{9.8}{R} = \frac{9.8}{6.4 \times 10^6}$

$\therefore\ \omega = 1.237 \times 10^{-3}$ rad/s

অতএব, পৃথিবীর কৌণিক বেগ $(1.237 \times 10^{-3} \div \frac{2\pi}{24 \times 3600})$ গুণ বা 17 গুণ করলে বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য হবে।

প্রশ্ন ▶ ২১



পৃথিবীর ভর = 5.98×10^{24} kg

মহাকর্ষ ধ্রুবক = $6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

[ব. বো. ২০১৬]

ক. পীড়ন কাকে বলে? ১

খ. বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে কেন? ২

গ. উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ কত? ৩

ঘ. যদি উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর বিকার হলে একক ক্ষেত্রে উৎপন্ন প্রত্যাবর্তী বলকে পীড়ন বলে।

খ বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে পানির পৃষ্ঠটানের জন্যে। পৃষ্ঠটানের জন্য বৃষ্টির ফোঁটাটি এমন একটি আকারে থাকতে চায় যেখানে তার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম হয়। পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন করার জন্যই বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km $= 6400 \times 10^3$ m

কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 650$ km $= 650 \times 10^3$ m

আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6400 \times 10^3 + 650 \times 10^3}}$$

$$= 7521.75\ m{\cdot}s^{-1}$$

$\therefore$ উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ হবে $7521.75\ m{\cdot}s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km $= 6400 \times 10^3$ m

কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 650$ km $= 650 \times 10^3$ m

আমরা জানি কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল,

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(h+R)^3}{GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times (3.1416)^2 \times (650 \times 10^3 + 6400 \times 10^3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}}$$

$= 5889.13$ sec

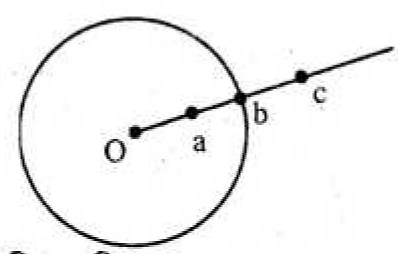
এখন, উচ্চতা $h' = 700$ km বা 700×10^3m হলে, এর আবর্তন কাল,

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 (700 \times 10^3 + 6400 \times 10^3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}}$$

$= 5951.90$ sec $> T$

দেখা যাচ্ছে যে, উপগ্রহটি যদি 700 km উপরে হতো তবে তার নতুন আবর্তনকাল T' পূর্বের আবর্তনকাল T হতে $(5951.90 - 5889.13)$ sec বা, 62.77 sec বেশি হতো।

প্রশ্ন ▶ ২২



উপরের চিত্রে একটি কাল্পনিক গ্রহ দেখানো হয়েছে যার ভর 12×10^{24} kg এবং ব্যাসার্ধ 8×10^6 m. O উহার কেন্দ্র। b উহার পৃষ্ঠে কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূরে অবস্থিত যাতে ao = ab = bc হয়। [$G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$] [ব. বো. ২০১৫]

ক. অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১

খ. একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উল্লেখিত গ্রহটির পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ হিসাব কর। ৩

ঘ. a ও c বিন্দুর মধ্যে কোনটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে? তোমার উত্তরের গাণিতিক প্রমাণ দাও। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বলকে অসংরক্ষণশীল বলা হবে যদি একটি বস্তু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে পূর্বের অবস্থানে ফিরে এলে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য না হয়। অথবা, যদি কোনো বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অপর এক বিন্দুতে নিতে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুকে কোন পথে নেয়া হয়েছে তার উপর নির্ভর করে তবে ঐ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

খ মনে করি, দুটি বস্তুর ভর m_1 ও m_2 $(m_2 > m_1)$ এবং গতিবেগ v_1 ও v_2। এদের ভরবেগ সমান হলে, $m_1v_1 = m_2v_2$

বা, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}$ বা, $\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = \frac{m_2}{m_1}$

$\therefore$ এদের গতিশক্তির অনুপাত $= \frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2}$

$$= \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$$

$\because$ $m_2 > m_1$

$\therefore$ $E_{K1} > E_{K2}$

অর্থাৎ হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

গ দেওয়া আছে,

গ্রহটির ভর, $M = 12 \times 10^{24}$ kg

ব্যাসার্ধ, $R = 8 \times 10^6$ m

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

বের করতে হবে, গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

আমরা জানি, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2} \times 12 \times 10^{24}\ \text{kg}}{8 \times 10^6\ \text{m}}}$$

$= 14.146 \times 10^3$ m·s^{-1}

$= 14.146$ km·s^{-1} **(Ans.)**

ঘ ao = ab = bc শর্তমতে,

a, ob এর মধ্যবিন্দু

$\therefore$ $ab = bc = \frac{R}{2} = \frac{8 \times 10^6\ \text{m}}{2} = 4 \times 10^6$ m

গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

গ্রহপৃষ্ঠ হতে $d = 4 \times 10^6$ m গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = g\left(1 - \frac{d}{R}\right) = g\left(1 - \frac{4 \times 10^6\ \text{m}}{8 \times 10^6\ \text{m}}\right)$$

$$= \frac{g}{2}$$

এবং পৃষ্ঠ হতে $h = 4 \times 10^6$ m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

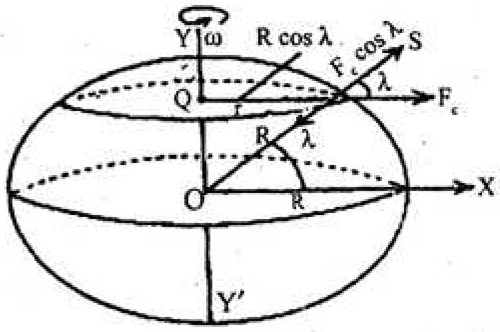
$$g'' = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = g\left(\frac{R}{R + R/2}\right)^2 = g\left(\frac{R}{3R/2}\right)^2 = \frac{4}{9}g$$

$\therefore$ $\frac{g}{2} > \frac{4}{9}g$

অর্থাৎ $g' > g''$

সুতরাং a বিন্দুর অভিকর্ষ ত্বরণের মান, c বিন্দুর অভিকর্ষ ত্বরণ অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ▶ ২৩



পৃথিবী পৃষ্ঠে λ অক্ষাংশে একটি বিন্দু P বিবেচনা করি। M ভরের একটি বস্তু P বিন্দুতে অবস্থিত। (অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.81$ms^{-2}).

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কী? ১

খ. মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. পৃথিবী তার স্বাভাবিক বেগের চেয়ে 17 গুণ বেশি জোরে ঘুরলে বস্তুটির উপর কার্যকর g এর মান নির্ণয় করো। ৩

ঘ. বিষুবীয় অঞ্চলের চেয়ে মেরু অঞ্চলে g এর মান বেশি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

খ মহাকর্ষ বল ঋণাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম। অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সমপরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ পৃথিবীর বর্তমান কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416\ \text{rad}}{86400\ \text{sec}}$

$= 0.000072722$ rad/s

$\therefore$ কল্পিত কৌণিক বেগ, $\omega' = 17\omega = 17 \times 0.000072722$ rad/s

$= 0.0012363$ rad/s

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.81$ ms^{-2}

জানা আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$m

পৃথিবীর ঘূর্ণনজনিত কারণে ঐ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda = 9.81 - (0.000072722)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2\lambda$

$= 9.81 - 0.03385\cos^2\lambda$

$\therefore$ পৃথিবীর ঘূর্ণন গতি বর্তমানের তুলনায় 17 গুণ হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হবে,

$g'' = g - \omega'^2 R\cos^2\lambda$

$= 9.81 - (0.0012363)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2\lambda$

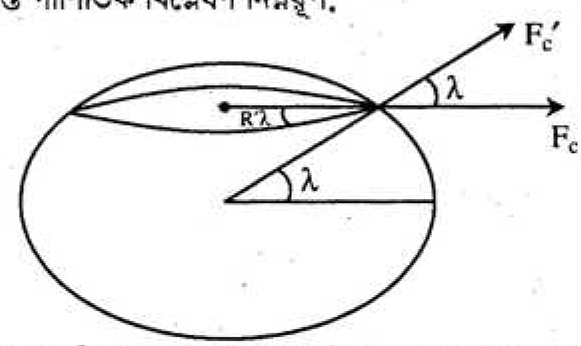
$= 9.81 - 9.782\cos^2\lambda$

ইহাই নির্ণেয় কার্যকর g এর মান।

ঘ পৃথিবীতে বিষুবীয় অঞ্চলের চেয়ে মেরু অঞ্চলের g এর মান বেশি দুটি কারণে।

i. পৃথিবীর আকৃতিগত কারণে: আমরা জানি, পৃথিবী সুষম গোলক নয়। বিষুবীয় অঞ্চল বরাবর এটি কিছুটা স্ফীত। তাই $g = \frac{GM}{R^2}$ সূত্রানুসারে বিষুবীয় অঞ্চলের তুরনায় মেরু অঞ্চলে g-এর মান কিছুটা হলেও বেশি।

ii. পৃথিবীর ঘূর্ণনগতির কারণে: বিষুবীয় অঞ্চলে অবস্থিত বস্তুসমূহ বেশি কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করে। তাই স্বভাবতই একই বস্তুর বিষুবীয় অঞ্চলে ওজন, এর মেরু অঞ্চলে ওজনের তুলনায় বেশি, এ সংক্রান্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ নিম্নরূপ:



λ অক্ষাংশে অবস্থিত বস্তু R′ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরবে। তাহলে এটি কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করবে $F_c = m\omega^2 R' = m\omega^2 R\cos\lambda$ পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর এ বলের উপাংশ,

$F'_c = F_c\cos\lambda$

$= (m\omega^2 R\cos\lambda)\cos\lambda = m\omega^2 R\cos^2\lambda$

সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ হ্রাস পাবে $= \frac{F'_c}{m} = \omega^2 R\cos^2\lambda$ পরিমাণ

$\therefore$ λ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের কার্যকর মান, $g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

এই সূত্রের ক্ষেত্রে ধরে নেয়া হয়েছে, পৃথিবীর সর্বত্র ব্যাসার্ধ একই মাপের।

তাহলে মেরু অঞ্চলে $\lambda = 90°$ এবং $g' = g - \omega^2R(\cos 90°)^2 = g$

এবং বিষুবীয় অঞ্চলে $\lambda = 0°$ এবং $g' = g - \omega^2R(\cos 0°)^2 = g - \omega^2d$

স্পষ্টত $g > g - \omega^2R$

সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা গেল যে, বিষুবীয় অঞ্চলের চেয়ে মেরু অঞ্চলে g এর মান বেশি।

প্রশ্ন ▶ ২৪ পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলক ঠিক সময় দেয় এটাকে পর্বতশীর্ষে নিয়ে গেলে দিনে 10 sec ধীরে চলে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$. *[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]*

ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী? ১

খ. পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল বিভিন্ন ব্যাখ্যা করো। ২

গ. পর্বতটির উচ্চতা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. কী ব্যবস্থা গ্রহণ করলে দোলকটি পর্বতশীর্ষে ঠিক সময় দিবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো একটি বস্তু নির্দিষ্ট সময় পর পর একই স্থানে ফিরে আসে অথবা একই স্থান দিয়ে নির্দিষ্ট সময় অন্তর অতিক্রম করে তবে তাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

সুতরাং দোলনকাল সংশ্লিষ্ট স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের ওপর নির্ভর করে। ধরি, কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরলদোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য এমনভাবে সমন্বয় করা হলো যাতে দোলনকাল দুই সেকেন্ড হয়, তখন এটাকে সেকেন্ড দোলক বলা যাবে। কিন্তু দোলকটিকে পৃথিবীর অন্যকোনো স্থানে নিয়ে যাওয়া হলে g-এর মান ভিন্ন হবে, তখন $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সূত্রানুসারে দোলকের দোলনকাল আর 2 sec থাকবে না। এ কারণে বলা যায়, পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল বিভিন্ন।

গ প্রথমত পাহাড়ের উচ্চতার সাথে সারাদিনে প্রাপ্ত অর্ধদোলন সংখ্যার (n) সম্পর্ক স্থাপন করি।

$$n\frac{T}{2} = 86400$$

$$\therefore n \propto \frac{1}{T}$$

বা, $n \propto \sqrt{g}$ $\left[\because T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right]$

বা, $n \propto \sqrt{\frac{1}{d^2}}$ $\left[\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}; g \propto \frac{1}{d^2}; d = \text{পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব}\right]$

বা, $n \propto \frac{1}{d}$

বা, $nd = \text{ধ্রুবক}$

$\therefore 86400R = (86400 - m)(R + h)$ $\left[m = \text{সারাদিনে হারানো অর্ধদোলন সংখ্যা}\right]$

বা, $1 + \frac{h}{R} = \frac{86400}{86400 - m} = \frac{86400}{86400 - 10} = 1.00011575414$

বা, $h = 0.00011575414R = 0.00011575414 \times 6400 \times 10^3m$
$= 740.8m$

সুতরাং পাহাড়ের উচ্চতা 740.8m **(Ans.)**

ঘ পাহাড়ের পাদদেশের তুলনায় শীর্ষদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ যেহেতু কম, তাই কার্যকর দৈর্ঘ্যও সামান্য কমাতে হবে যাতে $\frac{L}{g}$ অনুপাতটি সমন্বয় সাধনের মাধ্যমে পুনরায় T = 2 sec হয়।

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

$\therefore$ পাহাড়ের পাদদেশে কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = \frac{T^2g}{4\pi^2} = \frac{(2\ sec)^2 \times 9.8ms^{-2}}{4 \times 9.87}$
$= 0.9929m$

পাহাড়ের শীর্ষদেশে কার্যকর দৈর্ঘ্য L′ হলে,

$$\frac{L'}{L} = \frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\therefore L' = \frac{R^2L}{(R+h)^2}$$

$$= \left(\frac{6400 \times 10^3m}{6400 \times 10^3m + 740.8m}\right)^2 \times 0.9929m$$

$$= 0.9927m$$

সুতরাং দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য সামান্য কমিয়ে 0.9927m করা হলে দোলকটি পর্বতশীর্ষে সঠিক সময় দিবে।

প্রশ্ন ▶ ২৫ একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। এ দোলককে একটি উপগ্রহে নিয়ে যাওয়া হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও ভর উপগ্রহের ব্যাসার্ধ ও ভরের যথাক্রমে 4 ও 50 গুণ।

[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. নাল ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতাগুলো আলোচনা করো। ২

গ. উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. "দোলকটি উদ্দীপকের উপগ্রহে ভূপৃষ্ঠের চাইতে ধীরে চলে।"– উপযুক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উক্তিটি যাচাই কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে শূন্য ভেক্টর বা নাল ভেক্টর বলে।

খ নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতাগুলো হল–

i. নিউটনের ১ম সূত্রানুসারে কোন বস্তুর উপর বল শূন্য হলেই তার ত্বরণ শূন্য হবে। কিন্তু নির্দিষ্ট ত্বরণে গতিশীল কোনো পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে অন্য কোন স্থির বস্তুকেও ত্বরান্বিত অবস্থায় দেখবে। যদিও বস্তুটি প্রকৃত পক্ষে স্থির ও এতে কোন বল কাজ করছে না। তাই এ সূত্র কেবল জড় প্রসঙ্গ কাঠামোতে প্রযোজ্য।

ii. নিউটনের ২য় সূত্রানুসারে, F = ma, কিন্তু এ সূত্রটি কেবল তখনই প্রযোজ্য যখন গতিশীল বস্তুটির আপেক্ষিক বেগজনিত ভর বৃদ্ধি খুব নগন্য হয়।

iii. উচ্চ বেগে তথা আলোর বেগের কাছাকাছি বেগে গতিশীল বস্তুর জন্য নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়।

গ উপগ্রহটির অভিকর্ষজ ত্বরণ g_s ও ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_E হলে,

$$\frac{g_S}{g_E} = \frac{\frac{GM_S}{R_S^2}}{\frac{GM_E}{R_E^2}}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M_E = 50 \times$ উপগ্রহের ভর, M_S
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_E = 4 \times$ উপগ্রহের ব্যাসার্ধ, R_S

$$= \frac{M_S}{R_S^2} \times \frac{R_E^2}{M_E}$$

$$= \frac{M_S}{R_S^2} \times \frac{(4R_S)^2}{50\ M_S}$$

$$= \frac{16}{50}$$

$$\therefore g_s = \frac{16}{50} \times g_E$$

$$= \frac{16}{50} \times 9.81$$

$= 3.14\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,
উপগ্রহটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_s = 3.14\ ms^{-2}$
সেকেন্ড দোলকটির ভূপৃষ্ঠে দোলনকাল, T_E ও উপগ্রহের পৃষ্ঠে দোলনকাল, T_S হলে,

$$\frac{T_S}{T_E} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_S}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_E}}}$$

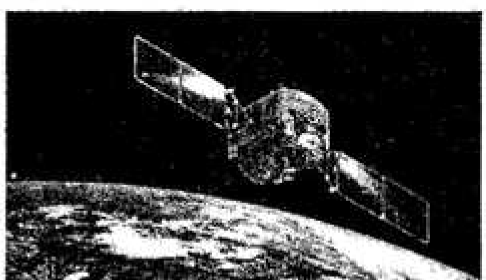
$$\therefore \frac{T_S}{T_E} = \sqrt{\frac{g_E}{g_S}}$$

$$\therefore T_S = \sqrt{\frac{g_E}{g_S}} \times T_E$$

$$= \sqrt{\frac{9.81}{3.14}} \times 2 = 3.54\ sec$$

অতএব, উপগ্রহটিতে সেকেন্ড দোলকটির দোলনকাল বেড়ে 3.54 sec হবে, অর্থাৎ দোলকটি উদ্দীপকের উপগ্রহে ধীরে চলে উক্তিটি যথার্থ।

প্রশ্ন ▶২৬



কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূপৃষ্ঠের চারদিকে ভূপৃষ্ঠ হতে 800 km উচ্চতায় ঘুরছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। *[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]*

ক. হুকের সূত্রটি বিবৃত করো। ১
খ. সকল দোলক সরল দোলক নয়— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. পৃথিবীর ঘনত্ব নির্ণয় করো। ৩
ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহ হবে কি? উপযুক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত দাও। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

খ কোন ভারী বস্তুকে অপ্রসারণশীল সুতার সাহায্যে কোন দৃঢ় বিন্দু থেকে ঝুলিয়ে দিলে তা যদি বাধাহীনভাবে দুলতে থাকে তবে বস্তুটির গতি হবে স্পন্দন বা দোলন গতি। কিন্তু কৌণিক বিস্তারের মান 4° এর বেশি হলে তা সরল দোলন গতি হবে না। কারণ সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি এবং সরল ছন্দিত গতির চলার পথ রৈখিক। কিন্তু কৌণিক বিস্তার 4° এর তুলনায় বেশি হলে ববের গতি সরলরৈখিক হয় না এবং ত্বরণ সরনের সমানুপাতিক হয় না। তাই সকল দোলক সরল দোলক নয়।

গ পৃথিবীর ঘনত্ব, ρ হলে,
ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$

$$বা,\ g = \frac{G}{R^2} \times V_\rho$$

$$= \frac{G}{R^2} \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

$$= \frac{4}{3} G\pi\rho R$$

$$বা,\ \rho = \frac{g}{\frac{4}{3}G\pi R} = \frac{9.81}{\frac{4}{3} \times 6.673 \times 10^{-11} \times 3.1416 \times 6.4 \times 10^6}$$

$$= 5483.8\ kgm^{-3}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ 'গ' হতে পাই, পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho = 5483.8\ kgm^{-3}$

$$\therefore পৃথিবীর\ ভর,\ M = V_\rho$$

$$= \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho$$

$$= \frac{4}{3}\pi \times (6.4 \times 10^6)^3 \times 5483.8$$

$$= 6.022 \times 10^{24}\ kg$$

এখন, কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তন কাল, T হলে

$$= 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 8 \times 10^5)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6.022 \times 10^{24}}}$$

$$= 6055.5\ sec = 1.68\ hr$$

এখানে,
উপগ্রহটির উচ্চতা,
$h = 800\ km$
$= 800 \times 10^3\ m$
$= 8 \times 10^5\ m$

∴ উপগ্রহটির আবর্তন কাল 1.08 ঘণ্টা। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির হতে হলে তার আবর্তনকাল হতে হবে 24 ঘণ্টা।
সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহ হবে না।

প্রশ্ন ▶২৭ একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 3000km উপর দিয়ে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24}kg$ এবং 6.4×10^6m। *[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]*

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১
খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কেন সার্বজনীন ব্যাখ্যা করো। ২
গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রবিমুখী ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উচ্চতা পরিবর্তন করে কি কৃত্রিম উপগ্রহটিকে ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত করা সম্ভব?— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ একক ভরের দুটি বস্তু কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m হলে কণা দুটি পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। যেহেতু বস্তু কণাদ্বয়ের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল কণা দুটির মধ্যে কোন মাধ্যমের উপস্থিতি অথবা প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না, এই বল কণা দুটির প্রকৃতি, রাসায়নিক গঠন বা উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল নয়। এ সকল কারণে G-কে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়।

গ কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4+3) \times 10^6}}$$

$$= 6.53\ km/s$$

দেওয়া আছে,
পৃথিবীর, ভর, $M = 6 \times 10^{24}kg$
ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6m$
কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা,
$h = 3000\ km = 3 \times 10^6m$

$$\therefore কেন্দ্রমুখী\ ত্বরণ,\ a = \frac{v^2}{R+h}$$

$$= \frac{(6.53 \times 10^3)^2}{(6.4+3) \times 10^6} = 4.536\ m/s^2\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ উপগ্রহটিকে ভূ-স্থির হতে হলে এর পর্যায়কাল হবে 24 ঘণ্টা। তখন, তার উচ্চতা h হলে,

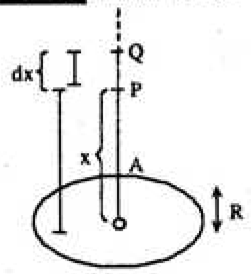
$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left[\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (24 \times 3600)^2}{4\pi^2}\right]^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6$$

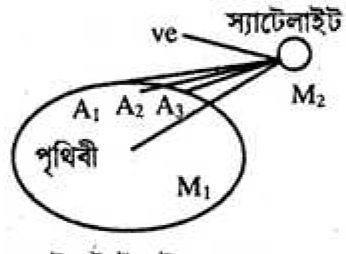
$$= 35{,}900\ km$$

অতএব কৃত্রিম উপগ্রহটিকে তার বর্তমান অবস্থান হতে আরও (35,900 – 3000) = 32,900 km উপরে তুললে কৃত্রিম উপগ্রহটি একটি ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত হবে।

প্রশ্ন ▶ ২৮ নিচের চিত্রটি লক্ষ করো এবং পরবর্তী প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



মুক্তিবেগ



স্যাটেলাইটের উৎক্ষেপণ

চিত্র-1 এ 2kg ভরের একটি বস্তুকে মুক্তিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। চিত্র-2-এর 3500kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ দেখানো হয়েছে যা পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতার কক্ষপথে আবর্তনরত থাকে। *[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. ভারকেন্দ্র কী? ১

খ. ভূ-স্থির উপগ্রহ বলতে কী বোঝ? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. চিত্র-১ অনুসারে মোট কৃতকাজ এবং বস্তুটির মুক্তিবেগ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের প্রদত্ত তথ্য ব্যবহার করে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় করো– কৃত্রিম উপগ্রহ হিসেবে পাঠাতে মুক্তিবেগের কতগুণ বেগে উৎক্ষেপণ ঘটাতে হবে? ৪

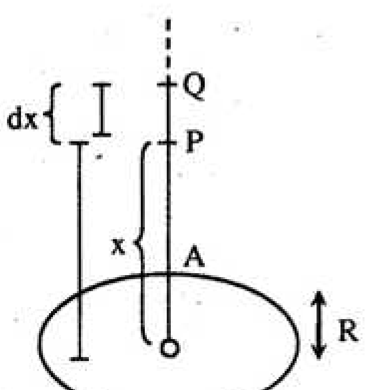
২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন বিশেষ একটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে সর্বদা বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। এই বিশেষ বিন্দুটিকেই ভার কেন্দ্র বলে।

খ পৃথিবীর অক্ষীয় গতির দিক বরাবর আবর্তনকারী যে সকল কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর আহ্নিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘণ্টা তাদেরকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

পৃথিবীর আবর্তনকাল ও উপগ্রহটির আবর্তনকাল সমান ও সমাবর্তী হওয়ায় পৃথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে একে সব সময়ই স্থির মনে হবে। পৃথিবী থেকে উৎক্ষেপণের পর পৃথিবীর যে স্থানের খাড়া উপর থেকে একে বৃত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয় এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরই সব সময় অবস্থান করবে বলে মনে হবে। কারণ পৃথিবীর নিজের অক্ষের উপর একবার ঘুরতে যে সময় লাগে উপগ্রহটিরও পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে ঐ সময় লাগবে।

গ মনে করি,
বস্তুটির ভর = m



মুক্তিবেগ

যেকোনো মুহূর্তে বস্তুটির অবস্থান P বিন্দুতে যেখানে,

OP = x;

OP = OA + AP

$\therefore$ AP = OP – OA

= x – R ; যেখানে R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে x – R উচ্চতায় আছে। ঐ উচ্চতায় (P বিন্দুতে) বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল,

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{x^3}\vec{x}$$

PQ = dx সরণ ঘটাতে মহাকর্ষের বিরুদ্ধে কৃতকাজ,

$$dW = -\vec{F}.\vec{dx}$$
$$= \frac{GMm}{x^3}.\vec{x}.\vec{dx}$$
$$= \frac{GMm}{x^3}.xdx\cos0°$$
$$= \frac{GMm}{x^2}dx$$

$\therefore$ পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে অসীমে অর্থাৎ মহাকর্ষণের সীমার বাইরে আনতে কৃতকাজ,

$$W = \int_R^{\infty}\frac{GMm}{x^2}dx$$
$$= -4Mm\left[\frac{1}{x}\right]_R^{\infty}$$
$$= \frac{GMm}{R}\ \textbf{(Ans.)}$$

ধরা যাক, সর্বনিম্ন v বেগে বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নিক্ষেপ করলে তা আর ফিরে আসে না।

কার্জ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে,

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{GMm}{R}$$

বা, $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ **(Ans).**

এই সমীকরণের সাহায্যে মুক্তিবেগ নির্ণয় করা সম্ভব।

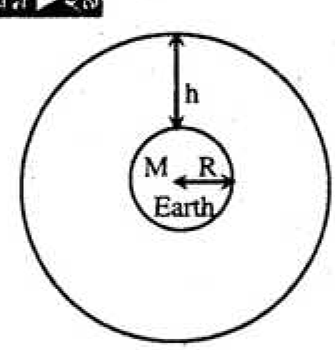
ঘ 'গ' অংশে গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখতে পেয়েছি, কক্ষপথে আবর্তনরত অবস্থায় উপগ্রহের বেগ,

$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ এবং ঐ উচ্চতা থেকে মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

তাহলে, $\frac{v}{v_e} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{R+h}}}{\sqrt{\frac{2GM}{R+h}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

সুতরাং, কৃত্রিম উপগ্রহ হিসেবে পাঠাতে মুক্তিবেগের $\frac{1}{\sqrt{2}}$ বা 0.707 গুণ বেগে উৎক্ষেপণ ঘটাতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ২৯



পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ 6.24×10^{24} kg ও 6371 km
স্যাটেলাইটের উচ্চতা, h = 100 km
$G = 6.673\times10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]

ক. ভারকেন্দ্র কী? ১

খ. স্যাটেলাইটের ব্যবহার আলোচনা করো। ২

গ. স্যাটেলাইটের কৌণিক বেগ কত? ৩

ঘ. যদি স্যাটেলাইটের উচ্চতা 120km হয় তবে এর পর্যায়কাল বৃদ্ধি পাবে কী? উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন বিশেষ একটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে সর্বদা বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। এই বিশেষ বিন্দুটিকেই ভারকেন্দ্র বলে।

ঘ

i. টেলিফোন ও ইন্টারনেটের মাধ্যমে আন্তঃমহাদেশীয় যোগাযোগ স্থাপনে ব্যবহৃত হয়।

ii. আবহাওয়ার পূর্বাভাস পাওয়া যায়।

iii. পৃথিবীর আকার সম্পর্কিত ভূ-জরিপ কাজে ব্যবহৃত হয়।

iv. সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করতে ব্যবহৃত হয়।

গ রৈখিক বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.24 \times 10^{24} \times 6.673 \times 10^{-11}}{6371 \times 10^3 + 100 \times 10^3}}$$

$$= 8021.71 ms^{-1}$$

দেওয়া আছে,
পৃথিবীর ভর, $M = 6.24 \times 10^{24}$ kg
ব্যাসার্ধ, $R = 6371$ km $= 6371 \times 10^3$ m
স্যাটেলাইটের উচ্চতা, $h = 100 \times 10^3$m
$G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{v}{R+h}$

$$= \frac{8021.71}{(R+h)}$$

$$= \frac{8021.71}{(6371 + 100) \times 10^3}$$

$$= 1.24 \times 10^{-3} \text{ rads}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ স্যাটেলাইটের পর্যায়কাল T হলে,

$$T = 2\pi (R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$$

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6371$ km $= 6371000$ m

এখানে, প্রথম ক্ষেত্রে উচ্চতা, $h_1 = 100$ km $= 100 \times 10^3$m

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, উচ্চতা, $h_2 = 120 \times 10^3$m

$\therefore$ প্রথমে পর্যায়কাল, $T_1 = 2\pi (R+h_1)\sqrt{\frac{R+h_1}{GM}}$

এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $T_2 = 2\pi (R+h_2)\sqrt{\frac{R+h_2}{GM}}$

এখন, $\frac{T_2}{T_1} = \frac{(R+h_2)}{(R+h_1)} \times \frac{(R+h_2)^{\frac{1}{2}}}{(R+h_1)^{\frac{1}{2}}}$

বা, $\frac{T_2}{T_1} = \frac{(R+h_2)^{\frac{3}{2}}}{(R+h_1)^{\frac{3}{2}}}$

$$= \frac{(6371000 + 120000)^{\frac{3}{2}}}{(6371000 + 100000)^{\frac{3}{2}}}$$

বা, $T_2 = 1.0046\ T_1$

$= T_1 + 0.0046\ T_1 = T_1 + 0.46\%\ T_1$

অর্থাৎ পর্যায়কাল আদি পর্যায়কাল হতে 0.46% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ৩০ একজন অ্যাথলেট পৃথিবীতে দীর্ঘ লাফ দিয়ে সর্বোচ্চ 4m দূরত্ব যেতে পারেন। পদার্থবিদ্যায় পারদর্শী এই অ্যাথলেট চাঁদের পৃষ্ঠে দীর্ঘ লাফ দিয়ে 20.25m যাওয়ার দাবী করেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ। *[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]*

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কী? ১

খ. অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তু নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়। ব্যাখ্যা কর। ২

গ. পৃথিবী ও চাঁদের মুক্তিবেগের অনুপাত কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের উক্ত অ্যাথলেটের দাবী কতটুকু যৌক্তিক? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ মনে করি, পৃথিবীর ভর M, ব্যাসার্ধ R, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থিত m ভরের কোনো বস্তুর ওপর অভিকর্ষ বল,

$W = mg = \frac{GMm}{R^2}$ বা, $g = \frac{GM}{R^2}$

অভিকর্ষজ ত্বরণের রাশিমালায় বস্তুর ভর (m) অনুপস্থিত। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভর নিরপেক্ষ। উপরোক্ত সমীকরণে GM ধ্রুবক হওয়ায় $g \propto \frac{1}{R^2}$ অর্থাৎ মেরু অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কম বলে সেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি, অপর পক্ষে বিষুবীয় অঞ্চলে R-এর মান বেশি বলে সেখানে g-এর মান কম। পৃথিবীর অপর স্থানে g-এর মান ঐ স্থানের অক্ষাংশের ওপর নির্ভর করে। সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভর নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়।

গ পৃথিবীর মুক্তিবেগ v_E ও চাঁদের মুক্তিবেগ, v_M হলে,

$$\frac{v_E}{v_M} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}}{\sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}}}$$

$$= \sqrt{\frac{M_E}{M_M} \times \frac{R_M}{R_E}}$$

$$= \sqrt{\frac{81\ M_M}{M_M} \times \frac{R_M}{4\ R_M}}$$

$$= \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$= \frac{9}{2}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M_E = 81 \times$ চাঁদের ভর, M_M
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_E = 4 \times$ চাঁদের ব্যাসার্ধ, R_M

$\therefore v_E : v_M = 9 : 2$ **(Ans)**

ঘ অ্যাথলেটের বেগ v_0 হলে সে যদি সর্বোচ্চ 4m যেতে পারে তবে, সর্বোচ্চ পাল্লা, $R'_E = 4$m

বা, $\frac{v_0^2}{g_E} = 4$m [g_E = ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ]

এখন, চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_M হলে,

$$g_M = \frac{GM_M}{R_M^2} = \frac{G\frac{M_E}{81}}{\left(\frac{R_E}{4}\right)^2}$$

যেহেতু,
$M_E = 81\ M_M$
ও $R_E = 4R_M$

$$= \frac{GM_E}{R_E^2} \times \frac{16}{81}$$

$$= \frac{16\ g_E}{81}, \left[g_E = \frac{GM_E}{R_E^2}\right]$$

$\therefore$ চাঁদে তার সর্বোচ্চ পাল্লা R'_M হলে,

$$R'_M = \frac{v_0^2}{g_M}$$

$$= \frac{v_0^2}{\frac{16\ g_E}{81}}$$

$$= \frac{v_0^2}{g_E} \times \frac{81}{16}\left[\because \frac{v_0^2}{g_E} = 4\right]$$

$$= 4 \times \frac{81}{16}$$

$$= 20.25m$$

অর্থাৎ, অ্যাথলেট চাঁদে সর্বোচ্চ 20.25 m যেতে পারবে।

অতএব, অ্যাথলেটের দাবী সঠিক ছিল।

প্রশ্ন ▶ ৩১ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7.5 kmsec^{-1} বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24}kg এবং 6000 km.

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. সান্দ্রতা গুণাঙ্ক কি? ১

খ. কোনো তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত 0.2 বলতে কি বুঝ? ২

গ. উদ্দীপকের উপগ্রহটি কত উচু থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে? ৩

ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক হলে তাদের একক ক্ষেত্রফলে যে সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাংক বলে।

খ কোনো তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত 0.2 বলতে বুঝায় স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে উক্ত তারের পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত 0.2।

গ এখানে,

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6000$ km

$= 6 \times 10^6$ m

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = 7.5\ kms^{-1}$

$= 7500\ ms^{-1}$

উপগ্রহটির উচ্চতা, $h = ?$

এখন, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

বা, $v^2 = \frac{GM}{R+h}$

বা, $R + h = \frac{GM}{v^2}$

$\therefore h = \frac{GM}{v^2} - R$

$= \left\{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(7500)^2} - (6 \times 10^6)\right\}$ m

$= 1117.87$ km **(Ans.)**

ঘ ১০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল 1.656 hr. ভূস্থির উপগ্রহ হতে হলে আবর্তনকাল 24 hr. হতে হবে। অতএব, উপগ্রহটি ভূ-স্থির নয়।

প্রশ্ন ▶ ৩২ একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান এবং ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের 1.5 গুণ। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত পৃথিবী এবং ঐ গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.49×10^{11}m এবং 2.28×10^{11}m, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8ms^{-2}$।

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ক. গ্রহের গতি বিষয়ক কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত করো। ১

খ. পতনশীল বস্তুর ওজন শূন্য হয় কেন? ২

গ. উদ্দীপকের গ্রহটিতে বস্তুর মুক্তিবেগ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের গ্রহটির অনুভূমিক বেগ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগের সমান হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই করো। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ কোন বস্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান ত্বরণে নিচে নামতে থাকলে তার উপর লব্ধি ত্বরণ শূন্য হয় এবং তার ওজন থাকে না। একে ওজনহীনতা বলে। কোনো বস্তু যদি অভকর্ষজ ত্বরণ g এর সমান ত্বরণে নিচে নামতে থাকে তখন বস্তুর মোট ত্বরণ হয়, $a = g - g = 0$। সুতরাং বস্তুর উপর লব্ধি বল, $F = ma = m \times 0 = 0$ হয়। অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত লব্ধি বল শূন্য হলে বস্তু ওজনহীন অনুভব করে।

গ উক্ত গ্রহের মুক্তিবেগ, v_p ও পৃথিবীর মুক্তিবেগ v_e হলে,

এখানে, পৃথিবীর মুক্তিবেগ,

$v_e = \sqrt{2gR}$

$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6}$

$= 11.2\ kms^{-1}$

গ্রহটির ঘনত্ব, ρ_p

পৃথিবীর ঘনত্ব, ρ_E এর 1.5 গুণ,

$\rho_p = 1.5\ \rho_E$

$$\frac{v_p}{v_e} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_p}{R}}}{\sqrt{\frac{2GM_e}{R}}}$$

[যেহেতু ব্যাসার্ধ সমান]

বা, $\frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{M_p}{M_e}}$

বা, $\frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{V\rho_p}{V\rho_e}}$ [ব্যাসার্ধ সমান; তাই আয়তনও সমান]

বা, $\frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_e}}$

বা, $\frac{v_p}{v_e} = \sqrt{1.5}$

$\therefore v_p = \sqrt{1.5} \times v_e$

$= 1.225 \times v_e$

$= 1.225 \times 11.2$

$= 13.72\ kms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ পৃথিবীর আনুভূমিক বেগ, v_E হলে সূর্য ও পৃথিবীর মহাকর্ষ বল = পৃথিবীর কেন্দ্রবিমুখী বল

এখানে,

সূর্যের ভর $= M_s$ (ধরি)

পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ,

$r_E = 1.49 \times 10^{11}$m

পৃথিবীর ভর $= m_E$

গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ,

$r_p = 2.28 \times 10^{11}$m

গ্রহের ভর $= m_p$

$\therefore \frac{G.M_s.m_E}{r_E^2} = \frac{m_E.v_E^2}{r_E}$

বা, $v_E = \sqrt{\frac{G.M_s}{r_E}}$

অনুরূপভাবে, গ্রহের আনুভূমিক বেগ, v_p হলে,

$$v_p = \sqrt{\frac{G.M_s}{r_p}}$$

$$\therefore \frac{v_E}{v_p} = \sqrt{\frac{G.M_s}{r_E} \times \frac{r_p}{G.M_s}}$$

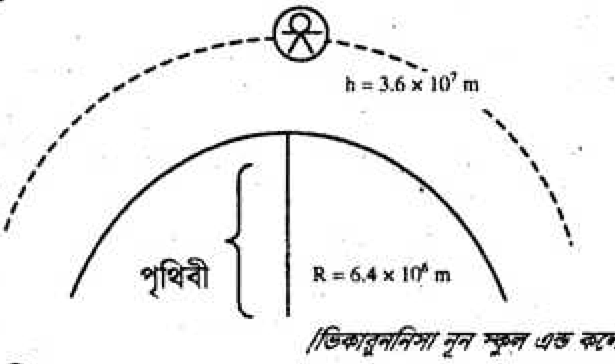
$$= \sqrt{\frac{r_p}{r_E}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.28 \times 10^{11}}{1.49 \times 10^{11}}} = 1.237$$

$\therefore v_E = 1.237\ v_p$ অর্থাৎ, $v_E \neq v_p$

$\therefore$ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগ গ্রহের আনুভূমিক বেগের সমান নয়।

প্রশ্ন ▶ ৩৩



[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. মুক্তি বেগের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. G-এর মাত্রা সমীকরণ দাও। ২

গ. ভূ-স্থির উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর উদ্দীপক ব্যবহার করে। ৩

ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটা g ত্বরণে পৃথিবীকে কেন্দ্র করে ঘুরলে, উপগ্রহে অবস্থানরত ব্যক্তির ওজনের পরিবর্তন কীরূপ হবে? উক্ত যানে ব্যক্তি একটা আপেল ছেড়ে দিলে কী ঘটতে দেখবে? ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ আমরা জানি,

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}$$

$$\therefore \text{ মাত্রা} = \frac{\text{বলের মাত্রা} \times \text{দূরত্বের মাত্রা}^2}{\text{ভরের মাত্রা}^2}$$

$$= \frac{[MLT^{-2}] \times [L]^2}{[M]^2}$$

$\therefore [G] = [M^{-1}L^3T^{-2}]$

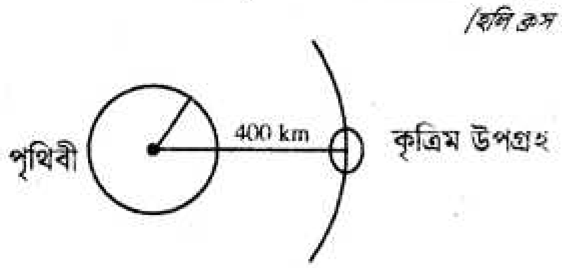
গ ১৭(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $0.22\ ms^{-2}$

ঘ উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি g- ত্বরণে পৃথিবীকে কেন্দ্র করে ঘুরলে এটির কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_{cf} = mg$, m উপগ্রহের ভর। কৃত্রিম উপগ্রহটি ঘোরার সময় কেন্দ্রমুখী বল হল অভিকর্ষ বল, $F_{CP} = mg$।

$\therefore$ কৃত্রিম উপগ্রহের উপর মোট বল $= F_{cp} - F_{cf} = 0N$

$\therefore$ কৃত্রিম উপগ্রহটির অভ্যন্তরীণ যে কোন বস্তুর ওপরও নিট বল শূন্য হবে। ফলে উক্ত উপগ্রহে কোনো ব্যক্তি কোনা ওজন অনুভব করবে না। উক্ত যানে একটি আপেল ছেড়ে দিলে সেটির ওপরও নিট বল শূন্য হওয়ায় সেটি শূন্যে ভাসতে থাকবে।

প্রশ্ন ▶৩৪ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 400km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং ব্যাসার্ধ 6400 km। *[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]*



ক. পীড়ন কাকে বলে? ১

খ. তেলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $1.55\ Nsm^{-2}$ বলতে কি বুঝ? ২

গ. উপগ্রহটির বেগের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলকে পীড়ন বলে।

খ তেলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $1.55\ Nsm^{-2}$ বলতে বুঝায়, তেলের মধ্যে 1m ব্যবধানে অবস্থিত $1m^2$ ক্ষেত্রফলের দুটি স্তর পরস্পরের সাপেক্ষে $1ms^{-1}$ আপেক্ষিক বেগে গতিশীল হলে এদের মধ্যকার সান্দ্র বল 1.55 N।

গ দেওয়া আছে,
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$
কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 400\ km = 4 \times 10^5\ m$
বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, v = ?
আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 4 \times 10^5}}$$

$= 7671.57\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$m
ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 4 \times 10^5$m
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
পৃথিবীর আবর্তনকাল, T = 24 hr
ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল, T'

$$\text{আমরা জানি, } T' = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 4 \times 10^5)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$= 5566.52$ sec $= 1.546$ hr

যেহেতু কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল, T' < পৃথিবীর আবর্তন কাল। সুতরাং, উপগ্রহটি ভূস্থির নয়।

প্রশ্ন ▶৩৫ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 400km উপরে আবর্তনকে পৃথিবী থেকে দৃশ্যমান আন্তর্জাতিক মহাকাশ স্টেশনে (ISS) এ গবেষণার উদ্দেশ্যে বিজ্ঞানী সাফা 25000kg ভরের একটি মহাকাশযান নিয়ে পৌঁছলেন। গবেষণা শেষে ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে 3.92×10^{11}J গতিশক্তি নিয়ে পৃথিবীর উদ্দেশ্যে রওনা দিলেন। পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং ব্যাসার্ধ 6400km। *[মাইলস্টোন কলেজ]*

ক. মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G কে সার্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. আন্তর্জাতিক মহাকাশ স্টেশন কত বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে নির্ণয় কর। ৩

ঘ. পৃথিবীতে ফিরে আসার সময় সাফার মহাকাশযানটি মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিকভাবে যুক্তি দাও। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ একক ভরের দুটি বস্তু কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m হলে কণা দুটি পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। যেহেতু বস্তু কণাদ্বয়ের মধ্যকার মহাকর্ষীয় বল কণা দুটির মধ্যে কোন মাধ্যমের উপস্থিতি অথবা প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না, এই বল কণা দুটির প্রকৃতি, রাসায়নিক গঠন বা উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল নয়। এ সকল কারণে G-কে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়।

গ ৭(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $7.68\ kms^{-1}$

ঘ ১৭(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

প্রশ্ন ▶৩৬ ভূ-পৃষ্ঠে একজন ক্রীড়াবিদের ওজন 648 N হলে। তিনি পৃথিবীর পৃষ্ঠে 1.5 m উচ্চ লাফ দিতে পারেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ। *[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ]*

ক. পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষ ধ্রুবক এর মান $6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$ বলতে কী বোঝায়? ২

গ. চাঁদে ঐ ব্যক্তির ওজন কত হবে নির্ণয় করো। ৩

ঘ. চাঁদের পৃষ্ঠে ঐ ক্রীড়াবিদ 7.5 m উচ্চ লক্ষ্যে বিজয়ী হতে পারবে কী? গাণিতিক যুক্ত দেখাও। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ আন্তর্জাতিক বা SI পদ্ধতিতে G-এর মান 6.67×10^{-11} N–m²/kg² এর অর্থ 1 kg ভরের দুইটি বস্তুকে পরস্পর থেকে 1m দূরে স্থাপন করলে এরা পরস্পরকে 6.67×10^{-11}N বলে আকর্ষণ করবে।
নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$m_1 = m_2 = 1kg$
এবং d = 1m হলে,
G = F = মহাকর্ষ বল $= 6.67 \times 10^{-11}$ N

গ এখন, পৃথিবীতে ওজন W_m ও চাঁদে ওজন W_e হলে

এখানে,
ধরি, পৃথিবীর ভর $= M_e$
চাঁদের ভর, $= M_m$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e
চাঁদের ব্যাসার্ধ, R_m
ভূ-পৃষ্ঠে ওজন, $W_e = 648N$
চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন, $W_m = ?$

$$\therefore \frac{W_m}{W_e} = \frac{mg_m}{ng_e} = \frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{M_m}{81M_m} \times \left(\frac{4R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 648 = 128\ \text{N}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ এখন,
পৃথিবী পৃষ্ঠে লাফের উচ্চতা,

$$H_e = \frac{v_0^2}{2g_e}$$

চাঁদের পৃষ্ঠে উচ্চতা,

$$H_m = \frac{v_0^2}{2g_m}$$

$$\therefore \frac{H_m}{H_e} = \frac{v_0^2}{2g_m} \times \frac{2g_e}{v_0^2}$$

বা, $\frac{H_m}{H_e} = \frac{g_e}{g_m} = \frac{81}{16}$

এখানে,
পৃথিবী পৃষ্ঠে লাফের উচ্চতা, $H_e = 1.5m$
চাঁদের পৃষ্ঠে লাফের উচ্চতা, $H_m = ?$
'গ' হতে পাই,
$\frac{\text{পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ}}{\text{চাঁদের পৃষ্ঠের ত্বরণ}} = \frac{g_e}{g_m} = \frac{81}{16}$

বা, $H_m = \frac{81}{16} \times H_e = \frac{81}{16} \times 1.5 = 7.6$ m

যা 7.5m অপেক্ষা বেশি, অর্থাৎ তিনি চাঁদের পৃষ্ঠে 7.5 m উচ্চ লাফে বিজয়ী হতে পারবেন।

প্রশ্ন ▶৩৭ পৃথিবীর পৃষ্ঠের উপর 10 কেজি ভরের একটি বস্তু নেয়া হল যার ওজন 98 নিউটন। *[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]*

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? ১
খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষীয় ত্বরণের মধ্যে দুটি পার্থক্য লিখো। ২
গ. কত উচ্চতায় বস্তুটির ওজন 10% কমে যাবে নির্ণয় করো। ৩
ঘ. পৃথিবীর ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হঠাৎ 1% কমে গেলে বস্তুটির ওজনের মানের শতকরা কত পরিবর্তন হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যেকোনো বিন্দুতে একটি একক ভর রাখলে ঐ ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা বলে।

খ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে 2টি পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো—

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	অভিকর্ষজ ত্বরণ
i. একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী দূরত্ব এক একক হলে তাদের পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।	i. অভিকর্ষ বলের জন্য বস্তুতে যে ত্বরণ সৃষ্টি হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।
ii. এর মান $6.673 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$	ii. ভূ-পৃষ্ঠে এর মান $9.81\ ms^{-2}$

গ বস্তুর ওজন,

$$W = mg$$
$$\therefore g = \frac{W}{m} = \frac{98}{10} = 9.8\ ms^{-2}$$

এখানে,
বস্তুর ভর, m = 10kg
বস্তুর ওজন, W = 98N
h উচ্চতায় g এর মান $= g_h$

বস্তুর ভর ধ্রুবক। অর্থাৎ ওজন 10% কমে যাওয়া অর্থ হচ্ছে অভিকর্ষজ ত্বরণ 10% কমে যাওয়া।
অর্থাৎ, h উচ্চতায় g এ রমান হবে,

$$g_h = g - 10\%\ g = g - 0.1\ g = 0.9\ g$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$m
এখন, ঐ উচ্চতা h হলে,

$$h = \left(\sqrt{\frac{g}{g_h}} - 1\right)R = \left(\sqrt{\frac{g}{0.9g}} - 1\right) 6.4 \times 10^6 = 3.46 \times 10^5 \text{m}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে ব্যাসার্ধ হবে,

$$R' = R - 1\%\ R = R - 0.01\ R = 0.99\ R$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

এখন, বস্তুর ওজন, W = mg
ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে ওজন, W′ = mg′

$$\therefore \frac{W'}{W} = \frac{mg'}{mg} = \frac{g'}{g} = \frac{GM}{R'^2} \times \frac{R^2}{GM} = \frac{R^2}{R'^2} = \frac{R^2}{(0.99\ R)^2} = \frac{R^2}{0.9801\ R^2}$$

বা, W′ = 1.0203 W
বা, W′ = W + 0.0203W = W + 2.03% W

অর্থাৎ বস্তুটির ওজনের শতকরা মান 2.03% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶৩৮ ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের পদার্থবিজ্ঞানের একদল ছাত্র সেকেন্ড দোলক ব্যবহার করে কোনো পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.2\ ms^{-2}$ এবং খনির মধ্যে $9.2\ ms^{-2}$ পেলো। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠে তারা পরিমাপ করে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পেলো $9.8\ ms^{-2}$ সেক্ষেত্রে তারা পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km ধরে নিলো। *[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উল্লিখিত পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. পাহাড়ের উচ্চতা ও খনির গভীরতা কি একই ছিল — গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একই দিক বরাবর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6 m$

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 9.2\ ms^{-2}$

বের করতে হবে, পাহাড়ের উচ্চতা, $h = ?$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এবং পৃথিবীর ভর M হলে আমরা জানি,

$g = \frac{GM}{R^2}$ এবং $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$\therefore \frac{g}{g'} \frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$

বা, $1 + \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

বা, $\frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}} - 1$

$\therefore h = R\left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)$

$= 6.4 \times 10^6 m \left(\sqrt{\frac{9.8\ ms^{-2}}{9.2\ ms^{-2}}} - 1\right)$

$= 205.4 \times 10^3 m = 205.4\ km$ **(Ans.)**

ঘ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 m$

মনে করি, ভূপৃষ্ঠ হতে d গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.2\ ms^{-2}$

পৃথিবীর গড় ঘনত্ব ρ হলে,

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R^2} = \frac{4}{3}\pi GR\rho$ ....(i)

খনির অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণ g″ হলে,

$g'' = \frac{GM''}{(R-d)^2} = \frac{G\frac{4}{3}\pi (R-d)^3\rho}{(R-d)^2} = \frac{4}{3}\pi G(R-d)\rho$...............(ii)

(ii) ÷ (i) হতে, $\frac{g''}{g} = \frac{\frac{4}{3}\pi G(R-d)\rho}{\frac{4}{3}\pi GR\rho} = \frac{R-d}{R} = 1 - \frac{d}{R}$

বা, $\frac{d}{R} = 1 - \frac{g''}{g}$

বা, $d = R\left(1 - \frac{g''}{g}\right) = 6.4 \times 10^6 m \left(1 - \frac{9.2\ ms^{-2}}{9.8 ms^{-2}}\right)$

$= 391.8 \times 10^3\ m = 391.8\ km$

যেহেতু $391.8\ km \neq 205.4\ km$

অর্থাৎ $d \neq h$

সুতরাং পাহাড়ের উচ্চতা ও খনির গভীরতা একই ছিল না।

প্রশ্ন ▶ ৩৯ 80kg ভরের ওয়াসফিয়া 45° অক্ষাংশে অবস্থিত C অবস্থান থেকে একবার উত্তর মেরুতে গেল। অতঃপর সে আবার C অবস্থান থেকে নিরক্ষরেখায় পৌঁছলেন। C অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 ms^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400 km$.



[পিউ. গভ. ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী]

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক কেন— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. C অবস্থানে ওয়াসফিয়ার উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রবিমুখী বল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের অভিযানে ওয়াসফিয়ার উপর পৃথিবীর ঘূর্ণনজনিত প্রভাব—গাণিতিক যুক্তিসহ আলোচনা কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ দেয়া আছে,

C বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m/s^2$

ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$

অক্ষাংশের মান, $\lambda = 45°$

পৃথিবীর আহ্নিক পর্যায় কাল,

$T = 24$ hours

$= 24 \times 3600$ s

$= 86400$ s

ওয়াসফিয়ার ভর, $m = 80$ kg

আমরা জানি,

কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_e = m\omega^2 R \cos^2\lambda$

$= m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \cos^2\lambda$

$= \frac{4\pi^2 mR \cos^2\lambda}{T^2}$

$= \frac{4 \times \pi^2 \times 80 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2 45°}{(86400)^2}$

$= 1.35N$ **(Ans.)**

ঘ ওয়াসফিয়ার আপাত ওজন, $W_a = mg - F_c\cos\lambda$

$= mg - m\omega^2 R\cos\lambda$

$\therefore$ C বিন্দুতে আপাত ওজন,

$$W'_{45°} = mg - m\omega^2 R\cos^2 45°$$

$$= 80 \times 9.8 - 80 \times \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \frac{1}{2}$$

$$= 782.64N$$

উত্তর মেরুতে আপাত ওজন,

$$W'_p = mg - m\omega^2 R\cos^2 90°$$

$$= mg$$

$$= 80 \times 9.83\ N = 784N > W'_{45°}$$

অতএব, মেরু অঞ্চলের যত কাছাকাছি যাওয়া যায়, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কমতে থাকে এবং ঘূর্ণনজনিত কেন্দ্র বিমুখী বলের মানও হ্রাস পায়। তাই বস্তুর আপাত ওজন বাড়তে থাকে।

নিরক্ষরেখায় অক্ষাংশ, $\lambda = 0°$

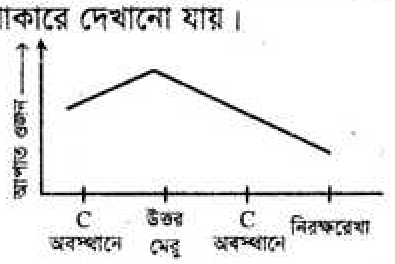
তাই নিরক্ষরেখায় কেন্দ্রবিমুখী বল, $= m\omega^2 R\cos^2\lambda$

$$= 80 \times \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times (\cos 0°)^2$$

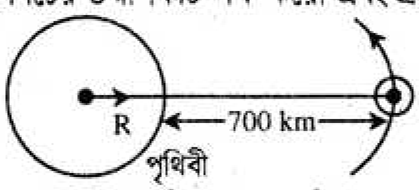
$\therefore$ নিরক্ষরেখার ওয়াসফিয়ার লব্ধ/আপাত ওজন $= (784 - 2.71)$ N

$= 781.29$ N

সুতরাং, উদ্দীপকের অভিযানে ওয়াসফিয়ার ওপর পৃথিবীর ঘূর্ণনজনিত প্রভাব নিম্নোক্ত লেখাকারে দেখানো যায়।



প্রশ্ন ▶ ৪০ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ করো এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



পৃথিবীর ভর $m = 6 \times 10^{24}$kg, ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$m

[চট্টগ্রাম বিজ্ঞান কলেজ]

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কী? ১

খ. গুণ টানার ফলে নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে চলে– ব্যাখ্যা করো। ২

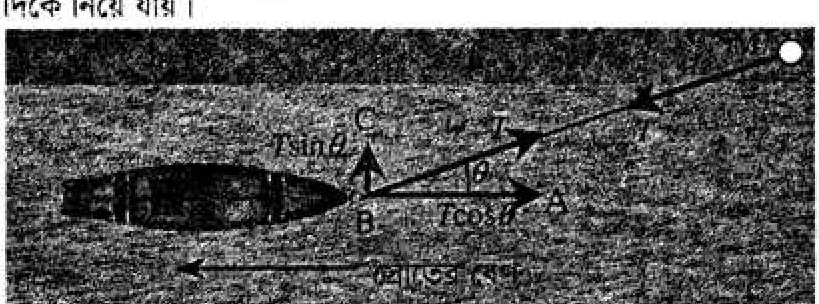
গ. উপগ্রহের বেগ কত? ৩

ঘ. উপগ্রহের বেগ 20% বৃদ্ধি করা হলে কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ কত হবে? গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর অক্ষীয় আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ নৌকার গুণ টানা বলতে বুঝায় নদীর পাড় হতে দড়ির সাহায্যে নৌকাকে সামনে টেনে নিয়ে যাওয়া। পাড় হতে গুণ টানা হলে টান বলের অনুভূমিক উপাংশ বা সামনের দিকের উপাংশ নৌকাকে সামনের দিকে নিয়ে যায়।



চিত্র: গুনটানা নৌকা

ধরা যাক, পাড় হতে নৌকার B বিন্দুতে দড়ি বেধে BM বরাবর T বল দ্বারা নৌকাকে টানা হচ্ছে। এই গুণটানা বল T এর অনুভূমিক উপাংশ $T\cos\theta$ সামানের দিকে এবং উল্লম্ব উপাংশ $T\sin\theta$ তীরের দিকে কাজ করে। এখন $T\cos\theta$ নৌকাকে সামনে নিয়ে যায় এবং $T\sin\theta$ নৌকাকে পাড়ের দিকে নিয়ে যেতে চায়। এ কারণে মাঝি নদীর স্রোতকে ব্যবহার করে বৈঠার সাহায্যে $T\sin\theta$ এর বিপরীত দিকে বল প্রয়োগ করে একে প্রশমিত করলে $T\cos\theta$ বেশি কার্যকর হয় এবং নৌকা সামনের দিকে যায়।

গ ৭(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 7.51 km/s

ঘ কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ $v_1 = v$ হতে 20% বৃদ্ধি করে $v_2 = 1.2v$ করা হলে,

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}}$$

বা, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1}$

বা, $\frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$

$$= \left(\frac{100}{120}\right)^2$$

বা, $r_2 = \left(\frac{100}{120}\right)^2 \times r_1$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times r_1$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times (6400 + 700)\ km$$

$$= 4930.56\ km$$

বা, $R + h_2 = 4930.56$ km

বা, $h_2 = (4930.56 - 6400)$ km

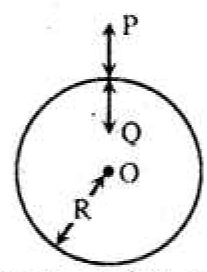
$= -1469.45$ km; যা অসম্ভব।

অতএব, উপগ্রহটির বেগ 20% বৃদ্ধি করে উপগ্রহটিকে কোন নির্দিষ্ট কক্ষপথে রাখা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ▶ ৪১

$M = 6 \times 10^{24}$kg

$R = 6.4 \times 10^3$ km



P ও Q বিন্দুদ্বয় ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যথাক্রমে সম উচ্চতা ও সমগভীরতায় অবস্থিত।

[রংপুর সরকারি কলেজ, রংপুর]

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কী? ১

খ. মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. P বিন্দুর উচ্চতা 1000 km হলে P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব কত হবে? ৩

ঘ. P ও Q বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ একই হবে কিনা– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

খ যেকেনো গ্রহ বা উপগ্রহের জন্য মুক্তি বেগের রাশিমালা–

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

এখানে, G মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, M ও R যথাক্রমে উক্ত গ্রহ বা উপগ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ।

দেখা যাচ্ছে, মুক্তিবেগের রাশিমালায় বস্তুর ভর, m অনুপস্থিত। সুতরাং বস্তু ছোট বা বড়, ভারী বা হালকা যাই হোক না কেন তার মুক্তিবেগের মান একই হবে। তাই মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

গ এখন, P বিন্দুতে বিন্দুভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব,

$$V = -\frac{GM}{R+h}$$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 10^6}$$

$$= -5.41 \times 10^7 \text{ Jkg}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$m
পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে P বিন্দুর উচ্চতা, $h = 1000 \text{ km} = 10^6$m

ঘ উদ্দীপক হতে দেখা যাচ্ছে যে, P বিন্দু পৃথিবীপৃষ্ঠের থেকে বাইরে রয়েছে। P বিন্দুতে অবস্থিত কোনো বস্তুর জন্য পৃথিবীর সমগ্র ভর ক্রিয়া করে। P বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_P = \frac{GM}{(R+h)^2} \dots (i)$$

$$= 3\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

এখানে, h_p হচ্ছে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে P বিন্দুর উচ্চতা।

Q বিন্দুতে অবস্থিত কোনো বস্তুর জন্য পৃথিবীর সমগ্র ভর ক্রিয়াশীল নয়। এখানে বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_Q = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g \dots (ii)$$

এখানে, h_Q হচ্ছে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে Q বিন্দুর গভীরতা।

$$\therefore \frac{g_P}{g_Q} = \frac{R_2}{(R+h)^2} \times \frac{1}{1-\frac{h}{R}}$$

$$= \frac{R^3}{(R^2-h^2)(R+h)}$$

$g_P = g_Q$ হলে,

$$R^3 = R^3 - h^2R + hR^2 - h^3$$

বা, $h^2R - hR^2 + h^3 = 0$

বা, $h(h^2 - R^2 + hR) = 0$

বা, $h^2 + hR - R^2 = 0$

$$\therefore h = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2}$$

$$= \frac{-R \pm R\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore h = \frac{\sqrt{5}-1}{2}R$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 6.4 \times 10^3$$

$$= 3955 \text{ km}$$

$g_P > g_Q$ হবে যদি $h > 3955$ km হয়

$g_P > g_Q$ হবে যদি $h < 3955$ km হয়

অতএব, P ও Q বিন্দুর সমান উচ্চতা ও গভীরতায় মান 3955 km হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান হবে। $h < 3955$ km পর্যন্ত P বিন্দুর তুলনায় Q বিন্দুতে এই ত্বরণ বেশি হবে। $3955 < h < 6400$ km পর্যন্ত P বিন্দুতে ত্বরণ Q অপেক্ষা বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৪২ পৃথিবীর মেরু ও বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে 9.832 ms^{-2} ও 9.79 ms^{-2}। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg ও 6.4×10^5 km এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

[ব্রাহ্মণবাড়িয়া সরকারি কলেজ, ব্রাহ্মণবাড়িয়া]

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী? ১

খ. মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হয় কেন? ২

গ. মেরু ও বিষুব অঞ্চল বরাবর পৃথিবীর ব্যাসার্ধের ব্যবধান নির্ণয় করো? ৩

ঘ. মেরু ও বিষুব অঞ্চল হতে সমভরের বস্তুকে মহাশূন্যে উৎক্ষেপণ করতে কৃতকাজ সমান হবে কিনা— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ এখন,
মেরু অঞ্চলের জন্য,

$$g_n = \frac{MG}{R_m^2} \dots (1)$$

বিষুব অঞ্চলের জন্য,

$$g_b = \frac{MG}{R_b^2} \dots (2)$$

(1) ও (2) হতে পাই,
মেরু ও বিষুব অঞ্চলে ব্যাসার্ধের পার্থক্য—

$$R_b - R_m = \sqrt{\frac{GM}{g_b}} - \sqrt{\frac{GM}{g_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{9.79}} - \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{9.832}}$$

$$= 13673.7\text{m} \textbf{ (Ans.)}$$

এখানে,
মেরু অঞ্চলে g এর মান, $g_n = 9.832 \text{ ms}^{-2}$
বিষুব অঞ্চলে g এর মান, $g_b = 9.79 \text{ ms}^{-2}$
মেরু অঞ্চলে ব্যাসার্ধ, $= R_m$
বিষুব অঞ্চলে ব্যাসার্ধ, $= R_b$
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

ঘ পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে,
পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে m ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে উৎক্ষেপণ করতে হলে তাকে মুক্তবেগে নিক্ষেপ করতে হবে।

এজন্য কৃতকাজ,

$$W = \frac{GM_m}{R}$$

এখন মেরু অঞ্চল থেকে উৎক্ষেপণ করতে কৃতকাজ, $W_m = \frac{GM_m}{R_m} \dots (1)$

এবং বিষুব অঞ্চল থেকে উৎক্ষেপণ করতে কৃতকাজ, $W_b = \frac{GM_m}{R_b} \dots (2)$

(1) ও (2) হতে পাই,

$$\frac{W_m}{W_b} = \frac{GM_m}{R_m} \times \frac{R_b}{GM_m}$$

$$= \frac{R_b}{R_m}$$

এখন, বিষুব অঞ্চলের ব্যাসার্ধ, $R_b >$ মেরু অঞ্চলের ব্যাসার্ধ, R_m

$$\therefore \frac{R_b}{R_m} > 1$$

বা, $\frac{W_m}{W_b} > 1$

বা, $W_m > W_b$

অর্থাৎ, মেরু অঞ্চল থেকে সমভরের বস্তুকে মহাশূন্যে উৎক্ষেপণ করতে বেশি কাজ করতে হবে।

প্রশ্ন ▶৪৩ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km এবং পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 m/s^2$। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে একটি দোলক ঘড়িকে 200km উচ্চতায় নিয়ে যাওয়া হল। *[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]*

ক. মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১
খ. পানি কচু পাতাকে ভিজায় না কেন? ২
গ. ঐ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? ৩
ঘ. দোলক ঘড়িটি ঐ উচ্চতায় নিয়ে গেলে দিনে কত সেকেন্ড সময় হারাবে তা নির্ণয় সম্ভব-এর সত্যতা যাচাই করো। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ পানির ফোঁটা পৃষ্ঠটানজনিত বলের প্রভাবে গোলাকার আকার ধারণ করে সর্বনিম্ন বিভবশক্তি প্রাপ্ত হয়। যখন পানির ফোঁটা কোন কঠিন পদার্থের তলের সংস্পর্শে আসে, তখন তরল সংলগ্ন কঠিন পদার্থের অণুগুলোর সাথে পানির অণুসমূহের আসঞ্জন বলের উদ্ভব হয়। এই আসঞ্জন বল পানির অণুর স্বাভাবিক গোলাকার গঠনের বিকৃতি ঘটাতে চায়। এই বল যদি পানির পৃষ্ঠের পৃষ্ঠটানজনিত সংশক্তি বলের তুলনায় বেশি হয়, তবে পানির অণুর স্বাভাবিক গোলাকার গঠন নষ্ট হয় এবং পানিও কঠিন পৃষ্ঠে ছড়িয়ে পড়ে। একইভাবে, আসঞ্জন বল তুলনামূলকভাবে সংশক্তি বলের তুলনায় দুর্বল হলে পানির অণুর গঠন প্রায় অপরিবর্তিত থাকে এবং পানি কঠিনকে ভিজায় না। কচুর পাতার সাথে পানির আসঞ্জন বল পানিপৃষ্ঠের সংশক্তি বলের তুলনায় দুর্বল বিধায় পানি কচু পাতাকে ভিজায় না।

গ h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g_h হলে,

$$g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g$$
$$= \left(\frac{6.4\times10^6}{6.4\times10^6+2\times10^5}\right)^2 \times 9.8$$
$$= 9.215\ ms^2\ \textbf{(Ans.)}$$

এখানে, ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4\times10^6\ m$
পৃষ্ঠে আ: ত্বরণ, $g = 9.8\ m/s^2$
উচ্চতা, $h = 200\ km = 2\times10^5\ m$

ঘ ভূমিতে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2sec.$
ধরি, দিনে x s সময় হারায়

200 km উচ্চতায় দোলকের দোলনকাল, $T_2 = \frac{86400}{86400-x}\times 2;$

আমরা জানি, সরল দোলকের ক্ষেত্রে,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}$$

বা, $\frac{86400-x}{86400} = \frac{R}{R+h}$

বা, $\frac{86400-x}{86400} = \frac{6400}{6400+200}$

বা, $x = 2618.18\ sec$

∴ 200 km উপরে নিয়ে গেলে দোলকটি প্রতিদিন 2618.18 sec হারাবে।
বি.দ্র: সময় অর্জন করবে বা দ্রুত চলবে বললে + x বসাতে হবে।

প্রশ্ন ▶৪৪ একটি স্যাটেলাইট পৃথিবীর কেন্দ্র হতে 42400km উচুতে পার্কিং করা হয়েছে। পৃথিবীর ভর 6×10^{24}kg, ব্যাসার্ধ 6.4×10^6m, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.67\times10^{-11}Nm^2kg^{-2}$। *[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]*

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১
খ. পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে বস্তুর ওজনের তারতম্য হয় কেন? ২
গ. পৃথিবীর পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. স্যাটেলাইটটি কি ভূ-স্থির উপগ্রহ? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ আমরা জানি, ওজন W = mg; এখানে m = বস্তুর ভর এবং g = অভিকর্ষজ ত্বরণ। বস্তুর ভর একটি ধ্রুব রাশি, সুতরাং কোনো বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভরশীল। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্যই বস্তুর ওজনের তারতম্য দেখা যায়। যে স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি, সে স্থানে বস্তুর ওজনও বেশি। আর অভিকর্ষজ ত্বরণ যে স্থানে কম বস্তুর ওজনও সে স্থানে কম। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, মেরু অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি। সুতরাং মেরু অঞ্চলে বস্তুর ওজন বেশি।

গ ৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: $9.7705\ ms^{-2}$.

ঘ ৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: অবর্তন কাল, T = 29.74 h স্যাটেলাইটটি ভূ-স্থির উপগ্রহ নয়।

প্রশ্ন ▶৪৫ 20 kg ভরের কোন বস্তুর ওজন পৃথিবীর পৃষ্ঠে 196 N। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km। *[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১
খ. দেখাও যে, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণ এর মান একই। ২
গ. উদ্দীপকের আলোকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় করো। ৩
ঘ. পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় নিয়ে গেলে g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 20% হবে? ৪

৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$ .... (i)
এখানে M হলো পৃথিবীর ভর এবং R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। পৃথিবীর ভর দ্বারা সৃষ্ট মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের জন্য, ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত m ভরের বস্তুর ওপর মহাকর্ষীয় বল, $F = \frac{GMm}{R^2}$ [মহাকর্ষ সূত্রানুসারে]

m = 1 হলে F = E

সুতরাং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{GM}{R^2}$ ...... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, g = E, অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।

গ ওজন, W = mg

$$\therefore\ g = \frac{W}{m} = \frac{196}{20} = 9.8ms^{-2}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

বা, $M = \frac{gR^2}{G}$

$$= \frac{9.8\times(6.27\times10^6)^2}{6.673\times10^{-11}}$$
$$= 5.959\times10^{24}\ kg\ \textbf{(Ans.)}$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6370\ km = 6.37\times10^6\ m$
বস্তুর ভর, m = 20 kg
বস্তুর ওজন, W = 196 N
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673\times10^{-11}Nm^2kg^{-2}$

ঘ h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}\ ....\ (i)$$

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g

$$g = \frac{GM}{R^2}\ ....(ii)$$

এখানে, h উচ্চতায় g এর মান, $g_h = g\times\frac{20}{100} = \frac{20g}{100}$
ব্যাসার্ধ, $R = 6.37\times10^6\ m$

(i) ÷ (ii)

$$\frac{g_h}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

বা, $\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$

বা, $\frac{g}{g_h} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$

বা, $\sqrt{\frac{g}{g_h}} = 1 + \frac{h}{R}$

বা, $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g_h}} - 1\right)R$

$= \left(\sqrt{\frac{\not{g}}{\frac{20\not{g}}{100}}} - 1\right)R$

$= \left(\sqrt{\frac{100}{20}} - 1\right) \times 6.37 \times 10^6 m = 7.873 \times 10^6$ m

প্রশ্ন ▶৪৬ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1km উঁচু একটি পাহাড়ের চূড়ায় একটি ফলের বাগান রয়েছে। একজন ফল ব্যবসায়ী 1000kg ভরের একটি মালবাহী গাড়ি নিয়ে 10min এ পাহাড়ের চূড়ায় উঠে 20kg ফল কিনলেন।
[পৃথিবী পৃষ্টে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6400km]

[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]

ক. শিশিরাংক কী? ১

খ. হুকের সূত্রটি বর্ণনা কর। ২

গ. মালবাহী গাড়িটির অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. ফল ব্যবসায়ী ফলগুলো পৃথিবী পৃষ্টের একটি বাজারে কেনা দামে বিক্রি করেও অনেক মুনাফা করলেন-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।
অর্থাৎ, পীড়ন ∝ বিকৃতি।
বা, পীড়ন = ধ্রুবক × বিকৃতি
বা, $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক

গ দেওয়া আছে,
উচ্চতা, h = 1 km = 1000 m
গাড়ির ভর, m = 1000 kg
সময়, t = 10 min = 10 × 60 s = 600 s
গাড়িটির ক্ষমতা, P = ?

আমরা জানি,
$$P = \frac{mgh}{t}$$
বা, $P = \frac{1000 \times 9.8 \times 1000}{600}$ [$g = 9.8 ms^{-2}$]
∴ P = 16333.33 W
আবার, 1 H.P = 746 W
∴ $P = \frac{16333.33}{746} = 21.89$ H.P
∴ মালবাহী গাড়িটির অশ্বক্ষমতা 21.89. **(Ans.)**

ঘ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1 km বা 1000 m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$g' = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ [ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m, $g = 9.8 ms^{-2}$]

$= 9.8 \times \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 1000}\right)^2$

$= 9.797 ms^{-2}$

এখন, ওজন, W = mg
∴ পাহাড়ের চূড়ায় ফল গুলোর ওজন, $W_1 = mg' = 20 \times 9.797$
∴ $W_1 = 195.94$ N
আবার পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$
সুতরাং পৃথিবীপৃষ্ঠের কোনো বাজারে ফলগুলোর মোট ওজন হবে,
$W_2 = mg$
$= 20 \times 9.8$
∴ $W_2 = 196$ N
এখন, W_1 ও W_2 তুলনা করে পাই $W_2 > W_1$
ফলগুলোর ওজন বৃদ্ধি পাওয়ার কারণে কেনা দামে বিক্রি করলেও অনেক মুনাফা হবে।

প্রশ্ন ▶৪৭ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 36000km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। বাংলাদেশ-দক্ষিণ আফ্রিকার একদিনের আন্তর্জাতিক ম্যাচ শেরে বাংলা স্টেডিয়াম হতে সরাসরি সম্প্রচার করার জন্য উপগ্রহটির ট্রান্সমিটারের যোগাযোগ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ভর = 6×10^{24}kg এবং পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষ ত্বরণ = $9.8ms^{-2}$

[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী? ১

খ. মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km হলে পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের উল্লিখিত উপগ্রহটির সাহায্যে ম্যাচটি সরাসরি সম্প্রচার সম্ভব কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।
অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 km = 6.4 \times 10^6$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$
পৃথিবীর ঘনত্ব, ρ = ?

আমরা জানি,
$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$
বা, $\rho = \frac{3 \times 9.8}{4 \times 3.1416 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^6}$
∴ $\rho = 5.478 \times 10^3 kg/m^3$ **(Ans.)**

ঘ কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে,

$T = 2\pi(R+h)\sqrt{\frac{R+h}{GM}}$
$= 2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 + 36 \times 10^6)$
$\times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 + 36 \times 10^6}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$
= 86694.88627 sec
= 24.0819 hr ≅ 24hr

এখানে, পৃথিবীর ভর,
$M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, h = 36000 km
$= 36 \times 10^6$ m
জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

অতএব, কৃত্রিম উপগ্রহটি একটি ভূস্থির উপগ্রহ। একারণে উপগ্রহটির সাহায্যে ম্যাচটি সরাসরি সম্প্রচার করা সম্ভব।

প্রশ্ন ▶ ৪৮ মঙ্গল গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6.39×10^{23}kg ও 3397km. 2m কার্যকরী দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলককে মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে স্থাপন করা হল।

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. পৃষ্ঠটান কাকে বলে? ১

খ. অভিকর্ষজ ত্বরণ বনাম দূরত্ব লেখচিত্রটি অঙ্কন কর ও ব্যাখ্যা কর। ২

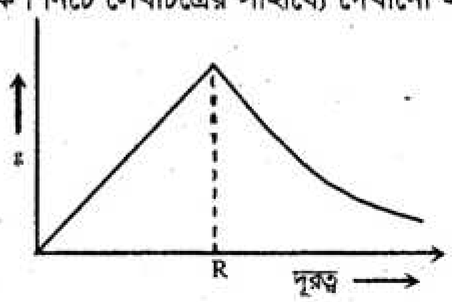
গ. সরল দোলকটির দোলন কাল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি দোলকটিকে মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে 20 km উপরে স্থাপন করা হয় তবে দোলকটি দিনে কত সময় হারাবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। কেন্দ্র হতে যত উপরে উঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত বাড়তে থাকে এবং ভূ-পৃষ্ঠে সর্বোচ্চ হয়। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে উঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত কমতে থাকে। নিচে লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো হলো।



গ দেওয়া আছে,

মঙ্গল গ্রহের ভর, $M = 6.39 \times 10^{23}$ kg

মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 3397$ km $= 3.397 \times 10^6$ m

মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2}

সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 2$m

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R_2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6.39 \times 10^{23}}{(3.397 \times 10^6)^2}$$

$$\therefore \; g = 3.7 \text{ ms}^{-2}$$

আবার, দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{2}{3.7}}$$

$$\therefore T = 4.62 \text{ sec}$$

∴ সরল দোলকটির দোলনকাল 4.62 sec **(Ans.)**

ঘ এখানে,

মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে দোলকটির দূরত্ব, $h = 20$ km $= 20 \times 10^3$ m

মঙ্গল পৃষ্ঠে ও h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g′ এবং দোলকের দোলনকাল T ও T′ হলে সরল দোলকের ৩য় সূত্রানুসারে–

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{R+h}{R} = \frac{3397 \times 10^3 + 20 \times 10^3}{3397 \times 10^3}$$

বা, $T' = 1.0005 \times T = 1.0005 \times 4.62 = 4.6472$ s

এখানে, মঙ্গল গ্রহের 1 দিনে কত সেকেন্ডে হয় জানা নেই। তাই পৃথিবীর দিনের সাপেক্ষে হিসাব করা হলো। মঙ্গলপৃষ্ঠে, T = 4.62 (গ হতে পাই)

$\frac{4.62\text{s}}{2} = 2.31$s এ টিক দেয় 1টি

∴ 86400s এ টিক দেয় $= \frac{86400}{2.31} = 37402.59$ টি

আবার, 20 km উচ্চতায়, $T' = 4.6472$

$\frac{4.6472\text{s}}{2} = 2.3236$ s টিক দেয় 1 টি

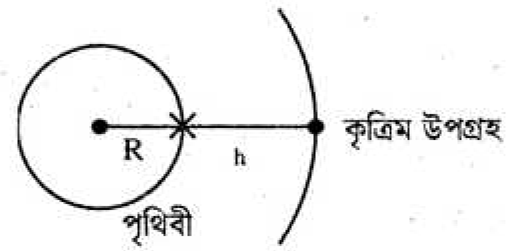
86400 s " " $\frac{86400}{2.3236} = 37183.68$ টি

∴ পৃথিবীর 1 দিনে মঙ্গল পৃষ্ঠ হতে 20 km উচ্চতায় টিক হারায়

$= 37402.59 - 37183.68$

$= 218.9$ টি

প্রশ্ন ▶ ৪৯



R = 6400 km

h = 700 km

$G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}

চিত্রে পৃথিবীর চারদিকে ঘূর্ণনরত একটি কৃত্রিম উপগ্রহ দেখানো হল।

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]

ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃতি কর। ১

খ. মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হওয়ার তাৎপর্য কী? ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত কৃত্রিম উপগ্রহটিকে 1000km উচ্চতায় নিয়ে গেলে আবর্তনকাল একই হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ ১৯ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: 7.5 km/s

ঘ ১৯ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: আবর্তনকাল একই হবে না। পূর্বের আবর্তনকালের 1.064 গুণ হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫০ নেপচুনের ভর এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 17.15 এবং 1.4 গুণ। সূর্য থেকে নেপচুনের গড় দূরত্ব, সূর্য হতে পৃথিবীর গড় দূরত্বের 30 গুণ। *[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]*

ক. মুক্তি বেগ কী? ১

খ. বৃষ্টির ফোটা পতনের সময় গোলাকার ধারণ করে কেন? ২

গ. সূর্যের চারদিকে নেপচুনের আবর্তনকাল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. 1.2m দৈর্ঘ্যের একটি সরলদোলক নেপচুনের পৃষ্ঠে নিয়ে গেলে এটি কি সেকেন্ড দোলকে পরিণত হবে? ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু তেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।
অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবী হতে সূর্যের গড় দূরত্ব R_1 হলে সূর্য হতে নেপচুনের গড় দূরত্ব, $R_2 = 30\ R_1$
জানা আছে, সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365.25$ day
বের করতে হবে, সূর্যের চারদিকে নেপচুনের আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

আমরা জানি, $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$

$$\therefore T_2 = T_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{3/2} = 365.25 \text{ day} \times \left(\frac{30\ R_1}{R_1}\right)^{1.5}$$
$$= 60.02 \times 10^3 \text{ day } \textbf{(Ans).}$$

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর M হলে নেপচুনের ভর, $M' = 17.15$ M
পৃথিবীর ব্যসার্ধ R হলে নেপচুনের ব্যাসার্ধ, $R' = 1.4R$
পৃথিবী পৃষ্ঠে ও নেপচুনের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে g ও g′ হলে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM'}{R'^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{M'}{M}\left(\frac{R}{R'}\right)^2 = 17.14 \times \frac{1}{1.4^2}$$

$g' = 8.75g$

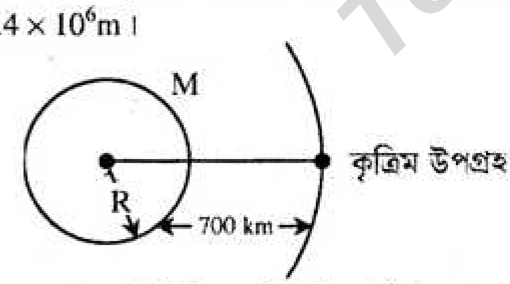
$\therefore$ নেপচুনের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 8.75 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} = 85.75 \text{ ms}^{-2}$

$\therefore$ কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 1.2$m হলে নেপচুনের পৃষ্ঠে সরল দোলকের দোলনকাল হবে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1.2}{85.75}}$$
$$= 0.7433 \text{ sec} \neq 2 \text{ sec}$$

$\therefore$ নেপচুনের পৃষ্ঠে উক্ত দোলকটি সেকেন্ড দোলকে পরিণত হবে না।

প্রশ্ন ▶৫১ উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6.4 \times 10^6$m।



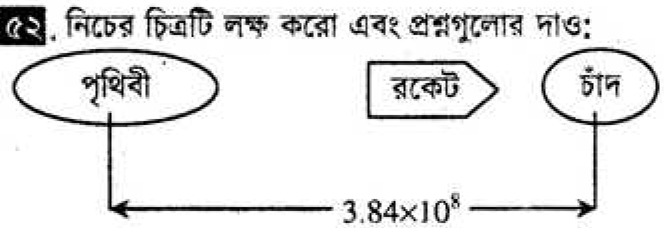
[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, টাঙ্গাইল]

ক. ভেক্টর বিভাজন কী? ১
খ. সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কী? ব্যাখ্যা করো। ২
গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

১৭ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫২. নিচের চিত্রটি লক্ষ করো এবং প্রশ্নগুলোর দাও:



এখানে চাঁদের ভর $M_m = 7.35 \times 10^{22}$ kg, পৃথিবীর ভর $M_e = 6 \times 10^{24}$kg, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}, রকেটের ভর = 40000kg। কোনো এক সময় রকেটটি পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে 2.00×10^8m দূরত্ব অবস্থান করে।

[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১
খ. বস্তুর ভর শূন্য না হলেও ওজন শূন্য হতে পারে— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. রকেটের ওপর নিট মহাকর্ষীয় বল নির্ণয় করো। ৩
ঘ. রকেটটির অবস্থান লব্ধি প্রাবল্য পাওয়া যায় কিনা— গাণিতিক যুক্তিসহ কারণ প্রদর্শন করো। ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ বস্তুর ভর শূন্য না হলেও ওজন শূন্য হতে পারে। কারণ, বস্তুর ভর স্থান নিরপেক্ষ না হলেও ওজন স্থান নিরপেক্ষ। আমরা জানি, বস্তুর ওজন = বস্তুর ভর × ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ। অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হলে বস্তুর ভর থাকা সত্ত্বেও এর ওজন শূন্য হবে। যেমন পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য।
সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ভর যাই হোক না কেন, ওজন শূন্যই হবে।

গ দেওয়া আছে,
চাঁদের ভর, $M_m = 7.35 \times 10^{22}$ kg
পৃথিবীর ভর, $M_e = 6 \times 10^{24}$ kg
রকেটের ভর, $m = 40000 \text{ kg} = 4 \times 10^4$ kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ $Nm^2\ kg^{-2}$
পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে রকেটের দূরত্ব, $(R+h) = 2 \times 10^8$m
পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে চাঁদের কেন্দ্রের দূরত্ব, $H = 3.84 \times 10^8$m
বের করতে হবে, রকেটের ওপর নিট মহাকর্ষীয় বল, F = ?
$\therefore$ পৃথিবীর সাপেক্ষে রকেটের উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$F_e = \frac{GM_em}{(R+h)^2}$$
$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 4 \times 10^4}{(2 \times 10^8)^2}$$
$$= 400.2\text{N}$$

এবং চাঁদের সাপেক্ষে রকেটের উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$F_m = \frac{GM_mm}{[H-(R+h)]^2}$$
$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 7.35 \times 10^{22} \times 4 \times 10^4}{(3.84 \times 10^8 - 2 \times 10^8)^2}$$
$$= 5.79\text{N}$$

$\therefore$ রকেটের ওপর নীট মহাকর্ষী বল, $F = F_e - F_m$
$= 400.2 - 5.79$N
$= 394.4$N **(Ans.)**

ঘ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে একক ভরের উপর প্রযুক্ত নীট মহাকর্ষীয় বলই হলো ঐ বিন্দুর নীট মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।
"গ" হতে পাওয়া যায়,
রকেটের উপর নীট মহাকর্ষীয় বল,
$F = 394.4$N
$\therefore$ ঐ বিন্দুতে নীট মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$E = \frac{F}{m}$$
$$= \frac{394.4}{40000} \text{ Nkg}^{-1}$$
$$= 9.86 \times 10^{-3} \text{N kg}^{-1}$$

অতএব, ঐ বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য পাওয়া যাবে এবং তা হবে ভূ-পৃষ্ঠের প্রাবল্যের $\frac{9.86 \times 10^{-3}}{9.8}$ বা প্রায় $\frac{1}{1000}$ গুণ।

প্রশ্ন ▶ ৫৩ পদার্থবিজ্ঞানের ক্লাসে একজন শিক্ষক বোর্ডে লিখলেন চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 1.67 ms^{-2}$, চাঁদের গড় ব্যাসার্ধ $R = 1.74 \times 10^6 m$ এবং চাঁদের মুক্তিবেগের মান $2.375 \ kms^{-1}$। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$] *[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]*

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১

খ. পৃথিবীর সব স্থানে g এর মান একই নয়– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. চাঁদের গড় ঘনত্ব নির্ণয় করো। ৩

ঘ. শিক্ষকের দেয়া উপাত্ত থেকে মুক্তিবেগের মান বের করে তার কথার সত্যতা যাচাই করো। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ পৃথিবী থেকে যত উপরে ওঠা যায় g এর মান ততই কমতে থাকে। এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় g এর মান $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}$

আবার পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে যতই নিচে নামা যায় g এর মান কমতে থাকে, h গভীরতায়, $g_h = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$

আবার পৃষ্ঠে $g = \frac{GM}{R^2}$, পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার নয়। তাই R এর পার্থক্যের জন্য g বিভিন্ন হয়।

গ দেওয়া আছে,

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 1.67 \ ms^{-2}$

ব্যাসার্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 m$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \ Nm^2kg^{-2}$

চাঁদের গড় ঘনত্ব, $\rho = ?$

আমরা জানি,

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$

$$= \frac{3 \times 1.67}{4 \times 3.1416 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 1.74 \times 10^6}$$

$$\therefore \rho = 3.43 \times 10^3 \ kg/m^3 \ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ চাঁদের মুক্তিবেগ, $v_m = \sqrt{2gR}$

বা, $v_m = \sqrt{2 \times 1.67 \times 1.74 \times 10^6}$ ['গ' নং হতে মান বসিয়ে]

$\therefore v_m = 2.41 \ kms^{-1}$

শিক্ষকের ভাষ্যমতে চাঁদের মুক্তিবেগের মান $2.375 \ kms^{-1}$ কিন্তু তার দেয়া উপাত্ত অনুযায়ী চাঁদের মুক্তিবেগ $2.41 \ kms^{-1}$।

সুতরাং শিক্ষকের কথার সত্যতা পাওয়া যাচ্ছে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৪ 1000 kg ভরের একটি লিফটকে যখন তারের সাহায্যে উঠানামা করানো হয় তখন দেয়ালের সাথে এর 3000N মানের ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে। লিফটটিকে স্থির অবস্থা হতে $3ms^{-2}$ সমত্বরণে উপরে তোলার 4s সময়ে তার ছিড়ে যায়। *[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]*

ক. গড় বেগের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. একই বেগে কিন্তু ভিন্ন কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা সমান পাওয়া সম্ভব কী? ২

গ. তার ছিড়ে যাওয়ার সময় লিফট এর মেঝেতে রক্ষিত আপেলের উর্ধ্বমুখী বেগ কত হবে? ৩

ঘ. লিফটের তার ছিড়ে যাবার পর থেকে ভূমিতে পতিত হওয়া পর্যন্ত এর ত্বরণ কী সুষম থাকে? ব্যাখ্যা করো। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে কোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

খ বিশেষ ক্ষেত্রে একই বেগে ভিন্ন ভিন্ন কোণে নিক্ষিপ্ত প্রাসের পাল্লা সমান হতে পারে। অনুভূমিক পাল্লার সমীকরণ: $R = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$; যদি v বেগে θ_1 ও $\theta_2 (\theta_1 \neq \theta_2)$ কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা সমান হয়, তবে,

$$\frac{v^2 \sin 2\theta_1}{g} = \frac{v^2 \sin 2\theta_2}{g}$$

বা, $\sin 2\theta_1 = \sin 2\theta_2$

বা, $2\theta_1 + 2\theta_2 = \pi$

$\therefore \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$

∴ অতএব, একই বেগে পরস্পর পূরক কোণে কোনো প্রাসকে নিক্ষিপ্ত করলে উভয় ক্ষেত্রে তাদের পাল্লা সমান হয়।

গ দেওয়া আছে, লিফটের ভর, $m = 1000$ kg

ঘর্ষণ বল, $F = 3000N$

লিফটের ত্বরণ, $a = 3 \ ms^{-1}$

সময়, $t = 4s$

আদি বেগ, $v_0 = 0$

তার ছিড়ে যাওয়ার মুহূর্তে লিফটের বেগ v হলে,

$$v = u + at$$
$$= 0 + 3 \times 4$$
$$= 12 \ ms^{-1} \ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

লিফটের ভর, $m = 1000$ kg

লিফটের লব্ধি ত্বরণ, $g = 3 \ ms^{-2}$

সময়, $t = 4s$

দেয়ালের সাথে ঘর্ষণ, $F = 3000N$

তার ছিড়ে যাওয়ার ফলে লিফটের ওপর শুধুমাত্র অভিকর্ষজ বল এবং ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে। তার ছিড়ে যাওয়ার পর লিফটটি কিছুটা উপরে উঠে, যতক্ষণ না তার বেগ শূন্য হয়।

এ সময় এর উপর লব্ধি ত্বরণ,

$$g' = 9.8 + \frac{3000}{1000}$$

$= 12.8 \ ms^{-2}$, যা নিচের দিকে ক্রিয়া করে।

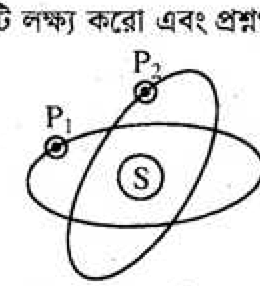
উর্ধ্বমুখী বেগ শূন্য হওয়ার পর, লিফটটি অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচে পড়তে থাকে কিন্তু এক্ষেত্রে অভিকর্ষজ বলের বিপরীতে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করবে।

সুতরাং এক্ষেত্রে লিফটটির লব্ধি ত্বরণ,

$$g'' = 9.8 - \frac{3000}{1000}$$
$$= 6.8 \ ms^{-2}$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে তার ছেড়ার পর থেকে শুরু করে লিফটের ত্বরণ দুই ক্ষেত্রে দুই রকম হয়। সুতরাং তার ছিড়ে গেলে লিফটের ত্বরণ সুষম থাকে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৫ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করো এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



সৌরজগতের দুটি গ্রহ P_1 এবং P_2 সূর্য হতে যাদের ২য় টির গড় দূরত্ব ১ম টির চেয়ে 2 গুণ বেশি। আবার সূর্যের চারদিকে আবর্তনকাল যথাক্রমে 365 দিন এবং T। *[শহীদ সৈয়দ নজরুল ইসলাম কলেজ, ময়মনসিংহ]*

ক. কোন গ্রহের মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১

খ. কৃত্রিম উপগ্রহ কক্ষপথে চলার জন্য কোন জ্বালানি লাগে না কেন? ২

গ. উদ্দীপক হতে P_2 গ্রহের 1 বৎসর সময় পৃথিবীর কত সপ্তাহের সমান বের করো। ৩

ঘ. গ্রহ দুটিকে স্থান বিনিময় করিয়ে দিলে তাদের পরস্পরের 1 বৎসরে সময়ের ব্যবধান সম্পর্কে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহকে যখন রকেটের সাহায্যে উর্ধ্বে নিক্ষেপ করা হয় তখন এতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি দিয়ে দেওয়া হয়। এই গতিবেগ এমন যেন, বৃত্তাকার কক্ষপথে কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বল এর ওজনের সমান হয়। অর্থাৎ উপগ্রহটির ওজন এতে কেন্দ্রমুখী বল যোগান দিতেই নাকচ হয়ে যায়। ফলে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে এর ওপর লব্ধিবল শূন্য। তাই নিউটনের গতির প্রথম সূত্রানুসারে, এটি অর্জিত দ্রুতি নিয়ে বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হতে থাকে। এ সময় উপগ্রহটিতে অতিরিক্ত কোনো শক্তি প্রদানের দরকার হয় না, তাই কোনো জ্বালানীও লাগে না। তবে, উপগ্রহটিতে বৈদ্যুতিক শক্তির যোগান আসে সৌরশক্তি হতে।

গ প্রথম গ্রহটির আবর্তনকাল $T_1 = 365$ দিন। সুতরাং এটি পৃথিবী।
গ্রহ দুটির দূরত্বের অনুপাত, $R_1 : R_2 = 1 : 2$
দ্বিতীয় গ্রহের আবর্তনকাল T_2 হলে, কেপলারের ৩য় সূত্রানুযায়ী,

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

$$\text{বা, } T_2^2 = T_1^2 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3$$

$$\therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{1.5}$$

$$= 365 \times \left(\frac{2}{1}\right)^{1.5}$$

$$= 1032.4 \text{ day}$$

$$= \frac{1032.4}{7} \text{ week}$$

$$= 147.5 \text{ week } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ গ্রহ দুটিকে স্থান বিনিময় করিয়ে দিলে সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল হবে 1032.4 দিন এবং অপর গ্রহটির আবর্তনকাল হবে 365 দিন।
এখানে 1032.4 দিন – 365 দিন = 667.4 দিন
সুতরাং ১ম গ্রহ (পৃথিবী)-এর 1 বৎসরে সময়কাল বাড়বে 667.4 দিন এবং দ্বিতীয় গ্রহটির 1 বৎসরে সময়কাল কমবে 667.4 দিন।
তদুপরি, গ্রহদুটিকে স্থান বিনিময় করিয়ে দিলে তাদের পরস্পরের 1 বৎসরে সময়ের ব্যবধান 667.4 দিন।

প্রশ্ন ▶৫৬ A একটি গ্রহ। গ্রহটির ব্যাসার্ধ 6000 km এবং এর নিজ অক্ষে আবর্তনকাল 20 ঘণ্টা। A গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে 1200 km উচ্চতা দিয়ে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ চারদিকে ঘুরছে। B অপর একটি গ্রহ। যার ভর A-এর ভরের 9 গুণ। গ্রহদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 4×10^8 km।

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী? ১

খ. পৃথিবী ও সূর্য সমান বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে। তবুও পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরে কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. গ্রহ দুটির সংযোগ রেখার কোথায় 10 kg ভরের কোনো বস্তুর ওপর উভয়ের টান সমান হবে নির্ণয় করো। ৩

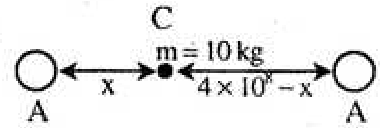
ঘ. কী পদক্ষেপ নিলে কৃত্রিম উপগ্রহটি A গ্রহের জন্য ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ সূর্যের চারদিকে পৃথিবী বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের সময় পৃথিবীর ওপর কেন্দ্রবিমুখী বল ক্রিয়া করে যার মান $F_c = mv^2/r$ সূত্রানুসারে বের করা সম্ভব। এই কেন্দ্রবিমুখী বল পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যকার মহাকর্ষ বলের সমান ও বিপরীতমুখী হয়। এই দুইটি বল পরস্পরকে নাকচ করে দেয় বলে, সূর্যের মহাকর্ষ বল কাজ করে না। মহাকর্ষ বল অকার্যকর হওয়ার দরুনই পৃথিবী ও সূর্যের গড় দূরত্ব কখনো হ্রাস পায় না এবং পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘোরে।

গ



মনে করি, A গ্রহ হতে x m দূরে C বিন্দুতে m = 10 kg ভরের একটি বস্তুর উপর A ও B গ্রহের টান সমান এবং তা যথাক্রমে F_A ও F_B।

এখানে, $M_B = 9M_A$

$$\therefore F_A = F_B$$

$$\text{বা, } \frac{GM_{AM}}{x^2} = \frac{GM_{BM}}{(4 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{M_A}{x^2} = \frac{9M_A}{(4 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(4 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{3}{4 \times 10^8 - x}$$

$$\text{বা, } 3x = 4 \times 10^8 - x$$

$$\text{বা, } 4x = 4 \times 10^8$$

$$\therefore x = 10^8 \text{m } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ h উচ্চতায় স্থাপন করলে যদি উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হয়, তবে,

এখানে,
পর্যায়কাল, $T = 20$hrs
$= 20 \times 3600$ s
$= 72000$ s
$= 7.2 \times 10^4$ s
A গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 6000$ km
$= 6 \times 10^6$ m

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{aM}} r^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi}{\sqrt{9}} \frac{(R + h)^{\frac{3}{2}}}{R}$$

$$\text{বা, } (R + h)^{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{9}\, TR}{2\pi}$$

$$\text{বা, } R + h = \left(\frac{RT}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} g^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{RT}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} g^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{6 \times 10^6 \times 7.2 \times 10^4}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} g^{\frac{1}{3}}$$

A গ্রহের পৃষ্ঠে g এর মান তথা গ্রহটির ভর জানা গেলে h বের করা সম্ভব। যেহেতু উদ্দীপকে তথ্য অনুপস্থিত, সেহেতু এই প্রশ্নের কোন যথাযথ জবাব নেই।

প্রশ্ন ▶৫৭ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোন বস্তুকে পৃথিবীর অভ্যন্তরে নেওয়া হলে বস্তুটির ওজন কমে। আবার ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোন বস্তুকে পৃথিবীর বাইরে নেওয়া হলেও বস্তুটির ওজন কমে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 64,000 কি মি ও ভর 6×10^{24} কেজি। *[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]*

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? ১

খ. গতিশীল চাঁদ কেন পৃথিবীর চারদিকে ঘোরে ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপক থেকে কত গভীরতায় বস্তুর ওজন শতকরা 40 ভাগ হ্রাস পাবে নির্ণয় করো। ৩

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সমান গভীরতায় এবং উচ্চতায় ওজন হ্রাস একই হবে কিনা বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার ওপর যে মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলে।

খ **গতিশীল চাঁদ পৃথিবীর চারদিকে ঘোরে:** যদি পৃথিবীর ভর M এবং চাঁদের ভর m হয় এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব R হয় তবে চাঁদ ও পৃথিবীর মধ্যকার মহাকর্ষ বলের মান

$$F = \frac{GM_m}{R^2}$$

এই বলই পৃথিবীর চারদিকে চাঁদকে ঘোরায় অর্থাৎ চাঁদের কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়। সাম্যাবস্থায় চাঁদ ও পৃথিবীর মহাকর্ষ বল = চাঁদের কেন্দ্রমুখী বল।

গ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় g এর মান g_h হলে,

$$\frac{g_h}{g} = \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

বা, $h = \left(1 - \frac{g_h}{g}\right)R$

$$= \left(1 - \frac{0.6g}{g}\right) \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 0.4 \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 2.5 \times 10^6 \text{ m} \textbf{ (Ans.)}$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6400 km $= 6.4 \times 10^6$ m
ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর h গভীরতায় ওজন,
$W_h = mg_h$ (ভর m ধ্রুবক)
$g_h = g - g'$ এর 40%
$= g - 0.4g$
$= 0.6g$
উচ্চতা, h = ?

ঘ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_{h+} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$$

আবার, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_{h-} = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$$

∴ h উচ্চতায় m ভরের কোন বস্তুর ওজন হ্রাস,

$$\Delta w_- = mg - mg_{h+}$$

$$= \left[1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2\right] mg$$

h গভীরতায় m ভরের বস্তুর ওজন হ্রাস,

$$\Delta W_- = mg\frac{h}{R}$$

$\Delta W_+ = \Delta W_-$ হলে,

$$1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{h}{R}$$

বা, $\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = 1 - \frac{h}{R}$

বা, $\frac{R^2}{R^2 + h^2 + 2hR} = \frac{R-h}{R}$

$\Rightarrow R^3 + Rh^2 + 2hR^2 - R^2h - h^3 - 2h^2R = R^3$

বা, $-h^3 - Rh^2 + R^2h = 0$

বা, $h^2 + Rh - R^2 = 0$

বা, $h = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2}$

বা, $h = \frac{-R \pm \sqrt{5}R}{2}$

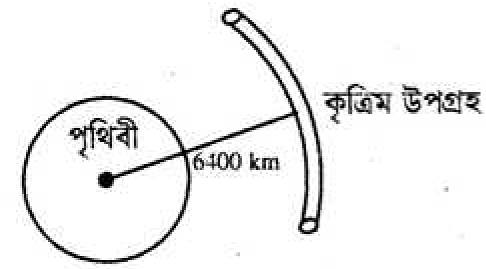
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}R$$

$$= \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \times 6400 \text{ km}$$

$$= 3455.42 \text{ km}$$

অতএব, কেবলমাত্র পৃষ্ঠ থেকে 3455.42 km উঁচু বা গভীরতায় বস্তুর ওজন সমান পরিমাণ হ্রাস পাবে। h < 3955.42 km এর জন্য একই উচ্চতায় ওজন হ্রাস দ্রুততর হবে। আবার, 6400 km > h > 3955. 42 km এর জন্য একই গভীরতার ওজন হ্রাস দ্রুততর হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৮



চিত্রের কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে 600km উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিন করছে। ($G = 6.673 \times 10^{-11}$ $Nm^2 kg^{-2}$)

[বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১

খ. বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সর্বদা একই স্থানে দেখা যাবে কি? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

খ আমরা জনি, ওজন হচ্ছে বস্তুর ভর ও অভিকর্ষজ ত্বরণের গুণফল। সুতরাং যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম সেখানে বস্তুর ওজনও কম। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বিষুবীয় অঞ্চলের দূরত্ব বেশি হওয়া এবং পৃথিবীর ঘুর্ণনের ফলে বিষুবীয় অঞ্চলে কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হওয়ার কারণে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম হয়। তাই অন্য অঞ্চল থেকে কোনো বস্তুকে বিষুবীয় অঞ্চলে আনলে ওজন হ্রাস পায়।

গ জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms^{-2}
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6400 km $= 6.4 \times 10^6$ m.
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}
ধরি, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব = ρ
বের করতে হবে, ρ = ?

এখানে, $g = \frac{4}{3}\pi GR\rho$

$$\therefore \rho = \frac{3}{4} \times \frac{g}{\pi GR}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{9.8}{3.1416 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^6}$$

$$= 5478.17 \text{ kgm}^{-3} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে সর্বদা একই স্থানে দেখা যাবে, যদি, কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল, পৃথিবীর নিজ অক্ষে আবর্তনকাল তথা 24 ঘণ্টার সমান হয়।

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6400 km
$= 6.4 \times 10^6$ m

ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 600\ km = 6 \times 10^5\ m$
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}\ kg$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল বা আবর্তনকাল = T
বের করতে হবে T = ?

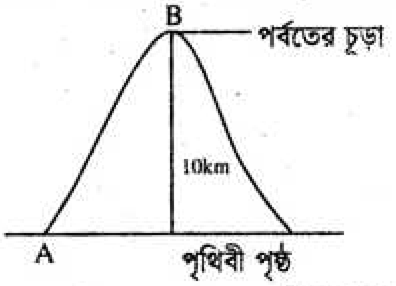
এখানে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

$= 2 \times .1416 \times \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 6 \times 10^5)^3\ (m)^3}{6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2} \times 6 \times 10^{24}kg}}$

$= 5815.563\ s = 1.6154\ hr$

যেহেতু কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল $\neq 24\ hr$
সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটি একই অবস্থায় দেখা যাবে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৯ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]

ক. মুক্তিবেগের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. কোন বস্তুর গতিশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে না কেন? ২
গ. A স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 ms^{-2}$ হলে B স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? ৩
ঘ. উদ্দীপকের A স্থান হতে একটি সেকেন্ড দোলককে B স্থানে নিয়ে গেলে এর দোলনকালের পরিবর্তন হবে কি? ব্যাখ্যাসহ মতামত দাও। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ কোনো বস্তুর গতিশক্তি শূন্য হতে পারে, তবে কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না।
কারণ : কোনো বস্তুর ভর m এবং বেগ v হলে তার গতিশক্তির সমীকরণটি হয়, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$। এই সমীকরণে বস্তুর ভর m সর্বদাই ধনাত্মক। তবে v এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দুটোই হতে পারে। কিন্তু, v^2 এর মান কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। কারণ, ধনাত্মক বা ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ সবসময়ই ধনাত্মক। তাই mv^2 বা $\frac{1}{2}mv^2$ কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। তবে বেগ অর্থাৎ, v শূন্য (স্থির বস্তু থাকলে) হলে গতিশক্তির মান শূন্য হবে।

গ ৩(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $9.769\ ms^{-2}$

ঘ ৩(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: দোলনকাল 0.003125 sec বাড়বে।

প্রশ্ন ▶ ৬০ একটি উপগ্রহ নিজ অক্ষে 10 ঘন্টায় একবার আবর্তন করে। এর ব্যাস $14 \times 10^4 m$। $10^4 kg$ ভরবিশিষ্ট একটি নভোযান উপগ্রহটিতে অবতরণ করল। *[বান্দরবান সরকারি কলেজ]*

ক. মুক্তিবেগ কি? ১
খ. আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ২
গ. উপগ্রহের নিজ অক্ষের ঘূর্ণনের কারণে নভোযানের ওজন কত হ্রাস পাবে? ৩
ঘ. যদি উপগ্রহটির আবর্তনকাল 24 hr হয় তবে সেটি কি চাঁদ হতে পারে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ আমের ওপর শুধুমাত্র কেন্দ্রমুখী বল কাজ করে, কেন্দ্রবিমুখী বল শূন্য। এ কারণে আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ একটি নির্দিষ্ট বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে বলে একটি কেন্দ্রবিমুখী বল থাকে। উপগ্রহের ওপর প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল পরস্পর সমান হওয়ায় তা আছড়ে পড়ে না।

গ নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের কারণে সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল,

$F_c = m\omega^2 r$
$= m\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{d}{2}$
$= 10^4 \cdot \frac{4\pi^2}{(10 \times 3600)^2} \times \frac{14 \times 10^4}{2}$
$= 21.32\ N$

দেয়া আছে,
নিজ অক্ষে ঘূর্ণনকাল,
$T = 10h = 10 \times 3600s$
কক্ষের ব্যাস, $d = 14 \times 10^4\ m$
নভোযানের ভর, $m = 10^4\ kg$

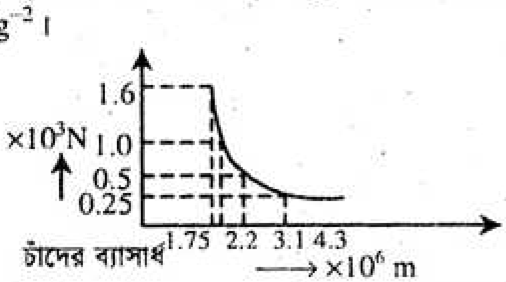
∴ নভোযানের হারানো ওজন = 21.32 N **(Ans.)**

ঘ যদি আবর্তনকাল T = 24h হয় তবে উপগ্রহের মহাকর্ষজ ত্বরণ হ্রাসের মান হবে,

$\Delta g = \omega^2 r$
$= \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{d}{2}$
$= \frac{4\pi^2}{(24 \times 3600)^2} \cdot \frac{14 \times 10^4}{2}$
$= 3.7 \times 10^{-4}\ ms^{-2}$
$= 3.78 \times 10^{-3}\%$ of g. [এখানে, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ।]

অর্থাৎ, গ্রহটির ঘূর্ণনকাল 24 h হলে সেখানে g এর মান পৃথিবীতে g এর মানের তুলনায় মাত্র $3.78 \times 10^{-3}\ \%$ কমবে। কিন্তু আমরা জানি, চাঁদে g এর মান পৃথিবীর g এর মানের তুলনায় প্রায় $\frac{5}{6} = 83.33\%$ কম। তাই ঘূর্ণনকাল 24 h হলেও উপগ্রহটি চাঁদ হতে পারে না।

প্রশ্ন ▶ ৬১ লেখচিত্রে দেখানো হলো চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r, চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন। দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 m$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8\ ms^{-2}$, $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^{-2}kg^{-2}$।



[পলাশবাড়ী সরকারি কলেজ]

ক. গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি লেখ। ১
খ. পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবী পৃষ্ঠ ও চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে 2.55×10^6 m উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা করো। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ আমরা জানি, টর্ক কৌণিক বেগের পরিবর্তন ঘটায় বা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কোনো টর্কের প্রয়োজন হয় না। যেহেতু পৃথিবী সমকৌণিক বেগে ঘুরছে, সেহেতু এর উপর কোনো টর্ক ক্রিয়া করে না।

গ এখন, চন্দ্রপৃষ্ঠে ত্বরণের মান,

$g_m = \frac{F}{m}$

$= \frac{1.6 \times 10^3}{1 \times 10^3}$

$= 1.6\ ms^{-2}$

আবার, $g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$

$\therefore M_m = \frac{g_m \times R_m^2}{G}$

$= \frac{1.6 \times (1.75 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11}}$

$= 7.34 \times 10^{22}$ kg **(Ans.)**

এখানে,
চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1.75 \times 10^6$ m
চন্দ্রপৃষ্ঠে বল, $F = 1.6 \times 10^3$ N
বস্তুর ভর, m = 1000 kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
চন্দ্রের ভর, M_m = ?

ঘ

এখন,

$g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$

$\therefore M_e = \frac{g_e \times R_e^2}{G}$

$= \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11}}$

$= 6 \times 10^{24}$ kg

এখানে,
'গ' হতে পাই, চন্দ্রের ভর,
$M_m = 7.34 \times 10^{22}$ kg
চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1.75 \times 10^6$ m
পৃথিবীর ভর, M_e = ?
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6$ m
উচ্চতা, $h = 2.55 \times 10^6$m
পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

আবার, h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

চাঁদের ক্ষেত্রে, $g'_m = \frac{GM_m}{(R_m + h)^2}$ .... (i)

এবং পৃথিবীর ক্ষেত্রে $g'_e = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$ .... (ii)

$\therefore \frac{g_e'}{g_m'} = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \times \frac{(R_m + h)^2}{GM_m}$

$= \frac{(R_m + h)^2}{(R_e + h)^2} \times \frac{M_e}{M_m}$

$= \frac{(1.75 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6)^2}{(6.4 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6)^2} \times \frac{6 \times 10^{24}}{7.34 \times 10^{22}}$

$= 18.87$

$\therefore \frac{F_i'}{F_m'} = \frac{mg_e'}{mg_m'} = 18.87$

$\therefore F_e' = 18.87\ F_m'$

অর্থাৎ 2.55×10^6m উচ্চতায় বস্তুর উপর পৃথিবীর অভিকর্ষজ বল, চন্দ্রের মহাকর্ষ বলের 18.87 গুণ।

প্রশ্ন ▶ ৬২ মহাবিশ্বের কোনো একটি গ্রহ যার ব্যাসার্ধ পৃথিবীর অর্ধেক কিন্তু ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের চারগুণ। উক্ত গ্রহের এলিয়েনরা মহাকাশে ত্রাস সৃষ্টি করেছিল। তাই পৃথিবী হতে বিজ্ঞান একাডেমির প্রধান জসিম সাহেব ক্যাপ্টেন শাহরিয়ার এর নেতৃত্বে একটি মহাকাশ যান সেই গ্রহে পাঠালেন এবং সেই গ্রহের পরিস্থিতি বিবেচনার জন্য একটি ভূস্থির উপগ্রহ পাঠালেন। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m এবং ঘনত্ব $5.5 \times 10^3\ kgm^{-3}$) *[নরসিংদী বিজ্ঞান কলেজ, নরসিংদী]*

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কি? ১

খ. সূর্যের কাছে আসলে গ্রহগুলো দ্রুত চলে কেন? ২

গ. ক্যাপ্টেন শাহরিয়ার উক্ত গ্রহ হতে ফিরতে চাইলে ন্যূনতম কত বেগে তাকে মহাকাশযান চালাতে হবে। ৩

ঘ. উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 1000 km ও 1500 km উচ্চতায় উপগ্রহটির বেগ এক হবে না— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভরের কোনো বস্তুকে অসীম দূরত্ব হতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ গ্রহ সম্পর্কিত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, গ্রহ তার উপবৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনকালে সূর্য ও গ্রহের সংযোজক সরল রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে। এ কারণেই সূর্যের কাছাকাছি এলে গ্রহের বেগ বেড়ে যায়।

গ ক্যাপ্টেন শাহরিয়ার উক্ত গ্রহ থেকে ফিরতে চাইলে তাকে ঐ গ্রহের মুক্তিবেগ অপেক্ষা বেশি বেগে রওনা দিতে হবে।

উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g = \frac{GM}{R^2}$

$= \frac{G\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2}$ $[\because M = V\rho]$

$= \frac{4}{3}\rho G\pi R$

$= \frac{4}{3} 4\rho_e . G . \pi \frac{R_e}{2}$

$= \frac{8}{3}\rho_e G\pi R_e$

উক্ত গ্রহের ব্যাসার্ধ,
$R = \frac{1}{2} \times$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ
$= \frac{R_e}{2}$
ঘনত্ব, $\rho = 4 \times$ পৃথিবীর ঘনত্ব
$= 4\rho_e$
পৃথিবীতে, $g_e = 9.8\ ms^{-2}$
পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho_e = 5.5 \times 10^3\ kg/m^3$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6$ m

$= \frac{8}{3} \times (5.5 \times 10^3) \times 6.673 \times 10^{-11} \times 3.1416 \times 6.4 \times 10^6$

$= 19.678\ m/s^2$

$\therefore$ মুক্তিবেগ, $v = \sqrt{2gR}$

$= \sqrt{2 \times g \times \frac{R_e}{2}}$

$= 2\sqrt{2 \times 19.678 \times \frac{6.4 \times 10^6}{2}}$

$= 11247$ m/s

$= 11.247$ km/s **(Ans.)**

ঘ 1000 km উচ্চতায় বেগ,

$v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$

$= \sqrt{\frac{G . \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R + h}}$

$= \sqrt{\frac{G . \frac{4}{3}\pi \frac{R_e^3}{8} 4\rho_e}{\left(\frac{R_e}{2} + h\right)}}$

$= \sqrt{\frac{\frac{2}{3}\pi G\rho_e R_e^3}{\frac{R_e}{2} + h}}$

$= \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \times \pi \times 6.673 \times 10^{-11} \times 5.5 \times 10^3 \times (6.4 \times 10^6)^3}{\frac{6.4 \times 10^6}{2} + 1000 \times 10^3}}$

$= 6.924$ km/s **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
উক্ত গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{R_e}{2}$
ঘনত্ব, $\rho = 4\rho_e$

অনুরূপভাবে, 1500 km উচ্চতায় বেগ,

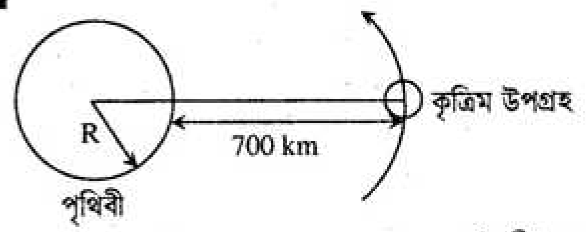
$v' = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}\pi G\rho_e R_e^3}{\frac{R_e}{2} + h}}$

$= \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \times \pi \times 6.673 \times 10^{-11} \times 5.5 \times 10^3 \times (6.4 \times 10^6)^3}{\frac{6.4 \times 10^6}{2} + 1.5 \times 10^6}}$

$= 6.55$ km/s $< v$

অতএব, পৃষ্ঠ হতে 1000 km ও 1500 km উচ্চতায় উপগ্রহটির বেগ সমান হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৬৩



[লক্ষ্মীপুর সরকারি কলেজ]

উপরের চিত্রে প্রদর্শিত M দ্বারা পৃথিবীর ভর এবং R দ্বারা পৃথিবীর ব্যাসার্ধ নির্দেশ করা হয়েছে। ($M = 6 \times 10^{24}$ kg, $R = 6.4 \times 10^6$m)

ক. ভেক্টর বিভাজন কী? ১
খ. সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কী? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

১৭ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

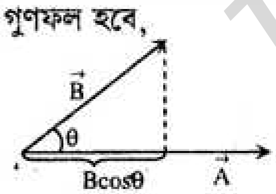
প্রশ্ন ▶ ৬৪ সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবী ও মঙ্গল গ্রহের কক্ষপথের গড় ব্যাসার্ধে অনুপাত 3 : 4 পৃথিবীতে 365 দিনে এক বছর। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ। *[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. ভূস্থির উপগ্রহ কী? ১
খ. ডট গুণন ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপক অনুসারে মঙ্গল গ্রহে কত দিনে এক বছর নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উদ্দীপক অনুসারে কোন গ্রহে মুক্তি বেগ বেশি হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর অক্ষীয় আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ দুটি ভেক্টরের গুণফল যদি একটি স্কেলার রাশি হয় তবে ঐ গুণনকে স্কেলার গুণন বা ডট গুণন বলে।
ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ θ।
সুতরাং এদের স্কেলার গুণফল হবে,



$\vec{A} . \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos\theta$
$= AB \cos\theta$
$= |\vec{A}|$ এর মান $\times \vec{B}$ এর অনুভূমিক উপাংশ এর মান।
আবার, $\vec{A} . \vec{B} = BA \cos\theta$
$= |\vec{B}|$ এর মান $\times \vec{A}$ এর অনুভূমিক উপাংশের মান।

গ মঙ্গল গ্রহের পর্যায়কাল T_M হলে, T_M দিনে এতে এক বছর হবে।

$\therefore \left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2 = \frac{R_M^3}{R_E^3}$

বা, $T_M = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^{\frac{3}{2}} \times T_E$

এখানে,
পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T_E = 365$ day
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_E ও
মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, R_M হলে, $\frac{R_E}{R_M} = \frac{3}{4}$

$= \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \times 365$
$= 561.95 \approx 562$ days.
উদ্দীপক অনুসারে, মঙ্গল গ্রহে 562 দিনে এক বছর হবে **(Ans.)**

ঘ মঙ্গলগ্রহে মুক্তিবেগ, v_M ও পৃথিবীতে মুক্তিবেগ, v_E হলে,

$$\frac{v_M}{v_E} = \frac{\sqrt{2\frac{GM_M}{R_M}}}{\sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}}$$
$$= \sqrt{\frac{M_M}{M_E} . \frac{R_E}{R_M}}$$
$$= \sqrt{0.11 \times \frac{1}{0.532}}$$
$$= 0.45$$

এখানে,
মঙ্গল গ্রহের ভর, M_M পৃথিবীর ভর M_E এর 0.11 গুণ
$\therefore M_M = 0.11 M_E$
মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ R_M
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_E এর 0.532 গুণ
$\therefore R_M = 0.632 R_E$

$\therefore \frac{v_M}{v_E} < 1$
বা, $v_M < v_E$
অর্থাৎ পৃথিবীর মুক্তিবেগ মঙ্গল গ্রহের মুক্তিবেগ অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ▶ ৬৫ পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে 24 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে। এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms^{-2}। *[রানি ভবানি মহিলা কলেজ, নাটোর]*

ক. কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. বিষুবীয় অঞ্চলের বস্তুর ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা করো। ২
গ. পৃথিবীর 45° অক্ষাংশের অবস্থিত অঞ্চলের অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
ঘ. বিষুব অঞ্চলে অবস্থিত কোন বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কিরূপ পরিবর্তন করতে হবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

খ আমরা জনি, ওজন হচ্ছে বস্তুর ভর ও অভিকর্ষজ ত্বরণের গুণফল। সুতরাং যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম সেখানে বস্তুর ওজনও কম। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বিষুবীয় অঞ্চলের দূরত্ব বেশি হওয়া এবং পৃথিবীর ঘূর্ণনের ফলে বিষুবীয় অঞ্চলে কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হওয়ার কারণে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম হয়। তাই অন্য অঞ্চল থেকে কোনো বস্তুকে বিষুবীয় অঞ্চলে আনলে ওজন হ্রাস পায়।

গ ২০(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ২০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৬ একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে 3.2×10^6m এবং 4×10^{24}kg। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}। একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হল। *[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় অ্যান্ড কলেজ]*

ক. পরিমাপের লম্বন ত্রুটি কাকে বলে? ১
খ. অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ-ভেক্টর ব্যাখ্যা করো। ২
গ. মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
ঘ. প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ মূল বস্তুটির মুক্তিবেগের এক অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই করো। ৪

৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর

৫ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৭ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.37 \times 10^6 m$, ভর $5.9 \times 10^{24} kg$। পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে 8000km উপরে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। *[বরিশাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষ বল পরিবর্তন বল কেন? ২

গ. কৃত্রিম উপগ্রহের উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? ৩

ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটিকে ভূ-স্থির উপগ্রহ হিসাবে বিবেচনা করা যাবে কী? উত্তরের পক্ষে তোমার যুক্তি দাও। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ মহাকর্ষ বল হলো দুটি বস্তুর ভরের কারণে তাদের মধ্যে প্রযুক্ত বল। যা তাদের ভারকেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যাস্তানুপাতিক। অর্থাৎ একটি বস্তুর উপর অন্য একটি বস্তুর মহাকর্ষ বলের মান তাদের দূরত্ব পরিবর্তন হওয়ার সাথে সাথে পরিবর্তিত হয়। তাই মহাকর্ষ বল একটি পরিবর্তনশীল বল।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : $1.9066 ms^{-2}$

ঘ ৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : 4.8hr. ভূ-স্থির উপগ্রহ নয়।

প্রশ্ন ▶ ৬৮ উদ্দীপকটি পড় এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অনুভূমিকভাবে একটি উড়োজাহাজ চলছিল। হঠাৎ উড়োজাহাজের উচ্চতামাপক যন্ত্রটি নষ্ট হওয়ায় পাইলট বিকল্পভাবে উচ্চতা নির্ণয়ের জন্য স্প্রিং নিক্তির সাহায্যে 1 kg ভরের একটি বাটখারা মেপে দেখলেন যে ওজন 9.78 N হয়।
[পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $= 9.8 ms^{-2}$] *[সরকারি আজিজুল হক কলেজ বগুড়া]*

ক. ভূ-স্থির কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তি বেগের মান ভিন্ন হয় কেন? ২

গ. উড়োজাহাজটি কত উচ্চতায় চলছিল? ৩

ঘ. উড়োজাহাজ কত বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা নিজেদেরকে ওজনহীন অনুভব করবে? গাণিতিকভাবে উপস্থাপন করো। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবী থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ পৃথিবী ও চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের ভিন্নতার কারণে পৃথিবী ও চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তিবেগের মান ভিন্ন। আমরা জানি, চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের $\frac{1}{6}$ গুণ। আবার চন্দ্রের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ গুণ।

$\therefore$ পৃথিবী পৃষ্ঠে মুক্তি বেগ, $v_e = \sqrt{2gR}$

$\therefore$ চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তি বেগ $v_{m'} = \sqrt{2 \times {}^g/_6 \times {}^R/_4}$

$$\Rightarrow v_{m'} = \sqrt{\frac{2g R}{24}}$$

$$\Rightarrow v_{m'} = \frac{1}{\sqrt{24}} \times v_e$$

এ কারণে পৃথিবী ও চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তিবেগের মান ভিন্ন।

গ এখানে, উড়োজাহাজে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 9.78 ms^{-2}$
পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
উড়োজাহাজের উচ্চতা, h = ?
আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ থেকে ক্ষুদ্র উচ্চতর কোন স্থানে

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$$

$$\text{বা, } h = \frac{R}{2}\left(1 - \frac{g'}{g}\right)$$

$$= \frac{R}{2}\left(1 - \frac{g'}{g}\right)$$

$$= \frac{6.4 \times 10^6}{2}\left(1 - \frac{9.78}{9.8}\right)$$

$$= 6530.6 \text{ m } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ এখানে, h= 6530.6 m ['গ' থেকে প্রাপ্ত]
ওজনশূন্য হওয়ার জন্য উড়োজাহাজের কেন্দ্রমুখী বল এবং উড়োজাহাজের উপর মহাকর্ষ বল সমান হতে হবে।

$$\therefore \frac{mv^2}{R + h} = \frac{GMm}{(R + h)^2}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 6530.6)}}$$

$$\therefore v = 7921.4 ms^{-1}$$

সুতরাং উড়োজাহাজটি $7921.4 ms^{-1}$ বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা নিজেদেরকে ওজনহীন অনুভব করবে।

ষষ্ঠ অধ্যায় : মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

২০০. পড়ন্ত বস্তুর কয়টি সূত্র রয়েছে? (জ্ঞান)
ক) ২ খ) ৩
গ) ৪ ঘ) ৫ — খ

২০১. মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর 1s, 2s ও 3s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত— (প্রয়োগ)
ক) 1 : 2 : 3 খ) 1 : 4 : 9
গ) 1 : 3 : 9 ঘ) 1 : 3 : 5 — খ

২০২. পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের কীরূপ? (জ্ঞান)
ক) সমানুপাতিক খ) ব্যাস্তানুপাতিক
গ) বর্গের সমানুপাতিক
ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক — গ

২০৩. পড়ন্ত বস্তুর সময় দ্বিগুণ করলে বেগ কত হবে? (জ্ঞান)
ক) চারগুণ খ) পাঁচ গুণ
গ) দ্বিগুণ ঘ) ছয় গুণ — গ

২০৪. স্থির অবস্থান থেকে একটি বস্তু 1 সেকেন্ড h দূরত্ব অতিক্রম করল, 3 সেকেন্ডে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? (উচ্চতর দক্ষতা)
ক) 8h খ) 6h
গ) 9h ঘ) 3h — গ

২০৫. গ্রহগুলির গতিপথ উপবৃত্তাকার এই সূত্রটি কোন বিজ্ঞানীর? (জ্ঞান)
ক) টলেমী খ) কেপলার
গ) পীথাগোরাস ঘ) গ্যালিলিও — খ

২০৬. 'যেকোনো গ্রহ এবং সূর্যের সাথে সংযোগকারী রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে'—এটি কোন সূত্র নামে পরিচিত? (জ্ঞান)
ক) কেপলারের প্রথম সূত্র
খ) কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র
গ) কেপলারের তৃতীয় সূত্র
ঘ) কেপলারের চতুর্থ সূত্র — খ

২০৭. কেপলারের প্রথম সূত্রের অপর নাম কী ? (জ্ঞান)
ক) কক্ষের সূত্র খ) ক্ষেত্রফলের সূত্র
গ) পর্যায়কালের সূত্র ঘ) নাভির সূত্র — ক

২০৮. সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব r এবং গ্রহের পর্যায়কাল T হলে কোনটি সঠিক?
ক) $T \propto r^3$ খ) $T^3 \propto r^3$
গ) $T^2 \propto \frac{1}{r^3}$ ঘ) $T^2 \propto r^3$ — ঘ

২০৯. একটি নক্ষত্রের চারদিকে দুটি গ্রহ A ও B প্রদক্ষিণরত। এদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 2 : 3; A গ্রহের আবর্তনকাল 4×10^8sec হলে B গ্রহের আবর্তনকাল কত? (প্রয়োগ)
ক) 6.35×10^8sec খ) 7.35×10^8sec
গ) 8.35×10^8sec ঘ) 9.35×10^8sec — খ

২১০. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি? (জ্ঞান) *[সরকারি কে.সি. কলেজ, ঝিনাইদহ]*
ক) $L^3M^{-1}T^{-2}$ খ) ML^2T^{-2}
গ) $M^3L^{-2}T^{-2}$ ঘ) ML^3T^{-1} — ক

২১১. একজন লোক একটি মোটর গাড়িতে বসে আছে। তার ভর 70 kg. মোটর গাড়িটি $4ms^{-2}$ ত্বরণসহ চলছে। লোকটির ওপর অভিকর্ষজ বল কত? (প্রয়োগ) *[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]*
ক) 886 N খ) 686 N
গ) 70 N ঘ) শূন্য — খ

২১২. 10 kg ভরের দুটি বল রাখলে তাদের মধ্যে অভিকর্ষ বলের মান কত? (প্রয়োগ)
ক) 6.67×10^{-7}N খ) 6.67×10^{-10}N
গ) 6.67×10^{-9}N ঘ) 6.67×10^{-5}N — গ

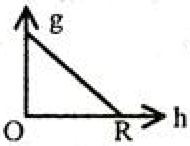
২১৩. 300 kg ও 200 kg ভরের দুটি বস্তু 1.5m দূরে অবস্থিত।
$G = 6.673\times10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2} হলে এদের মধ্যকার আকর্ষণ বলের মান কত? (প্রয়োগ)
ক) 17.79×10^{-4}N খ) 17.79×10^{-5}N
গ) 17.79×10^{-6}N ঘ) 17.79×10^{-7}N — ঘ

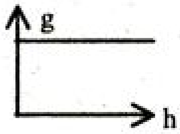
২১৪. ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ কোনটি? (জ্ঞান)
ক) $g = \frac{GM}{R}$ খ) $g = \frac{GM}{R^2}$
গ) $g = \frac{GM}{d^2}$ ঘ) $g = \frac{GM}{d}$ — খ

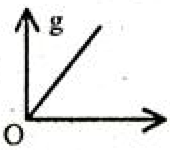
২১৫. যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা হয় তাহলে এক বছরে কত দিন হবে? *ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*
ক) 129 খ) 182
গ) 365 ঘ) 730 — ক

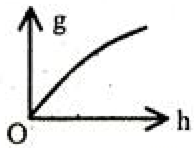
২১৬. E মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তু রাখলে তার ওপর কী পরিমাণ বল ক্রিয়া করবে ? (অনুধাবন)
ক) $\frac{E}{m}$ খ) Em
গ) Em^2 ঘ) $\frac{E}{m^2}$ — খ

২১৭. অভিকর্ষজ ত্বরণ g বনাম পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে গভীরতা h এর লেখচিত্র কোনটি?

ⓚ 

ⓔ 

ⓖ 

ⓘ 

ক

২১৮. ভূপৃষ্ঠ হতে 400 km অভ্যন্তরে ও ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের অনুপাত বের কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km (প্রয়োগ)

ক 16 : 19   খ 15 : 16
গ 3 : 5   ঘ 5 : 7   খ

২১৯. ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g_h ও ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর অনুপাত, $\frac{g_h}{g}$ = কত? (প্রয়োগ)

ক $1-\frac{h}{R}$ খ $1-\frac{2h}{R}$
গ $1+\frac{2h}{R}$ ঘ $1+\frac{h}{R}$ খ

২২০. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে g এর মান— (জ্ঞান)

ক হ্রাস পাবে   খ বৃদ্ধি পাবে
গ অপরিবর্তিত থাকবে   ঘ শূন্য হবে   খ

২২১. পৃথিবীর মুক্তিবেগ কত? (জ্ঞান)

ক 11.2 kms^{-1} খ 11.4 kms^{-1}
গ 11.6 kms^{-1} ঘ 11.8 kms^{-1} ক

২২২. ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে সেখানে মুক্তিবেগের মান কত? (জ্ঞান)

ক $\sqrt{gR}$ খ $\sqrt{2gR}$
গ $g\sqrt{R}$ ঘ $R\sqrt{g}$ খ

২২৩. বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.9×10^{27}kg এবং 7×10^{7}m হলে এর মুক্তিবেগে কত? (প্রয়োগ)

ক $6.02\times10^{3}ms^{-1}$ খ $6.02\times10^{4}ms^{-1}$
গ $6.02\times10^{5}ms^{-1}$ ঘ $6.02\times10^{6}ms^{-1}$ খ

২২৪. গ্রহগতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র মতে—

i. সূর্যকে একটি ফোকাসে রেখে প্রত্যেক গ্রহ উপবৃত্তকার পথে পরিমাণ করে
ii. গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে
iii. সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের বর্গের সমানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii
গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   ক

২২৫. পড়ন্ত বস্তুর ৩য় সূত্রের ক্ষেত্রে— (অনুধাবন)

i. অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের সমানুপাতিক
ii. অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক
iii. $\frac{h_1}{t_1^2}$ ধ্রুবক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii
গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   গ

২২৬. দুটি বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষ বল ক্রিয়াকালীন সময়ে এদের ভর পরিবর্তিত হলে — (অনুধাবন)

i. এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব পরিবর্তিত হবে
ii. এদের মধ্যকার মহাকর্ষ বল পরিবর্তিত হবে
iii. G ধ্রুব থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii
গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   গ

২২৭. $g = \frac{GM}{R^2}$ সমীকরণ ব্যবহারে R এর মান সবচেয়ে বেশি— (অনুধাবন)

i. বিষুবরেখা বরাবর
ii. 0° অক্ষাংশে
iii. ভূপৃষ্ঠের যে স্থানে ঘূর্ণনগতির রৈখিক দ্রুতি সর্বাপেক্ষা বেশি

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii
গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   ঘ

২২৮. কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে — (অনুধাবন)

i. সর্বত্র এর প্রভাব সমান থাকে
ii. বিভিন্ন বিন্দুতে এর প্রভাব বিভিন্ন হয়
iii. নিকটবর্তী বিন্দুতে প্রাবল্যের মান বেশি হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii   খ i ও iii
গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii   গ

২২৯. পৃথিবীর আহ্নিক গতির কারণে ভূপৃষ্ঠস্থ বস্তুর — (উচ্চতর দক্ষতা)

i. পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দিতে হয়
ii. এর ওজন হ্রাস পায়
iii. অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মান হ্রাস পায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　　খ i ও iii
গ ii ও iii　　ঘ i, ii ও iii　　**ঘ**

২৩০. বিষুবরেখা হতে ক্রমাগত মেরু অঞ্চলের দিকে অগ্রসর হলে— (অনুধাবন)

i. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R-এর মান কমতে থাকবে
ii. অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মান বাড়তে থাকবে
iii. মেরুতে এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　　খ i ও iii
গ ii ও iii　　ঘ i, ii ও iii　　**ঘ**

২৩১. কোনো গ্রহ পৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে মুক্তিবেগের মান নির্ভর করবে না — (অনুধাবন)

i. বস্তুর ভরের ওপর
ii. গ্রহের ব্যাসার্ধের ওপর
iii. নিক্ষেপণ কোণের ওপর

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　　খ i ও iii
গ ii ও iii　　ঘ i, ii ও iii　　**খ**

২৩২. কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তিবেগ অপেক্ষা বেশি হলে বস্তুটি— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. পরাবৃত্ত পথে পৃথিবীপৃষ্ঠ ছেড়ে যায়
ii. চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হয়
iii. পৃথিবীতে আর ফিরে আসে না

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　　খ i ও iii
গ ii ও iii　　ঘ i, ii ও iii　　**খ**

২৩৩. পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার সময় কৃত্রিম উপগ্রহ— (উচ্চতর দক্ষতা)

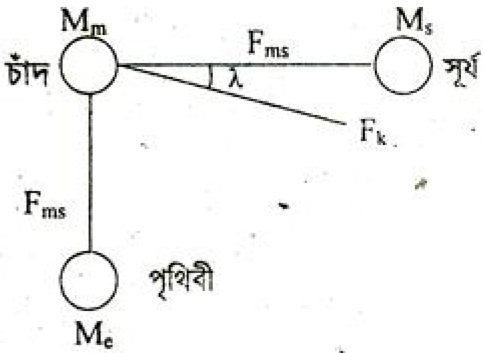
i. কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করে
ii. প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল পৃথিবীর আকর্ষণ থেকে জোগাড় করে
iii. শূন্যমানের লব্ধি বল অনুভব করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii　　খ i ও iii
গ ii ও iii　　ঘ i, ii ও iii　　**ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ২৩৪ - ২৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

7.36×10^{22} ভরের চাঁদ থেকে 5.98×10^{24} kg ভরের আমাদের এ পৃথিবী ও 1.99×10^{30} kg ভরের সূর্যের দূরত্ব যথাক্রমে 3.85×10^{5}km ও 1.50×10^{8} km. পৃথিবী ও সূর্য চাঁদের সাথে সমকোণে অবস্থিত।



২৩৪. পৃথিবী কর্তৃক চাঁদের ওপর প্রযুক্ত বল কত হবে? (প্রয়োগ)

ক 1.98×10^{10}N　　খ 1.98×110^{20}N
গ 2.98×10^{10}N　　ঘ 2.98×10^{20}N　　**খ**

২৩৫. মোট প্রযুক্ত বলের মান- (প্রয়োগ)

ক 4.34×10^{20}N　　খ 4.77×10^{24}N
গ 6.77×10^{20}N　　ঘ 6.77×10^{24}N　　**ক**

২৩৬. পৃথিবী কর্তৃক চাঁদের ওপর প্রযুক্ত বল ও সূর্য কর্তৃক চাঁদের ওপর প্রযুক্ত বলের অনুপাত (প্রয়োগ)

ক 2.98 : 1.34　　খ 4.34 : 1.98
গ 1.98 : 4.34　　ঘ 2.34 : 2.98　　**খ**

উদ্দীপকটি পড়ে ২৩৭ - ২৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একজন বিজ্ঞানী মুক্তিবেগ নিয়ে চিন্তাভাবনা করছিলেন। তার কাছে উপাত্ত আছে, কোনো গ্রহের ভর 4×10^{24}kg এবং ব্যাসার্ধ 6×10^{6}m।

২৩৭. ঐ গ্রহে মুক্তিবেগের মান কত? (প্রয়োগ)

ক 5.67 kms^{-1}　　খ 6.67 kms^{-1}
গ 7.67 kms^{-1}　　ঘ 8.67 kms^{-1}　　**খ**

২৩৮. কোনো বস্তুকে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ হতে $4.717 \times 10^{3} ms^{-1}$ বেগে উৎক্ষেপণ করা হলে বস্তুটি — (উচ্চতর দক্ষতা)

i. বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে
ii. চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে
iii. পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র অতিক্রম করে বাইরে চলে যাবে

নিচের কোনটি সঠিক?

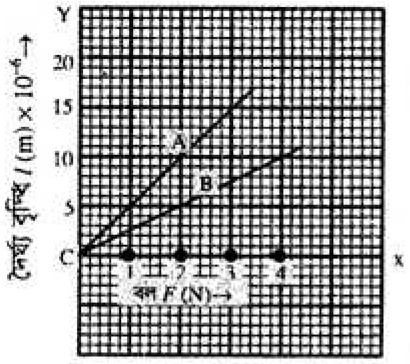
ক i ও ii　　খ i ও iii
গ ii ও iii　　ঘ i, ii ও iii　　**ক**

২৩৯. ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে নিম্নের কোন বেগে উৎক্ষেপণ করলে তা পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করতে থাকবে? (প্রয়োগ)

ক 4.67 kms^{-1}　　খ 5.67 kms^{-1}
গ 6.67 kms^{-1}　　ঘ 7.67 kms^{-1}　　**খ**

অধ্যায়-৭: পদার্থের গাঠনিক ধর্ম

প্রশ্ন ▶১ চিত্র অনুসারে A তারের আদি দৈর্ঘ্য 1 m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1\ mm^2$। অপরদিকে 2 m দৈর্ঘ্যের B তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $1.2 \times 10^{11}\ N{\cdot}m^{-2}$। তার দুটির একটি অপেক্ষাকৃত মোটা এবং অপরটি অধিক স্থিতিস্থাপক। প্রযুক্ত বলের সাথে তার দুটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির লেখচিত্র চিত্রে প্রদর্শিত হয়েছে। A ও B দুটি তারের একটি দিয়ে বড় একটি বোঝাকে বেঁধে অপর তারটি দিয়ে তা টেনে নিয়ে যাওয়া হলো।



[ঢা. বো. ২০১৭]

ক. বীট বা স্বরকম্প কাকে বলে? ১

খ. একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হতে পারে কিনা তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. A তারটির উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তার দুটির কোনটিকে কোন কাজে ব্যবহার করার উপযোগী তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট, সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরল রেখা বরাবর একই দিকে সঞ্চালিত হতে থাকলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দে তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হতে পারে।

দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে $\vec{A}$ ও $-\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $\pi - \theta$ হবে।

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হলে,

$|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

বা, $\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} = \sqrt{A^2 + (-B)^2 + 2AB\cos(\pi - \theta)}$

বা, $A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\pi - \theta)$

বা, $\cos\theta = \cos(\pi - \theta)$

$\therefore \theta = \pi - \theta$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{2}$ হলে, ভেক্টর দুটির যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হবে।

গ দেওয়া আছে, A তারটির

আদি দৈর্ঘ্য, $L = 1\ m$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 1\ mm^2 = 1 \times 10^{-6}\ m^2$

উদ্দীপকের লেখচিত্র হতে পাই,

প্রযুক্ত বল, $F = 2\ N$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 10 \times 10^{-6}\ m$

ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = ?$

আমরা জানি, $Y = \frac{FL}{Al}$

$= \frac{2 \times 1}{1 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}$

$= 2 \times 10^{11}\ N{\cdot}m^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই,

B তারের,

আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2\ m$

ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 1.2 \times 10^{11}\ N{\cdot}m^{-2}$

প্রযুক্ত বল, $F = 2\ N$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 5 \times 10^{-6}\ m$।

ধরি, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= A_B$

আমরা জানি,

$Y = \frac{FL}{A_B l}$

$A_B = \frac{FL}{Yl}$

$= \frac{2 \times 2}{1.2 \times 10^{11} \times 5 \times 10^{-6}}$

$= 6.67 \times 10^{-6}\ m^2$

অর্থাৎ, A অপেক্ষা B মোটা।

আবার, 2 N বল প্রয়োগে A এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 10×10^{-6} এবং B এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $5 \times 10^{-6}\ m$।

অর্থাৎ, B এর স্থিতিস্থাপকতা বেশি।

অর্থাৎ, B কে বোঝা টানার কাজে ব্যবহার করার উপযোগী এবং A বোঝা বাঁধার কাজে ব্যবহার করার উপযোগী।

প্রশ্ন ▶২ সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তারের ব্যাস যথাক্রমে 1mm, 2mm এবং 3mm। তার তিনটিতে সমান বল $5 \times 10^3 N$ প্রয়োগের ফলে এদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে 5%, 2% এবং 1% হলো। [ঢা. বো. ২০১৬]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ১ম তারটির একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে কোন তারটির স্থিতিস্থাপক সীমা সবচেয়ে বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষনিক বেগ বলে।

খ আমরা জানি, তরলের পৃষ্ঠে কিছু বিভব শক্তি জমা থাকে। এ বিভব শক্তি তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে। তরল পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কম হলে সঞ্চিত বিভব শক্তিও কম হয়। তরল চায় এর বিভব শক্তিকে সর্বনিম্ন রাখতে। সুতরাং সর্বনিম্ন বিভব শক্তিতে থাকতে হলে পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন করতে হবে। একটি নির্দিষ্ট পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হলেই এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন হয়। এ কারণেই পানির ফোঁটা গোলাকৃতি ধারণ করে।

গ প্রথম তারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{1\ mm}{2} = 0.5\ mm = 0.5 \times 10^{-3}\ m$

প্রথম তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_1 = \pi r_1^2 = 3.14 \times (0.5 \times 10^{-3}\ m)^2 = 0.785 \times 10^{-6}\ m^2$

প্রযুক্ত বল, $F = 5 \times 10^3\ N$

বিকৃতি, $\frac{l_1}{L_1} = 5\% = 0.05$

আমরা জানি,

একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি $= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

$$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{A_1} \times \frac{l_1}{L_1}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{5 \times 10^3 \text{ N}}{0.785 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \times 0.05$$
$$= 15.9 \times 10^7 \text{ J}\cdot\text{m}^{-3} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ প্রথম তারের পীড়ন, $\frac{F}{A_1} = \frac{5 \times 10^3 \text{ N}}{0.785 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 6.37 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$

প্রথম তারের বিকৃতি, $\frac{l_1}{L_1} = 5\% = 0.05$

প্রথম তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক,

$$Y_1 = \frac{F/A_1}{l_1/L_1} = \frac{6.37 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}}{0.05} = 12.74 \times 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$$

দ্বিতীয় তারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{2 \text{ mm}}{2} = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$

দ্বিতীয় তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_2 = \pi r_2^2 = 3.14 \times (10^{-3} \text{ m})^2$
$= 3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

দ্বিতীয় তারের পীড়ন, $\frac{F}{A_2} = \frac{5 \times 10^3 \text{ N}}{3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 1.59 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$

দ্বিতীয় তারের বিকৃতি, $\frac{l_2}{L_2} = 2\% = 0.02$

দ্বিতীয় তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক,

$$Y_2 = \frac{F/A_2}{l_2/L_2} = \frac{1.59 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}}{0.02} = 7.96 \times 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$$

তৃতীয় তারের ব্যাসার্ধ, $r_3 = \frac{3 \text{ mm}}{2} = 1.5 \text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$

তৃতীয় তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_3 = \pi r_3^2$
$= 3.14 \times (1.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2$
$= 7.065 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

তৃতীয় তারের পীড়ন, $\frac{F}{A_3} = \frac{5 \times 10^3 \text{ N}}{7.065 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.708 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$

তৃতীয় তারের বিকৃতি, $\frac{l_3}{L_3} = 1\% = 0.01$

তৃতীয় তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক,

$$Y_3 = \frac{F/A_3}{l_3/L_3} = \frac{0.708 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}}{0.01} = 7.08 \times 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$$

দেখা যায়, $Y_1 > Y_2 > Y_3$

সুতরাং প্রথম তারটির স্থিতিস্থাপকতার সীমা সবচেয়ে বেশি।

প্রশ্ন ▶৩ দুটি তারের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 5 mm। তার দুটিকে সমান বলে টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির তিনগুণ হয়। প্রথম তারের পয়সনের অনুপাত 0.5। *[দি. বো. ২০১৫]*

ক. যন্ত্রের কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১

খ. একটি দেয়ালে একটি বল ধাক্কা খেয়ে পিছনে ফিরে আসে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. যখন প্রথম তারের 10% দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে তখন তারের ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পায়? ৩

ঘ. উদ্দীপকের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত ব্যক্ত কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক লভ্য কার্যকর শক্তি এবং মোট প্রদত্ত শক্তির অনুপাতকে যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

খ দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে সংঘর্ষের পর প্রথম বস্তুর শেষ বেগ,

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

দেয়ালের সাথে বলের সংঘর্ষের ক্ষেত্রে, $v_{2i} = 0$ এবং $m_2 >> m_1$। সুতরাং

$v_{1f} = -v_{1i}$ এবং $v_{2f} = 0$

অর্থাৎ দেয়াল স্থির থাকবে এবং বলটি একই বেগ বিপরীত দিকে ফিরে আসবে।

গ দেয়া আছে, প্রথম তারের-

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\frac{\Delta L}{L} = 10\% = 0.1$

ব্যাস, $D = 2$ mm

ব্যাস হ্রাস ΔD হলে পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\Delta D}{D} / \frac{\Delta L}{L}$$

বা, $\frac{\Delta D}{D} = \sigma \times \frac{\Delta L}{L} = 0.5 \times 0.1 = 0.05$

$\therefore \Delta D = 0.05 \times 2 \text{ mm} = 0.1 \text{ mm}$

সুতরাং ব্যাসার্ধ হ্রাস, $\Delta r = \frac{0.1 \text{ mm}}{2} = 0.05 \text{ mm}$ **(Ans.)**

ঘ ধরা যাক, উভয় তারের আদি দৈর্ঘ্য $= L$

প্রথম তারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$

দ্বিতীয় তারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 2.5 \text{ mm} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}$

প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $= l_1$

দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $= l_2$

শর্তানুসারে, $l_1 = 3\, l_2$

প্রথম তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক, $Y_1 = \frac{F}{\pi r_1^2} / \frac{l_1}{L}$

দ্বিতীয় তারের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক, $Y_2 = \frac{F}{\pi r_2^2} / \frac{l_2}{L}$

$$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \times \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{2.5 \times 10^{-3} \text{ m}}{10^{-3} \text{ m}}\right)^2 \times \frac{l_2}{3l_2} = \frac{6.25}{3} = 2.083$$

$\therefore Y_1 = 2.083\, Y_2$

সুতরাং প্রথম তারের স্থিতিস্থাপকতা বেশি।

প্রশ্ন ▶৪ ইতি তার পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে 100 cm লম্বা ও 4 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের নিচ প্রান্তে ভার ঝুলিয়ে এর দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তনের পাঠ নিল এবং তার বান্ধবী বিথীকে বলল যে তার পরীক্ষায় দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তন যথাক্রমে 5% ও 6% পাওয়া গেছে। এটা শুনে বিথী বলল, হতে পারে না। তোমার উপাত্ত সংগ্রহে ভুল হয়েছে। (তারের ইয়ং-এর গুণাংক $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$). *[রা. বো. ২০১৭]*

ক. শিশিরাঙ্ক কী? ১

খ. কোন স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 5 N/m বলতে কী বুঝ? ২

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত তারটির দৈর্ঘ্য 10 mm বৃদ্ধি করতে কত ভার চাপাতে হবে? ৩

ঘ. বিথীর উক্তির যথার্থতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় কোনো স্থানের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে।

খ কোন স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে প্রত্যয়নী বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

সুতরাং, কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 5 N/m বলতে বুঝায় ঐ স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের 1 m সরণ ঘটাতে স্প্রিং এর উপর 5 N বল প্রয়োগ করতে হবে অথবা স্প্রিং এর মুক্তপ্রান্তের 1 m সরণ ঘটলে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে 5 N বল প্রয়োগ করে।

গ দেওয়া আছে,

তারের দৈর্ঘ্য, $L = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 4 \text{ mm}^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 10 \text{ mm} = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$

তারের ইয়ং- এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

বের করতে হবে, প্রযুক্ত ভর, $m = ?$

আমরা জানি,

$$F = \frac{YAl}{L}$$

বা, $mg = \frac{YAl}{L}$

বা, $m = \frac{YAl}{gL}$

$= \frac{2 \times 10^{11} \times 4 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-3}}{9.8 \times 1}$

$= 816.32$ kg **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,
তারটির দৈর্ঘ্য ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে L ও r হলে,
দৈর্ঘ্য পরিবর্তন, $\Delta L = L$ এর (5%)
$= 0.05L$
পার্শ্ব পরিবর্তন, $\Delta r = r$ এর $(\pm 6\%)$
$= \pm 0.06r$
পয়সনের অনুপাত σ হলে,

$$\sigma = \frac{\Delta r}{\Delta L} \times \frac{L}{r} = \frac{(\pm 0.06r) \times L}{(0.05\,L) \times r} = \pm 1.2$$

কোন বস্তুর পয়সনের অনুপাতের মান -1 হতে 0.5 এর মধ্যে হয় অর্থাৎ, $-1 < \sigma < 0.5$ ।
অতএব, বিথীর উক্তিটি যথার্থ।

প্রশ্ন ▶৫ 0.2 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে প্রথম ও দ্বিতীয় তরলে ডুবালে যথাক্রমে 4° এবং 140° স্পর্শকোণ তৈরি হয়। প্রথম ও দ্বিতীয় তরলের পৃষ্ঠটান যথাক্রমে 72×10^{-3} Nm^{-1} এবং 465×10^{-3} Nm^{-1}। *[রা. বো. ২০১৬]*

ক. লব্ধি ভেক্টর কাকে বলে? ১
খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ আলোচনা কর। ২
গ. কৈশিক নলে যে পরিমাণ প্রথম তরল উপরে উঠে তা বের কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের কৈশিক নলে তরলের উত্থান না পতন বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুই বা ততোধিক ভেক্টর যোগে যে ভেক্টর পাওয়া যায় তাকে এদের লব্ধি ভেক্টর বলে।

খ যখন কোনো কণা কোনো বিন্দুকে কেন্দ্র করে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরে তখন এর ত্বরণ হয়, $\vec{a} = -\omega^2 \vec{r} = -\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$ । এখানে $\vec{r}$ হচ্ছে যে কোনো মূহুর্তে কেন্দ্রের সাপেক্ষে কণার অবস্থান ভেক্টর। ত্বরণের রাশিমালা থেকে দেখা যায়, কণার ত্বরণের দিক সর্বদা অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এর বিপরীত দিকে অর্থাৎ কেন্দ্রের দিকে। এটিই কেন্দ্রমুখী ত্বরণ।

গ দেওয়া আছে, (তরলদ্বয়ের ঘনত্ব দেয়া নেই)
প্রথম তরলের পৃষ্ঠটান, $T_1 = 72 \times 10^{-3}\ N{\cdot}m^{-1}$
নলের ব্যাসার্ধ, $r = 0.2 \times 10^{-3}$ m
স্পর্শকোণ, $\theta_1 = 4°$
যেহেতু পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ N{\cdot}m^{-1}$, অতএব উক্ত তরলটি পানি।
তরলের ঘনত্ব (পানি), $\rho_1 = 1000\ kg{\cdot}m^{-3}$
তরলের উচ্চতা, $h_1 = ?$
কৈশিকতার তত্ত্ব থেকে আমরা জানি,

$$T_1 = \frac{h_1 r \rho_1 g}{2\cos\theta_1}$$

বা, $h_1 = \frac{2T_1 \cos\theta_1}{r\rho_1 g}$

$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3} \times \cos 4°}{0.2 \times 10^{-3} \times 1000 \times 9.8}$ m

$= 0.073$m

$\therefore$ কৈশিক নলে তরলের উত্থান 0.073 m **(Ans.)**

ঘ দ্বিতীয় তরলের পৃষ্ঠটান, $T_2 = 465 \times 10^{-3}\ N{\cdot}m^{-1}$
নলের ব্যাসার্ধ, $r = 0.2$ mm $= 0.2 \times 10^{-3}$ m
স্পর্শকোণ, $\theta_2 = 140°$
যেহেতু স্পর্শকোণ 140°, তাই বলা যায় এটি পারদ।
পারদের ঘনত্ব, $\rho_2 = 13.6 \times 10^3\ kg{\cdot}m^{-3}$
আমরা জনি,

$$T_2 = \frac{h_2 r \rho_2 g}{2\cos\theta_2}$$

বা, $h_2 = \frac{2T_2 \cos\theta_2}{r\rho_2 g}$

$= \frac{2 \times 465 \times 10^{-3} \times \cos 140°}{0.2 \times 10^{-3} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8}$ m

$\therefore h_2 = -0.026$ m.

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন থেকে বোঝা যাচ্ছে কৈশিক নলে দ্বিতীয় তরলের অবনমন ঘটেছে অর্থাৎ দ্বিতীয় তরলের অবনমন 0.026 m। (গ) অংশ হতে দেখা যায় প্রথম তরলের আরোহন ঘটেছে 0.073 m। এখানে 0.026 m < 0.073 m
তাই বলা যায় যে, কৈশিক নলে দ্বিতীয় তরলের অবনমন অপেক্ষা প্রথম তরলের উত্থান বেশি ঘটেছে।

প্রশ্ন ▶৬ একই আকারের দশটি পানির ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হল। প্রতিটি ফোঁটার ব্যাস 5×10^{-7} m। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ N{\cdot}m^{-1}$। *[দি. বো. ২০১৭]*

ক. সান্দ্রতা কাকে বলে? ১
খ. পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের বড় ফোঁটার ব্যাস নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের দরুন কোনো প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

খ পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না। এর কারণ হলো বৃষ্টির ফোঁটা যখন বায়ুমণ্ডলের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে তখন অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর উপর বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এ ছাড়া বৃষ্টির ফোঁটার উপর ঊর্ধ্বমুখি প্লবতা বলও কাজ করে এবং এক সময় বৃষ্টির ফোঁটার নিট বল তথা ত্বরণ শূন্য হয়। বৃষ্টির ফোঁটা তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। এই বেগকে অন্ত্যবেগ বলে। এই অন্ত্যবেগ প্রাপ্তির কারণে পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায়না।

গ দেওয়া আছে,
ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10$
ছোট ফোঁটার ব্যাস, $d = 5 \times 10^{-7}$ m
বড় ফোঁটার ব্যাস, $D = ?$
বড় ফোঁটার আয়তন $= N$ সংখ্যক ছোট ফোঁটার আয়তন

বা, $\frac{1}{6}\pi D^3 = N \times \frac{1}{6}\pi d^3$

বা, $D^3 = 10d^3$

বা, $D^3 = 10 \times (5 \times 10^{-7})^3$

বা, $D = 1.077 \times 10^{-6}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,
ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{5 \times 10^{-7}}{2}$ m $= 2.5 \times 10^{-7}$ m
ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10$
পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}\ N{\cdot}m^{-1}$
বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{1.077 \times 10^{-6}}{2} = 5.386 \times 10^{-7}$m

ছোট ফোঁটাগুলি একত্রিত হয়ে বড় ফোঁটা গঠনে কৃতকাজ, উৎপন্ন তাপ, H এর সমান হলে,

$H = 4\pi(Nr^2 - R^2) \times T$

$= 4 \times 3.1416 [10(2.5 \times 10^{-7})^2 - (5.386 \times 10^{-7})^2] \times 72 \times 10^{-3}$

$= 3.03 \times 10^{-13}$ J

এখন পানির ভর, $m = \rho V$

$= \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3$

$= 1000 \times \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (5.386 \times 10^{-7})^3$

$= 6.544 \times 10^{-16}$ kg

আবার, তাপমাত্রার পরিবর্তন $\Delta\theta$ হলে,

$H = ms\Delta\theta$

বা, $\Delta\theta = \frac{H}{ms}$

$= \frac{3.03 \times 10^{-13}}{6.544 \times 10^{-6} \times 4200}$

$= 0.11$ K

$= 0.11$ C°

অতএব, উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রা 0.11 K বা 0.11 C° বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ৭ একটি পরীক্ষাগারে দুইটি কক্ষ। কক্ষ দুইটিতে দুইটি তার ঝুলানো আছে। প্রথম কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 2°C এবং দ্বিতীয় কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 50°C। দ্বিতীয় তারটি প্রথম তার অপেক্ষা মোটা। প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 1m, ব্যাস 5mm, 3kg ভর ঝুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হল 1 cm এবং ব্যাসবৃদ্ধি 0.01 mm। আবার দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য 3m ব্যাস 15 mm সম ভর দেওয়ায় দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি হল 3 cm এবং ব্যাস বৃদ্ধি 0.03 mm। /দি. বো. ২০১৩/

ক. ডেসিবেল কি? ১

খ. সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম ও দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাতের তুলনা কর। ৩

ঘ. তার দুটির মধ্যে কোনটির অসহভার বেশি বলে তুমি মনে কর? মতামত ব্যক্ত কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি শব্দের তীব্রতা অপর একটি শব্দের তীব্রতার দশ গুণ হলে এদের তীব্রতা লেভলের পার্থক্যের দশ ভাগের এক ভাগ হচ্ছে এক ডেসিবেল।

খ সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থান হতে কণার সরণ x হলে যদি এর ওপর ক্রিয়াশীল বল F হয় তবে,

$F \propto -x$ বা, $F = -kx$

এখানে, k হচ্ছে বল ধ্রুবক। কণাটির ভর m হলে, $F = ma$

$\therefore ma = -kx$

ত্বরণ a কে ব্যবকলনের সাহায্যে লিখলে পাই,

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ এখানে, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

উপরের সমীকরণটিই সরল ছন্দিত স্পন্দনের অন্তরক সমীকরণ।

গ প্রথম তারের ক্ষেত্রে,

পয়সনের অনুপাত, $\sigma_1 = -\frac{\Delta D}{D} \times \frac{L}{\Delta L} = -\frac{0.01 \text{ mm} \times 1\text{m}}{5 \text{ mm} \times 0.01\text{m}} = -0.2$

দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাত,

$\sigma_2 = -\frac{\Delta D}{D} \times \frac{L}{\Delta L} = -\frac{0.03 \text{ mm} \times 3\text{m}}{15 \text{ mm} \times 0.03\text{m}} = -0.2$

তারদ্বয়ের পয়সনের অনুপাত সমান।

ঘ তারদ্বয়ের পয়সনের অনুপাত সমান হওয়ায় আমরা ধরে নিতে পারি উভয় তার একই উপাদানের। সুতরাং এদের অসহ পীড়ন সমান। আমরা জানি, অসহ ভার = অসহ পীড়ন × প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

এখন প্রথম ও দ্বিতীয় তারের অসহ ভার যথাক্রমে M_1 ও M_2 হলে,

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \left(\frac{5 \text{ mm}}{15 \text{ mm}}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore M_2 = 9M_1$

অর্থাৎ দ্বিতীয় তারের অসহ ভার প্রথম তারের অসহ ভারের 9 গুণ।

প্রশ্ন ▶ ৮ A ও B দুটি তরল পদার্থ যাদের ঘনত্ব যথাক্রমে 1000 kg·m^{-3} ও 800 kg·m^{-3}। প্রথমে A তরল হতে 0.1 m দৈর্ঘ্যের তারকে অনুভূমিকভাবে উপরে উঠানো হল। পরে 4 mm ব্যাসার্ধের ও 7.8×10^3 kg·m^{-3} ঘনত্বের একটি লোহার গোলককে A ও B উভয় তরলে ছেড়ে দিয়ে দেখা গেল তাদের প্রান্তবেগ যথাক্রমে 2.36×10^2 m·s^{-1} ও 4×10^2 m·s^{-1} [A তরলের পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} N·m^{-1} এবং g = 9.8 m·s^{-2}] /কু. বো. ২০১৭/

ক. স্থিতিস্থাপক সীমা কাকে বলে? ১

খ. তারের সম্প্রসারণে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের তারটিকে উঠানোর সময় প্রযুক্ত বল এর মান হিসাব কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন তরলটি বেশি সান্দ্র—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বলের যে সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করে অর্থাৎ হুকের সূত্র মেনে চলে তাকে ঐ বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

খ বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে কোনো বস্তুকে বিকৃত করলে কিছু কাজ করতে হয় এবং ঐ কাজ বস্তুতে বিভব শক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। স্থিতিস্থাপকতার কারণে বস্তু প্রত্যাবর্তী বল দ্বারা তার বিকারে বাধা দেয়। তাই কোনো বস্তুকে বিকৃত করতে হলে এ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। এ কৃতকাজ দ্বারা সঞ্চিত শক্তিকে স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে। সুতরাং একটি তারের সম্প্রসারণেও স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি সঞ্চিত হয় যার মান—

স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি = $\frac{1}{2}$ × প্রযুক্ত বল × দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি।

গ দেওয়া আছে,

তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.1$ m

A তরলের পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ N·m^{-1}

তার উঠানোর সময় প্রযুক্ত বল, $F = ?$

আমরা জানি, $T = \frac{F}{2l}$

বা, $F = 2lT$

$= 2 \times 0.1 \times 72 \times 10^{-3}$

$= 144 \times 10^{-4}$ N

$= 1.44 \times 10^{-2}$ N **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

A তরলের ঘনত্ব, $\rho_A = 1000$ kg·m^{-3}

B তরলের ঘনত্ব, $\rho_B = 800$ kg·m^{-3}

গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 4$ mm $= 0.004$ m

A তরলে গোলকের প্রান্তবেগ, $v_A = 2.36 \times 10^2$ m·s^{-1}

B তরলে গোলকের প্রান্তবেগ, $v_B = 4 \times 10^2$ m·s^{-1}

গোলকের ঘনত্ব, $\rho_s = 7.8 \times 10^3$ kg·m^{-3}

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m·s^{-2}

ধরি, A তরলের সান্দ্রতা সহগ η_A ও B তরলের সান্দ্রতা সহগ η_B

আমরা পাই, $\eta_A = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_A)g}{9v_A}$

$= \frac{2 \times (0.004)^2 \times (7.8 \times 10^3 - 1000) \times 9.8}{9 \times 2.36 \times 10^2}$

$= 1.004 \times 10^{-3}$ N·s·m^{-2}

অনুরূপভাবে, $\eta_B = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_B)g}{9v_B}$

$= \frac{2 \times (0.004)^2 \times (7.8 \times 10^3 - 800) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^2}$

$= 6.1 \times 10^{-4}$ N·s·m^{-2}

$= 0.61 \times 10^{-3}$ N·s·m^{-2}

অর্থাৎ, $\eta_A > \eta_B$

আবার, A তরল B তরল অপেক্ষা বেশী সান্দ্র।

প্রশ্ন ▶ ৯ রতন 0.1kg ভরের একটি বস্তুকে 0.50m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট্য তারে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে এবং ধারণা করল ঘূর্ণন সংখ্যা 600r.p.m। তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 10^{-6}m^2 এবং অসহ পীড়ন 4.8×10^7 Nm^{-2}। তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2}। /কু. বো. ২০১৬/

ক. অন্তবেগ কাকে বলে? ১

খ. কচু পাতার গায়ে পানি লেগে থাকে না, তবে কাচের গায়ে লেগে থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. অনুচ্ছেদে উল্লিখিত তারটিকে বস্তুসমেত ঝুলিয়ে দেয়া হলে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. রতনের ঘূর্ণন সংখ্যায় ধারণার সত্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রবাহীর মধ্য দিয়ে পড়ন্ত বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলসমূহের লব্ধি শূন্য হলে, বস্তুটি যে ধ্রুব বেগে প্রবাহীর মধ্য দিয়ে পড়তে থাকে তাই অন্তঃবেগ।

খ পানির অণু ও কচু পাতার অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অনুসমূহের মধ্যকার সংসক্তি বল বৃহত্তর মানের। তাই কচু পাতার গায়ে পানি লেগে থাকে না। পক্ষান্তরে পানির অণু ও কাচের অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংসক্তি বল ক্ষুদ্রতর মানের। তাই কাচের গায়ে পানি লেগে থাকে।

গ দেয়া আছে,

বস্তুর ভর, $m = 0.1$ kg

তারের আদি দৈর্ঘ্য, $L = 0.50$ m

তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 10^{-6}$ m^2

তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাংক, $Y = 2 \times 10^{11}$ N·m^{-2}

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m·s^{-2}

তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = ?$

আমরা জানি, $Y = \frac{FL}{Al}$

বা, $l = \frac{mgL}{YA}$

$= \frac{0.1 \times 9.8 \times 0.50}{2 \times 10^{11} \times 10^{-6}}$

$= 2.45 \times 10^{-6}$ m **(Ans.)**

ঘ দেয়া আছে,

বস্তুর ভর, $m = 0.1$ kg

তারের দৈর্ঘ্য তথা বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 0.50$ m

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 600$

সময়, $t = 1$ min = 60 sec.

তারের টান, $F = ?$

কৌণিক বেগ ω হলে,

$F = m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 r$

$= 0.1 \times \left(\frac{2 \times 3.1416 \times 600}{60}\right)^2 \times 0.50$

$= 197.39$ N

আবার, তারের অসহ পীড়ন $= \frac{\text{অসহ বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

বা, অসহ বল = তারের অসহ পীড়ন × ক্ষেত্রফল

$= 4.8 \times 10^7 \times 10^{-6} = 48$ N

লক্ষ করি, $F > 48$

অতএব, রতনের ঘূর্ণন সংখ্যার ধারণা সঠিক নয়। কারণ, ঘূর্ণনসংখ্যা 600 r.p.m হলে তারটি ছিঁড়ে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ১০ 2 mm ও 4 mm ব্যাসের ও অভিন্ন দৈর্ঘ্যের দুটি তার একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলানো হল। তার দুটিতে অভিন্ন ওজন প্রয়োগ করলে দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির এক-তৃতীয়াংশ হল। দ্বিতীয় তারটির পয়সনের অনুপাত 0.4। /চ. বো. ২০১৭/

ক. মহাকর্ষ ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. কৈশিক নলে তরলের উত্থান বা পতনের কারণ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করা হলে ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

খ যখন তরলের নিজস্ব অণুগুলোর মধ্যকার আকর্ষণের তুলনায় তরল-কৌশিক নলের অণুর আকর্ষণ বেশি হয়, তখন তরলটি কৌশিক নলকে ভেজায়। বিপরীতক্রমে যখন তরলের নিজস্ব অণুগুলোর পারস্পরিক আকর্ষণ তুলনামূলক বেশি হয়, তখন তরলটি কৌশিক নলকে ভেজায় না। যখন কোনো তরল কৈশিক নলকে ভিজায় তখন এদের মধ্যকার স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয় ফলে নলের ভিতরের তরলের উপরিতল অবতল আকার ধারণ করায় তলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়। তরলের পৃষ্ঠটান তলের ক্ষেত্রফল কমিয়ে সমতল করার চেষ্টা করে। এতে একটা উর্ধ্বমুখী বল উৎপন্ন হয় বলে নলের ভিতরে তরল উপরে উঠে। আর যখন তরল কৈশিক নলকে ভিজায় না তখন এদের মধ্যকার স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হয়। ফলে নলের ভিতরে তরলের উপরিতল উত্তল আকার ধারণ করে। তরলের পৃষ্টটান তা সমতল করার চেষ্টা করে বলে একটি নিম্নমুখী বল উৎপন্ন হয়। এতে নলের ভিতরের তরলের পতন ঘটে।

গ দেওয়া আছে, দ্বিতীয় তারের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{4}{2}$ mm = 2 mm

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\frac{\Delta L}{L} = 5\% = \frac{5}{100} = 0.05$

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.4$

∴ ব্যাসার্ধের পরিবর্তন, $\Delta r = ?$

আমরা জানি,

$\sigma = -\frac{L}{r}\frac{\Delta r}{\Delta L}$

বা, $\Delta r = -\sigma r \frac{\Delta L}{L}$

বা, $\Delta r = -0.4 \times 2 \times 0.05$

∴ $\Delta r = -0.04$ mm

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে ব্যাসার্ধ হ্রাস পেয়েছে। সুতরাং ব্যাসার্ধ হ্রাস 0.04 mm **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

১ম তারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 2$ mm/2 = 1 mm

২য় তারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 4$ mm/2 = 2 mm

ধরি, প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_1 = l$

∴ দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_2 = \frac{l}{3}$

উভয় তারের আদি দৈর্ঘ্য = L

উভয় তারের প্রযুক্ত বল = F

১ম তারের ইয়ং এর গুণাংক = Y_1

২য় তারের ইয়ং এর গুণাংক = Y_2

আমরা পাই,

$$Y_1 = \frac{FL}{A_1 l_1}$$

$$Y_2 = \frac{FL}{A_2 l_2}$$

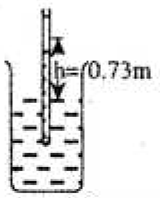
$$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{A_2 l_2}{A_1 l_1} = \frac{\pi r_2^2 \frac{l}{3}}{\pi r_1^2 l} = \frac{r_2^2}{3 r_1^2} = \frac{(2 \text{ mm})^2}{3(1 \text{ mm})^2} = \frac{4}{3}$$

বা, $Y_1 = \frac{4}{3} Y_2$

$\therefore Y_1 > Y_2$

যেহেতু, ১ম তারের ইয়ং এর গুণাংক ২য় তারের ইয়ং এর গুণাংক অপেক্ষা বেশি। তাই ১ম তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক।

প্রশ্ন ▶ ১১



চিত্রে পানিপূর্ণ বীকারে ডুবানো কৈশিক নলের ব্যাস 0.04 mm

উপরের উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও:

/চ. বো. ২০১৬/

ক. পৃষ্ঠটান কী? ১

খ. কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে স্পর্শ কোণ বৃদ্ধি পায়– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের আলোকে পানির তলটান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কৈশিক নলের ব্যাসার্ধের কী পরিবর্তনে পানির উচ্চতা 0.80m হবে নির্ণয়পূর্বক কারণ বিশ্লেষণ কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠে একটি কল্পীত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার উপর লম্ব তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ যে সকল ক্ষেত্রে তরল কঠিনকে ভিজায় সে সব ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ সুক্ষ্ম কোণ হয়। পানি পানিকে ভিজায় বলে কাচের থাকে পানির স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয়। কাচে তেল লাগানো হলে পানি তৈলাক্ত কাচকে ভিজায় না ফলে স্পর্শ কোণ স্থূল হয়। সুতরাং বলা যায়, কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে স্পর্শ কোণ বৃদ্ধি পায়।

গ দেওয়া আছে, উচ্চতা, $h = 0.73$ m

কৈশিক নলের ব্যাস, $d = 0.04$ mm

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = 0.02 \text{ mm} = 0.02 \times 10^{-3}$ m

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kg·m}^{-3}$

$\therefore$ পানির তলটান,

$$T = \frac{hr\rho g}{2\cos\theta}$$

$$= \frac{0.73 \times 0.02 \times 10^{-3} \times 1000 \times 9.8}{2 \times 1}; [\cos\theta \approx 1]$$

$$= 0.07154 \text{ N·m}^{-1}$$ **(Ans.)**

ঘ মনে করি,

কৈশিক নলের পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ $= r'$

পানির উচ্চতা, $h = 0.80$ m

পানির তলটান, $T = 0.07154 \text{ N·m}^{-1}$ [(গ) উ: হতে]

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kg·m}^{-3}$

$$T = \frac{hr'\rho g}{2}$$

বা, $r' = \frac{2T}{h\rho g} = \frac{2 \times 0.07154}{0.80 \times 1000 \times 9.8}$

$= 1.825 \times 10^{-5}$ m

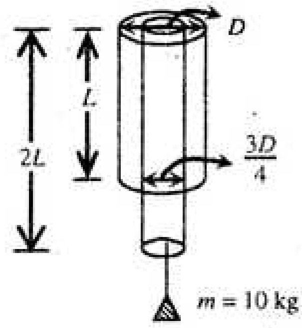
$\therefore$ ব্যাসার্ধের পরিবর্তন, $\Delta r = r - r'$

$= (0.02 \times 10^{-3} - 1.825 \times 10^{-5})$ m

$= 1.75 \times 10^{-6}$ m

ব্যাসার্ধের পরিমাণ 1.75×10^{-6} m কমানো হলে পানির উচ্চতা 0.80 m হবে।

প্রশ্ন ▶ ১২



একটি তারে 10 kg ভর ঝুলানোর ফলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ও ব্যাস তিন-চতুর্থাংশ হয়।

উপাদান	Y-এর মান
অ্যালুমিনিয়াম	$7 \times 10^{10} \text{ N·m}^{-2}$
লোহা	$11.5 \times 10^{10} \text{ N·m}^{-2}$
তামা	$13 \times 10^{10} \text{ N·m}^{-2}$
ইস্পাত	$20 \times 10^{10} \text{ N·m}^{-2}$

/সি. বো. ২০১৭/

ক. স্থিতিস্থাপক সীমা কী? ১

খ. দুটি সিলিন্ডারে রক্ষিত O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C ও 25°C। কোন গ্যাসের সান্দ্রতা বেশী হবে? কারণসহ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের তারের পয়সণের অনুপাতের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তারের ব্যাস D = 4.22×10^{-2} mm হলে উদ্দীপকের তথ্য মতে এটি কোন পদার্থের তৈরি, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রযুক্ত বলের যে সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে তাকে ঐ বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

খ 25°C তাপমাত্রায় রক্ষিত গ্যাসের সান্দ্রতা বেশি হবে।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুযায়ী গ্যাস অণুগলোর মধ্যে দূরত্ব তরলের তুলনায় অনেক বেশি হওয়ায়, আন্তঃআণবিক বল নেই বললেই চলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুসমূহের গড় বেগ বৃদ্ধি পায়, ফলে সংঘর্ষও বাড়ে। সংঘর্ষ বাড়ার কারণে বিভিন্ন স্তরের প্রবাহে বাধার পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। গ্যাসের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক তার পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।

সুতরাং 25°C তাপমাত্রায় O_2 গ্যাসের সান্দ্রতা বেশি হবে।

গ দেওয়া আছে, তারের দৈর্ঘ্য, L

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $\Delta L = 2L - L = L$

তারের ব্যাস, D

ব্যাসের পরিবর্তন, $\Delta D = \frac{3}{4} D - D = \left(\frac{3}{4} - 1\right) D = -\frac{1}{4} D$

আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{L}{D}\frac{\Delta D}{\Delta L} = -\frac{L}{D}\frac{-\frac{1}{4}D}{L} = \frac{1}{4}$

$\therefore \sigma = 0.25$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

ঝুলানো ভর, $m = 10$ kg

তারের আদি দৈর্ঘ্য, L

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $l = 2L - L = L$

তারের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{D}{2} = \frac{4.22 \times 10^{-2}}{2} \text{ mm} = 2.11 \times 10^{-5}$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m·s}^{-2}$

আমরা জানি, ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} = \frac{10 \times 9.8 \times L}{3.1416 \times (2.11 \times 10^{-5})^2 \times L}$$
$$= \frac{98}{1.398 \times 10^{-9}}$$
$$= 7 \times 10^{10}\ N{\cdot}m^{-2}$$

তারের ইয়ং এর গুণাঙ্কের মান প্রদত্ত উপাদান গুলোর মধ্যে অ্যালুমিনিয়ামের ইয়ং এর গুণাঙ্কের সাথে মিলে যায়। সুতরাং তারটি অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি।

প্রশ্ন ▶ ১৩ রিমি পরীক্ষা করে দেখলো যে, 4mm ব্যাসের একটি লোহার গোলক কেরসিন তেলে $4 \times 10^{-2} ms^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ে। রিমির ধারণা হল কেরসিন অপেক্ষা গ্লিসারিনে গোলকটির প্রান্তবেগ বেশি হবে। লোহার ঘনত্ব $7800 kgm^{-3}$, কেরসিনের ঘনত্ব $800 kgm^{-3}$, গ্লিসারিনের ঘনত্ব $1250 kgm^{-3}$, গ্লিসারিনের সান্দ্রতাংক $1.6\ Nms^{-2}$। *[সি. বো. ২০১৬]*

ক. কাজ-শক্তির উপপাদ্যটি লেখ। ১

খ. সকল সেকেন্ড দোলকই সরল দোলক কিন্তু সকল সরলদোলক সেকেন্ড দোলক নয় কেন? ২

গ. সান্দ্র বল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে রিমির ধারণা সঠিক কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজ শক্তি উপপাদ্য: কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ একটি ক্ষুদ্র ভারী বস্তুকে ওজনহীন পাকহীন অপ্রসারণশীল নমনীয় সুতার সাহায্যে কোনো দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলিয়ে দিলে যদি তা বিনা বাধায় অল্প বিস্তারে এদিক ওদিক দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে। সরল দোলকের দোলনকাল নির্দিষ্ট নয়।

কিন্তু যে দোলাকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল নির্দিষ্ট এবং তা দুই সেকেন্ড। সুতরাং বলা যায় সকল সেকেন্ড দোলক সরল দোলক। কিন্তু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয়।

গ দেওয়া আছে, $d = 4\ mm = 4 \times 10^{-3}\ m$

$$\therefore r = 2 \times 10^{-3}\ m$$
$$v_t = 4 \times 10^{-2}\ m{\cdot}s^{-1}$$
$$\rho_s = 7800\ kg{\cdot}m^{-3}$$
$$\rho_f = 800\ kg{\cdot}m^{-3}$$

আমরা জানি,

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9v_t}$$
$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-3})^2 \times (7800 - 800) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}\ N{\cdot}m{\cdot}s^{-2}$$
$$= 1.5244\ N{\cdot}s{\cdot}m^{-2}$$

আবার, $F = 6\pi \eta r v_t$

$$= (6 \times 3.1416 \times 1.5244 \times 2 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-2})\ N$$
$$= 2.29987 \times 10^{-3}\ N\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, লোহার ঘনত্ব, $\rho_s = 7800\ kg{\cdot}m^{-3}$

গ্লিসারিনের ঘনত্ব, $\rho_f = 1250\ kg{\cdot}m^{-3}$

গ্লিসারিনের সান্দ্রতাংক, $\eta = 1.6\ N{\cdot}s{\cdot}m^{-2}$

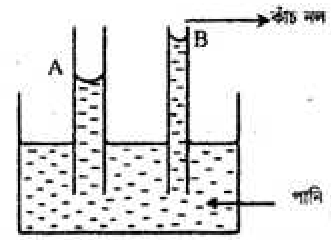
ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-3}\ m$

প্রান্তবেগ, $v_t = ?$

$$v_t = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9\eta}$$
$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-3})^2 \times (7800 - 1250) \times 9.8}{9 \times 1.6}$$
$$= 3.56 \times 10^{-2}\ m{\cdot}s^{-1}$$
$$= 3.65 \times 10^{-2} < 4 \times 10^{-2}$$

∴ রিমির ধারণা সঠিক নয়।

প্রশ্ন ▶ ১৪



উপরের চিত্রে প্রদর্শিত A নলের ব্যাস 0.8 মি.মি. এবং B নলের ব্যাস 0.4 মি.মি.। পানির স্পর্শ কোণ 2°, পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$। *[সি. বো. ২০১৫]*

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভিজায় না অথচ আম পাতাকে ভিজায় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. B নলের পানির উচ্চতা বের কর। ৩

ঘ. নল দুটিতে পানির উচ্চতার তারতম্যের কারণ বিশ্লেষণ কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন তরল স্পর্শ বিন্দুতে তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক তরলের ভিতরে কঠিনের পৃষ্ঠের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে স্পর্শকোণ বলে।

খ পানির অণু ও কচুপাতার অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল বৃহত্তর মানের। তাই বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভিজায় না। পক্ষান্তরে পানির অণু ও আম পাতার অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল ক্ষুদ্রতর মানের। তাই বৃষ্টির ফোঁটা আমপাতাকে ভিজায়।

গ দেওয়া আছে,

B কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.4\ mm}{2} = 0.2 \times 10^{-3} m$

পানির স্পর্শকোণ, $\theta = 2^\circ$

পৃষ্ঠ টান, $T = 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$

বের করতে হবে, B নলে পানির উচ্চতা, h = ?

আমরা জানি, $T = \frac{r\rho gh}{2\cos\theta}$

$$\therefore h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g}$$
$$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1} \times \cos 2^\circ}{0.2 \times 10^{-3}\ m \times 1000\ kgm^{-3} \times 9.8\ ms^{-2}}$$
$$= 0.0734 m$$
$$= 7.34\ cm\ \textbf{(Ans)}$$

ঘ কৈশিকতার তত্ত্ব হতে আমরা জানি, তরলের পৃষ্ঠটান,

$$T = \frac{r\rho g h}{2\cos\theta}$$
$$h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g}$$

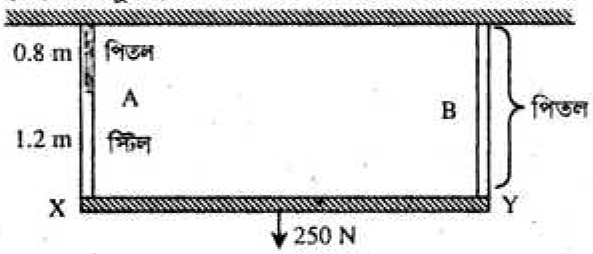
A ও B নলের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_A ও r_B এবং পানির উচ্চতা h_A ও h_B হলে

$$h_A = \frac{2T\cos\theta}{r_A\rho g}$$
$$h_B = \frac{2T\cos\theta}{r_B\rho g}$$
$$\frac{h_A}{h_B} = \frac{r_B}{r_A}$$

যেহেতু $r_B < r_A$ সেহেতু $h_A > h_B$

সুতরাং আমরা বলতে পারি নলের ব্যাসার্ধের ভিন্নতাই নলের ভিতর তরলের উচ্চাতার ভিন্নতার কারণ। যে নলের ব্যাসার্ধ যত কম সে নলে তরলের উচ্চতা তত বেশি।

প্রশ্ন ▶১৫ একটি 250 N ওজনের ভারী সুষম ধাতব বার XY সমান দৈর্ঘ্যের দুটি তার A ও B দ্বারা অনুভূমিক তলে ঝুলানো আছে। যা চিত্রে দেখানো হয়েছে (অসম্প্রসারিত অবস্থা)। প্রতিটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 2.5×10^{-7} m². B তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি 5×10^{-3}. A তারের 0.8 m পিতলের বাকী 1.2 m স্টীলের। (সংশোধিত)
স্টীলের ইয়ং-এর গুণাংক $= 2 \times 10^{11}$ Pa
পিতলের ইয়ং-এর গুণাংক $= 1 \times 10^{11}$ Pa



/য. বো. ২০১৭/

ক. সান্দ্রতা গুণাংকের মাত্রা সমীকরণ লিখ। ১
খ. পৃথিবীর কেন্দ্রের সরলদোলকের দোলনকাল কিরূপ হবে— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় করো। ৩
ঘ. বারের কোন প্রান্ত বেশি নিচু হবে, যাচাই করো। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা, $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$

খ সরলদোলকের দোলনকালের সমীকরণ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
সরলদোলকের দোলনকাল তার দৈর্ঘ্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের ওপর নির্ভরশীল। পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য হওয়ায় সরল দোলকের দোলনকাল অসীম হয়।

গ দেওয়া আছে,
B তাদের দৈর্ঘ্য = A তারের দৈর্ঘ্য, $L = 0.8 + 1.2 = 2$ m
B তারের বিকৃতি, $\frac{l_B}{L} = 5 \times 10^{-3}$
$\therefore$ B তাদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_B = 5 \times 10^{-3} \times 2$ m $= 10^{-2}$ m $= 10$ mm
B তাদের ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক, $Y = 1 \times 10^{11}$ Pa
B তাদের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 2.5 \times 10^{-7}$ m²
B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি, $E = ?$
আমরা জানি,
$$E = \frac{1}{2}\frac{YAl_B^2}{L} = \frac{1}{2} \times \frac{1 \times 10^{11} \times 2.5 \times 10^{-7} \times (10^{-2})^2}{2}$$
$= 0.625$ J **(Ans.)**
চিত্রে, 250N বল XY এর মধ্যবিন্দুতে কাজ করে। তাই A ও B তারে তা সমানভাবে বিভক্ত হয়। তাই উভয় তারে প্রযুক্ত বল, $F = \left(\frac{250}{2}\right)$N।
বিকল্প পদ্ধতি: Q প্রযুক্ত বল, $F = 250$ N/2 $= 125$ N
$$E = \frac{1}{2}Fl_B = \frac{1}{2} \times 125 \text{ N} \times 10^{-2} \text{ m}$$
$= 0.625$ J **(Ans.)**

ঘ দেয়া আছে,
B তাদের দৈর্ঘ্য, $L = 2$ m
$\therefore$ B তাদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_B = 10$ mm
A তারের ক্ষেত্রে,
পিতলের অংশের দৈর্ঘ্য, $L_1 = 0.8$ m
ষ্টিলের অংশের দৈর্ঘ্য, $L_2 = 1.2$ m
উভয় পদার্থের অংশের ওপর টান সমান হওয়ায়,
$$\frac{F}{A} = Y_1 \times \frac{l_1}{L_1} \text{ ...... (i)}$$
$$\frac{F}{A} = Y_2 \times \frac{l_2}{L_2} \text{ ...... (ii)}$$
(i) হতে, $l_1 = \frac{F}{A} \cdot \frac{L_1}{Y_1} = \frac{250/2}{2.5 \times 10^{-7}} \times \frac{0.8}{10^{11}} = 4 \times 10^{-3}$ m
$= 4$ mm
(ii) হতে, $l_2 = \frac{F}{A} \cdot \frac{L_2}{Y_2} = \frac{250/2}{2.5 \times 10^{-7}} \times \frac{1.2}{2 \times 10^{11}} = 3 \times 10^{-3}$ m
$= 3$ mm
$\therefore$ A তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_A = l_1 + l_2 = (4 + 3)$ mm
$= 7$ mm
গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায়, $l_A < l_B$
তাই, তারের Y প্রান্তটি বেশি নিচু হবে।

প্রশ্ন ▶১৬ 1 m² ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট এবং 8 mm পুরুত্বের স্টীল প্লেটের নিচের পৃষ্ঠ দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে উপরের পৃষ্ঠে বল প্রয়োগ করে ব্যবর্তন তৈরি করা হল। স্টীলের ব্যবর্তন গুণাংক 8×10^{10} N·m⁻²। /ব. বো. ২০১৭/

ক. প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা লিখ। ১
খ. পৃষ্ঠটান সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠশক্তির সমান হলেও তারা এক নয়— ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত প্লেটের ব্যবর্তন বিকৃতি 0.3 হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? ৩
ঘ. প্লেটকে 8.5 N·s·m⁻² সান্দ্রতার সহগের তরলের 2 mm পুরু স্তরের উপর স্থাপন করে 500 m·s⁻¹ বেগে গতিশীল করতে সমান বল প্রয়োগ করতে হবে কি মতামত দাও? ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু কোনো প্রবাহীর মধ্য দিয়ে পতিত হওয়ার সময় প্রথমে অভিকর্ষের প্রভাবে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে। কিন্তু সেই সথে এর উপর সান্দ্রতা জানিত বাধাও বৃদ্ধি পায়। ফলে বস্তুটির নিট ত্বরণ কমতে কমতে এক সময় শূন্য হয়। তখন বস্তুটি ধ্রুব বেগে পতিত হতে থাকে। এই ধ্রুব বেগকে প্রান্তিক বেগ বলে।

খ তরলের পৃষ্ঠটান হচ্ছে তরল পৃষ্ঠে একটি কল্পীত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার উপর লম্ব তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়াশীল বল। আর তরলের পৃষ্ঠ শক্তি হচ্ছে তরল পৃষ্ঠের একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত বিভব শক্তি। তাই পৃষ্ঠটান সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠশক্তির সমান হলেও তারা এক নয়।

গ দেওয়া আছে,
স্টীল প্লেটের ক্ষেত্রফল, $A = 1$ m²
ব্যবর্তন বিকৃতি, $\theta = 0.3$
ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, $n = 8 \times 10^{10}$ N·m⁻²
প্রয়োগকৃত বল, $F = ?$
আমরা জানি,
$$n = \frac{F}{A\theta}$$
$\therefore F = nA\theta = (8 \times 10^{10} \times 1 \times 0.3)$ N
$= 2.4 \times 10^{10}$ N **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,
ধাতব প্লেটের ক্ষেত্রফল, $A = 1$ m²
তরলের সান্দ্রতা সহগ, $\eta = 8.5$ N·s·m⁻²
বেগের গতি, $\frac{dv}{dy} = \frac{500}{2 \times 10^{-3}}$ s⁻¹
$= 2.5 \times 10^5$ s⁻¹
প্রয়োজনীয় বল, $F = ?$
আমরা জানি,
$$F = \eta A\frac{dv}{dy}$$
$= (8.5 \times 1 \times 2.5 \times 10^5)$ N
$= 2.125 \times 10^6$ N
অতএব, প্লেটকে 500 m·s⁻¹ বেগে গতিশীল করতে সমান মানের বল প্রয়োগ করতে হবে না।

প্রশ্ন ▶ ১৭ তমালিকা ভিন্ন ব্যাসের একই পদার্থের দু'টি ধাতব গোলক তার্পিন তেলের মধ্যে ছেড়ে দিল। গোলক দু'টি প্রান্তিক বেগে তার্পিন তেলের তলায় গিয়ে পড়ল। ধাতব পদার্থের ঘনত্ব 8×10^3 kgm^{-3}, তেলের ঘনত্ব 8.9×10^2 kgm^{-3} এবং বড় গোলকের ব্যাস 6 cm. [তার্পিন তেলের সান্দ্রতাংক 1.5×10^{-2} Pa-s] **(সংশোধিত)**

[ব. বো. ২০১৬]

ক. মৌলিক রাশি কাকে বলে? ১

খ. বাঁক নেয়া রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইনবোর্ডে গাড়ির গতিবেগ 60 kmh^{-1} লেখা থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রান্তিক বেগের সময় বড় গোলকটির উপর প্রযুক্ত সান্দ্র বল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ 2 cm হলে, কোন গোলকটি আগে নিচে পতিত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল রাশি অন্য কোনো রাশির উপর নির্ভরশীল নয় তাকে মৌলিক রাশি বলে।

খ বাঁক নেয়ার সময় কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টির জন্য গাড়িকে কেন্দ্রের দিকে হেলানো প্রয়োজন। এ জন্য রাস্তা কেন্দ্রের দিকে ঢালু করা হয়। এ ঢাল অনুসারে গাড়ির গতিবেগের একটি সর্বোচ্চ মান নির্ধারণ করা থকে। এর থেকে বেশি বেগে বাঁক নিতে গেলে কেন্দ্রবিমুখী বলের কারণে তা বাইরের দিকে ছিটকে পড়ে দুর্ঘটনা ঘটতে পারে।

বাঁক নেয়া রাস্তায় গাড়ির গতিবেগ 60 km·h^{-1} এর অর্থ হলো সর্বোচ্চ এই বেগ নিয়ে ঐ বাঁক অতিক্রম করা যাবে। এর থেকে বেশি বেগে ঐ বাঁকে গাড়ি চালাতে গেলে দুর্ঘটনা ঘটতে পারে।

গ জানা আছে,

প্রান্তবেগ, $v = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_e)g}{9\eta}$

আবার, সান্দ্র বল,

$F = 6\pi\eta rv$

$= 6\pi\eta r \cdot \frac{2r^2(\rho_s - \rho_e)g}{9\eta}$

$= \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_s - \rho_e)g$

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (3 \times 10^{-2})^3 \times (8 \times 10^3 - 8.9 \times 10^2) \times 9.8$

$= 7.88$N **(Ans.)**

এখানে,

সান্দ্রতাংক, $\eta = 1.5 \times 10^{-2}$Pa.S

বড় গোলকের ব্যাসার্ধ,

$r = \frac{6 \times 10^{-2}\text{m}}{2} = 3 \times 10^{-2}$m

গোলকের ঘনত্ব $\rho_s = 8 \times 10^3$kg/m^3

তরলের ঘনত্ব $\rho_e = 8.9 \times 10^2$kg/m^3

Note: লক্ষ করো–

ওজন $= \frac{4}{3}\pi r^3\rho_s g$

প্লবতা $= \frac{4}{3}\pi r^3\rho_e g$

$\therefore$ সান্দ্রবল = ওজন – প্লবতা

ঘ গোলকদ্বয়ের যেটির প্রান্তিক বেগ বেশি সেটি আগে পড়বে।

ধরা যাক, বড় ও ছোট গোলকের প্রান্তিক বেগ যথাক্রমে v_{t1} ও v_{t2}।

দেওয়া আছে,

ধাতব পদার্থ বা গোলকের ঘনত্ব, $\rho_s = 8 \times 10^3$ kg·m^{-3}

তার্পিন তেলের ঘনত্ব, $\rho_f = 8.9 \times 10^2$ kg·m^{-3}

বড় গোলকের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{6\text{ cm}}{2} = 3\text{ cm} = 3 \times 10^{-2}$ m

ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 2\text{ cm} = 2 \times 10^{-2}$ m

তার্পিন তেলের সান্দ্রতাংক, $\eta = 1.5 \times 10^{-2}$ Pa·s

বড় গোলকের প্রান্তিক বেগ, $v_{t1} = \frac{2r_1^2(\rho_s - \rho_f)g}{9\eta}$

ছোট গোলকের প্রান্তিক বেগ, $v_{t2} = \frac{2r_2^2(\rho_s - \rho_f)g}{9\eta}$

সুতরাং $\frac{v_{t1}}{v_{t2}} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{(3 \times 10^{-2}\text{ m})^2}{(2 \times 10^{-2}\text{ m})^2} = \frac{9}{4}$

বা, $v_{t1} = \frac{9}{4}\ v_{t2}$

সুতরাং $v_{t1} > v_{t2}$। যেহেতু বড় গোলকটির প্রান্ত বেগ ছোট গোলকের প্রান্তিক বেগ থেকে বেশি তাই বড় গোলকটি আগে নিচে পড়বে।

প্রশ্ন ▶ ১৮ A ও B দুটি তারের বিভিন্ন রাশির মান নিম্নের ছকে প্রদান করা হলো :

তার	দৈর্ঘ্য L(m)	ব্যাসার্ধ r(mm)	বল F(N)	দৈর্ঘ্য প্রসারণ l(mm)	ব্যাসের হ্রাস d(mm)
A	0.80	0.5	5	7	0.005
B	0.75	0.6	6	8	0.01

[ব. বো. ২০১৬]

ক. পৃষ্ঠ শক্তি কাকে বলে? ১

খ. পৃথিবীতে বছরের দিনের সংখ্যা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্বের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত ব্যাখ্যা কর। ২

গ. A তারের পয়সনের অনুপাত হিসাব কর। ৩

ঘ. A ও B তারটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক — গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল প্রতি বর্গ একক (m^2) বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ শক্তির প্রয়োজন হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠশক্তি বলে।

খ পৃথিবীর আহ্নিক গতির সাথে সূর্যের দূরত্বের কোন সম্পর্ক নেই। পৃথিবীতে বছরে দিনের সংখ্যা বলতে সূর্যের চার দিকে পৃথিবীর একবার ঘুরে আসতে যে সময় লাগে, সেই সময়ে পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে যতবার ঘুরে।

পৃথিবীতে দিনের সংখ্যা বলতে এখানে সূর্যের চতুর্দিকে পৃথিবীর আবর্তনকালকে (T) বুঝানো হয়েছে। পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব R হলে, গ্রহ সম্পর্কিত কেপলারের ৩য় সূত্রানুসারে, $T^2 \propto R^3$

গ ১২(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 0.57

ঘ ১০(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: A তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক।

প্রশ্ন ▶ ১৯ 3m দৈর্ঘ্যের একটি তারের ভর 20gm। 50N বলে টানলে এর দৈর্ঘ্য 1 mm বৃদ্ধি পায়। পারদের আয়তন গুণাঙ্ক 2.2×10^{10} Nm^{-2} (তারের উপাদানের ঘনত্ব 7.5×10^3 kgm^{-3}).

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

ক. সংশক্তি বল কী? ১

খ. প্রবাহীর সান্দ্রতা বলতে কী বোঝায়– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. 1 লিটার আয়তনের পারদের আয়তন 2×10^{-6}m^3 কমানোর জন্য কৃতকাজ এবং পারদে সঞ্চিত বিভবশক্তি সমান হবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একই পদার্থের অণুসমূহের মধ্যকার আকর্ষণ বলকে সংশক্তি বল বলে।

খ প্রবাহী যখন প্রবাহিত হয় তখন এর বিভিন্ন স্তরের মধ্যে একটি আপেক্ষিক গতি সৃষ্টি হয় এবং প্রবাহী এ আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয়। এ বাধা দেয়ার ধর্মই সান্দ্রতা। তরলের ক্ষেত্রে অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল সান্দ্রতার জন্য দায়ী। কিন্তু গ্যাসীয় পদার্থের ক্ষেত্রে অণুগুলোর ছোটাছুটির কারণে পরস্পরের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হওয়ার কারণে সান্দ্রতা সৃষ্টি হয়। সান্দ্রতা প্রবাহীর এক বিশেষ ধর্ম।

গ এখানে,

তারের আদিদৈর্ঘ্য, L = 3m

তারের ভর, m = 20gm = 0.02kg

দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত বল, F = 50N

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 1\text{mm} = 10^{-3}$m

তারের উপাদানের ঘনত্ব, $\rho = 7.5 \times 10^3$ kgm^{-3}

বের করতে হবে, ইয়ং এর গুণাঙ্ক, Y = ?

তারের আয়তন, $V = \frac{\text{ভর}}{\text{ঘনত্ব}} = \frac{0.02\text{ kg}}{7.5 \times 10^3\text{ kgm}^{-3}} = 2.67 \times 10^{-6}\text{m}^3$

তারের আদি প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{V}{L} = \frac{2.67 \times 10^{-6} m^3}{3m}$
$= 8.89 \times 10^{-7} m^2$

$\therefore$ ইয়ং এর গুণাংক, $Y = \frac{FL}{Al} = \frac{50N \times 3m}{8.89 \times 10^{-7} m^2 \times 10^{-3} m}$
$= 1.69 \times 10^{11} Nm^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

পারদের আয়তন গুণাংক, $K = 2.2 \times 10^{10} Nm^{-2}$
আদি আয়তন, $V = 1L = 10^{-3} m^3$
আয়তন বৃদ্ধি, $v = 2 \times 10^{-6} m^3$

পীড়ন $= \frac{F}{A}$ হলে, $K = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{v}{V}}$

$\therefore \frac{F}{A} = K\frac{v}{V} = 2.2 \times 10^{10} Nm^{-2} \times \frac{2 \times 10^{-6} m^3}{10^{-3} m^3}$
$= 4.4 \times 10^7 Nm^{-2}$

তরলের ক্ষেত্রে পীড়নকে চাপ হিসেবে বিবেচনা করা হয়।
কৃতকাজ, $W = P\Delta V = 4.4 \times 10^7 Nm^{-2} \times 2 \times 10^{-6} m^3$
$= 88J$

আবার, একক আয়তনে সঞ্চিত বিভবশক্তি
$= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

বা, $\frac{\text{মোট সঞ্চিত বিভবশক্তি}}{\text{আয়তন}} = \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

$\therefore$ মোট সঞ্চিত বিভবশক্তি $= \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি $\times$ আয়তন
$= \frac{1}{2} \times 4.4 \times 10^7 Nm^{-2} \times \frac{2 \times 10^{-6} m^3}{10^{-3} m^3} \times 10^{-3} m^3 = 44J$

সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা গেল, আয়তন কমানোর জন্য কৃতকাজ এবং পারদে সঞ্চিত বিভবশক্তি সমান হবে না।

প্রশ্ন ▶২০ সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুটি তার A ও B এর ব্যাস যথাক্রমে 1mm ও 3mm. 5×10^3N মানের একটি বল দুটি তারের উপরই ক্রিয়া করে এবং তাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5% এবং 1% বৃদ্ধি পায়।

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]

ক. অসহ পীড়ন কাকে বলে? ১
খ. পানির সান্দ্রতা গুণাংক 10^{-3} Nsm^{-2} বলতে তুমি কী বোঝ? ২
গ. A তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উপরোক্ত দুটি তারের মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক যুক্তিসহ তোমার মতামত দাও। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর সর্বনিম্ন যে পরিমাণ বল প্রযুক্ত হলে বস্তুটি ভেঙ্গে বা ছিড়ে যায় তাকে অসহ পীড়ন বলে।

খ পানির সান্দ্রতা 10^{-3}Pa.s বলতে বোঝায়, পানির মধ্যে 1m ব্যবধানে অবস্থিত $1m^2$ ক্ষেত্রফলের দুটি স্তর পরস্পরের সাপেক্ষে $1ms^{-1}$ আপেক্ষিক বেগে গতিশীল হলে এদের মধ্যকার সান্দ্রবল 10^{-3}N।

গ A তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$U = \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি
$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$
$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2} \times 0.05$
$= \frac{1}{2} \times \frac{5 \times 10^3}{\pi \times \left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2} \times 0.05$
$= 159.15$ MJ **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
A তারের, দৈর্ঘ্য বিকৃতি,
$\frac{l}{L} = 5\% = 0.05$
প্রযুক্ত বল, $F = 5 \times 10^3 N$
ব্যাস, $d = 1mm = 10^{-3}m$
জানা আছে,
সান্দ্রতা, গুণাঙ্ক
$\eta = \frac{(F/A)}{(dv/dy)}$

ঘ তার দুটির মধ্যে সেটিই বেশি স্থিতিস্থাপক হবে যার স্থিতিস্থাপক গুণাংক বেশি।

A তারের ক্ষেত্র,

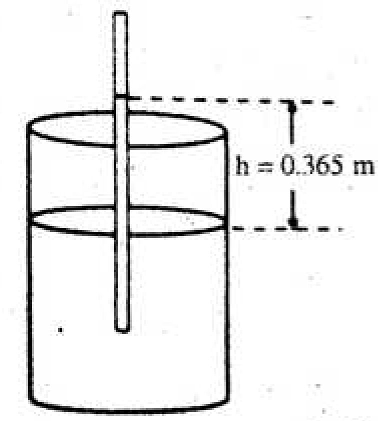
ইয়ং এর গুণাংক, $Y_A = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$
$= \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}}$
$= \frac{\frac{5 \times 10^3}{\pi\left(\frac{0.001}{2}\right)^2}}{0.05}$ [কারণ, দেয়া আছে, A তারের ব্যাস = 1mm, বিকৃতি, $\frac{l}{L} = 5\% = 0.05$]
$= 1.273 \times 10^{11} N/m^2$

অনুরূপভাবে, B তারের ইয়ং গুণাংক,

$Y_B = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}} = \frac{\frac{5 \times 10^3}{\pi\left(\frac{0.003}{2}\right)^2}}{0.01}$ [দেয়া আছে, B তারের, ব্যাস, $d = 0.003m$, বিকৃতি, $\frac{l}{L} = 1\% = 0.01$]
$= 0.707 \times 10^{11} N/m^2 < Y_A$

যেহেতু A তারের স্থিতিস্থাপক গুণাংক তথা ইয়ং এর গুণাংক বেশি তাই A তার B তার অপেক্ষা অধিক স্থিতিস্থাপক।

প্রশ্ন ▶২১ 0.04mm ব্যাসের কৈশিক নল পারদে ভর্তি একটি বিকারে ডুবানো হয়েছে। পারদের ঘনত্ব 13600 kg/m^3



[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. পয়সনের ratio কি? ১
খ. লেডের আয়তন গুণাঙ্ক $1.6 \times 10^{-11} Nm^{-2}$ বলতে কি বোঝায়? ২
গ. উদ্দীপকের আলোকে পারদের পৃষ্ঠটান নির্ণয় করো? ৩
ঘ. যদি কৈশিক নলের ভিতর পারদের উচ্চতা 0.45m হত তাহলে কৈশিক নলের ব্যাসার্ধের কি পরিবর্তন হত? গাণিতিক ভাবে মতামত দাও। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত বলে।

খ লেডের আয়তন গুণাঙ্ক $1.6 \times 10^{-11} Nm^{-2}$ বলতে বুঝায়, বাহ্যিক বল প্রয়োগে কিছু পরিমাণ লেডের আয়তন পরিবর্তন করা হলে উদ্ভূত আয়তন পীড়ন এবং আয়তন বিকৃতির অনুপাত হবে $1.6 \times 10^{-11} Nm^{-2}$.

গ ১১ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : $0.486Nm^{-1}$.

ঘ ১১ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : 4×10^{-3} mm কমে যায়।

প্রশ্ন ▶ ২২ একটি ত্রুটিপূর্ণ ট্যাপ হতে ফোঁটায় ফোঁটায় পানি পড়ছিল। এরকম 27 ফোঁটা মিলে একটি বৃহৎ ফোঁটা গঠন করলো। প্রতিটি ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাস ছিল 4×10^{-7}m। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$।

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. স্পর্শকোণ কী? ১

খ. পতনকালে বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বাড়ার কথা। কিন্তু এমনটি প্রকৃতপক্ষে হয় না– কেন ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উপরোক্ত প্রক্রিয়ায় কৃতকাজ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত ঘটনার ফলে পানির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে– গাণিতিক বিশ্লেষণ এবং যথাযথ যুক্তির সাহায্যে দেখাও। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ অবাধে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে অতি উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা। কিন্তু তা হয় না বায়ুর সান্দ্রতা বা সান্দ্র বলের কারণে যা বায়ুর সাপেক্ষে বৃষ্টির ফোঁটার আপেক্ষিক বেগের সমানুপাতিক ($F = 6\pi\eta rv$ বা $F \propto v$ সূত্রানুসারে)। তাই বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় প্রথম দিকে ফোঁটার বেগ বাড়তে থাকলেও একই সাথে সান্দ্র বলও বৃদ্ধি পায়। এক সময় সান্দ্র বল বৃষ্টির ফোঁটার ওজনের সমান হয়ে হয়ে যায়। (প্লবতা বল নগণ্য)। তখন বৃষ্টির ফোঁটাটি সমবেগে পতিত হতে থাকে।

গ দেওয়া আছে,

প্রতিটি ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাস, $d = 4 \times 10^{-7}$m
প্রতিটি ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-7}$m
পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$
ক্ষুদ্র ফোঁটার সংখ্যা, $N = 27$

বের করতে হবে, ক্ষুদ্র ফোঁটাগুলো একত্রীকরণের ফলে কৃতকাজ, $W = ?$

বৃহৎ ফোঁটার ব্যাসার্ধ R হলে, $\frac{4}{3}\pi R^3 = 27\frac{4}{3}\pi r^3$

$$\therefore R = \sqrt[3]{27r^3} = 3r = 3 \times 2 \times 10^{-7}m = 6 \times 10^{-7}m$$

পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন,

$$\Delta A = 27 \times 4\pi r^2 - 4\pi R^2 = 4\pi[27r^2 - R^2]$$
$$= 4 \times 3.1416 \times [27(2 \times 10^{-7}m)^2 - (6 \times 10^{-7}m)^2]$$
$$= 9.048 \times 10^{-12} m^2$$

আমরা জানি,

পৃষ্ঠশক্তির মান = পৃষ্ঠটানের মান

$\therefore$ পানির পৃষ্ঠশক্তি, $E = 72 \times 10^{-3} Jm^{-2}$

$\therefore$ উদ্দীপকে বর্ণিত প্রক্রিয়ায় কৃতকাজ,

$$W = E\Delta A$$
$$= 72 \times 10^{-3} Jm^{-2} \times 9.048 \times 10^{-12} m^2$$
$$= 651.46 \times 10^{-14} J = 6.515 \times 10^{-13} J \text{ (Ans.)}$$

ঘ পানির গোলকের পৃষ্ঠতলের সাথে বিভবশক্তি জড়িত। এ বিভবশক্তির মান পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক। তাই ক্ষেত্রফল হ্রাস পেলে বিভবশক্তি হ্রাস পাবে এবং অবশিষ্ট শক্তি তাপরূপে প্রকাশ পাবে। এ কারণে, উদ্দীপকে বর্ণিত ঘটনায় পানির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে।

বৃহৎ পানির ফোঁটার আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$$= 1.333 \times 3.1416 \times (6 \times 10^{-7}m)^3$$
$$= 9.046 \times 10^{-19} m^3$$

জানা আছে, পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \ kgm^{-3}$

সুতরাং, বৃহৎ পানির ফোঁটার ভর,

$$m = V\rho = 9.046 \times 10^{-19} m^3 \times 1000 \ kgm^{-3}$$
$$= 9.046 \times 10^{-16} kg$$

আবার, পানির আপেক্ষিক তাপ, $S = 4200 \ Jkg^{-1}K^{-1}$

$\therefore$ বৃহৎ পানি ফোঁটার তাপমাত্রা বৃদ্ধি $\Delta\theta$ হলে,

বৃহৎ পানি ফোঁটা কর্তৃক শোষিত তাপ,

$$Q = mS\Delta\theta$$

বা, $$\Delta\theta = \frac{Q}{mS} = \frac{6.515 \times 10^{-13} J}{9.046 \times 10^{-16} kg \times 4200 \ Jkg^{-1}k^{-1}}$$
$$= 0.1715°C$$

অতএব, উদ্দীপকে বর্ণিত ঘটনায় পানির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে এবং এই বৃদ্ধির পরিমাণ 0.1715°C।

প্রশ্ন ▶ ২৩ 5×10^{-4}m ব্যাসার্ধের বাতাসের বুদবুদ $10^3 kgm^{-3}$ ঘনত্বের তরলের মধ্যে দিয়ে উপরে উঠছে। বুদবুদটির ঊর্ধ্বমুখী বেগ $5.45 \times 10^{-5} ms^{-1}$ এবং লোহার ঘনত্ব $7.8 \times 10^3 \ kgm^{-3}$.

[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. পৃষ্ঠটান কি? ১

খ. অন্তঃবেগ ব্যাখ্যা করো। ২

গ. তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বের করো। ৩

ঘ. যদি সমান ব্যাসার্ধের একখন্ড লোহার গোলক তরলের ভিতর ফেলা হয় তাহলে বাতাসের বুদবুদ তরলের ভিতর থেকে উপরে উঠলেও লোহা নিচে পড়ে –গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ কোনো প্রবাহীর মধ্য দিয়ে যখন অপর কোনো প্রবাহী বা কঠিন পদার্থের টুকরা রাখা হয় বা ফেলা হয়, তখন এটি ঘনত্বের তারতম্যের ওপর ভিত্তি করে উপরে উঠতে থাকে বা নিচে নামতে থাকে। প্রথমদিকে এর গতিবেগ বাড়তে থাকলেও এর ওপর সান্দ্রবলের মান গতিবেগের সমানুপাতে বাড়তে থাকে। একসময় ঊর্ধ্বমুখী ও নিম্নমুখী বলসমূহের লব্ধি শূন্য হয়। তখন বস্তুটি সমবেগে গতিশীল থাকে। ঐ বেগকেই উক্ত প্রবাহীতে উক্ত বস্তুর অন্তঃবেগ বলে।

গ দেওয়া আছে, বুদবুদের ব্যাসার্ধ, $r = 5 \times 10^{-4}$m
তরলের ঘনত্ব, $\sigma = 10^3 kgm^{-3}$
প্রান্তবেগ, $v_t = -5.45 \times 10^{-5} ms^{-1}$ [$\because$ ঊর্ধ্বমুখী]

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \ ms^{-2}$

এবং বায়ুর ঘনত্ব, $\rho = 1.29 \ kgm^{-3}$

বের করতে হবে, তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta = ?$

আমরা জানি, $$\eta = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v_t}$$
$$= \frac{2(5 \times 10^{-4}m)^2 (1.29 - 10^3) \ kgm^{-3} \times 9.8 \ ms^{-2}}{9(-5.45 \times 10^{-5} ms^{-1})}$$
$$= 9.98 \ kgm^{-1}s^{-1}$$

ঘ 'গ' হতে পাই, তরলের সান্দ্রতাঙ্ক, $\eta = 9.98 kgm^{-1}s^{-1}$

উদ্দীপক ও প্রশ্নানুযায়ী,

লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 5 \times 10^{-4}$m

এবং ঘনত্ব, $\rho = 7.8 \times 10^3 \ kgm^{-3}$

তরলের ঘনত্ব, $\sigma = 10^3 \ kgm^{-3}$

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \ ms^{-2}$

$\therefore$ লোহার গোলকের প্রান্তবেগ,

$$v_t = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$
$$= \frac{2(5 \times 10^{-4}m)^2 (7.8 \times 10^3 - 10^3) \ kgm^{-3} \times 9.8 \ ms^{-2}}{9 \times 9.98 \ kgm^{-1}s^{-1}}$$
$$= 3.7 \times 10^{-4} ms^{-1}$$

যেহেতু প্রান্তবেগ ধনাত্মক পাওয়া গেছে, সুতরাং লোহার গোলকটি ঐ তরলে ছেড়ে দেয়ায় $3.7 \times 10^{-4} \ ms^{-1}$ বেগে নিচে পতিত হতে থাকবে। অর্থাৎ উক্ত তরলে বায়ু বুদবুদ নিচ থেকে উপরের দিকে উঠলেও লোহার গোলকটি নিচের দিকে পড়ে।

প্রশ্ন ▶ ২৪ একটি ইস্পাতের পেরেক (কৃন্তন গুণাংক = 8.27×10^{10} Pa) এর ব্যাস 1 cm এবং এটি দেয়ালের ভেতরে লাগানো আছে দেয়ালের বাইরে এর দৈর্ঘ্য 4 cm। 36000 N মানের বল এর প্রান্তে প্রয়োগ করা হলো। *[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]*

ক. ইয়ং এর গুণাঙ্ক কাকে বলে? ১

খ. স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা করো। ২

গ. পেরেকের বিচ্যুতির মান, d নির্ণয় করো। ৩

ঘ. এর প্রান্তে 50000 N বল প্রয়োগ করলে বিচ্যুতি d থেকে বেশি হবে -গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুবক সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বলে।

$\therefore$ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $E = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

বিভিন্ন পদার্থের জন্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বিভিন্ন রকমের হয়। এটি পদার্থের উপাদানের উপর নির্ভর করে। একটি নির্দিষ্ট উপাদানের পদার্থের ক্ষেত্রে, পীড়ন $\propto$ বিকৃতি। অর্থাৎ পীড়ন যে অনুপাতে পরিবর্তন করা হবে এবং বিকৃতিও সেই অনুপাতে পরিবর্তিত হবে। এই নির্দিষ্ট অনুপাতই হলো ঐ উপাদানের পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

আবার বিভিন্ন পদার্থের একই বিকৃতি ঘটাতে যার বেশি পীড়ন দরকার তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তথা স্থিতিস্থাপকতা বেশি। অর্থাৎ একাধিক পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তুলনা করে তাদের মধ্যে স্থিতিস্থাপকতার তুলনা করা যায়।

গ এখন, কৃন্তন বিকৃতি, θ হলে,

$S = \frac{F/A}{\theta}$

বা, $S = \frac{F}{A\theta}$

বা, $\theta = \frac{F}{AS}$

এখানে,
কৃন্তন গুণাঙ্ক,
$S = 8.27 \times 10^{10}$ pa
$= 8.27 \times 10^{10}$ Nm^{-2}
বল, F = 36000 N
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{\text{ব্যাস}}{2} = 0.5$ cm
$= 0.5 \times 10^{-2}$m
পেরেকের বিচ্যুতি, d = ?

$= \frac{36000}{\pi \times (0.5 \times 10^{-2})^2 \times 8.27 \times 10^{10}}$
$= 5.54 \times 10^{-3}$ rad

জানা আছে, কৃন্তন বিকৃতি $= \frac{\text{বিচ্যুতি}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}$

$\therefore \theta = \frac{d}{L}$ বা, $d = \theta \times L$

এখানে, পেরেকের দেয়ালের বাইরে, দৈর্ঘ্য, L = 4 cm

$\therefore$ পেরেকের বিচ্যুতি, $d = 5.54 \times 10^{-3} \times 4$
$= 0.02216$ cm **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

কৃন্তন গুণাঙ্ক, $S = 8.27 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

প্রথম ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল, $F_1 = 36000$ N

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল, $F_2 = 50000$ N

এখন, প্রথম ক্ষেত্রে বিচ্যুতি d_1 ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বিচ্যুতি d_2 হলে,

এখানে, $d_1 = d = 0.02216$ cm ('গ' হতে প্রাপ্ত)

$\therefore$ কৃন্তন গুণাঙ্ক, $S = \frac{F/A}{\theta}$ .... (i)

যেখানে θ হচ্ছে কৃন্তন বিকৃতি।

কৃন্তন বিকৃতি, $\theta = \frac{F/A}{S}$

'গ' হতে $\theta_1 = 5.54 \times 10^{-3}$ rad

এবং $\theta_2 = \frac{F_2}{AS}$

$\therefore \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{F_2}{F_1}$

বা, $\theta_2 = \frac{50000}{36000} \times 5.54 \times 10^{-3}$
$= 7.694 \times 10^{-3}$ rad

আবার, কৃন্তন বিকৃতি $= \frac{\text{সরণ বা বিচ্যুতি (d)}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, পেরেকের বিচ্যুতি, d_2 হলে

এখন, $\theta_2 = \frac{d_2}{L}$

বা, $d_2 = L \times \theta_2$
$= 4 \times 7.694 \times 10^{-3}$
$= 0.03078$ cm $> d_1$

অর্থাৎ বলের মান বৃদ্ধি করলে বিচ্যুতি, d এর মান বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ২৫ তানিয়া 4mm ব্যাসের একটি কৈশিক নলের এক প্রান্ত বিশুদ্ধ পানিতে ডুবায়। নলে উত্থিত পানির উচ্চতা পরিমাণ করে 0.082m. এরপর সে এক তৃতীয়াংশ ব্যাসার্ধের আরেকটি কৈশিক নল সাধারণ পানিতে ডুবায়। তানিয়া ১ম নলে উত্থিত পানির ভর এবং ২য় নলে উত্থিত পানির ভরের ব্যবধান পর্যবেক্ষণ করে। *[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*

ক. প্রভাব গোলক কাকে বলে? ১

খ. তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে তরলের সান্দ্রতা কমে, কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কেন– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের প্রথম ক্ষেত্রে পানির তলটান কত? ৩

ঘ. তানিয়ার পর্যবেক্ষণের ফলাফল কী হতে পারে? গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো অণুকে কেন্দ্র করে এর আণবিক আকর্ষণের পাল্লার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে কোনো গোলক কল্পনা করলে ঐ গোলককে ঐ অণুর প্রভাব গোলক বলে।

খ তরলের সান্দ্রতা উৎপন্ন হয় আন্তআণবিক বলের কারণে। কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতা উৎপন্ন হয় অণুগুলোর মধ্যকার সংঘর্ষের কারণে। তাপমাত্রা বাড়লে তরলের আন্তঃআণবিক বল হ্রাস পায় এবং গ্যাস অণুসমূহের মধ্যকার সংঘর্ষ বৃদ্ধি পায়। তাই তাপমাত্রা বাড়ালে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে।

গ পানির তলটান,

$T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta^\circ}$
$= \frac{2 \times 10^{-3} \times 0.082 \times 10^3 \times 9.8}{2\cos 0^\circ}$
$= 0.8036$ Nm^{-1} **(Ans.)**

এখানে, নলের ব্যাসার্ধ,
$r = \frac{D}{2} = \frac{4}{2} = 2$mm
$= 2 \times 10^{-3}$m
তরলের উচ্চতা, h = 0.082m
পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ kgm^{-3}
পানির ক্ষেত্রে, স্পর্শকোণ, $\theta = 0^\circ$

ঘ তরলের পৃষ্ঠটান, T হলে,

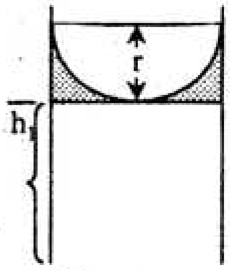
$T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta^\circ}$

অতএব $r \propto \frac{1}{h}$ যখন অন্যান্য রাশিগুলো স্থির।

$\therefore \frac{h_2}{h_1} = \frac{r_1}{r_2}$

বা, $h_2 = \frac{r_1}{\frac{r_1}{3}} \times h_1$
$= 3h_1$
$= 0.246$m

এখানে,
১ম নলের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 2 \times 10^{-3}$m
২য় নলের ব্যাসার্ধ,
$r_2 = \frac{r_1}{3} = 6.67 \times 10^{-4}$ m
১ম নলের উচ্চতা, $h_1 = 0.082$
২য় নলের উচ্চতা, h_2 = ?



h_1 উচ্চতার উপরের অংশের পানির আয়তন = আয়তক্ষেত্রের আয়তন – ফাকা অর্ধবৃত্তের আয়তন $= \pi r^2.r - \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi r^2 = \frac{1}{3}\pi r^3$

$\therefore$ মোট আয়তন, $V = \left(\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^3\right)$

১ম নলে পানির ভর, $m_1 = \rho V_1$

$= \rho \times \left(\pi r_1^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r_1^3\right)$

$= \rho \times \pi r_1^2 \left(h_1 + \frac{r_1}{3}\right)$

$= 1.04 \times 10^{-4}$ kg

২য় নলে পানির ভর, $m_2 = \rho V_2$

$= \rho \times \left(\pi r_2^2 h_2 + \frac{1}{3}\pi r_2^3\right)$

$= \rho \times \pi r_2^2 \left(h_2 + \frac{r_2}{3}\right)$

$= 3.44 \times 10^{-4}$ kg

$\therefore \Delta m = m_2 - m_1 = (3.44 - 1.04) \times 10^{-4} = 0.24$mg

অতএব, ১ম নলে উত্থিত পানির ভর ২য় নলে উত্থিত পানির ভর অপেক্ষা 0.24mg বেশি।

প্রশ্ন ▶ ২৬ একই আকারের দশটি পানির ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হলো। প্রতিটি ফোঁটায় ব্যাস 5×10^{-7}m। পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-7} Nm^{-1}। *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]*

ক. টর্ক কাকে বলে? ১

খ. $\hat{i} \times \hat{i} = 0$ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের বড় ফোঁটার ব্যাস নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘুর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ $|\hat{i} \times \hat{i}| = |\hat{i}| \times |\hat{i}| \sin\alpha$

$= 1.1 \sin 0$

$= 1.1.0$

$= 0$

এখানে, $|\hat{i}| = 1$

$\alpha = 0$ [∵ ভেক্টরদ্বয় একই]

আমরা জানি, যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বলে। সুতরাং, দেখা যাচ্ছে $\hat{i} \times \hat{i}$ এর মান শূন্য। অর্থাৎ $\hat{i} \times \hat{i}$ ভেক্টরটি নাল ভেক্টর।

গ ৬(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য। উত্তর : 1.07×10^{-6} m

ঘ ৬(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ২৭ 1m দৈর্ঘ্যের P ও Q দুটি তারের মুক্তপ্রান্তে সমান ভার যুক্ত করার ফলে উভয় তারের দৈর্ঘ্য 5mm করে প্রসারণ হয়। P ও Q তারের ইয়ং-এর গুণাংক যথাক্রমে 1.3×10^{11} Nm^{-2} এবং 2.1×10^{11} Nm^{-2}. P তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 5mm^2। একজন ছাত্র প্রদত্ত তথ্য হতে হিসাব করে দেখল যে, Q তারের পয়সনের অনুপাত 0.5 অপেক্ষা কম হয়। *[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]*

ক. সান্দ্রতা কী? ১

খ. কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ যত কম হয় পানি স্তম্ভের উচ্চতা তত বেশি হয় –ব্যাখ্যা কর। ২

গ. তার দুটির উপর প্রযুক্ত পীড়নের তুলনা কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের ছাত্র কর্তৃক Q তারের পয়সনের অনুপাতের হিসাব সঠিক কিনা? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের দরুন কোন প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

খ পানির মধ্যে কাচনল ডুবালে অপেক্ষাকৃত সরু নলের অভ্যন্তরে পানি বেশি উপরে উঠে। এর কারণ হলো, কৈশিক নলে উত্থিত পানির উচ্চতা নলের ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক ($T = \frac{h\rho gr}{2}$ সমীকরণ অনুসারে T, ρ, g ধ্রুব থাকলে hr = ধ্রুবক বা, $h \propto \frac{1}{r}$)।

আমরা জানি, পৃষ্ঠটানজনিত উর্ধ্বমুখী বল নলের পরিধির সমানুপাতিক ($F = T \times 2\pi r$)। তবে উত্তোলিত পানির ওজন ব্যাসার্ধের বর্গের সমানুপাতিক ($W = mg = V\rho g = \pi r^2 h\rho g$; h, ρ, g ধ্রুবমানের হলে $W \propto r^2$)। তাই অপেক্ষাকৃত সরু নল ব্যবহার করলে প্রাপ্ত উর্ধ্বমুখী বল সামান্য কমে গেলেও উত্তোলনযোগ্য পানির ওজন অনেক বেশি কমে যায়। তাই সরু নলের অভ্যন্তরে পানি বেশি উপরে উঠে।

গ P তারের ওপর প্রযুক্ত পীড়ন $\frac{F_P}{A_P}$ হলে,

P তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y_P = \frac{F_P/A_P}{l_P/L_P}$

বা, $\frac{F_P}{A_P} = Y_P \frac{l_P}{L_P}$

$= 1.3 \times 10^{11} \times \frac{5 \times 10^{-3}}{1}$

$= 6.5 \times 10^{8}$ Nm^{-2}

এখানে,
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $l_P = 5$mm $= 5 \times 10^{-3}$ m
আদি দৈর্ঘ্য, $L_P = 1$m

Q তারের ওপর প্রযুক্ত পীড়ন $\frac{F_Q}{A_Q}$ হলে, Q তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y_Q = \frac{F_Q/A_Q}{l_Q/L_Q}$

বা, $\frac{F_Q}{A_Q} = Y_Q \frac{l_Q}{L_Q}$

$= 2.1 \times 10^{11} \times \frac{5 \times 10^{-3}}{1}$

$= 1.05 \times 10^{9}$ Nm^{-2}

এখানে,
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $l_Q = 5$mm $= 5 \times 10^{-3}$ m
আদি দৈর্ঘ্য, $L_Q = 1$m

∴ Q তারে পীড়ন P তারের পীড়ন অপেক্ষা বেশি।

ঘ 'গ' থেকে পাই, P তারের পীড়ন, $\frac{F_P}{A_P} = 6.5 \times 10^{8}$Nm^{-2}

যেহেতু P তাদের ক্ষেত্রে 5mm^2 $= 5 \times 10^{-6}$m^2

প্রয়োগকৃত বল, $F_P = 6.5 \times 10^{8} \times 5 \times 10^{-6}$

$= 3250$N

যেহেতু P ও Q তারে সমান ভার দেয়া হয়েছিল, $F_Q = F_P$

'গ' থেকে পাই Q তারের পীড়ন, $\frac{F_Q}{A_Q} = 1.05 \times 10^{9}$ Nm^{-2}

∴ Q তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_Q = \frac{F_Q}{1.05 \times 10^9}$

$= \frac{3250}{1.05 \times 10^9}$

$= 3.1 \times 10^{-6}$ m^2

যেহেতু বল প্রয়োগের আগে ও পরে আয়তন সমান।

$\therefore V_1 = V_2$

বা, $A_1L_1 = A_2L_2$

বা, $A_1L_1 = A_2(L_1 + l)$

বা, $A_2 = \dfrac{A_1L_1}{L_1 + l}$

$= \dfrac{3.1 \times 10^{-6} \times 1}{1 + 5 \times 10^{-3}}$

$= 3.085 \times 10^{-6}\ m^2$

$\therefore$ বল প্রয়োগের পূর্বে ব্যাসার্ধ r_1 হলে,

$A_1 = \pi r_1^2$

বা, $r_1 = \sqrt{\dfrac{A_1}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{3.1 \times 10^{-6}}{3.1416}} = 9.93 \times 10^{-4} m$

বল প্রয়োগের পরে ব্যাসার্ধ r_2 হলে,

$A_2 = \pi r_2^2$

বা, $r_2 = \sqrt{\dfrac{A_2}{\pi}} = \dfrac{3.085 \times 10^{-6}}{3.1416} = 9.9095 \times 10^{-4}$ m

$\therefore$ পয়সনের অনুপাত δ হলে,

$$\delta = \dfrac{\dfrac{\Delta r}{r}}{\dfrac{\Delta l}{L}} = \dfrac{\dfrac{9.93 \times 10^{-4} - 9.9095 \times 10^{-4}}{9.93 \times 10^{-4}}}{\dfrac{5 \times 10^{-3}}{1}}$$

$= \dfrac{2.064 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}}$

$= 0.413$ যা 0.5 অপেক্ষা কম।

অতএব, ছাত্র কর্তৃক হিসাব সঠিক ছিল।

প্রশ্ন ▶২৮ P ও Q দুটি তরল পদার্থ যাদের ঘনত্ব যথাক্রমে $1000\ kgm^{-3}$ ও $800\ kgm^{-3}$। প্রথমে P তরল হতে 0.1 m দৈর্ঘ্যের তারকে অনুভূমিকভাবে উপরে উঠানো হল। পরে 4 mm ব্যাসার্ধের ও $7.8 \times 10^3\ kgm^{-3}$ ঘনত্বের একটি লোহার গোলককে P ও Q উভয় তরলে ছেড়ে দিয়ে দেখা গেল তাদের প্রান্তবেগ যথাক্রমে $2.36 \times 10^2\ ms^{-1}$ ও $4 \times 10^2\ ms^{-1}$ [P তরলের পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$ এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$]

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. স্থিতিস্থাপক সীমা কাকে বলে? ১

খ. তারের সম্প্রসারণে বিভব শক্তি সঞ্চিত হয় —ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের তারটি উঠানোর সময় প্রযুক্ত বল এর মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন তরলটি বেশি সান্দ্র-গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে অপসারণ করলে বস্তুটি সম্পূর্ণরূপে পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় বলের সেই মানকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

খ বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে কোনো বস্তুকে বিকৃত করলে কিছু কাজ করতে হয় এবং ঐ কাজ বস্তুতে বিভব শক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। স্থিতিস্থাপকতার কারণে বস্তু প্রত্যাবর্তী বল দ্বারা তার বিকারে বাধা দেয়। তাই কোনো বস্তুকে বিকৃত করতে হলে এ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। এ কৃতকাজ দ্বারা সঞ্চিত শক্তিকে স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে।

সুতরাং একটি তারের সম্প্রসারণেও স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি সঞ্চিত হয় যার মান—

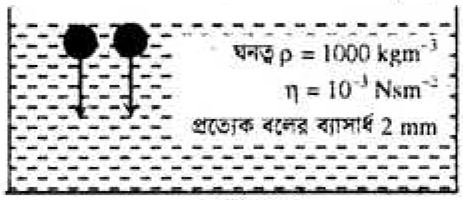
স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি $= \dfrac{1}{2} \times$ প্রযুক্ত বল $\times$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি।

গ ৮(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 7.2×10^{-3} N

ঘ ৮(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** P তরলটি বেশি সান্দ্র।

প্রশ্ন ▶২৯ নদীমাতৃক বাংলাদেশ সাঁতার শেখা খুবই প্রয়োজন। সাঁতার শিখতে গিয়ে জারা সুইমিং পুলের পাশে একই আকৃতির কিছু লোহার ও কাচের বল দেখতে পেল। কৌতুহলবশত জারা ভিন্ন পদার্থের দু'টি বলকে পুলের স্থির পানিতে একই সাথে ছেড়ে দিল এবং নিচে পড়া পর্যবেক্ষণ করল। সে লক্ষ্য করল বল দুটি ভিন্ন সময়ে তলদেশে পৌছল। লোহা ও কাঁচের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3\ kgm^{-3}$ ও $2.4 \times 10^3\ kgm^{-3}$।

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]



সুইমিং পুল

ক. আদি দশা কাকে বলে? ১

খ. সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার মোট শক্তি সরণের উপর নির্ভর করে না-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. লোহার বলটি $59.23\ ms^{-1}$ প্রান্তিক বেগে পতিত হলে এর উপর সান্দ্র বল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বল দুটি ভিন্ন সময়ে তলদেশে পৌছানোর কারণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো বস্তুর যাত্রার শুরুর মুহূর্তে যে দশা থাকে তাকে এর epoch বা আদি দশা বলে।

খ সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার মোট যান্ত্রিক শক্তি E হচ্ছে গতিশক্তি এবং বিভব শক্তির সমষ্টি।

$\therefore E = K + U$

$= \dfrac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \delta) + \dfrac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \delta)$

$\therefore E = \dfrac{1}{2} kA^2$

যেহেতু বল ধ্রুবক k এবং বিস্তার A ধ্রুব সংখ্যা, সুতরাং দেখা যায় যে, মোট যান্ত্রিক শক্তি একটি ধ্রুবক। সর্বোচ্চ সরণের ক্ষেত্রে অর্থাৎ বিস্তারের প্রান্তে গতিশক্তি শূন্য, কিন্তু বিভব শক্তির মান $\dfrac{1}{2} kA^2$। সাম্য অবস্থানে বিভব শক্তি শূন্য, কিন্তু গতিশক্তি $\dfrac{1}{2} kA^2$। অন্য সকল অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি এবং বিভবশক্তি উভয়ই থাকে এবং তাদের সমষ্টি হচ্ছে $\dfrac{1}{2} kA^2$। অর্থাৎ দেখা যায় যে, সরল ছন্দিত গতিস্পন্দন সম্পন্ন কোন কণার মোট শক্তি কণাটির বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

অথবা, $E \propto A^2$

অর্থাৎ, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার মোট শক্তি সরণের উপর নির্ভর করে না।

গ

$F = 6\pi\eta rv$

$= 6\pi \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3} \times 59.23$

$= 2.23 \times 10^{-3}$ N **(Ans.)**

এখানে, প্রান্তিক বেগ, $v = 59.23\ ms^{-1}$

তরলের সান্দ্রতা, $\eta = 10^{-3}\ Nsm^{-2}$

বলের ব্যাসার্ধ, $r = 2$ mm

$= 2 \times 10^{-3}$ m

বাধাদানকারী সান্দ্র বল, $F = ?$

ঘ তরলের অন্তঃবেগের জন্য,

$v = \dfrac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9\eta}$

কাঁচের বলের জন্য অন্তঃবেগ

$v_g = \dfrac{2r^2(\rho_{sg} - \rho_f)g}{9\eta}$

এখানে,

বলদুটির ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-3}$ m

তরলের ঘনত্ব, $\rho_f = 10^3\ kgm^{-3}$

লোহার ঘনত্ব, $\rho_{si} = 7.8 \times 10^3\ kgm^{-3}$

কাঁচের ঘনত্ব, $\rho_{sg} = 2.4 \times 10^3\ kgm^{-3}$

এবং লোহার বলের জন্য অন্তঃবেগ

$$v_i = \frac{2r^2(\rho_{si} - \rho_f)g}{9\eta}$$

$$\therefore \frac{v_g}{v_i} = \frac{2r^2(\rho_{sg} - \rho_f)g}{9\eta} \times \frac{9\eta}{2r^2(\rho_{si} - \rho_f)g}$$

$$= \frac{\rho_{sg} - \rho_f}{\rho_{si} - \rho_f}$$

$$\therefore \frac{v_g}{v_i} = \frac{2.4 \times 10^3 - 1 \times 10^3}{7.8 \times 10^3 - 1 \times 10^3}$$

বা, $\frac{v_g}{v_i} = \frac{7}{34}$

এখন বল দুটির তলদেশে পৌছানোর জন্য সময় প্রয়োজনীয় লোহার বলের জন্য t_i এবং কাঁচের বলের জন্য t_g হলে এবং পাত্রের গভীরতা d হলে,

$$\frac{t_i}{t_g} = \frac{d/v_i}{d/v_g}$$

$$\frac{t_i}{t_g} = \frac{v_g}{v_i} = \frac{7}{34}$$

বা, $\frac{t_i}{t_g} = 0.2059\ (< 1)$

$\therefore t_i < t_g$

অতএব লোহার বলের জন্য সময় কম লাগবে। এদের ঘনত্বের ভিন্নতার জন্য অন্তঃবেগ ভিন্ন হয় এজন্য সময়ও বিভিন্ন হয়।

প্রশ্ন ▶ ৩০ 2m দৈর্ঘ্যের দুটি P ও Q উপাদানের তারের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1 mm ও 2mm। প্রত্যেক তারের দৈর্ঘ্য 5mm বৃদ্ধি করতে P তারের তিনগুণ বল Q তারে প্রয়োগ করতে হয়। P তারের উপাদানের ইয়ং গুণাংক $2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$। *[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ]*

ক. সান্দ্রতা কাকে বলে? ১
খ. বৃষ্টির ফোটার বেগ সুষম হয় কেন ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত P তারের দৈর্ঘ্য উল্লিখিত পরিমাণ বৃদ্ধি করলে তারে কি পরিমাণ শক্তি সঞ্চিত হবে নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উদ্দীপকে উল্লিখিত কোন তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক গাণিতিক যুক্তিসহ আলোচনা করো। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের দরুন কোন প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

খ অবাধভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা কিন্তু তা হয় না। এর কারণ হল বৃষ্টির ফোঁটা যখন বায়ুমন্ডলের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর ওপর বায়ুমন্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক সময় ফোঁটাটির নিট ত্বরণ শূন্য হয়। ফোঁটাটি তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে।

গ

P তারে সঞ্চিত শক্তি,

$$W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

$$= \frac{Y \times \pi r^2 \times l^2}{2L}$$

এখানে,
P তারের জন্য
দৈর্ঘ্য, L = 2m
ব্যাসার্ধ, $r = 1 \times 10^{-3} m$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 5 \times 10^{-3} m$
ইয়ং এর গুণাঙ্ক,
$Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

$$= \frac{1 \times 2 \times 10^{11} \times 3.1416 \times (1 \times 10^{-3})^2 \times (5 \times 10^{-3})^2}{2 \times 2}$$

= 3.927 J **(Ans.)**

ঘ

Q তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$Y_Q = \frac{F_Q L_Q}{A_Q l_Q}$$

P তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$Y_P = \frac{F_P L_P}{A_P l_P}$$

$$\therefore \frac{Y_Q}{Y_P} = \frac{F_Q L_Q}{A_Q l_Q} \times \frac{A_P l_P}{F_P L_P}$$

এখানে,
P তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y_P = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$
দৈর্ঘ্য, $L_P = 2m$
ব্যাসার্ধ, $r_p = 1 \times 10^{-3} m$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_P = 5 \times 10^{-3} m$
প্রযুক্ত বল = F_p N

Q তারের,
দৈর্ঘ্য, $L_Q = 2m$
ব্যাসার্ধ, $r_Q = 2 \times 10^{-3} m$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_Q = 5 \times 10^{-3} m$
প্রযুক্ত বল, $F_Q = 3F_P N$

$$= \frac{3F_P \times 2 \times \pi \times (1 \times 10^{-3})^2 \times 5 \times 10^{-3}}{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2 \times 5 \times 10^{-3} \times F_P \times 2}$$

$$= \frac{3 \times (1 \times 10^{-3})^2}{(2 \times 10^{-3})^2}$$

বা, $Y_Q = 0.75 \times Y_P$

$\therefore Y_Q = 1.5 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

দেখা যাচ্ছে যে, P তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বেশি অর্থাৎ Q তারের স্থিতিস্থাপকতা P তারের চেয়ে কম হবে।

প্রশ্ন ▶ ৩১ 20 সেন্টিমিটার দীর্ঘ ও 0.02 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি কাঁচের তৈরি কৈশিক নলকে পানির ভেতর ডুবানো হল এবং নলের মধ্যে পানির উচ্চতা 4 সেন্টিমিটার হলো। *[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা]*

ক. পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে? ১
খ. মাটির পাত্রে পানি ঠান্ডা থাকে কেন? ২
গ. পানির পৃষ্ঠটান নির্ণয় করো। ৩
ঘ. যদি সম্পূর্ণ সজ্জাকে মুক্তভাবে পড়ন্ত লিফটে রাখা হয় তবে কৈশিক নলের ভেতরে পানির উচ্চতার কীরূপ পরিবর্তন হবে– গাণিতিক বিশ্লেষণ পূর্বক মতামত দাও। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরলের মুক্ততলের ক্ষেত্রফল একক পরিমাণ বৃদ্ধি করতে এতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠশক্তি বলে।

খ মাটির পাত্রের ক্ষুদ্র ছিদ্রগুলো কৈশিক নলের মতো কাজ করে, ফলে পাত্র থেকে পানি পাত্রের গায়ে উঠে আসে এবং বাষ্পীভূত হয়। এই বাষ্পীভবনের জন্য প্রয়োজনীয় তাপ পাত্রের পানি থেকেই শোষিত হয়, ফলে পানি ঠান্ডা থাকে।

গ পানির পৃষ্ঠটান,

$T = \frac{rh\rho g}{2}$, পানির ক্ষেত্রে, $\cos\theta = 1$

$$= \frac{0.02 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2} \times 1 \times 10^3 \times 9.8}{2}$$

$= 0.0392\ Nm^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে, নলের ব্যাসার্ধ,
$r = 0.02cm = 0.02 \times 10^{-2} m$
উত্থিত পানির উচ্চতা,
$h = 4cm = 4 \times 10^{-2} m$
পানির ঘনত্ব,
$\rho = 1 \times 10^3\ kgm^{-3}$

ঘ যদি সম্পূর্ণ সজ্জাকে মুক্তভাবে পড়ন্ত লিফটে রাখা হয় তবে কৈশিক নলের মধ্যে পানির উচ্চতার পরিবর্তন ব্যাখ্যা–
মুক্তভাবে পড়ন্ত লিফটের ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের উপর কৈশিক নলের পানির উচ্চতা নির্ভর করবে।
পানির পৃষ্ঠটান T হলে,

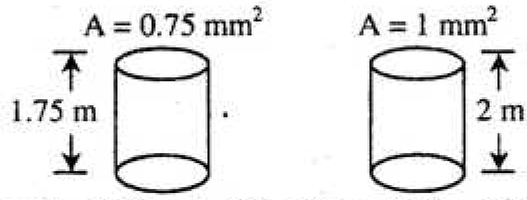
$$T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$$

এখন পানির পৃষ্ঠটানের উপর g এর প্রভাব নেই। পানির ঘনত্ব, ρ এবং নলের ব্যাসার্ধ, r ধ্রুবক। অর্থাৎ g পরিবর্তিত হলে উচ্চতার পরিবর্তন হবে।

$$\therefore h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g}$$

g এর মান কমতে থাকলে h এর মান বাড়তে থাকবে। এখন g এর মান শূন্য হলে $h \rightarrow \infty$ অর্থাৎ, নলের ভেতর দিয়ে পানি উপচে পরবে। অর্থাৎ পানি উঠার জন্য g এর বিরুদ্ধে কোনো ধরনের কাজ করতে হবে না। অর্থাৎ মুক্তভাবে পড়ন্ত লিফটের জন্য কৈশিক নলের ভেতর পানি উপচে পড়বে।

প্রশ্ন ▶৩২



উদ্দীপকের তার-১ এ 20kg এ এবং তার-২ এ 25kg ভর ঝুলালে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 1mm পাওয়া যায়। *[নিউ গভ. ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী]*

ক. প্রান্তিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. পারদে কৈশিক নল ডুবালে পারদ নিচে নেমে যায় কেন-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের ১ম তারের একক আয়তনে সঞ্চিত বিভবশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তার-১ এবং তার-২ এর অসহভার-গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে কোনো প্রবাহীর মধ্য দিয়ে গতিশীল কোনো বস্তু সর্বোচ্চ যে বেগে উপনীত হলে নিট বল শূন্য হয় এবং বস্তুটি সমবেগে চলতে থাকে, সে বেগকে বলা হয় প্রান্তিকবেগ বা অন্তঃবেগ।

খ কৈশিক নল সাধারণত কাঁচের তৈরী। পারদ ও কাঁচ অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল পারদ অনুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। তাই পানি ও পারদের মধ্যকার স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হয়। ফলে কৈশিক নলের ভিতরের পারদের উপরিতল উত্তল আকার ধারণ করে। পারদের পৃষ্ঠটান তা সমতল করার চেষ্টা করে। ফলে একটি নিম্নমুখী বল উৎপন্ন হয় যা নলের ভিতরের পারদকে নিচের দিকে ঠেলে দেয়। ফলে পারদ নিচে নামে।

গ একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$U = \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{mg}{A} \times \frac{l}{L}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{20 \times 9.8}{0.75 \times 10^{-6}} \times \frac{10^{-3}}{1.75}$

$= 7.46 \times 10^4 \text{ Jm}^{-3}$ (Ans)

এখানে,
১ম তারের জন্য
আদি দৈর্ঘ্য, L = 1.75 m
ক্ষেত্রফল, $A = 0.75 \text{ mm}^2 = 0.75 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
ভর, m = 20 kg
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 1\text{mm} = 10^{-3}$ m

ঘ ১ম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$Y_1 = \frac{F_1 L_1}{A_1 l_1}$

$= \frac{m_1 g L_1}{A_1 l_1}$

$= \frac{20 \times 9.8 \times 1.75}{0.75 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-3}}$

$= 4.57 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ (Ans)

এখানে,
১ম তারের জন্য
ভর, $m_1 = 20$ kg
ক্ষেত্রফল, $A_1 = 0.75 \text{ nm}^2 = 0.75 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
দৈর্ঘ্য, $L_1 = 1.75$ m
দৈর্ঘ্য, বৃদ্ধি, $l_1 = 1 \times 10^{-3}$m

২য় তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$Y_2 = \frac{m_2 g L_2}{A_2 l_2}$

$= \frac{25 \times 9.8 \times 2}{1 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-3}}$

$= 4.9 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ (Ans)

এখানে, ২য় তারের জন্য
ভর, $m_2 = 25$ kg
ক্ষেত্রফল, $A_2 = 1 \times 10^{-6} \text{m}^2$
দৈর্ঘ্য, $L_2 = 2$ m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_2 = 1 \times 10^{-3}$m

১ম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক, ২য় তার অপেক্ষা কম। অর্থাৎ

ইয়ং এর গুণাঙ্ক $= \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

যার ক্ষেত্রে পীড়ন বেশি হবে তার ইয়ং এর গুণাঙ্ক বেশি হবে। আবার পীড়ন বেশি হলে অসহ ভার বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶৩৩ ভিন্ন উপাদানের তৈরি দুটি ধাতব তারে প্রযুক্ত বলের জন্য দৈর্ঘ্য প্রসারণ সংক্রান্ত পরীক্ষায় প্রাপ্ত বিভিন্ন রাশির মান নিম্নরূপ:

তার	দৈর্ঘ্য (m)	ব্যাস (mm)	প্রযুক্ত বল (N)	দৈর্ঘ্য প্রসারণ (mm)
A	1.5	2	2×10^6	4
B	3	2.2	20	0.1

[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]

ক. স্থিতিস্থাপক সীমা কী? ১

খ. কোন কৈশিক নলে পানির আরোহণ ঘটে কিন্তু পারদের অবরোহন ঘটে– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. A তারটির প্রতি একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে অপসারণ করলে বস্তুটি সম্পূর্ণরূপে পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় বলের সেই মানকে ঐ বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

খ কৈশিক নল সাধারণত কাঁচ দিয়ে তৈরি হয়। কাঁচ ও পানি অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল পানি অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা বৃহত্তর হওয়ায় কৈশিক নলে পানির আরোহণ ঘটে। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ সূক্ষ্ম এবং কৈশিক নলে পানির উত্থান নলের ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক। অপরদিকে, পারদ ও কাঁচ অণুর মধ্যকার অসঞ্জন বল পারদ অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। তাই কৈশিক নলে পারদের অবনমন ঘটে। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ স্থূল এবং কৈশিক নলে পারদের অবনমন নলের ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক।

গ

A তারের একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি,

$U = \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^6}{\pi \times (1 \times 10^{-3})^2} \times \frac{4 \times 10^{-3}}{1.5}$

$= 8.5 \times 10^8 \text{ Jm}^{-3}$ (Ans)

এখানে,
A তারের দৈর্ঘ্য, L = 1.5 m
A তারের ব্যাসার্ধ, $r = 1 \times 10^{-3}$m
প্রযুক্ত বল, $F = 2 \times 10^6$ N
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $l = 4 \times 10^{-3}$ m

ঘ ১০ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶৩৪ পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে রাহাত 20cm বাহুবিশিষ্ট একটি অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের ওপর 1000 N ব্যবর্তন বল প্রয়োগ করে। ফলে ঘনকের ওপরের পৃষ্ঠ নিচের অপেক্ষা0.02 cm সরে যায়। অপরদিকে, সুজাত $1.256 \times 10^{-3}\text{m}^2$ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ৪০০০০০০টি পারদের ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরি হয়। পারদের পৃষ্ঠটান $465 \times 10^{-3}\text{Nm}^{-1}$। *[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*

ক. হুকের সূত্রটি লেখ। ১

খ. অসহ পীড়ন জানার প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. রাহাতের ব্যবহৃত ঘনকের ব্যবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. সুজাতের বড় ফোঁটা তৈরিতে শক্তির শোষণ না-কি নিঃসরণ ঘটবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

খ কোনো বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর সর্বনিম্ন যে বল প্রয়োগে বস্তুটি ছিড়ে বা ভেঙে যাবে তাকে ঐ বস্তুর অসহ পীড়ন বলে। কোনো বস্তু নিয়ে কাজ করার সময় তার অসহ পীড়ন না জানলে তা সর্বোচ্চ কত বল সহ্য করতে পারবে এবং তাকে কী কাজে ব্যবহার করা যাবে বা কী কাজে কোন বস্তু ব্যবহার করা যাবে তা নির্দিষ্ট করা যাবে না। এ কারণে ব্যবহার্য পদার্থের অসহ পীড়ন জানা প্রয়োজন।

গ

এখন,

ব্যবর্তন গুণাঙ্ক $\eta = \frac{F}{A\theta}$

এখানে, বিকার, $\theta = \frac{x}{L}$

$\therefore \eta = \frac{FL}{Ax}$

$= \frac{1000 \times 0.2}{0.04 \times 2 \times 10^{-4}}$

$= 2.5 \times 10^7$ Nm^{-2} **(Ans.)**

এখানে,
বল, $F = 1000$ N
দৈর্ঘ্য, $L = 20$ cm $= 0.2$ m
ক্ষেত্রফল, $A = 0.2 \times 0.2 = 0.04$ m^2
সরণ, $x = 0.02$ cm $= 2 \times 10^{-4}$ m

ঘ এখন, আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে

$\frac{4}{3}\pi R^3 = N \times \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $R^3 = Nr^3$

বা, $R = (N)^{\frac{1}{3}} r$

$= 200 \times 0.01$

$= 2$ m

এখানে,
ছোট ফোঁটায় ব্যাসার্ধ,

$r^2 = \frac{A}{4\pi}$

$\therefore r = \sqrt{\frac{1.256 \times 10^{-3}}{4\pi}}$

$= 9.997 \times 10^{-3}$ m

$\cong 0.01$ m

পৃষ্ঠটান, $T = 465 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}
বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $= R$
ফোঁটার সংখ্যা, $N = 8000000$

আবার, ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ΔA

$W = \Delta A \times T$

$= 4\pi (Nr^2 - R^2)T$

$= 4\pi \times \{8 \times 10^6 \times (0.01)^2 - 2^2\} \times 465 \times 10^{-3}$

$= 4651.32$ J

শক্তির পরিমাণ ধনাত্মক, অর্থাৎ শক্তি নির্গত হবে।

প্রশ্ন ▶৩৫ সানি 0.5mm ব্যাসের একটি কাঁচ নলকে একটি পাত্রে রক্ষিত 1050 kgm^{-3} ঘনত্বের একটি তরলে উল্লম্বভাবে প্রবেশ করাল। এর ফলে নলের ভেতর কিছু তরল প্রবেশ করে পাত্রের তরলের মুক্ত তল থেকে নলের ভিতরে তরল 5.7cm উপরে উঠে গেল।

[ব্রাহ্মণবাড়িয়া সরকারি কলেজ, ব্রাহ্মণবাড়িয়া]

ক. শিশিরাংক কী? ১

খ. বিশুদ্ধ পারদ ও কাঁচের মধ্যকার স্পর্শ কোণ 139° বলতে কী বোঝ? ২

গ. নলে উত্থিত তরলের উপর ক্রিয়াশীল উর্ধ্বমুখী বল নির্ণয় করো। ৩

ঘ. 0.5mm এর পরিবর্তে 1mm ব্যাসের নল একইভাবে প্রবেশ করালে উদ্দীপকের ঘটনার কীরূপ পরিবর্তন ঘটবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ কাঁচের সাথে পারদের স্পর্শকোণ 139°, যা একটি স্থূল কোণ। এ তথ্যের দ্বারা বোঝায় যে পারদের ঘনত্ব কাচের ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি। আবার পারদের অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল হতে কাঁচ ও পারদের আসঞ্জন বল ক্ষুদ্রতর অর্থাৎ পারদ কাঁচকে ভেজায় না। আবার পারদের ভেতর কোনো কৈশিক নল ডুবালে নলের ভেতরের পারদের উপরিতল উত্তল হয় তাই নলের ভেতর পারদ নিচে নেমে যায়।

গ এখন,
নলে উত্থিত তরলের উপর ক্রিয়াশীল উর্ধ্বমুখী বল, F হলে,

পৃষ্ঠটান, $T = \frac{F}{l}$

বা, $F = T \times l$

বা, $F = 2\pi r T \cos\theta$

আবার, পৃষ্ঠটান, $T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$

$\therefore F = 2\pi r \times \frac{rh\rho g}{2}$

এখানে,
নলের ব্যাসার্ধ,
$r = \frac{0.5}{2}$ mm $= 0.25 \times 10^{-3}$m
তরলের ঘনত্ব,
$\rho = 1050$ kgm^{-3}
উত্থিত তরলের উচ্চতা,
$h = 5.7$cm $= 5.7 \times 10^{-2}$m
এখানে,
মুক্ত পৃষ্ঠের দৈর্ঘ্য,
$l = 2\pi r \cos\theta$

$= 3.1416 \times (0.25 \times 10^{-3})^2 \times 5.7 \times 10^{-2} \times 1050 \times 9.8$

$= 1.15 \times 10^{-4}$N **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই, 0.5mm ব্যাসের নল প্রবেশ করালে উত্থিত তরলের উচ্চতা,

$h = 5.7$cm

$= 5.7 \times 10^{-2}$m

তরলের পৃষ্ঠটান T হলে আমরা পাই,

$T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$ ... (i)

এখন, প্রথম ক্ষেত্রে নলের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 0.25 \times 10^{-3}$m

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে নলের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 0.5 \times 10^{-3}$m

এখন (i) হতে, তরলের পৃষ্ঠটান T ধ্রুবক

অর্থাৎ, $T = \frac{r_1 h_1 \rho g}{2\cos\theta} = \frac{r_2 h_2 \rho g}{2\cos\theta}$

বা, $r_1 h_1 = r_2 h_2$

বা, $h_2 = \frac{r_1 h_1}{r_2}$

$= \frac{0.25 \times 10^{-3} \times 5.7 \times 10^{-2}}{0.5 \times 10^{-3}}$

$= \frac{5.7 \times 10^{-2}}{2}$

$= 0.0285$m

অতএব ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করার ফলে উত্থিত তরলের উচ্চতা অর্ধেক হয়ে যাবে।

প্রশ্ন ▶৩৬ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ করো এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:
200kg ভরবিশিষ্ট একটি গাছের গুড়িকে নির্দিষ্ট স্থানে নেওয়ার জন্য একজন কাঠুরে এর অগ্রভাগে একটি রশি বেঁধে গুড়িকে টানছেন। টান প্রয়োগের ফলে রশিটির দৈর্ঘ্য 0.05% বৃদ্ধি পেল এবং এর ব্যাস 0.005% কমে গেল। উল্লেখ্য 5m দৈর্ঘ্যের রশিটির ব্যাস 0.025 এবং ব্যাস 1.05% হ্রাস পেলে ছিড়ে যাবে।

[চট্টগ্রাম বিজ্ঞান কলেজ]

ক. টর্ক কী? ১

খ. রাস্তার বাঁকে সাইকেল আরোহীকে হেলে থাকতে হয় কেন— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. দৈর্ঘ্য প্রসারিত অবস্থায় রশিটির পয়সনের অনুপাত নির্ণয় করো। ৩

ঘ. প্রথমে প্রযুক্ত টানে গুড়িটি সরাতে না পেরে কাঠুরে টান দ্বিগুণ করল এবং রশিটির দৈর্ঘ্য 11% বেড়ে গেল। রশিটি কি ছিড়ে যাবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে তোমার মতামত দাও। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যা কোন অঘূর্ণনশীল বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি করে বা ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন করে তাকে টর্ক বলে।

খ বক্রপথে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীকে সাইকেলসহ বাঁকের কেন্দ্রের দিকে হেলে যেতে দেখা যায়। বৃত্তাকার পথে চলার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টির জন্য এরূপ হেলে যেতে হয়। কাত হয়ে চলার সময় সাইকেলের উপর ভূমির প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়।

গ পয়সনের অনুপাত σ হলে,

$\sigma = \dfrac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

$= \dfrac{0.005 \times 10^{-2}}{0.05 \times 10^{-2}}$

$= 0.1$ **(Ans.)**

এখানে,
পার্শ্ব বিকৃতি $= 0.005\%$
$= 0.005 \times 10^{-2}$
দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= 0.05\%$
$= 0.05 \times 10^{-2}$

ঘ 'গ' হতে, রশিটির পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.1$

এখন, রশিটির টান দ্বিগুণ করায় যদি দৈর্ঘ্য 11% বৃদ্ধি পায়, তবে দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= 11 \times 10^{-2}$

∴ পয়সনের অনুপাত $\sigma = \dfrac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

বা, পার্শ্ব বিকৃতি $= \sigma \times$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি

$= 0.1 \times 11 \times 10^{-2}$

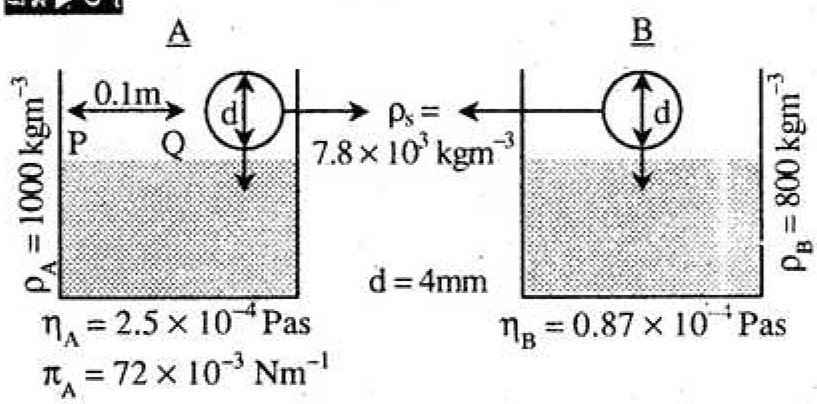
$= 11 \times 10^{-3}$

$= 1.1 \times 10^{-2}$

∴ রশিটির ব্যাস হ্রাস পাবে 1.1%

যেহেতু ব্যাস 1.05% হ্রাস পেলে ছিঁড়ে যায়, তাই উপরিউক্ত ক্ষেত্রে রশির ব্যাস 1.1% হ্রাস পাওয়ায় রশিটি ছিঁড়ে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৭



গোলকগুলো তরলগুলোর তলদেশ থেকে একই উচ্চতায় অন্ত্যবেগ প্রাপ্ত হয়।

[মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. পৃষ্ঠটান কাকে বলে? ১

খ. ভার প্রসারণ লেখচিত্রের প্রকৃতি কেমন তা ব্যাখ্যা করো। ২

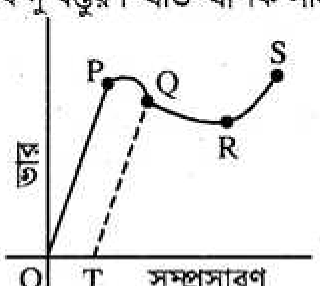
গ. A তরল থেকে PQ তারটিকে উপরে টেনে তুললে কি পরিমাণ বল লাগবে? ৩

ঘ. কোন তরলের ক্ষেত্রে গোলকটি আগে তলদেশে পৌঁছবে? গাণিতিক যুক্তিসহকারে ব্যাখ্যা করো। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ একটি তারের একপ্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে আটকে অপর প্রান্তে কিছু ওজন ঝুলিয়ে পরীক্ষা করলে দেখা যাবে যে, ওজনের পরিমাণ বাড়ালে তারের দৈর্ঘ্যও বেড়ে যায়। এখন ওজন ও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির লেখচিত্র অঙ্কন করলে চিত্রের মত একটি রেখা পাওয়া যাবে। লেখচিত্রটি O থেকে P বিন্দু পর্যন্ত একটি সরলরেখা, অর্থাৎ P বিন্দু পর্যন্ত তারের সম্প্রসারণ ভারের সমানুপাতিক এবং ঐ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে যে কোন অবস্থান থেকে ভার সরিয়ে নিলে বস্তুটি তার আগের অবস্থায় ফিরে আসবে। সুতরাং ঐ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক রূপে আচরণ করে এবং P বিন্দু বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা নির্দেশ করে।



স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করে ভার চাপালে দেখা যাবে লেখ নিচের দিকে বাঁক নিচ্ছে। এই সময়ে যে কোন মুহূর্তে (চিত্রে Q বিন্দু) ভার অপসারণ করে নিলেও তারটি আর আগের অবস্থায় ফিরে আসে না। তখন ভার-সম্প্রসারণ চিত্রে QT হয়। অর্থাৎ তারে একটি স্থায়ী বিকৃতি OT থেকে যায়। ভার আরো বৃদ্ধি করলে ভার-সম্প্রসারণ লেখ অনিয়মিতভাবে ওঠা-নামা করে এবং তারের কোন কোন জায়গা সরু হয়ে পরে। R পর্যন্ত এরকম চলে। R বিন্দুকে নতি বিন্দু বলে। এরপর ভার আরো বাড়ালে তারের বিভিন্ন জায়গা আরো সরু হতে থাকে এবং কোন এক জায়গা থেকে তার ছিঁড়ে যায় (চিত্রে S বিন্দু)। S বিন্দুকে সহন সীমা বলে।

গ A তরল হতে PQ তারকে টেনে উপরে তুলতে F বল দিতে হলে,

$F = 2lT$

$= 2 \times 0.1 \times 72 \times 10^{-3}$

$= 0.0144$N **(Ans.)**

এখানে, তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.1$m
A তরলের পৃষ্ঠটান,
$T = 72 \times 10^{-3}$Nm^{-1}

ঘ যেহেতু গোলকদ্বয় একই উচ্চতায় অন্তঃবেগ প্রাপ্ত হয়, তাই যার অন্তঃবেগ বেশি সে গোলকটি আগে তলদেশে পৌঁছবে।

A তরলে অন্তঃবেগ, v_A হলে,

$$v_A = \frac{2r^2(\rho_S - \rho_A)g}{9\eta_A}$$

B তরলে অন্তঃবেগ, v_B হলে,

$$v_B = \frac{2r^2(\rho_S - \rho_B)g}{9\eta_B}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\dfrac{2r^2(\rho_S - \rho_A)g}{9\eta_A}}{\dfrac{2r^2(\rho_S - \rho_B)g}{9\eta_B}}$$

$$= \frac{\eta_B}{\eta_A}\frac{(\rho_S - \rho_A)}{(\rho_S - \rho_B)}$$

$$= \frac{0.87 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-4}} \times \frac{7800 - 1000}{7800 - 800}$$

$$= 0.34$$

$$\therefore \frac{v_A}{v_B} < 1$$

বা, $v_A < v_B$

অর্থাৎ, B তরলে গোলকের অন্তঃবেগ A তরলের চাইতে বেশি।
ফলে B তরলে গোলকটি আগে পড়বে।

প্রশ্ন ▶ ৩৮ একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে 2 মিটার দীর্ঘ 0.001 মি ব্যাসার্ধের সম স্থিতিস্থাপকতার দুটি তার ঝুলানো আছে। প্রথম তারে 10 কেজি ভর ঝুলানো হলে 5% এবং দ্বিতীয় তারে 15 কেজি ভর ঝুলানো হলে 7% দৈর্ঘ্য প্রসারণ ঘটে।

[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]

ক. সান্দ্রতা কাকে বলে? ১

খ. 'কাঁচের উপর পানি ছড়িয়ে পড়ে অন্যদিকে পারদ ফোঁটার আকার ধারণ করে"–ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রথম তারটির একক আয়তনে বিভব শক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কোন তারটি অধিক স্থিতিস্থাপক গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের দরুন কোন প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

খ তরল পদার্থের সাধারণ ধর্ম হলো পৃষ্ঠটান যার দরুণ তরল গোলাকার ফোঁটার আকার ধারণ করতে চায়। কারণ গোলাকার অবস্থায় তরলের পৃষ্ঠদেশ সর্বাপেক্ষা কম। তাই পৃষ্ঠশক্তিও সর্বনিম্ন হয়।

কাঁচ ও পারদের মধ্যবর্তী আসঞ্জন বল, পারদপৃষ্ঠের অণুগুলোর মধ্যবর্তী পৃষ্ঠটানজনিত সংশক্তি বলের তুলনায় অনেক কম হওয়ায় কাঁচের উপর রাখা পারদ ফোঁটার গঠনের তেমন পরিবর্তন হয় না, তাই কাঁচের উপর পারদ ফোঁটার আকার ধারণ করে। কিন্তু পানি ও কাঁচের মধ্যবর্তী আসঞ্জন বল পানির সংশক্তি বলের তুলনায় বেশি হওয়ায় পানির ফোঁটা কাঁচের উপরে এর স্বাভাবিক গোলাকার গঠন হারায় এবং ছড়িয়ে পড়ে।

গ একক আয়তনে বিভব শক্তি,

$U = \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{10 \times 9.8}{\pi \times (0.001)^2} \times \frac{0.1}{2}$

$= 7.798 \times 10^5$ J (Ans)

এখানে,
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2$ m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 2 \times \frac{5}{100} = 0.1$ m
ভর, $m = 10$ kg
ব্যাসার্ধ, $r = 0.001$ m

ঘ স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক,

$Y_1 = \frac{F_1 L_1}{A_1 l_1}$

$= \frac{m_1 g \times L_1}{\pi r_1^2 \times l_1}$

$= \frac{10 \times 9.8 \times 2}{\pi \times (0.001)^2 \times 0.1}$

$= 6.239 \times 10^8$ Nm^{-2} (Ans)

এখানে, প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,
$l_1 = 2 \times \frac{5}{100} = 0.1$m
আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = 2$m
ব্যাসার্ধ, $r_1 = 0.001$ m
ভর, $m_1 = 10$ kg
স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $Y_1 = ?$

আবার,

$Y_2 = \frac{m_2 g L}{\pi r_2^2 l}$

$= \frac{15 \times 9.8 \times 2}{\pi \times (0.001)^2 \times 0.14}$

$= 6.685 \times 10^8$ Nm^{-2} (Ans)

দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি
$l_2 = 2 \times \frac{7}{100} = 0.14$m
আদি দৈর্ঘ্য, $L_2 = 2$m
ভর, $m_2 = 15$ kg
ব্যাসার্ধ, $r_2 = 0.001$ m
গুণাঙ্ক, $Y_2 = ?$

দেখা যাচ্ছে, $Y_2 > Y_1$
অতএব, দ্বিতীয় তারের স্থিতিস্থাপকতা বেশি।

প্রশ্ন ▶৩৯ 0.4 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে ১ম ও ২য় তরলে ডুবালে যথাক্রমে 4° ও 139° স্পর্শ কোণ তৈরি হয়। ১ম ও ২য় তরলের পৃষ্ঠটান যথাক্রমে 72×10^{-3} Nm^{-1} ও 465×10^{-3} Nm^{-1} এবং ১ম ও ২য় তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে 1000 kgm^{-3} এবং 13596 kgm^{-3}।

[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

ক. গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ৩য় সূত্রটি লিখ। ১
খ. মহাকর্ষীয় বিভবের মান সর্বদা ঋণাত্মক কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের কৈশিক নলে যে পরিমাণ ১ম তরল উপরে উঠে তা নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের কৈশিক নলে তরলের উত্থান না পতন বেশি হবে? তা গাণিতিকভাবে মতামত দাও। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

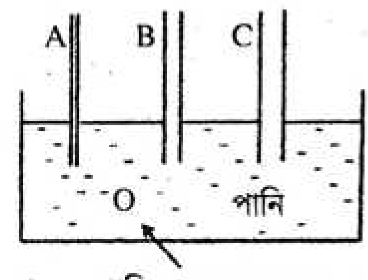
ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ দুটি বস্তুর মধ্যে সর্বদা আকর্ষণ বল বিদ্যমান থাকায় একক ভরের বস্তুকে বৃহৎ ভরসম্পন্ন বস্তুর দিকে নিতে বহিঃশক্তি বা বাইরের কোন এজেন্টকে প্রকৃতপক্ষে কোন কাজ করতে হয় না। বহিঃস্থ এজেন্ট কর্তৃক কৃত কাজ ধনাত্মক। যেহেতু এক্ষেত্রে বহিঃস্থ এজেন্টকে কোন কাজ করতে হয় না। সুতরাং এক্ষেত্রে সম্পন্ন কাজ হবে ঋণাত্মক। কাজেই কোন বিন্দুতে একটি বস্তু বা বস্তু সমষ্টি কর্তৃক সৃষ্ট মহাকর্ষীয় বিভবের মান সর্বদা ঋণাত্মক হয়।

গ ৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 36.64 mm।

ঘ ৫(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** উত্থান বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶৪০



পানির অভ্যন্তরে বুদবুদ

পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1} এবং বুদবুদটির ব্যাস 8mm।

[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. সমমেল কী? ১
খ. একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সদৃশ ভেক্টর বলা যেতে পারে— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের বুদবুদের অভ্যন্তরে অতিরিক্ত চাপ কত? ৩
ঘ. কোন নলে পানি বেশি উপরে উঠবে?— গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বলে।

খ একই দিকে ক্রিয়াশীল দুটি সমজাতীয় ভেক্টরের একটির মান অপরটির মানের বিপরীত হলে ভেক্টর দুটিকে পরস্পর বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে। যেমন— $\vec{A} = A\hat{a}$ এবং $\vec{B} = \frac{1}{A}\hat{a}$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর বিপ্রতীপ ভেক্টর।
যেহেতু বিপ্রতীপ ভেক্টরদ্বয় একই দিকে ক্রিয়াশীল তাই, বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সদৃশ ভেক্টর বলা যেতে পারে।

গ উদ্দীপকের বুদবুদের অভ্যন্তরে অতিরিক্ত চাপ P হলে,

$P = \frac{2T}{r}$

$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}}$

$= 36$ Nm^{-2} (Ans.)

এখানে,
পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}
বুদবুদের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{8mm}{2} = 4mm = 4 \times 10^{-3}$m

ঘ চিত্র থেকে দেখতে পাই A, B, C নলের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_A, r_B ও r_C হলে, $r_A < r_B < r_C$.
এখন কোনো নলের ব্যাসার্ধ r হলে একে T পৃষ্ঠটানের কোনো তরলে ডোবালে যদি h উচ্চতায় তরল উঠে তাহলে,

$h = \frac{2T\cos\theta}{\rho g r}$; [θ হলো তরল ও উক্ত নলের উপাদানের মধ্যবর্তী সুক্ষ্ম কোণ]

যেহেতু তরল হিসেবে এখানে পানি ব্যবহৃত হয়েছে এবং নলের উপাদান একই তাই তিনটি নলের জন্যই T, cosθ, ρ ও g ধ্রুবক।

$\therefore h =$ ধ্রুবক $\times \frac{1}{r}$

বা, $h \propto \frac{1}{r}$

যেহেতু, $r_A < r_B < r_C$ এবং $h \propto \frac{1}{r}$

তাই, $h_A > h_B > h_C$

যেখানে h_A, h_B ও h_C যথাক্রমে A, B ও C নলে পানির উচ্চতা।

$\therefore$ A নলে পানি সবচেয়ে বেশি উপরে উঠবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪১ দুটি একই দৈর্ঘ্যের তারের প্রথমটির ব্যাস 2mm এবং তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{10} Nm^{-2}$। দ্বিতীয় কোন তারের ব্যাস 1mm। তার দুটিতে 15kg ভর ঝুলালে প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির চারগুণ হয়। *[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]*

ক. প্রান্তিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. গরম স্যুপ মুখের মধ্যে বেশি ছড়ায় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের ভর ঝুলানোর ফলে প্রথম তারের 5mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হলে এর প্রকৃত দৈর্ঘ্য কত তা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে কোনো প্রবাহীর মধ্যদিয়ে গতিশীল কোনো বস্তু সর্বোচ্চ যে বেগে উপনীত হলে নিট বল শূন্য হয় এবং বস্তুটি সমবেগে চলতে থাকে, সে বেগকে বলা হয় প্রান্তিকবেগ বা অন্তঃবেগ।

খ স্যুপের প্রধান অংশ জলীয় (পানি)। তাপমাত্রা বেশি হলে পানির পৃষ্ঠটান এবং সান্দ্রতা কমে যায়। একারণে ঠান্ডা পানির তুলনায় গরম পানির চলাচলে সুবিধা বেশি। তাই ঠান্ডা স্যুপ থেকে গরম স্যুপ মুখের ভেতর বেশি ছড়িয়ে পরে।

গ

তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক

$Y = \frac{FL}{Al}$

$L = \frac{YAl}{F}$

$= \frac{Y \pi r^2 l}{mg}$

এখানে,
তারের ব্যাস, D = 2 mm
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2}{2} = 1mm$
$= 1 \times 10^{-3} m$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 5mm = 5 \times 10^{-3} m$
ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{10} Nm^{-2}$
ভর, m = 15 kg
প্রকৃত দৈর্ঘ্য, L = ?

$= \frac{2 \times 10^{10} \times \pi \times (1 \times 10^{-3})^2 \times 5 \times 10^{-3}}{15 \times 9.8}$

$= 2.14$ m **(Ans.)**

ঘ ১০ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর :** দ্বিতীয় তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক।

প্রশ্ন ▶ ৪২ কোন পদার্থের তৈরি একটি তারের এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে অপর প্রান্তে 30 kg ভর ঝুলালে তারটি দ্বিগুণ লম্বা হয় এবং এর ব্যাস এক-চতুর্থাংশ কমে যায়। *[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]*

ক. পরবশ কম্পন কী? ১

খ. হুকের সূত্রটি বর্ণনা কর। ২

গ. উদ্দীপকের তথ্য হতে পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তারটির ব্যাসার্ধ 2.163×10^{-2} mm এটি কোন পদার্থের তৈরি গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত ব্যক্ত কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের চেয়ে ভিন্নতর হলে বস্তুটি প্রথমে অনিয়মিতভাবে কম্পিত হয় ও পরে আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে কম্পিত হয়। এই ধরনের কম্পনকে পরবশ কম্পন বলে।

খ হুকের সূত্রটি হলো– স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক। অর্থাৎ, পীড়ন ∝ বিকৃতি।

বা, পীড়ন = ধ্রুবক × বিকৃতি

বা, $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক

গ ১২ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 0.25

ঘ এখন,

ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$Y = \frac{FL}{Al}$

$= \frac{mgL}{\pi r^2 l}$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = 2.163 \times 10^{-5} m$
ভর, m = 30 kg
আদি দৈর্ঘ্য = L
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l = L

$= \frac{30 \times 9.8 \times L}{\pi \times (2.163 \times 10^{-5})^2 \times L}$

$= 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$

Y এর মান ইস্পাতের ইয়ং এর গুণাংকের সাথে মিলে যায়। অতএব, তারটি ইস্পাতের তৈরি।

প্রশ্ন ▶ ৪৩ করিম একদিন গবেষণাগারে 2m দৈর্ঘ্যের এবং 0.4 mm ব্যাসার্ধের একটি ইস্পাতের এবং আরেকটি তামার তারের নিচের প্রান্তে 12 kg ভর ঝুলিয়ে দেওয়ার পর উভয় তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণ যথাক্রমে 0.025 m এবং 0.20 m পেল। ইস্পাতের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $Y_s = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$। *[আহম্মদ উদ্দিন শাহ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]*

ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্র লিখ। ১

খ. কাচের উপর পারদ গোলাকার আকার ধারণ করে কেন– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রসারিত অবস্থায় ইস্পাত তারের স্থিতি শক্তি নির্ণয় করো। ৩

ঘ. কোন তারটি ক্রেনের তার হিসেবে করিম ব্যবহার করতে পারবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও? ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ তরল পদার্থের সাধারণ ধর্ম হলো পৃষ্ঠটান। যেহেতু গোলাকার অবস্থায় তরলের পৃষ্ঠদেশ সর্বাপেক্ষা কম তাই পৃষ্ঠশক্তি সর্বনিম্ন হয়। কাঁচ ও পারদের মধ্যবর্তী আসঞ্জন বল, পারদ পৃষ্ঠের অণুগুলোর মধ্যবর্তী পৃষ্ঠটানজনিত বলের তুলনায় অনেক কম হওয়ায় কাচের উপর রাখা পারদ ফোটার গঠনের তেমন পরিবর্তন হয় না। তাই কাচের উপর পারদ ফোঁটার আকার ধারণ করে। কিন্তু পানি ও কাচের মধ্যবর্তী আসঞ্জন বল পানির সংশক্তি বলের তুলনায় বেশি হওয়ায় পানির ফোঁটা কাচের উপর এর স্বাভাবিক গোলাকার গঠন হারায় এবং ছড়িয়ে পড়ে।

গ ইস্পাতের তারের স্থিতিশক্তি,

$W = \frac{1}{2} Fl$

$= \frac{1}{2} mgl$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 9.8 \times 0.025$ J

$= 1.47$ J

এখানে, ইস্পাত তারের,
দৈর্ঘ্য, L = 2m
ব্যাসার্ধ, $r = 0.4mm = 4 \times 10^{-4} m$
ঝুলানো ভর, m = 12 kg
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l = 0.025m
ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$

ঘ তামার তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

ইস্পাতের তারের স্থিতিশক্তি,

$Y_c = \frac{FL}{Al_c}$

$= \frac{mgL}{\pi r^2 l_c}$

$= \frac{12 \times 9.8 \times 2}{\pi \times (4 \times 10^{-4})^2 \times 0.2}$

$= 2.34 \times 10^9 Nm^{-2}$

এখানে,
তামার তারের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l_c = 0.20 m
দৈর্ঘ্য, L = 2m
ব্যাসার্ধ, $r = 4 \times 10^{-4}$ m
ভর, m = 12 kg
ইস্পাতের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_i = 0.025$ m

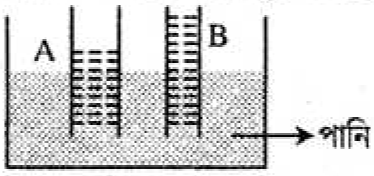
ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$Y_i = \frac{FL}{Al_i}$

$= \frac{mgL}{\pi r^2 l_i} = \frac{12 \times 9.8 \times 2}{\pi \times (4 \times 10^{-4})^2 \times 0.025} Nm^{-2} = 1.87 \times 10^{10} Nm^{-2}$

লক্ষ্য করি, $Y_i > Y_c$। অর্থাৎ যে ইস্পাতের তার ব্যবহার করতে পারবে।

প্রশ্ন ▶৪৪ পাশের চিত্রের প্রদর্শিত A নলের ব্যাস 0.8 মি.মি. এবং B নলের ব্যাস 0.4 মি.মি.। পানির স্পর্শ কোণ 2°, পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1}।



[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কেন। ব্যাখ্যা করো। ২

গ. B নলের পানির উচ্চতা বের করো। ৩

ঘ. নল দুটিতে পানির উচ্চতার তারতম্যের কারণ বিশ্লেষণ করো ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ সৈন্যরা ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে গেলে ব্রীজের ওপর প্রযুক্ত বল অত্যধিক মানের হয়। এ বলের কম্পাঙ্ক ব্রীজের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান বা কাছাকাছি হলে ব্রীজটিতে অনুনাদ সৃষ্টি হবে এবং এটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হবে। তখন ব্রীজটি ভেঙ্গে যাবার সম্ভাবনা থাকে। এ কারণে এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয়।

গ ১৪(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১৪(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৪৫ x ও y দুটি ধাতব তারের দৈর্ঘ্যে যথাক্রমে 1m ও 1.5m এবং এদের ব্যাস যথাক্রমে 5 mm ও 7 mm। x তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করায় এর দৈর্ঘ্য 1.1cm বৃদ্ধি পেল এবং ব্যাস 0.01 mm কমে গেল। y তারের দৈর্ঘ্য বরাবর 6.5×10^{5}N বল প্রয়োগ করায় এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 1.3 cm হলো। x তারের ইয়ং এর গুণাংক 2.0×10^{11} Nm^{-2}।

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]

ক. পৃষ্ঠটান কাকে বলে? ১

খ. 'অবাধে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয় না কেন? ২

গ. x তারের পয়সনের অনুপাত নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের x ও y তারের মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ অবাধে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে অতি উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা। কিন্তু তা হয় না বায়ুর সান্দ্রতা বা সান্দ্র বলের কারণে যা বায়ুর সাপেক্ষে বৃষ্টির ফোঁটার আপেক্ষিক বেগের সমানুপাতিক ($F = 6\pi\eta rv$ বা $F \propto v$ সূত্রানুসারে)। তাই বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় প্রথম দিকে ফোঁটার বেগ বাড়তে থাকলেও একই সাথে সান্দ্র বলও বৃদ্ধি পায়। এক সময় সান্দ্র বল বৃষ্টি ফোঁটার ওজনের সমান হয়ে যায়। (প্লবতা বল নগণ্য)। তখন বৃষ্টির ফোঁটাটি সমবেগে পতিত হতে থাকে।

গ ১২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 0.182

ঘ ১০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** Y তারের স্থিতিস্থাপকতা বেশি।

প্রশ্ন ▶৪৬ x ও y দুটি তরল পদার্থ যাদের ঘনত্ব যথাক্রমে 100kgm^{-3} এবং 800kgm^{-3}। প্রথমে x তরল হতে 0.1m দৈর্ঘ্যের তারকে অনুভূমিকভাবে উঠানো হলো। পরে 4mm ব্যাসার্ধের ও 7.8×10^{3} kgm^{-3} ঘনত্বের একটি লোহার গোলককে x ও y উভয় তরলে ছেড়ে দিয়ে দেখা গেল তাদের প্রান্তিকবেগ 2.36×10^{2}ms^{-1} এবং 4×10^{2}ms^{-1} [x তরলের পৃষ্ঠটান 72×10^{-3}Nm^{-1} এবং $g = 9.8ms^{-2}$]

[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের তারটিকে উঠানোর সময় প্রযুক্ত বল এর মান হিসাব করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন তরলটি বেশি সান্দ্র– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যুক্তি দাও। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না। এর কারণ হলো বৃষ্টির ফোঁটা যখন বায়ুমণ্ডলের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে তখন অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর উপর বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক সময় বৃষ্টির ফোঁটার নিট ত্বরণ শূন্য হয়। বৃষ্টির ফোঁটা তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। এই বেগকে অন্ত্যবেগ বলে। এই অন্ত্যবেগ প্রাপ্তির কারণে পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৮(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৪৭ দুটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 2mm ও 3mm। গোলকদ্বয়কে একই সাথে গ্লিসারিন ভর্তি একটি লম্বা চোঙে ছেড়ে দেয়া হলো। ছোট গোলকটি অন্তঃবেগ প্রাপ্ত হওয়ার পর 20cm অতিক্রম করতে সময় লাগল 2.9s। গ্লিসারিনের ঘনত্ব 1260 kgm^{-3} লোহার ঘনত্ব 7850 kgm^{-3} এবং গ্লিসারিনের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 0.83 Nsm^{-2}।

[বি.এ.এফ. শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. অন্তঃবেগ প্রাপ্ত হওয়ার পর ছোট গোলকটির উপর সান্দ্রতাজনিত বল নির্ণয় করো। ৩

ঘ. কোন গোলকটি আগে পতিত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ বৃষ্টির ফোঁটার বেগ প্রাথমিক অবস্থায়, অভিকর্ষজ বলের কারণে বৃদ্ধি পেতে থাকে। বেগ যত বৃদ্ধি পায় এর বিপরীতে ঊর্ধ্বমুখী সান্দ্র বলের মানও ততো বৃদ্ধি পায়। কেননা সান্দ্রবল বৃষ্টির কণার বেগের সমানুপাতিক। কিছু সময় পরে ঊর্ধ্বমুখী সান্দ্রবল ও প্লবতা বলের সমষ্টি নিম্নমুখী পানির কণার ওজনের সমান হয়ে যায়, অর্থাৎ লব্ধি বল শূন্য হয়। লব্ধি বল শূন্য হয় বলে পানির কণার ত্বরণ আর থাকে না। তখন এটি ধ্রুব বেগে (প্রান্ত বেগ) পড়ে। তাই পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না।

গ দেওয়া আছে,

ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 2mm = 2 \times 10^{-3}m$

প্রান্ত বেগ, $v = \frac{s}{t} = \frac{20cm}{2.9}$

$= \frac{0.2m}{2.9s}$

$= 0.069\ ms^{-1}$

সান্দ্রতাংক, $\eta = 0.83\ Nsm^{-2}$

$\therefore$ সান্দ্রতা বল, $F = ?$

আমরা জানি, $F = 6\pi\eta rv$

$= 6\pi \times 0.83 \times 2 \times 10^{-3} \times 0.069$

$= 2.157 \times 10^{-3}N$

$= 2.16 \times 10^{-3}N$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে ছোট গোলকের অন্ত্যবেগ, $v = 0.069\ ms^{-1}$

বড় গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 3mm$

$= 3 \times 10^{-3}m$

লোহার গোলকের ঘনত্ব, $\rho_1 = 7.8 \times 10^3 kgm^{-3}$

তরলের ঘনত্ব, $\rho_2 = 1.26 \times 10^3 kgm^{-3}$

তরলের সান্দ্রতাংক, $\eta = 0.83Nsm^{-2}$

$\therefore$ বড় গোলকের প্রান্তিক বেগ v' হলে

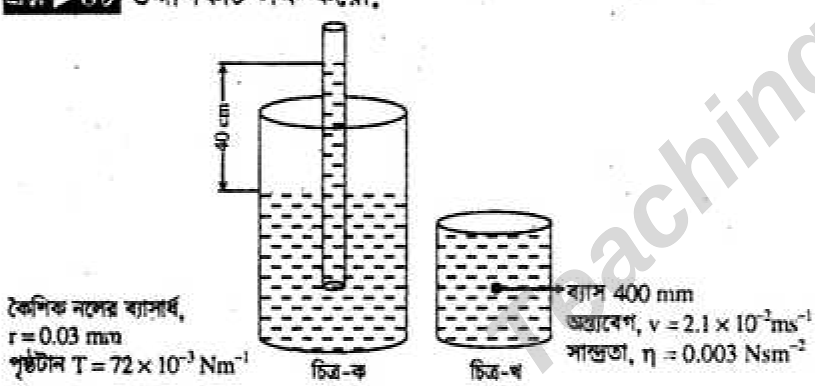
আমরা জানি, $v' = \frac{2r^2(\rho_1 - \rho_2)g}{9\eta}$

বা, $v' = \frac{2 \times (3 \times 10^{-3})^2 \times (7.8 \times 10^3 - 1.26 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 0.83}$

$\therefore\ v' = 0.1544\ ms^{-1}$

অর্থাৎ বড় গোলকের অন্ত্যবেগ > ছোট গোলকের অন্তঃবেগ। সুতরাং বড় গোলকটি প্রথমে পাত্রের তলায় পৌঁছাবে।

প্রশ্ন ▶ ৪৮ উদ্দীপকটি লক্ষ করো:



[রফিকুল ইসলাম মহিলা কলেজ]

ক. পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? ১

খ. কাপড় কাঁচার সময় সামান্য গরম পানি ব্যবহার করা হয় কেন? ২

গ. 'খ' চিত্রের ধাতব গোলকের উপর কী পরিমাণ সান্দ্র বল ক্রিয়া করবে? ৩

ঘ. 'ক' চিত্রের পানি বিশুদ্ধ কি-না তা গাণিতিক বিশ্লেষণে যাচাই করো। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থানের বাতাসে প্রতি ঘনমিটারে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

খ পানির পৃষ্ঠটান $T = T_0(1 - \alpha t)$ সমীকরণ অনুসারে তাপমাত্রার বৃদ্ধির সাথে হ্রাস পায়। এখানে α ধনাত্মক রাশি যা পৃষ্ঠটানের তাপমাত্রা সহগ নামে পরিচিত। t হলো পানির তাপমাত্রা (°C) এবং T_0 হলো 0°C-এ পানির পৃষ্ঠটান।

ঠাণ্ডা পানির তুলনায় গরম পানির পৃষ্ঠটান এবং সান্দ্রতা কম হওয়ায় এ পানি সহজেই প্রবাহিত হয়। তাই ঠাণ্ডা পানির চেয়ে গরম পানি ব্যবহারে কাপড় কাঁচা বেশি সুবিধাজনক।

গ দেয়া আছে,

ধাতব গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{400\ mm}{2} = 200\ mm$

$= 0.2m$

অন্তঃবেগ, $v = 2.1 \times 10^{-2} ms^{-1}$

সান্দ্রতা, $\eta = 0.003\ Nsm^{-2}$

বের করতে হবে, সান্দ্রবল, $F = ?$

আমরা জানি,

$F = 6\pi r\eta v$

$= 6 \times 3.1416 \times 0.2m \times 0.003\ Nsm^{-2} \times 2.1 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$

$= 0.0002375\ N$ **(Ans.)**

ঘ এখানে,

কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, $r = 0.03mm$

$= 0.03 \times 10^{-3}m$

এবং কৈশিক নলে পানির উচ্চতা, $h = 40\ cm$

পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

প্রদত্ত পানির ঘনত্ব (ρ) বের করে যাচাই করা সম্ভব, এটি বিশুদ্ধ পানি কিনা।

যেহেতু $h >> r$, সুতরাং এক্ষেত্রে $T = \frac{r\rho gh}{2\cos\theta}$ সূত্রটি ব্যবহার করা যাবে।

যেহেতু θ দেয়া নেই, সুতরাং $\theta = 0°$ ধর্তব্য; বিশুদ্ধ পানির ক্ষেত্রে $\theta = 0°$ এবং পানিতে সামান্য ভেজাল মিশ্রিত থাকলে θ অশূন্য হলেও তা অত্যন্ত নগন্য মানের এবং $\cos\theta$ এর মান 1 ধরে নেয়া যায়।

$\therefore \rho = \frac{2T\cos\theta}{rgh} = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1} \times 1}{0.03 \times 10^{-3}m \times 9.8\ ms^{-2} \times 0.4\ m}$

$= 1224\ kgm^{-3}$

$\rho = 1224\ kgm^{-3} > 1000\ kgm^{-3}$। অতএব, 'ক' চিত্রের পানি বিশুদ্ধ নয়।

প্রশ্ন ▶ ৪৯ একটি ত্রুটিপূর্ণ পানির কল দিয়ে $4 \times 10^{-7}m$ ব্যাসের ফোঁটা ফোঁটা পানি পড়ছিল। এরকম 27 টি পানির ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরি হলো, পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}Nm^{-1}$

[বান্দরবান সরকারি কলেজ]

ক. অন্তঃবেগ কি? ১

খ. স্প্রিং সাধারণত ইস্পাতের তৈরি হয় কিন্তু তামার তৈরি হয় না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. নির্গত শক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লিখিত ঘটনায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে কোনো প্রবাহীর মধ্য দিয়ে গতিশীল কোনো বস্তু সর্বোচ্চ যে বেগে উপনীত হলে নিট বল শূন্য হয় এবং বস্তুটি সমবেগে চলতে থাকে, সে বেগকে বলা হয় প্রান্তিকবেগ বা অন্তঃবেগ।

খ স্প্রিং সাধারণত ইস্পাতের তৈরি হয়, তামার হয় না।

কারণ: ইস্পাতের স্থিতিস্থাপকতা তামার তুলনায় বেশি। অর্থাৎ তামার তুলনায় ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক সীমার মান বেশি। মনে করি, একই আকারের একটি ইস্পাতের তৈরি ও অপরটি তামার তৈরি দুটি স্প্রিং-এর উপর সমান বল প্রয়োগ করা হল। আস্তে আস্তে প্রযুক্ত বলের মান বাড়ানো হলে দেখা যাবে, যে বলের ক্রিয়ায় ইস্পাতের তৈরি স্প্রিংয়ে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম বজায় থাকছে সেই বলের ক্রিয়ায় তামার তৈরি স্প্রিংয়ে স্থায়ী বিকৃতি ঘটছে। তাই স্প্রিং সাধারণত তামার পরিবর্তে ইস্পাত দিয়ে তৈরি হয়।

গ

এখানে,

$\frac{4}{3}\pi R^3 = 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $R = 3r = 3 \times 2 \times 10^{-7}$ m

$\therefore R = 6 \times 10^{-7}$ m

এখানে, ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ,
$r = \frac{4 \times 10^{-7}}{2} = 2 \times 10^{-7}$ m
পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}
ফোঁটার সংখ্যা, N = 27
বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ R = ?
নির্গত শক্তি, W = ?

আমরা জানি,

$W = (\Delta A_1 - \Delta A_2)T$
$= 4\pi(Nr^2 - R^2)T$
$= 4 \times 3.14\{27 \times (2 \times 10^{-7})^2 - (6 \times 10^{-7})^2\} \times (72 \times 10^{-3})$ J
$\therefore W = 6.5 \times 10^{-13}$ J

ঘ ৬(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৫০ 100m দৈর্ঘ্যের একটি ধাতব তারে একটি 2×10^{-4}m ব্যাসার্ধের 7.8×10^3 kgm^{-3} ঘনত্বের একটি লোহার গোলক ঝুলানো আছে। তারটি ছিঁড়ে গোলকটি তারটির নিচে রক্ষিত একটি পানির পাত্রে পড়ে গেল। পানির অভ্যন্তরে গোলকটি 4×10^{-1} ms^{-1} প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়তে থাকল। *[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]*

ক. ধারারেখ প্রবাহ কী? ১
খ. ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক, ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের ধাতব তারের অসহ ভার নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের পাত্রে রক্ষিত পানির সান্দ্রতাঙ্ক কিরূপ হবে, নির্ণয় কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে প্রবাহীর বেগের বিভিন্ন বিন্দুতে প্রবাহীর কণিকাগুলোর গতিবেগ সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাকে ধারারেখ প্রবাহ বলে।

খ নির্দিষ্ট আকারের রাবারের টুকরাতে সামান্য বিকৃতি ঘটাতে যে বল প্রয়োগ করতে হয়। সম আকারের ইস্পাতের টুকরাতে একই বিকৃতি ঘটাতে অনেক বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়। অর্থাৎ রাবারের তুলনায় ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বেশি বলে ইস্পাত বেশি স্থিতিস্থাপক।

গ গোলকের আয়তন V হলে,

গোলভের ভর,
$m = \rho \times V$
$= 7.8 \times 10^3 \times \frac{4}{3}\pi \times (2 \times 10^{-4})^3$
$= 2.6 \times 10^{-7}$ kg

এখানে,
গোলকের ব্যাসার্ধ,
$r = 2 \times 10^{-4}$ m
ঘনত্ব, $\rho = 7.8 \times 10^3$ kgm^{-3}
অসহ ভার, W = ?

$\therefore$ অসহভার, $W = mg = 2.6 \times 10^{-7} \times 9.8$
$= 2.56 \times 10^{-6}$ N **(Ans.)**

ঘ অন্ত্যবেগ,

$v = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9\eta}$

বা, $\eta = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9v}$

এখানে, ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-4}$ m
গোলকের ঘনত্ব, $\rho_s = 7.8 \times 10^3$ kgm^{-3}
তরলের ঘনত্ব, $\rho_f = 1000$ kgm^{-3}
অন্ত্যবেগ, $v = 4 \times 10^{-1}$ ms^{-1}
সান্দ্রতাঙ্ক, η = ?

$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 (7.8 \times 10^3 - 1 \times 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-1}}$
$= 1.48 \times 10^{-3}$ Nsm^{-2} **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫১ সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তারের ব্যাস যথাক্রমে 2mm, 3mm এবং 4mm। তার তিনটিতে সমান বল 5×10^4N প্রয়োগের ফলে এদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে 4%, 2% এবং 1% হলো। *[ডি: আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]*

ক. বিভব শক্তি কী? ১
খ. ক্রিকেট খেলায় ক্যাচ ধরার সময় খেলোয়াড় হাতটাকে পিছনে টেনে নেয় কেন? ২
গ. ১ম তারটির একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকে কোন তারটির স্থিতিস্থাপক সীমা সবচেয়ে বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বস্তুর অভ্যন্তরীণ বা পারিপার্শ্বিক অবস্থা বা অবস্থানের কারণে তাতে কিছু শক্তি থাকতে পারে এবং যার বিনিময়ে তা কাজ করতে পারে তাকে ঐ বস্তুর বিভব শক্তি বা স্থিতিশক্তি বলে।

খ F = ma সূত্রানুসারে, ত্বরণ কম হলে প্রযুক্ত বল কম হবে। বেগের পরিবর্তন ধ্রুব হলে, এই পরিবর্তনে যত বেশি সময় নেয়া হবে, ত্বরণের মান তত কম হবে। তাই ক্রিকেট খেলায় ক্যাচ ধরার সময় খেলোয়াড় হাতটাকে পিছনে টেনে নেয়, যাতে বেগের নির্দিষ্ট পরিবর্তনে (যেমন $5ms^{-1}$ হতে $0ms^{-1}$) বেশি সময় লাগে। ফলে, ত্বরণ এবং প্রতিক্রিয়া বল কম মানের হয়।

গ ১৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

Hints : একক আয়তনে শক্তি, $W = \frac{1}{2}$ পীড়ন × বিকৃতি

$= \frac{1}{2}(F/A) \times \left(\frac{l}{L}\right)$

এখানে, $\frac{l}{L} = 0.04$

উত্তর: 3.183×10^8 J.

ঘ ১০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: ১ম ও ৩য় তারের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক সমান। ২য় তারের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ১ম ও ৩য় তারের চেয়ে কম।
অতএব, বলা যায়, ১ম ও ৩য় তারের স্থিতিস্থাপক সীমা, ২য় তারের চেয়ে বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫২ 2×10^{-4} m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট পানির 216 টি ক্ষুদ্র ফোটা মিলে একটি ফোটা তৈরী করল। এঁতে 4.5×10^{-5} J শক্তি নির্গত হয়। *[সরকারি শহীদ বুলবুল কলেজ, ঢাকা]*

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১
খ. অশান্ত সমুদ্রকে শান্ত করতে পানির উপর তৈল ঢেলে দেয়া হয় কেন? ২
গ. উদ্দীপকের পানির পৃষ্ঠটান নির্ণয় করো। ৩
ঘ. এক্ষেত্রে তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ তেলের পৃষ্ঠটান পানির চেয়ে বেশি। তাই অশান্ত সমুদ্রে তেল ছড়িয়ে দেয়া হলে তেলের পৃষ্ঠতল সর্বদাই সংকুচিত হতে চায়। সংকোচনের এর প্রবণতা পানির তুলনায় অনেক বেশি বলে সমুদ্রপৃষ্ঠ পূর্বের তুলনায় বেশ খানিকটা শান্ত হতে বাধ্য হয় এবং তেলের সর বা পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ন্যূনতম মানে উপনীত হয়।

গ

এখন,
$N.\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$
বা, $R^3 = Nr^3$
বা, $R^3 = 216r^3$
$\therefore R = 6r$

দেওয়া আছে,
ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $d = 2 \times 10^{-4}$ m
$\therefore$ ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = 10^{-4}$ m
ক্ষুদ্র ফোঁটার সংখ্যা, N = 216
নির্গত শক্তি, $W = 4.5 \times 10^{-5}$ J
ধরি, বড় ব্যাসার্ধ = R

ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন, $\Delta A = N \times 4\pi r^2 - 4\pi R^2$
$= 4\pi Nr^2 - 4\pi \times (6r)^2$
$= 4\pi Nr^2 - 4\pi \times 36r^2$
$= 4\pi r^2(N - 36)$
$= 4\pi \times (10^{-4})^2 \times (216 - 36)$
$= 2.262 \times 10^{-5}$ m^2.

পৃষ্ঠটান, $T = \frac{W}{\Delta A}$
$= \frac{4.5 \times 10^{-5}}{2.262 \times 10^{-5}}$ N/m
$= 1.989$ N/m

ঘ

$W = mS\Delta\theta$

বা, $4.5 \times 10^{-5} = \rho V \times 4200 \times \Delta\theta$

বা, $4.5 \times 10^{-5} = 1000 \times 9.047 \times 10^{-10} \times 4200 \times \Delta\theta$

$\therefore \Delta\theta = \frac{4.5 \times 10^{-5}}{1000 \times 9.047 \times 10^{-10} \times 4200}$

$= 0.0118$ K

জানা আছে,

পানির আপেক্ষিক তাপ, $S = 4200$ $Jkg^{-1} K^{-1}$

ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = 1 \times 10^{-4}$ m

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kgm^{-3}

$\therefore$ আয়তন, $V = N\frac{4}{3}\pi r^3$

$= 216 \times \frac{4}{3}\pi \times (1 \times 10^{-4})^3$

$= 9.047 \times 10^{-10}$ m^3

নির্গত শক্তি, $W = 4.5 \times 10^{-5}$ J

তাপমাত্রা বৃদ্ধি, $\Delta\theta = ?$

অতএব, তাপমাত্রা 0.0118 K বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶৫৩ মোহন 0.1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.50 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তারে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে এবং ধারণা করল ঘূর্ণন সংখ্যা 600 r.p.m তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 10^{-6} m^2। অসহ পীড়ন 4.8×10^7 Nm^{-2}। তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2}।

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরি কলেজ, নীলফামারী]

ক. অন্তঃবেগ কাকে বলে? ১

খ. কচু পাতার গায়ে পানি লেগে থাকে না, তবে কাচের গায়ে লেগে থাকে কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. অনুচ্ছেদে উল্লিখিত তারটিকে বস্তুসমেত ঝুলিয়ে দেয়া হলে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় করো। ৩

ঘ. মোহনের ঘূর্ণন সংখ্যার ধারণার সত্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

৯ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৪ একটি 2mm ব্যাসার্ধের লৌহ গোলক কেরোসিনের মধ্য দিয়ে $4cms^{-1}$ বেগে পড়ছে। লোহা ও কেরোসিনের ঘনত্ব যথাক্রমে 7800 kgm^{-3} ও 800 kgm^{-3}। *[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]*

ক. পরম তাপমাত্রা কাকে বলে? ১

খ. অন্ত্যবেগ ব্যাখ্যা করো। ২

গ. কেরোসিনের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের লৌহ গোলকটি পানির মধ্য দিয়ে পড়লে অন্ত্যবেগ বৃদ্ধি পাবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কেলভিন স্কেলে প্রকাশিত তাপমাত্রাই বস্তুর পরম তাপমাত্রা। তাপগতিবিদ্যায় গ্যাস অণুর অভ্যন্তরীণ শক্তি তাপমাত্রার যে মানের সাথে সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়, তাই গ্যাসের পরম তাপমাত্রা।

খ সান্দ্র তরলের মধ্যে পতনশীল বস্তুর উপর তিনটি বল কাজ করে। প্রথমত, বস্তুর ওজন নিচের দিকে, দ্বিতীয়ত, প্লবতা বল উপরের দিকে এবং তৃতীয়ত, সান্দ্রতা বল গতির বিপরীত দিকে তথা পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে উপরের দিকে। স্থিরাবস্থায় সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে না, তাই প্লবতা অপেক্ষা ওজন বেশি হওয়ার কারণে বস্তুটি নিচের দিকে ত্বরণ প্রাপ্ত হয় এবং বেগ বাড়তে থাকে। কিন্তু বেগ বৃদ্ধির সাথে সাথে সান্দ্র বলও বাড়তে থাকে। এক সময় প্লবতা বল ও সান্দ্র বলের যোগফল ওজনের সমান হয় ফলে নিট বল শূন্য হয় এবং ধ্রুব বেগ প্রাপ্ত হয়। এ বেগকেই অন্ত্যবেগ বলা হয়।

গ

কেরোসিনের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, η হলে, কেরোসিন লৌহগোলকের অন্ত্যবেগ,

$v = \frac{2r^2(\rho_i - \rho_k)g}{9\eta}$

বা, $\eta = \frac{2r^2(\rho_i - \rho_k)g}{9v}$

$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-3})^2 \times (7800 - 800) \times 9.8}{9 \times 0.04}$

$= 1.524$ Nsm^{-2} **(Ans.)**

লৌহ গোলকের অন্ত্যবেগ,

$v = 4$ $cms^{-1} = 0.04ms^{-1}$

লোহার ঘনত্ব,

$\rho_i = 7800$ kgm^{-3}

কেরোসিনের ঘনত্ব,

$\rho_k = 800$ kgm^{-3}

লৌহ গোলকের ব্যাসার্ধ,

$r = 2mm = 2 \times 10^{-3}m$

অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g = 9.8$ ms^{-2}

ঘ উদ্দীপকের লৌহ গোলকটি পানির মধ্য দিয়ে পড়লে অন্ত্যবেগ, v_w হলে

$v_w = \frac{2r^2(\rho_i - \rho_w)g}{9\eta_w}$

$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-3})^2 \times (7800 - 1000) \times 9.8}{9 \times 0.89}$

$= 0.0665$ ms^{-1}

$= 6.65$ cms^{-1}

এখানে,

পানির সান্দ্রতাগুণাঙ্ক, $\eta_w = 0.89$ Nsm^{-2}

পানির ঘনত্ব,

$\rho_w = 1000$ kgm^{-3}

লোহার ঘনত্ব,

$\rho_i = 7800$ kgm^{-3}

উদ্দীপক হতে পাই, কেরোসিনে লৌহ গোলকের অন্ত্যবেগ, $v_k = 4cms^{-1}$

$\therefore v_w > v_k$

অর্থাৎ, পানিতে লৌহ গোলকটির অন্ত্যবেগ বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶৫৫ আসাদ 6m দৈর্ঘ্যের এবং 0.6mm ব্যাসের একটি ইস্পাতের এবং অপর একটি সীসার তার নিয়ে উভয়কে একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলিয়ে দিল। অতঃপর নিচ প্রান্তে 25 kg ভর ঝুলিয়ে দেখল যে, ইস্পাত ও সীসার ক্ষেত্রে যথাক্রমে 0.02m ও 0.0325 m প্রসারণ হয়েছে।

[লালমনিরহাট সরকারি কলেজ, লালমনিরহাট]

ক. পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে? ১

খ. প্রমাণ কর যে, $\tau = I\alpha$ যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। ২

গ. প্রসারিত অবস্থায় ইস্পাত তারের স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে কোন তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরলের মুক্ততলের ক্ষেত্রফল একক পরিমাণ বৃদ্ধি করতে এতে যে পরিমাণ শক্তি প্রদান করতে হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠ শক্তি বলে।

খ ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্কের সমানুপাতিক এবং টর্ক যেদিকে ক্রিয়া করে কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনও ঐ দিকে ঘটে।

সূত্রানুযায়ী কৌণিক ভরবেগ, $L = I\omega$-এর পরিবর্তনের হার $\frac{dL}{dt}$ প্রযুক্ত টর্ক τ-এর সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\tau \propto \frac{dL}{dt} \propto I\frac{d\omega}{dt} \propto I\alpha$

বা, $\tau = kI\alpha$

এখানে k একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এস. আই. এককে $k = 1$

$\therefore \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

গ স্থিতি শক্তি,

$$W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$
$$= \frac{1}{2}\frac{FL}{Al}\frac{Al^2}{L}$$
$$= \frac{1}{2}Fl$$
$$= \frac{1}{2}mgl$$
$$= \frac{1}{2} \times 25 \times 9.8 \times 0.02$$
$$= 2.45\ J\ \textbf{(Ans.)}$$

ইস্পাতের তারের,
দৈর্ঘ্য, $L = 6m$
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.6\ mm}{2} = 0.3 \times 10^{-3}\ m$
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $l = 0.02\ m$
নিচে ভর, $m = 25\ kg$

ঘ ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক গুণাংক,

$$Y_s = \frac{FL}{Al}$$
$$= \frac{mg\,L}{\pi r^2 l}$$
$$= \frac{25 \times 9.8 \times 6}{\pi \times (0.3 \times 10^{-3})^2 \times 0.02}$$
$$= 2.6 \times 10^{11}\ N/m^2$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.6\ mm}{2} = 0.3 \times 10^{-3}\ m$
দৈর্ঘ্য, $L = 6\ m$
ভর, $m = 25\ kg$
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $l = 0.02\ m$

সীসার স্থিতিস্থাপক গুণাংক,

$$Y_l = \frac{FL}{Al}$$
$$= \frac{mg\,L}{\pi r^2 l}$$
$$= \frac{25 \times 9.8 \times 6}{\pi \times (0.3 \times 10^{-3})^2 \times 0.0325}$$
$$= 1.6 \times 10^{11}\ N/m^2 < Y_s$$

$\therefore$ ইস্পাতের তারটির স্থিতিস্থাপকতা বেশি।
জানা আছে যে, পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাংক বেশি তার স্থিতিস্থাপকতা ও বেশি।

প্রশ্ন ▶ ৫৬ রফিক এবং কাদের 2mm এবং 4mm ব্যাসের অভিন্ন দৈর্ঘ্যের দুটি তার নিয়ে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে অভিন্ন বল প্রয়োগ করল। বল প্রয়োগ করার পর রফিক দেখতে পেল তার তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কাদেরের তারের এক তৃতীয়াংশ। রফিকের তারের পয়সনের অনুপাত 0.4। *[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]*

ক. সেকেন্ড দোলক কি? ১
খ. বৈদ্যুতিক পাখার গতি পর্যাবৃত্ত কেন? ২
গ. রফিকের তারের দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করা হলে ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে? ৩
ঘ. উদ্দীপকে রফিক এবং কাদেরের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

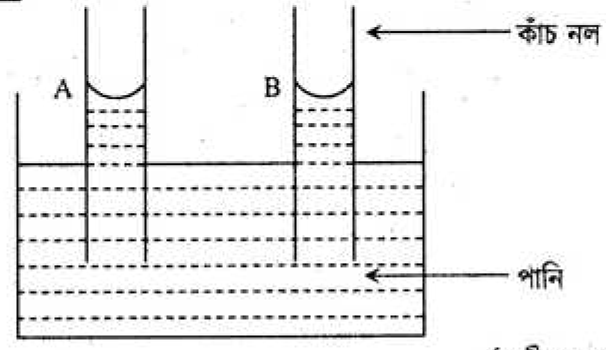
ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ বৈদ্যুতিক পাখা ঘূর্ণনের সময় এর গতিপথে একই দিক বরাবর নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে অতিক্রম করে চলে। কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে। সুতরাং বৈদ্যুতিক পাখার গতি একটি পর্যাবৃত্ত গতি।

গ ১০ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১০ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৭



[লক্ষ্মীপুর সরকারি কলেজ]

উপরের চিত্রে প্রদর্শিত A নলের ব্যাস 0.8 মিমি এবং B নলের ব্যাস 0.4 মিমি। পানির স্পর্শ কোণ 2°, পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$।

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১
খ. নলের মধ্য দিয়ে পানি উপরে ওঠে কেন? ব্যাখ্যা করো। ২
গ. B নলের পানির উচ্চতা বের করো। ৩
ঘ. নল দুটিতে পানির উচ্চতার তারতম্যের কারণ বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

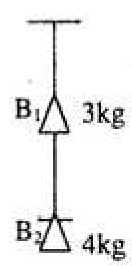
ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ পানি অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা নলের অণু ও পানির অণুর মধ্যেকার আসঞ্জন বল বৃহত্তর। তাই পৃষ্ঠটানজনিত কারণে নলের মধ্য দিয়ে পানি উপরে উঠে। এক্ষেত্রে $T = \frac{hr\rho g}{2}$ বা $h = \frac{2T}{r\rho g}$ সূত্রানুসারে T, ρ, g ধ্রুব থাকলে $h \propto \frac{1}{r}$ অর্থাৎ নল যত সরু হবে ঐ নলে তরলের উত্থান তত বেশি হবে।

গ ১৪ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১৪ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ চিত্রে 0.5m দৈর্ঘ্য ও 0.4cm ব্যাসের দুটি ইস্পাতের তারে যথাক্রমে 3kg ও 4kg ভর ঝুলানো হয়েছে। তারের ভঙ্গুর পীড়ন $7.2 \times 10^8\ Nm^{-2}$।



[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]

ক. সান্দ্রতা গুণাংক কি? ১
খ. শীতল পানির চেয়ে গরম পানির গতি দ্রুততর হয় কেন? ২
গ. ইস্পাতের তারদ্বয়ে সর্বোচ্চ কত ভার ঝুলানো যাবে? ৩
ঘ. B_2 তারের প্রসারণ B_1 তারের প্রসারণের দ্বিগুণ হবে কিনা? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের গতি একক হলে তাদের একক ক্ষেত্রফলে যে সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাংক বলে।

খ তরলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের অণুগুলো তাপ থেকে শক্তি গ্রহণ করে বেশি শক্তি পায় এবং এদের গতি বেড়ে যায় এতে অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ বৃদ্ধি পায় ফলে এদের মধ্যে ঘর্ষণ কম হয়। গড় মুক্ত পথ বৃদ্ধির ফলে তরলের স্তরের আপেক্ষিক বাধা কমে যায়। ফলে তরলের সান্দ্রতা হ্রাস পায়। আর এ জন্যই, শীতল পানির গতির চেয়ে গরম পানির গতি দ্রুত হয়।

গ দেওয়া আছে, ভঙ্গুর পীড়ন $= 7.2 \times 10^8 Pa$
তারের ব্যাসার্ধ, $r = 0.2 \times 10^{-2} m$.
সর্বোচ্চ ঝুলানো ভর, $m = ?$

আমরা জানি,

ভঙ্গুর পীড়ন $= \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2}$

বা, $\frac{7.2 \times 10^8 Pa \times \pi \times (0.2 \times 10^{-2})^2}{g} = m$

$\therefore m = 923$ kg **(Ans.)**

ঘ প্রথম তারটিতে ঝুলানো ভরের পরিমাণ, $m_1 = (3 + 4)$ kg $= 7$ kg
প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য, $L_1 = 0.5m$.

আবার,
দ্বিতীয় তারটিতে ঝুলানো ভরের পরিমাণ, $m_2 = 4$ kg
দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য, $L_2 = 0.5m$.
তারদ্বয়ের ব্যাসার্ধ, $r = 0.2 \times 10^{-2} m$.

ধরি, তারদ্বয়ের দৈর্ঘ্য প্রসারণ যথাক্রমে l_1 ও l_2

আমরা জানি,

ইয়ং এর গুণাংক, $Y = \frac{F_1 L_1}{A_1 \ell_1} = \frac{F_2 L_2}{A_2 \ell_2}$

বা, $\frac{m_1 g L_1}{\pi r^2 \ell_1} = \frac{m_2 g L_2}{\pi r^2 \ell_2}$

বা, $\frac{m_1}{\ell_1} = \frac{m_2}{\ell_2}$

বা, $\ell_2 = \frac{m_2}{m_1} \times \ell_1 = \frac{4}{7} \times \ell_1$

$\therefore \ell_2 = 0.57 \ell_1$

অর্থাৎ, B_2 এর প্রসারণ B_1 এর প্রসারণের 0.57 গুণ হবে।
সুতরাং, B_2 তারের প্রসারণ B_1 তারের প্রসারণের দ্বিগুণ হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৫৯ 4mm ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল কেরোসিন তেলের মধ্যদিয়ে $4 \times 10^{-2} ms^{-1}$ অন্তঃবেগ নিয়ে পড়ছে। লোহা ও কেরোসিনের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3 kgm^{-3}$ এবং $0.8 \times 10^3 kgm^{-3}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 ms^{-2}$। *[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ, কক্সবাজার]*

ক. কৈশিকতা কী? ১
খ. শীতল পানির চেয়ে গরম পানির গতি দ্রুততর হয় কেন? ২
গ. উদ্দীপকের কেরোসিনের সান্দ্রতা গুণাংক নির্ণয় করো। ৩
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, লোহার বলটি পানির ভেতর দিয়ে পড়লে এর অন্তঃবেগ বৃদ্ধি পাবে। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো সরু নলের মধ্য দিয়ে, তরল ও কঠিনের সংশক্তি ও আসঞ্জন বলের ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার ফলে তরলের উত্থান বা অবনমনের ধর্মকে কৈশিকতা বলে।

খ তরলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের অণুগুলো তাপ থেকে শক্তি গ্রহণ করে বেশি শক্তি পায় এবং এদের গতিশক্তি বেড়ে যায়। ফলে অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ বৃদ্ধি পায় এবং এদের মধ্যে ঘর্ষণ কম হয়। গড় মুক্ত পথ বৃদ্ধির ফলে তরলের স্তরের আপেক্ষিক বাধা কমে যায়। ফলে তরলের সান্দ্রতা হ্রাস পায়। আর এ জন্যই শীতল পানির গতির চেয়ে গরম পানির গতি দ্রুত হয়।

গ এখানে, লোহার বলের ব্যাসার্ধ, $r = 4$ mm $= 4 \times 10^{-3}$ m
অন্তঃবেগ, $v = 4 \times 10^{-2} ms^{-1}$
লোহার ঘনত্ব, $\rho = 7.8 \times 10^3$ kg m^{-3}
কেরোসিনের ঘনত্ব, $\rho_k = 0.8 \times 10^3$ kg m^{-3}
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$
কেরোসিনের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta = ?$

আমরা জানি,

$v = \frac{2r^2(\rho - \rho_k) \times g}{9\eta}$

$\therefore \eta = \frac{2r^2(\rho - \rho_k) \times g}{9v}$

$= \frac{2 \times (4 \times 10^{-3})^2 \times (7.8 - 0.8) \times 10^3 \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$

$= 6.1 Nsm^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ লোহার বলটি যখন পানির মধ্য দিয়ে পড়বে তখন মাধ্যম পানি।
পানির ঘনত্ব, $\sigma_w = 1000 kg/m^3$
পানির সান্দ্রতা গুণাংক, $\eta_w = 0.89 Nsm^{-2}$ (ধরে)

এখন, আমরা জানি,

পানিতে অন্তঃবেগ, $v = \frac{2r_2(\rho - \rho_w)g}{9\eta}$

$= \frac{2 \times (4 \times 10^{-3})^2 \times (7800 - 1000) \times 9.8}{9 \times 0.89}$

$= 26.6 \times 10^{-2} ms^{-1}$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে, পানিতে লোহার বলের অন্তঃবেগ কেরোসিনের চেয়ে বেশি।
তাই গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখা যায় যে, লোহার বলটি পানির ভেতর দিয়ে পড়লে এর অন্তঃবেগ বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ৬০ তামা, লোহা ও মধুর আপেক্ষিক গুরুত্ব যথাক্রমে 7, 6 এবং 1.4। উভয় গোলকের ব্যাস 6mm হলেও তামার গোলককে কাচ পাত্রে রাখা মধুতে আলতোভাবে ছেড়ে দিলে দেখা যায় এটি অন্তঃবেগে তিন সেকেন্ড সময়ে 6cm যায়। *[ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. গ্যাসীয় অণুর মুক্ত পথ কী? ১
খ. Boltzman ধ্রুবক ব্যাখ্যা করো। ২
গ. মধুর সান্দ্রতা সহগ হিসেব করো। ৩
ঘ. উভয় গোলক এক সাথে মধুতে ছাড়া হলে কোন গোলকটি আগেই পাত্রের তলদেশ স্পর্শ করবে- তার গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে একটি গ্যাস অণু গড়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্তপথ বলে।

খ প্রতি অণু গ্যাসের জন্য মোলার ধ্রুবকের মানকে Boltzman ধ্রুবক (K) বলে, গাণিতিকভাবে, $K = \frac{R}{N_A}$ [R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক]
[N_A = অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা]

গ মধুর সান্দ্রতা সহগ, η হলে ও তামার গোলকের অন্তঃবেগ, v হলে

$v = \frac{2r^2(\rho_c - \rho_H) g}{9\eta}$

বা, $\eta = \frac{2r^2(\rho_c - \rho_H)g}{9v}$

$= \frac{2 \times (3 \times 10^{-3}) \times (7000 - 1400) \times 9.8}{9 \times 0.02}$

$= 5.49 Nsm^{-2}$ **(Ans.)**

এখানে,
অন্ত্যবেগ, $v = \frac{s}{t} = \frac{6}{3}$
$= 2ms^{-1} = 0.02ms^{-1}$
তামার ঘনত্ব,
ρ_c = আপেক্ষিক গুরুত্ব × পানির ঘনত্ব $= 7 \times 1000 kg.m^{-3}$
$= 7000 kgm^{-3}$
এবং মধুর ঘনত্ব,
$\rho_H = 1.4 \times 1000 kgm^{-3}$
$= 1400 kgm^{-3}$
তামার গোলকের ব্যাসার্ধ,
$r = \frac{6}{2}$
$= 3mm$
$= 3 \times 10m^{-3}$

ঘ লোহার অন্তঃবেগ, v_I হলে,

$v_I = \frac{2r^2(\rho_I - \rho_H) g}{9\eta}$

$= \frac{2 \times (3 \times 10^{-3})^2 \times (6000 - 1400) \times 9.8}{9 \times 5.49}$

$= 0.0164 ms^{-1}$
$= 1.64 cms^{-1}$

এখানে,
লোহার ঘনত্ব,
$\rho = 6 \times 10^3 kgm^{-3}$
'গ' থেকে পাই,
মধুর সান্দ্রতা সহগ,
$\eta = 5.49 Nsm^{-2}$

$\therefore$ লোহার অন্তঃবেগ, **v_I তামার অন্ত্যবেগ**, $v_c = 2cms^{-1}$ অপেক্ষা কম।
যেহেতু তামার অন্তঃবেগ বেশি, তাই তামার গোলকটি আগে পাত্রের তলদেশ স্পর্শ করবে।

প্রশ্ন ▶ ৬১ 12kg ভরের কোন বস্তু 0.4m লম্বা এবং $10^{-6}m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি তারের এক প্রান্তে বেঁধে ঘুরানো হচ্ছে। এতে তারটির দৈর্ঘ্য 0.006% বৃদ্ধি পেল। তারটির উপাদানের অসহ পীড়ন $4.8 \times 10^7 Nm^{-2}$. *[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. পৃষ্ঠটান কী? ১

খ. প্রবাহীর ক্ষেত্রে অন্তঃবেগ ও সংকট বেগের মধ্যে পার্থক্য কী? ২

গ. তারটির ইয়ং এর গুণাংকের মান কত হবে? ৩

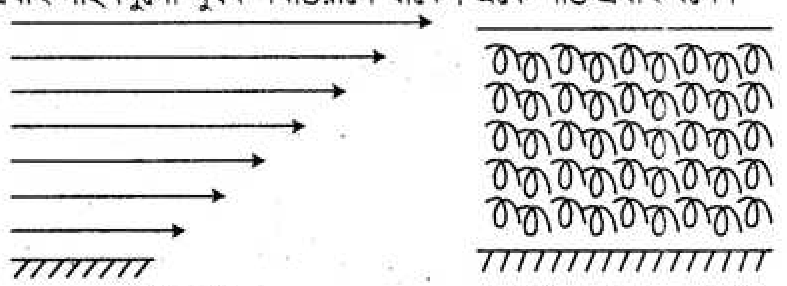
ঘ. তারটিকে সর্বোচ্চ কত কৌণিক বেগে ঘুরানো যাবে— গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ কোন প্রবাহীর মধ্যে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোন বস্তুর বেগ প্রাথমিক অবস্থায় বাড়তে থাকে। বেগ যত বাড়ে সান্দ্রতা বলও সমানুপাতিক হারে বাড়তে থাকে। এভাবে এমন একটি অবস্থায় পৌছায় যখন নিট বল শূন্য হয়ে যায় তখন বস্তুটি যে সমবেগ অর্জন করে তাকে অন্ত্যবেগ বলে। যেমন মাটিতে একটি বৃষ্টির ফোটার বেগ।

আবার প্রবাহী যখন খুব ধীর গতিতে কোন পৃষ্ঠের উপর দিয়ে যায় তখন সান্দ্রতার জন্য এর বিভিন্ন স্তরে আপেক্ষিক বেগের সৃষ্টি হয়। তখন প্রবাহ লাইনগুলো সুষম সমান্তরালে থাকে। একে শান্ত প্রবাহ বলে।



শান্ত প্রবাহ　　　সংকট বেগের জন্য সৃষ্ট অশান্ত প্রবাহ

প্রবাহীর বেগ বৃদ্ধি করতে থাকলে সর্বনিম্ন যে বেগে উপনীত হলে প্রবাহ লাইনগুলো আর সুষম থাকে না, বিভিন্ন স্তরে মিশ্রিত হয়ে বিশৃঙ্খলতা সৃষ্টি হয় তা হলো সংকট বেগ। এ ধরনের প্রবাহকে অশান্ত প্রবাহ বলে।

গ তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{mgL}{Al} = \frac{12 \times 9.8 \times 0.4}{10^{-6} \times 2.4 \times 10^{-5}} = 1.96 \times 10^{12} Nm^{-2} \text{ (Ans.)}$$

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, $L = 0.4m$
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 0.4 \times \frac{0.006}{100} = 2.4 \times 10^{-5}m$
ভর, $m = 12$ kg
ক্ষেত্রফল, $A = 10^{-6}$ m^2

ঘ কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_m হলে,

$F = m\omega_m^2 l$

বা, $\omega_m^2 = \frac{F}{ml} = \frac{PA}{ml} = \frac{4.8 \times 10^7 \times 1 \times 10^{-6}}{12 \times 0.4}$

বা, $\omega_m^2 = 10$

$\therefore \omega_m = 3.16 \text{ rads}^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
তারের ক্ষেত্রফল, $A = 10^{-6}m^2$
অসহ পীড়ন, $P = 4.8 \times 10^7 Nm^{-2}$
ভর, $m = 12$ kg
সর্বোচ্চ কৌণিক বেগ, $\omega_m = ?$
তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.4m$

প্রশ্ন ▶ ৬২ একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.57m। একে $7.2 \times 10^{-2}Nm^{-1}$ পৃষ্ঠটানের পানির মধ্যে ডুবালে নলের মধ্যে পানি উপরে উঠে। একই নল পারদে ডুবালে পারদের পৃষ্ঠ 1.875cm পরিমাণ অবনমিত হয়। পারদের ঘনত্ব $13.6 \times 10^3 gm^{-3}$। পানি ও পারদের স্পর্শ কোণ যথাক্রমে 5° ও 139°। *[বরিশাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. বেগ অবক্রম কাকে বলে? ১

খ. বাধাহীনভাবে বায়ুর মধ্যদিয়ে পতনশীল বস্তুর উচ্চবেগ প্রাপ্ত হয় না কেন? ২

গ. পৃষ্ঠ টানের জন্য কৈশিক নলের মধ্যে কত ভরের পানি উঠবে? ৩

ঘ. পানি ও পারদের পৃষ্ঠটান সমান হবে কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রবাহীর মধ্যদিয়ে কোনো বস্তু চলার চেষ্টা করলে বস্তু সংলগ্ন স্তরসমূহের মধ্যে প্রতি একক দৈর্ঘ্য ব্যবধানে বেগের পরিবর্তন বা নতিকেই বেগ অবক্রম বলে।

খ বাধাহীনভাবে বায়ুর মধ্য দিয়ে পতনশীল বস্তুর বেগ যতই বৃদ্ধি পেতে থাকে, এর উপর বায়ুর সান্দ্র বল ততই বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক সময় বস্তুর প্লবতা এবং সান্দ্র বলের সমষ্টি এর ওজনের সমান হয় অর্থাৎ উর্ধ্বমুখী বলদ্বয়ের সমষ্টি নিম্নমুখী বলের সমান হয়। এসময় বস্তুর উপর নেটবল শূন্য হওয়ায় এটি ধ্রুববেগ প্রাপ্ত হয়, যা প্রান্তিক বেগ নামে পরিচিত। এই কারণে বাধাহীনভাবে বায়ুর মধ্য দিয়ে পতনশীল বস্তু উর্ধ্ববেগ প্রাপ্ত হয় না।

গ এখানে, কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.587}{2} = 0.2935$ mm

পানির ক্ষেত্রে স্পর্শকোণ, $\theta = 5°$

পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-2}$ Nm^{-1}

কৈশিক নলে পানির উপর পৃষ্ঠটানজনিত মোট উর্ধ্বমুখী বল

$= 2\pi r T \cos\theta$

এই উর্ধ্বমুখী বল কৈশিক নলের তরলের ওজন দ্বারা প্রশমিত হবে। অতএব, কৈশিক নলের তরলের ভর m হলে,

$mg = 2\pi r T \cos\theta$

বা, $m = \frac{2\pi r T \cos\theta}{g}$

বা, $m = \frac{2\pi \times 0.2935 \times 10^{-3} \times 72 \times 10^{-2} \times \cos 5°}{9.8}$ kg

বা, $m = 1.3497 \times 10^{-4}$ kg

$\therefore$ $m = 0.13497$ gm **(Ans.)**

ঘ পারদের ঘনত্ব, $\rho = 13.6 \times 1000 \text{ kgm}^{-3} = 13600 \text{ kgm}^{-3}$

পারদের স্পর্শ কোণ, $\theta = 139°$

কৈশিক নলে পারদের অবনমন, $h = -1.875 \text{ cm} = -0.01875$ m

পারদের পৃষ্ঠটান T হলে, $T = \frac{r\rho gh}{2\cos\theta}$

$= \frac{2.935 \times 10^{-4} \times 13600 \text{ kgm}^{-3} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times (-0.01875 \text{ m})}{2\cos 139°}$

$= 0.486 \text{ Nm}^{-1}$

$= 486 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1} >> 72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$

সুতরাং পানি ও পারদের মধ্যে পারদের পৃষ্ঠটান বেশি।

প্রশ্ন ▶ ৬৩ মুক্তা পরীক্ষাগারে 13600 kgm^{-3} ঘনত্বের এবং 10^{-4}m ব্যাস বিশিষ্ট 10^6 সংখ্যক পারদের ফোঁটা মিলিয়ে একটি বড় ফোঁটা তৈরি করে কাঁচের লম্বা দুধপূর্ণ জারের উপর থেকে ছেড়ে দিল এবং দেখলো যে কিছুদূর পতনের পর সেটি সমবেগে পতিত হচ্ছে। পারদের পৃষ্ঠটান $4.7 \times 10^{-1}Nm^{-1}$ এবং দুধের সান্দ্রতাঙ্ক 3×10^{-2} poise. পারদের আপেক্ষিক তাপ 125 $Jkg^{-1}K^{-1}$। *[রাজেন্দ্রপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. হুকের সূত্রটি বিবৃত করো। ১

খ. বৃষ্টির ফোঁটা কচু পাতাকে ভিজায় না কিন্তু আম পাতাকে ভিজায়। ব্যাখ্যা করো। ২

গ. বড় ফোঁটা তৈরি করতে যে পরিমাণ শক্তি ব্যয় হয়েছে তা দিয়ে 1 kg পারদের তাপমাত্রা কত বৃদ্ধি পাবে? ৩

ঘ. পারদের ফোঁটার সমবেগ নির্ণয় করো। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

খ পানির অণু ও কচুপাতার অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল বৃহত্তর মানের। তাই বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভিজায় না। পক্ষান্তরে পানির অণু ও আম পাতার অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল ক্ষুদ্রতর মানের। তাই বৃষ্টির ফোঁটা আমপাতাকে ভিজায়।

গ পারদের বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ, R ও ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, r হলে,
বড় ফোটার আয়তন = ছোট 10^6 ফোঁটার আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi R^3 = 10^6 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $R^3 = 10^6 \times r^3$
$\therefore R = 100\,r$
$= 100 \times 5 \times 10^{-5}$
$= 5 \times 10^{-3}$m

এখানে,
ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{10^{-4}}{2}$ m
$= 5 \times 10^{-5}$ m

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস হবে,

$$\Delta A = 10^6 \times 4\pi r^2 - 4\pi R^2$$
$$= 10^6 \times 4\pi \times (5 \times 10^{-5})^2 - 4\pi \times (5 \times 10^{-3})^2$$
$$= 31.1 \times 10^{-3} m^2$$

$\therefore$ নির্গত শক্তি E হলে,

$E = T\Delta A$
$= 4.7 \times 10^{-1} \times 31.1 \times 10^{-3}$
$= 14.62 \times 10^{-3}$J

এখানে, পারদের পৃষ্ঠটান,
$T = 4.7 \times 10^{-1}$Nm^{-1}

এখন, এ নির্গত শক্তি পুরোটাই তাপে পরিণত হলে যদি পারদের তাপমাত্রা, $\Delta\theta$ বৃদ্ধি পায়,

$Q = E$
বা, $mS\Delta\theta = E$
বা, $\Delta\theta = \frac{E}{mS}$
$= \frac{14.62 \times 10^{-3}}{1 \times 125}$
$= 0.117$K বা 0.117°C **(Ans.)**

এখানে,
পারদের আ:তাপ, $S = 125$ Jkg^{-1}K^{-1}
পারদের ভর, $m = 1$ kg

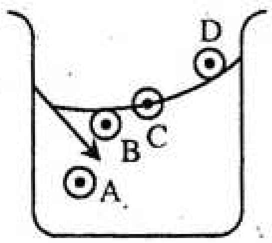
ঘ পারদের ফোঁটার সমবেগ, v হলে,

$v = \frac{2r^2(\rho_m - \rho_l)g}{9\eta}$
$= \frac{2 \times (5 \times 10^{-3})^2 \times (13600 - 1033) \times 9.8}{9 \times 3 \times 10^{-3}}$
$= 228.06$ ms^{-1}

এখানে,
'গ' থেকে পাই, পারদের ফোঁটার ব্যাসার্ধ,
$r = 5 \times 10^{-3}$m
পারদের ঘনত্ব,
$\rho_m = 13600$kgm^{-3}
জানা আছে, দুধের ঘনত্ব,
$\rho_l = 1033$kgm^{-3}
দুধের সান্দ্রতাংক,
$\eta = 3 \times 10^{-2}$ Poise
$= 3 \times 10^{-3}$ Nsm^{-2}

অর্থাৎ, দুধের মধ্য দিয়ে পারদের ফোঁটাটি 228.06 ms^{-1} সমবেগে পরতে থাকবে।

প্রশ্ন ▶ ৬৪



[কুমিল্লা সরকারি কলেজ]

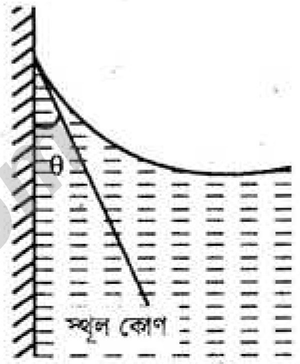
ক. ধারা রেখ প্রবাহ কি? ১
খ. সান্দ্রতা বলতে কি বুঝায়? এর গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের স্পর্শকোণের আলোকে তরলের বৈশিষ্ট্য লিখ। ৩
ঘ. A, B, C ও D অবস্থানে অণুগুলোর উপর নীট বল আণবিক মতবাদ অনুযায়ী ব্যাখ্যা করো। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি প্রবাহীর বিভিন্ন স্তর পরস্পরের সমান্তরালে চলে তবে তাকে ধারা রেখা বা স্রোতরেখা প্রবাহ বলে।

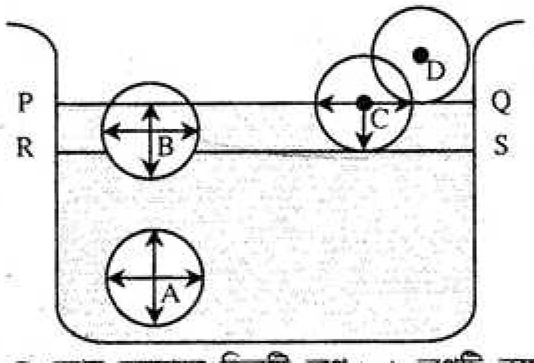
খ যে ধর্মের দরুন কোন প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।
নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক রাখতে (অর্থাৎ একক দূরত্বে অবস্থিত দুটি প্রবাহী স্তরের মধ্যে একক আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে) প্রবাহী স্তরের একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শকীয় বলের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বলে।
সান্দ্রতা গুণাঙ্ক প্রবাহীটি যে সান্দ্রতা প্রদর্শন করে তার পরিমাপকে বোঝায়। সান্দ্রতা গুণাঙ্ক যত বেশি প্রবাহীটি তত বেশি সান্দ্র অর্থাৎ সচলতা কম। কক্ষ তাপমাত্রায় গ্লিসারিনের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক পানির চেয়ে এক হাজার গুণ বেশি। তাপমাত্রা বাড়ালে তরলের সান্দ্রতা হ্রাস পেলেও গ্যাসের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। যেসব তরল উক্ত নিউটনের সূত্র মানে তাদের নিউটনীয় তরল বলে। পানি, দুধ, মধু, আলকাতরা ইত্যাদি নিউটনীয় তরল আবার তৈলরং অ-নিউটনীয় তরল যাদের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক নেই।

গ



কোনো একটি কঠিন বস্তু খাড়াভাবে পানিতে বা অন্য কোনো তরলে আংশিকভাবে ডুবালে তাদের সংযোগ স্থানে তরল তল কিছুটা বেঁকে যায়। তরলের বিভিন্ন অণুর মধ্যে সংসক্তি বল ছাড়াও কঠিন ও তরলের অণুর আসঞ্জন বল আছে। এক্ষেত্রে একই পদার্থের বিভিন্ন অণুগুলোর মধ্যে পারস্পারিক আকর্ষণ বলই সংশক্তি বল। এই বল দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মেনে চলে। অন্যদিকে বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলই আসঞ্জন বল। সংসক্তি বল তরল তলকে অনুভূমিকভাবে রাখার চেষ্টা করে। পক্ষান্তরে আসঞ্জন বল তরল তলকে উপরে উঠাতে চেষ্টা করে। এই দুটি বলের সম্মিলিত ক্রিয়ায় তরল তল কঠিন পদার্থের গা বেয়ে উপরে ওঠে কিংবা নেমে যায়।
স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা কম হলে সূক্ষ্ম স্পর্শ কোণ হয়। যে সব তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা কম সে সব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায়। এসব ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয়।
অতএব, উদ্দীপকের তরলের ঘনত্ব পাত্রের ঘনত্ব অপেক্ষা কম এবং তরল-কঠিনের মধ্যে আসঞ্জন তরলের সংসক্তি বল অপেক্ষা বেশি।

ঘ



চিত্রে A, B, C কোন তরলের তিনটি অণু। A অণুটি রয়েছে তরলের গভীরে, তাই এর আণবিক আকর্ষণের প্রভাব গোলকটি তরলের ভেতরে রয়েছে। এই অণুটি এর প্রভাব গোলকের ভেতরকার সকল অণু দ্বারা চতুর্দিকে সমানভাবে আকৃষ্ট হচ্ছে। সুতরাং এর ওপর সংসক্তি বলের লব্ধি শূন্য। অর্থাৎ এর ওপর মোট কোন সংসক্তি বল ক্রিয়া করছে না। তাই এই অণুটি যে অবস্থায় আছে, সেই অবস্থায়ই থাকবে।

B অণুটি তরলের এমন জায়গায় রয়েছে যে, এ প্রভাব গোলকের কিছুটা অংশ তরলের বাইরে রয়েছে। এই প্রভাব গোলকের ওপরের অর্ধাংশে তরলের যত সংখ্যক অণু থাকবে নিচের অর্ধাংশে তার চেয়ে বেশি সংখ্যক অণু থাকবে। এর ফলে B অণুর ওপর ক্রিয়াশীল নিম্নমুখী সংসক্তি বল উর্ধ্বমুখী সংসক্তি বলের চেয়ে বেশি হবে। ফলে B অণুটি একটি নিম্নমুখী লব্ধি বল অনুভব করবে।

C অণুটি তরল পদার্থের মুক্ত তলে অবস্থিত। এর প্রভাব গোলকের ওপরের অর্ধাংশ তরলের বাইরে এবং নিচের অর্ধাংশ তরলের ভেতর রয়েছে। সুতরাং ওপরের অংশে ক্রিয়াশীল কোন সংসক্তি বল নেই, শুধু অণুটির ওপর নিম্নমুখী সংসক্তি বল ক্রিয়াশীল। কাজেই এ ক্ষেত্রে C অণুটি সর্বাধিক নিম্নমুখী বল দ্বারা আকর্ষিত হবে।

অপরদিকে D বিন্দুটি তরলের বাইরে অবস্থিত এবং এর চারদিকে প্রভাব গোলকে কেবল বায়ুর অণু আছে। ফলে এর চারপাশে আকর্ষণ সমান। ফলে এটির ওপর নিট বল আকর্ষণ শূন্য হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬৫ মি. জাহিদ সাহেব 0.02mm ব্যাসের একটি কৈশিক নল পানিতে ডুবিয়ে লক্ষ করলেন যে, কৈশিক নলের ভেতর পানির আরোহণ হল। তিনি অপর একটি পাত্রে $1020 kgm^{-3}$ ঘনত্বের তরলের মধ্যে 4cm ব্যাসার্ধের এবং $1200 kgm^{-3}$ ঘনত্বের একটি গোলক $4 ms^{-1}$ প্রান্তিক বেগে পড়তে দেখলেন। [পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 1×10^{-3} Nsm^{-2} এবং পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$] *[এম. ই. এইচ আরিফ কলেজ]*

ক. পয়সনের অনুপাত কী? ১
খ. টিস্যু পেপার পানি শুষে নেয় কেন? ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের কৈশিক নলে পানির আরোহন নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উদ্দীপকের উভয় তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্কের তুলনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত বলে।

খ টিস্যু পেপারে অতি ক্ষুদ্র ব্যাসার্ধযুক্ত বহুসংখ্যক ছিদ্র থাকে। টিস্যু পেপারের উপাদানের অণু ও পানির অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল পানি অনুসমূহের মধ্যে ক্রিয়ারত সংশক্তি বল অপেক্ষা বৃহত্তর।

তাই $T = \frac{hr\rho g}{2}$ বা, $h = \frac{1}{r}\ \frac{2T}{\rho g}$ বা, $h \propto \frac{1}{r}$ (T, ρ, g, ধ্রুবক হওয়ায়) সূত্রানুসারে এ সব ছিদ্রসমূহে খুব সহজেই পানি প্রবেশ করে। এভাবেই টিস্যু পেপার পানি শুষে নেয়।

গ এখানে,

পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.02 \times 10^{-3}}{2} m = 0.01 \times 10^{-3} m$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \ kgm^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \ ms^{-2}$

পানির আরোহন উচ্চতা, h = ?

আমরা জানি, $T = \frac{h\rho gr}{2}$

বা, $h = \frac{2T}{\rho gr}$

বা, $h = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{1000 \times 9.8 \times 0.01 \times 10^{-3}}$

$\therefore h = 1.47 \ m$

∴ কৈশিক নলে পানির আরোহন 1.47 m **(Ans.)**

ঘ এখানে,

পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta_1 = 0.003 Nsm^{-2}$

গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 0.04 \ m$

গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 1200 \ kgm^{-3}$

তরলের ঘনত্ব, $\sigma = 1020 \ kgm^{-3}$

প্রান্তবেগ, $v = 4 \ ms^{-1}$

$g = 9.8 \ ms^{-2}$

তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta_2 = ?$

আমরা জানি,

$$\eta_2 = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v}$$

$$\text{বা, } \eta_2 = \frac{2 \times (0.04)^2(1200 - 1020) \times 9.8}{9 \times 4}$$

$$\therefore \eta_2 = 0.1568 Nsm^{-2}$$

$$\therefore \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{0.1568}{0.003} = 52.27$$

$$\therefore \eta_2 = 52.27 \times \eta_1$$

সুতরাং উক্ত তরলের সান্দ্রতা গুণাংক পানির সান্দ্রতা গুণাংকের 52.27 গুণ।

প্রশ্ন ▶ ৬৬ $7.8 \times 10^3 kgm^{-3}$ ঘনত্বের দুটি লোহার গোলক যাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 2mm এবং 3mm গোলক দুটিকে $1.26 \times 10^3 kgm^{-3}$ ঘনত্বের ও 0.83Pas সান্দ্রতা সহগ বিশিষ্ট কোন তরলের মধ্য দিয়ে পড়তে দেওয়া হলো। ছোট গোলকটি অন্তঃবেগ প্রাপ্তির পর 2.9sec এ 20cm দূরত্ব অতিক্রম করে। *[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]*

ক. স্পর্শ কোণ কী? ১
খ. পৃষ্ঠটানের আণবিক তত্ত্ব ব্যাখ্যা করো। ২
গ. ছোট গোলকের উপর ক্রিয়াশীল সান্দ্রবল নির্ণয় করো। ৩
ঘ. কোন গোলকটি দ্রুত নিচে পতিত হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ ধরা যাক, PQ হলো একটি তরলের পৃষ্ঠতল। এবং RS হলো পৃষ্ঠতল হতে একটি অণুর ব্যাসার্ধের সমান দূরত্বে নিচে আরেকটি তল। এখন কোন অণুকে তরলের ভেতর থেকে RS তলের ওপরে আনতে নিম্নমুখী সংসক্তি বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে এবং এই কাজ অণুটির বিভব শক্তি বৃদ্ধি করবে। সুতরাং RS তলের নিচে অবস্থিত অণুগুলোর তুলনায় ওপরের অণুগুলোর বিভব শক্তি বেশি। কিন্তু আমরা জানি, সকল বস্তুই সর্বনিম্ন বিভব শক্তিতে আসতে চায়। এখন RS তল থেকে মুক্ত তল PQ পর্যন্ত যতগুলো অণু আছে, তাদের বিভব শক্তি সর্বনিম্ন করতে হলে মুক্ত পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে হবে। কাজেই তরলের মুক্ত পৃষ্ঠ সর্বদা তার ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চেষ্টা করে এবং সঙ্কুচিত হতে চায়, ফলে মুক্ত পৃষ্ঠটি একটি টান টান স্থিতিস্থাপক পর্দার ন্যায় আচরণ করে এবং টান অবস্থায় থাকে। এই টান তরলের পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। তরল পৃষ্ঠে একটি রেখা কল্পনা করলে এই টান ঐ রেখার সাথে লম্ব হয়। রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে এই টানই পৃষ্ঠটান।

গ ১৭ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : $2.16 \times 10^{-3} N$।

ঘ ১৭ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : বড় গোলকটি অপেক্ষাকৃত দ্রুত নিচে পতিত হবে।

সপ্তম অধ্যায় : পদার্থের গাঠনিক ধর্ম

২৪০. স্ফটিকাকার বা কেলাসিত কঠিন পদার্থের কণাসমূহ কীভাবে সাজানো থাকে? (জ্ঞান)
ক) ঘণাকারে খ) এলোমেলোভাবে
গ) ত্রিমাত্রিক বিন্যাসে ঘ) স্তূপাকারে — গ

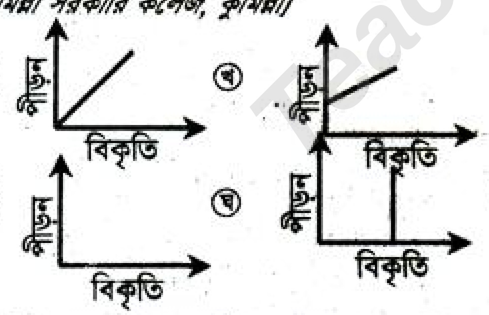
২৪১. তরল ও কঠিন পদার্থের মধ্যকার স্পর্শ কোণ নিচের কোনটি হলে তরল পদার্থ, কঠিন পদার্থকে ভিজাবে না?
ক) 0° খ) 40°
গ) 60° ঘ) 120° — ঘ

২৪২. আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল সমান হয় যখন— (জ্ঞান)
ক) $r > r_0$ খ) $r < r_0$
গ) $r = 0$ ঘ) $r = r_0$ — ঘ

২৪৩. সমযোজী বন্ধনের অপর নাম কী? *[আর্মড পুলিশ ব্যাটালিয়ন পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]*
ক) প্রোটন জোড় বন্ধন খ) মুক্ত জোড় বন্ধন
গ) আপেক্ষিক ইলেক্ট্রন বন্ধন
ঘ) ইলেকট্রন জোড় বন্ধন — ঘ

২৪৪. NaCl কেলাসের গলনাঙ্ক কত (জ্ঞান)
ক) 1071K খ) 1072K
গ) 1073K ঘ) 1074K — ঘ

২৪৫. পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর লেখচিত্র কোনটি? (অনুধাবন) *[কুমিল্লা সরকারি কলেজ, কুমিল্লা]*



উত্তর: গ

২৪৬. একটি সম্পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর ইয়ং গুণাঙ্ক কত হবে? (জ্ঞান)
ক) শূন্য খ) 1
গ) অসীম ঘ) $\frac{1}{2}$ — গ

২৪৭. রবার্ট হুক কত সালে পীড়ন ও বিকৃতির মধ্যকার সম্পর্ক স্থাপন করেন? (জ্ঞান)
ক) ১৫৭৮ খ্রিস্টাব্দে খ) ১৬৭৮ খ্রিস্টাব্দে
গ) ১৭৭৮ খ্রিস্টাব্দে ঘ) ১৮৭৮ খ্রিস্টাব্দে — খ

২৪৮. ইস্পাতের দৃঢ়তার গুণাংক— (জ্ঞান) *[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]*
ক) $4.8\times10^{10}\ N.m^2$ খ) $8.4\times10^{10} N.m^2$
গ) $48\times10^{10} N.m^2$ ঘ) $84\times10^{10} N.m^2$ — খ

২৪৯. আয়তন গুণাঙ্ককে কখনও কখনও কী বলা হয়? (জ্ঞান)
ক) সংনম্যতা খ) অসংনম্যতা
গ) আয়তন বিকৃতি ঘ) আয়তন পীড়ন — খ

২৫০. স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক Y, (দৃঢ়তা) গুণাঙ্ক η এবং বাল্ক (আয়তন) গুণাঙ্ক K এই তিন রাশির মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (উচ্চতর দক্ষতা)
ক) $3/Y = 9/\eta + 1/k$ খ) $9/Y = 1/\eta + 3/K$
গ) $9/Y = 3/\eta + 1/K$ ঘ) $1/Y = 9/\eta + 3/K$ — গ

২৫১. সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা কত? (জ্ঞান)
ক) $[ML^{-2}T^{-1}]$ খ) $[M^{-1}L^{-1}T^{-1}]$
গ) $[ML^{-1}T^{-2}]$ ঘ) $[ML^{-1}T^{-1}]$ — ঘ

২৫২. কোন পদার্থের সান্দ্রতা সবচেয়ে বেশি? (জ্ঞান)
ক) তেল খ) দুধ
গ) মধু ঘ) পানি — গ

২৫৩. পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক নিচের কোনটি? (জ্ঞান)
ক) $1Nsm^{-2}$ খ) $10Nms^{-2}$
গ) $10^{-3}Nsm^{-2}$ ঘ) $10^{3}Nsm^{-2}$ — গ

২৫৪. উঁচু স্থান থেকে এক ফোঁটা মধু বায়ুর মধ্য দিয়ে v বেগে পড়ছে। এর ঘনত্ব ρ এবং ব্যাসার্ধ r। বায়ুর সান্দ্রতাঙ্ক η হলে ফোঁটাটির ওপর ক্রিয়াশীল সান্দ্র বল কত? (প্রয়োগ)
ক) $\frac{6\pi\eta}{rv}$ খ) $6\pi\eta rv$
গ) $\frac{1}{6\pi\eta rv}$ ঘ) $\frac{6\pi\eta r}{v}$ — খ

২৫৫. প্রবাহের সান্দ্রতার বেলায় কোনটি সঠিক? (জ্ঞান)
ক) তেল > আলকাতরা > দুধ
খ) আলকাতরা > দুধ > তেল
গ) আলকাতরা > তৈল > দুধ
ঘ) দুধ > তেল > আলকাতরা — গ

২৫৬. 2 mm ব্যাসের কোনো পানি বিন্দুর ভিতরের ও বাইরের চাপের পার্থক্য কত হবে? (পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}Nm^{-1}$) (প্রয়োগ)
ক) $3.62Nm^{-2}$ খ) $6.67Nm^{-2}$
গ) $13.6Nm^{-2}$ ঘ) $288Nm^{-2}$ — ঘ

২৫৭. পানির উপরিতলে রাখা 0.05m দীর্ঘ একটি সুচকে টেনে তুলতে সর্বাধিক যে বলের প্রয়োজন (পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$)। (প্রয়োগ)

(ক) $7.2 \times 10^{-3} N$ (খ) $3.6 \times 10^{-3} N$
(গ) $1.4 \times 10^{-3} N$ (ঘ) $7.2 \times 10^{-4} N$ **ক**

২৫৮. সাবান বুদবুদের চাপ P, পৃষ্ঠটান T এবং ব্যাসার্ধ r-এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (জ্ঞান)

(ক) $P = \frac{4T}{r}$ (খ) $P = \frac{2T}{r}$
(গ) $P = \frac{4T}{3r}$ (ঘ) $P = \frac{T}{r}$ **ক**

২৫৯. 20°C তাপমাত্রায় পানির পৃষ্ঠটান কত? (প্রয়োগ)

(ক) $72 \times 10^{-4} Nm^{-1}$ (খ) $72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$
(গ) $72 \times 10^{-2} Nm^{-1}$ (ঘ) $72 \times 10^{-1} Nm^{-1}$ **খ**

২৬০. যেসব তরল কাঁচকে ভেজায় না তাদের স্পর্শ কোণ— (জ্ঞান)

(ক) প্রায় শূন্য (খ) প্রায় 90°
(গ) 90° এর চেয়ে ছোট (ঘ) 90° এর চেয়ে বড় **ঘ**

২৬১. বিশুদ্ধ পানি ও কাচের মধ্যকার স্পর্শ কোণ কত? (জ্ঞান) *[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]*

(ক) 0° (খ) 8°
(গ) 139° (ঘ) 150° **ক**

২৬২. ছোট ছোট পোকামাকড় পানির উপর দিয়ে চলাচল করতে পারে কোনটি কারণে? (জ্ঞান)

(ক) সান্দ্রতা (খ) পৃষ্ঠটান
(গ) স্থিতিস্থাপকতা (ঘ) সংসক্তি **খ**

২৬৩. আন্তঃআণবিক বল —(উচ্চতর দক্ষতা)

i. অল্প জায়গার মধ্যে পদার্থের বহুসংখ্যক অণুকে একত্রিত করে রাখে
ii. অণুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের ওপর নির্ভরশীল
iii. প্রধানত এক প্রকার চৌম্বক বল

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

২৬৪. পরমাণুসমূহের মধ্যে ন্যূনতম স্থিতিশক্তি বজায় রাখার জন্যে বিভিন্ন বন্ধন সৃষ্টি হয় উক্ত বন্ধনসমূহের মধ্যে— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. আয়নিক বন্ধন খুবই দৃঢ়
ii. সমযোজী বন্ধনে পরমাণুসমূহে ইলেকট্রন শেয়ার করে
iii. ধাতব বন্ধন সমযোজী বন্ধনের চেয়ে শক্তিশালী

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

২৬৫. একটি ধাতব গোলকের উপর $3 \times 10^{6} Nm^{-2}$ আয়তন পীড়ন প্রয়োগ করলে 0.2 আয়তন বিকৃতি হয়। তাহলে —(অনুধাবন)

i. আয়তন গুণাঙ্কের মান হলো $1.5 \times 10^{7} Nm^{-2}$
ii. $4 \times 10^{6} Nm^{-2}$ আয়তন পীড়ন প্রয়োগ করলে আয়তন বিকৃতি হবে 0.267
iii. $2 \times 10^{6} Nm^{-2}$ আয়তন পীড়ন প্রয়োগ করলে আয়তন বিকৃতি হবে 0.133

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

২৬৬. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত— (অনুধাবন)

i. একটি ধ্রুবক
ii. বস্তুর উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নামে পরিচিত
iii. K দ্বারা প্রকাশ করা হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

২৬৭. তাপমাত্রা হ্রাস পেলে— *[সরকারি এম এম কলেজ, যশোর]*

i. তরলের সান্দ্রতাংক বাড়ে
ii. গ্যাসের সান্দ্রতাংক হ্রাস পায়
iii. সকল প্রবাহীর সান্দ্রতাংক হ্রাস পায়

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

২৬৮. পানির পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়—(অনুধাবন)

i. তাপমাত্রা হ্রাস পেলে
ii. তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে
iii. সাবানের ফেনা মিশালে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **গ**

২৬৯. স্পর্শ কোণ নির্ভর করে— (অনুধাবন)
i. কঠিন ও তরলের প্রকৃতির ওপর
ii. তরলের মুক্ত পৃষ্ঠের উপরের মাধ্যমের ওপর
iii. তরলের ভরের ওপর
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

২৭০. আসঞ্জন বল সংসক্তি বল অপেক্ষা বৃহত্তর হলে— (অনুধাবন)
i. স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয়
ii. তরল কাচনলের দেয়ালকে ভিজায়
iii. কাচনলে তরলের আরোহণ ঘটে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

২৭১. স্পর্শ কোণ 120° হলে কৈশিক নলে তরল— (অনুধাবন)
i. উপরে উঠবে ii. নিচে নামবে
iii. অপরিবর্তিত থাকবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i খ ii
গ i ও iii ঘ ii ও iii **খ**

২৭২. পৃষ্ঠটানের ব্যবহার দেখা যায়—(জ্ঞান) *[আইডিয়াল স্কুল ও কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*
i. গাছে পানির পরিবহনে
ii. পানির উপর পোকামাকড়ের চলাচলে
iii. থার্মোমিটারের নলে পারদ ঢালতে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

উদ্দীপকটি পড়ে ২৭৩ ও ৩৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
তেলের ফোঁটার ঘনত্ব $800 kgm^{-3}$ ও ব্যাসার্ধ $1 \times 10^{-4} m$। ফোঁটাটি $1.722 \times 10^{-5} Nsm^{-2}$ সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বিশিষ্ট বায়ুর ভিতর দিয়ে পড়ছে। বায়ুর ঘনত্ব $1.3 kgm^{-3}$।

২৭৩. ফোঁটাটির চূড়ান্ত গতিবেগ কত হবে? (প্রয়োগ) *[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]*
ক $0.51 ms^{-1}$ খ $1.01 ms^{-1}$
গ $1.51 ms^{-1}$ ঘ $2.01 ms^{-1}$ **খ**

২৭৪. যদি ফোঁটাটিকে ও $1.002 \times 10^{-3} Nsm^{-2}$ সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বিশিষ্ট পানিতে নিমজ্জিত করা হয় তবে পানির মধ্যে—(প্রয়োগ) *[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]*
ক এর প্রান্তিক বেগ বেশি
খ প্রান্তিক বেগ কম হবে
গ নিচের দিকে গতিশীল হবে
ঘ ফোঁটাটি স্থির থাকবে **খ**

উদ্দীপকটি পড়ে ২৭৫ – ২৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
0.5 cm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট পানির একটা ফোঁটা 25টি ক্ষুদ্র ফোঁটায় বিচ্ছিন্ন করা হলো। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} Nm^{-1}$।

২৭৫. প্রতিটি ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ কত হবে? (প্রয়োগ)
ক $0.17 \times 10^{-1} m$ খ $0.17 \times 10^{-2} m$
গ $0.17 \times 10^{-3} m$ ঘ $0.17 \times 10^{-4} m$ **খ**

২৭৬. বড় ফোঁটা থেকে ছোট ফোঁটাগুলো তৈরি হওয়ায় ক্ষেত্রফলের কী পরিমাণ বৃদ্ধি ঘটল? (প্রয়োগ)
ক $5.93 \times 10^{-2} m^2$ খ $5.93 \times 10^{-3} m^2$
গ $5.93 \times 10^{-4} m^2$ ঘ $5.93 \times 10^{-5} m^2$ **গ**

২৭৭. উপরোক্ত ক্ষেত্রে— (অনুধাবন)
i. পৃষ্ঠশক্তি বৃদ্ধি $427.68 \times 10^{-7} J$
ii. ব্যয়িত শক্তির পরিমাণ $427.68 \times 10^{-7} J$
iii. পৃষ্ঠটানের বৃদ্ধি $427.68 \times 10^{-7} Nm$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ২৭৮ ও ২৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
r ব্যাসার্ধের একটি বুদবুদের পৃষ্ঠটান T যার মধে P চাপের বাতাস আছে। এর মধ্যে আরও বাতাস প্রবেশ করানোর ফলে এর ব্যাসার্ধ হলো 2r.

২৭৮. দ্বিতীয় বুদবুদের ক্ষেত্রে পৃষ্ঠটান হবে—(প্রয়োগ) *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]*
ক T এর চেয়ে সামান্য কম
খ T এর সমান
গ T এর চেয়ে সামান্য বেশি
ঘ 2T এর সমান **খ**

২৭৯. দুই ক্ষেত্রে পৃষ্ঠশক্তির অনুপাত হবে—(প্রয়োগ) *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]*
ক 4 খ 2
গ 1 ঘ $\frac{1}{2}$ **গ**

অধ্যায়-৮: পর্যাবৃত্ত গতি

প্রশ্ন ▶১ কোনো সুউচ্চ পাহাড়ে নিয়ে যাওয়ায় একটি সরলদোলক 10 ঘণ্টায় 11990 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করলো। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠে দোলকটি 3 s-এ একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km এবং সর্বোচ্চ শৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8.854 km। [ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ m{\cdot}s^{-2}$] /চ. বো. ২০১৭/

ক. পীড়ন কাকে বলে? ১

খ. কাঁচের তৈরি কৈশিক নলের মধ্যে দিয়ে পানির উপরে উঠার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. সরল দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩

ঘ. পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় কত উঁচু বা নিচু ছিল তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

১নং প্রশ্নের উত্তর

ক বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর বিকার ঘটানো হলে বস্তুর অভ্যন্তরে একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে উদ্ভূত বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলকে পীড়ন বলে।

খ পানি ও কাঁচের মধ্যকার আসঞ্জন বল, পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা বেশি। এ কারণে পানি কাচকে ভিজায়। অর্থাৎ পানি ও কাঁচের মধ্যকার স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয়। ফলে কাঁচের তৈরি কৈশিক নল যখন পানির মধ্যে ডুবানো হয় তখন নলের ভিতরের পানির উপরিতল অবতল আকার ধারণ করে। ফলে তলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়। পানির পৃষ্ঠটান তলের ক্ষেত্রফল কমিয়ে সমতল করার চেষ্টা করে। এতে একটা উর্ধ্বমুখী বল উৎপন্ন হয় যা নলের ভিতরের পানিকে উপরে উঠায়।

গ দেওয়া আছে, ভূপৃষ্ঠে

দোলনকাল, $T = 3\ s$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

বের করতে হবে, দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{3^2 \times 9.8}{4 \times (3.141)^2}$

$= 2.234132\ m$ **(Ans.)**

ঘ ভূপৃষ্ঠে দোলন কাল, $T = 3\ s$

পাহাড়ের উপরে দোলনকাল, $T' = \frac{36000}{11990} = 3.0025\ s$

পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$

পাহাড়ের উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি, পাহাড়ের উচ্চতা,

$$h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right)R$$

$= \left(\frac{3.0025\ s}{3\ s} - 1\right) \times 6.4 \times 10^6\ m$

$= 5333.33\ m$

এভারেস্টের উচ্চতা, $h' = 8.854\ km = 8854\ m$

অতএব, পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় (8854 – 5333.33) m বা 3520.667 m নিচু।

প্রশ্ন ▶২ তানজিনা 100 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করলেন। 4° কৌণিক বিস্তারে দোলকটি 2s দোলনকাল সহকারে দোল দেয়। তাকে দোলনকাল 50% বাড়াতে বলায় সে কার্যকর দৈর্ঘ্য 150 cm নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করল। /চ. বো. ২০১৬/

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. একজন দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. তানজিনার তৈরি সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? ৩

ঘ. 150 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের দোলকটি কী উদ্দীপকের শর্তপূরণ করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তন কালের সমান এবং আবর্তনের দিক পৃথিবীর আবর্তনের দিকে হলে, পৃথিবীর সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে। এ ধরনের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

খ একজন দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকেন। এতে মাটিতে পা দিয়ে তিনি তীর্যকভাবে বল প্রয়োগ করেন। ফলে প্রতিক্রিয়া বলের দিকও হয় তীর্যক অর্থাৎ সামনের দিকে। প্রতিক্রিয়া বলের একটি বৃহৎ উপাংশ সামনের দিকে কাজ করে। ফলে দ্রুতগতি অর্জন করতে দৌড়বিদের বেশ সুবিধা হয়।

গ দেওয়া আছে,

সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2\ sec$

বের করতে হবে, কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$

আমরা জানি, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416}{2} = 3.1416\ rad{\cdot}s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ প্রাথমিক অবস্থায় দোলকটির দোলনকাল, $T_1 = 2\ s$

পরিবর্তীত দোলনকাল হবে, $T_2 = 2\ s + 2\ s \times 50\% = 3\ s$

প্রাথমিক কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_1 = 100\ cm$

পরিবর্তীত কার্যকর $= L_2$

সরল দোলকের দ্বিতীয় সূত্র থেকে পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

বা, $\frac{L_1}{L_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

বা, $L_2 = \frac{9}{4}\ L_1 = \frac{9}{4} \times 100\ cm = 225\ cm$

সুতরাং উদ্দীপকের শর্তানুসারে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য হতে হবে 225 cm, কিন্তু কার্যকর দৈর্ঘ্য করা হয়েছে 150 cm। সুতরাং 150 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের দোলকটি উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করতে পারেনি।

প্রশ্ন ▶৩ একদল শিক্ষার্থী পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে 500 gm ভরের একটি বস্তুকে তারের প্রান্তে আংটায় ঝুলিয়ে দোল দিল। তারা দেখল যে, এটি প্রতি সেকেন্ডে 0.5 বার স্পন্দিত হচ্ছে। বস্তুটির সরণ 5 cm এবং বিস্তার 10 cm। /রা. বো. ২০১৭/

ক. প্রমাণ তীব্রতা কী? ১

খ. মানুষের শ্রাব্যতার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের 0.05 গুণ হবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক 1000 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট 10^{-12} $W{\cdot}m^{-2}$ তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

খ আমরা সব থেকে আস্তে যে শব্দ শুনতে পাই তার তীব্রতা 10^{-12} $W{\cdot}m^{-2}$ এবং সব থেকে জোরালো যে শব্দ আমাদের কানে সহনীয় তার তীব্রতা প্রায় 1 $W{\cdot}m^{-2}$। সুতরাং মানুষের শ্রাব্যতার সীমার দুই প্রান্তের তীব্রতার অনুপাত 10^{12}। অর্থাৎ একটি ক্ষীণতম শব্দ এবং তার প্রায় 10^{12} গুণ বেশি তীব্রতার শব্দও আমরা শুনে থাকি।

গ দেওয়া আছে, কম্পাংক, $f = 0.5$ Hz

বিস্তার, $A = 10$ cm $= 0.1$ m

$\therefore$ $x = 0.05$ m সরণে বস্তুর বেগ, $v = ?$

আমরা জানি,

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= 2\pi f\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= 2 \times 3.1416 \times 0.5 \times \sqrt{(0.1)^2 - (0.05)^2}$$
$$= 0.272 \text{ m/s } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ এখানে, ববের ভর, $m = 500$ gm $= 0.5$ kg

মনে করি, $x = 0.05$ m সরণে বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল $= F$।

$F = ma$

বা, $F = m\omega^2 x$ [শুধু মান বিবেচনা করে]

বা, $F = 4\pi^2 m f^2 x$; [$\because$ $\omega = 2\pi f$]

আবার, ওজন, $W = mg$

$$\therefore \frac{F}{W} = \frac{4\pi^2 m f^2 x}{mg} = \frac{4\pi^2 f^2 x}{g}$$

বা, $\frac{F}{W} = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times (0.5)^2 \times 0.05}{9.78}$

$= 0.05$

অতএব, বস্তুটির উল্লিখিত সরণের জন্য এর উপর প্রযুক্ত বল এর ওজনের 0.05 গুণ হবে- উক্তিটি যথার্থ।

প্রশ্ন ▶ ৪ A-স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1 m এবং B-স্থানে 0.9 m। দোলকে ব্যবহৃত ববের ব্যাসার্ধ 0.75 cm। *[দি. বো. ২০১৭]*

ক. বল ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন? ২

গ. A স্থানে দোলকটির ববের কৌণিক কম্পাংক নির্ণয় কর। [সংশোধিত] ৩

ঘ. A হতে B তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন বাড়বে না, কমবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিং এর মুক্তপ্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে প্রত্যয়নী বল প্রয়োগ করে তাকে বল ধ্রুবক বলে।

খ গ্রীষ্মকালে দোলকঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বেড়ে যায় বলে দোলনকাল বৃদ্ধি পায় এবং দোলনকাল বৃদ্ধির কারণেই গ্রীষ্মকালে দোলন ঘড়ি ধীরে চলে। সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ অনুসারে L এর মান বৃদ্ধি পেলে T এর মান বৃদ্ধি পাবে। কারণ কোনো নির্দিষ্ট স্থানে অভিকর্ষণ ত্বরণ (g) নির্দিষ্ট। তাই গ্রীষ্মকালে দোলনকাল বেড়ে যায় বলে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে।

গ দেওয়া আছে,

A দোলকের দোলনকাল, $T = 2$ sec

A দোলকের ববের কৌণিক কম্পাংক, $\omega = ?$

আমরা জানি, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416}{2} = 3.1416$ $rad{\cdot}s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

A স্থানে সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_A = 1$ m

B স্থানে সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_B = 0.9$ m

A স্থানে দোলনকাল = B স্থানে দোলনকাল $T = 2$ sec

ধরি, A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_A$ এবং

B স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_B$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L_A}{g_A}}$ ....(i)

এবং $T = 2\pi\sqrt{\frac{L_B}{g_B}}$ ....(ii)

(i) ও (ii)নং সমীকরণ হতে পাই,

$$2\pi\sqrt{\frac{L_A}{g_A}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_B}{g_B}}$$

বা, $\frac{L_A}{g_A} = \frac{L_B}{g_B}$

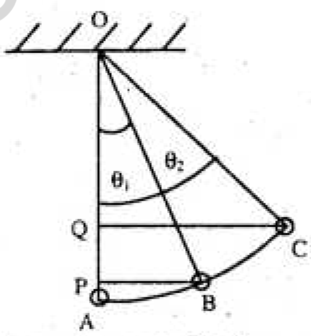
বা, $\frac{g_B}{g_A} = \frac{L_B}{L_A} = \frac{0.9}{1}$

$\therefore$ $g_B = 0.9 g_A$

অর্থাৎ, $g_A > g_B$

আমরা জানি যে স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি সে স্থানে কোনো বস্তুর ওজন বেশি এবং যে স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ কম, সে স্থানে বস্তুর ওজন কম। যেহেতু A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ B স্থানের চেয়ে বেশি তাই A হতে B তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন কমবে।

প্রশ্ন ▶ ৫



চিত্রে একটি সরল দোলক যার সুতার দৈর্ঘ্য 1.1 m এবং ববের ব্যাসার্ধ 1.5 cm, ভর 60 gm এবং OA সাম্যবস্থান। চিত্রে QC = 3 cm এবং PB = 2 cm [$g = 9.8$ $m{\cdot}s^{-2}$] *[কু. বো. ২০১৭]*

ক. পর্যাবৃত্ত গতির সংজ্ঞা লিখ। ১

খ. বল-সরণ গ্রাফ হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃত কাজের পরিমাণ পাওয়া যায়-ব্যাখ্যা কর। ২

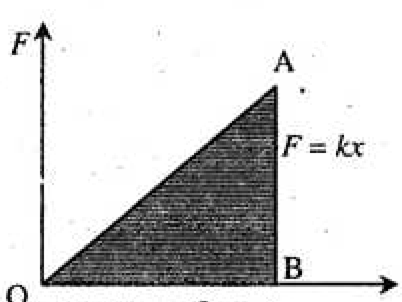
গ. সরল দোলকটির দোলনকাল হিসাব কর। ৩

ঘ. সরল দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক গতিশীল কোন বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে তা এর গতিপথের কোন নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তবে বস্তুকণার গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ



বল-সরণ লেখচিত্র

স্প্রিং এর উপর বল প্রয়োগ করলে যে পরিমাণ সরণ ঘটে এবং তার ফলে যে কৃতকাজ সম্পাদিত হয় তা বল-সরণ লেখচিত্র হতে ΔOAB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের মাধ্যমে বের করা যায়।

ΔOAB এর ক্ষেত্রফল = কৃতকাজ $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times x \times kx$

$= \frac{1}{2} kx^2$

সুতরাং, বল-সরণ গ্রাফ হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃত কাজের পরিমাণ পাওয়া যায়।

গ দেওয়া আছে,

সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 1.1$ m

ববের ব্যাসার্ধ, $r = 1.5$ cm $= 0.015$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m·s^{-2}

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r = 1.1$ m $+ 0.015$ m $= 1.115$ m

দোলনকাল, $T = ?$

আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$= 2\pi \times \sqrt{\frac{1.115}{9.8}}$

$= 2.12$ s **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

ববের ভর, $m = 60$ gm $= 60 \times 10^{-3}$ kg

$OB = OC = OA = L = 1.115$ m

$QC = 3$ cm $= 0.03$ m

$PB = 2$ cm $= 0.02$ m

ΔPBO-এ $\angle OPB = 90°$

$\therefore \sin\theta_1 = \frac{PB}{OB} = \frac{0.02}{1.115} = 0.0179$

$\therefore \theta_1 = 0.0179$ রেডিয়ান [$\theta < 4°$ হলে, $\sin\theta \approx \theta$]

এবং, $\sin\theta_2 = \frac{QC}{OC} = \frac{0.03}{1.115} = 0.0269$

$\therefore \theta_2 = 0.0269$ রেডিয়ান

অর্থাৎ, A বিন্দুতে কার্যকর বল $= mg\theta$

$= 0$ N [$\theta = 0°$]

B বিন্দুতে কার্যকর বল $= mg\theta_1$

$= 60 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 0.0179$

$= 1.05 \times 10^{-2}$ N

C বিন্দুতে কার্যকর বল $= mg\theta_2$

$= 60 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 0.0269$

$= 1.58 \times 10^{-2}$ N

সুতরাং, A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বল যথাক্রমে 0 N, 1.05×10^{-2} N এবং 1.58×10^{-2} N।

প্রশ্ন ▶ ৬ 50g ভরবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2s এবং ইহার বিস্তার 10cm। দোলনরত অবস্থায় যখন ইহার বব মধ্যবস্থানে আসে তখন ববটি ভূমি হতে 45cm উপরে অবস্থান করে। *[কু. বো. ২০১৬]*

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান — মাত্রা সমীকরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. দোলনরত ববের সর্বোচ্চ বেগ কত? ৩

ঘ. দোলনরত বব যখন মধ্যবস্থানে আসে তখন সূতাটি ছিড়ে গেলে এর গতি প্রকৃতি বিশ্লেষণ করে সাম্যাবস্থান হতে কত দূরে ভূমিতে পতিত হবে তার গাণিতিক পরিমাপ কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন তরল স্পর্শ বিন্দুতে তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক তরলের ভিতরে কঠিনের পৃষ্ঠের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে স্পর্শকোণ বলে।

খ বলের ঘাত $= F \times t$ এবং ভরবেগের পরিবর্তন $= m\Delta v$

বলের ঘাতের মাত্রা $= F$ এর মাত্রা $\times t$ এর মাত্রা $= MLT^{-2} \times T = MLT^{-1}$

ভরবেগের পরিবর্তনের মাত্রা $= m$ এর মাত্রা $\times \Delta v$ এর মাত্রা $= M \times LT^{-1}$

সুতরাং বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

গ দেওয়া আছে, দোলনের বিস্তার, $A = 10$ cm $= 0.1$m

দোলনকাল, $T = 2$sec

বের করতে হবে, সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = ?$

আমরা জানি, $v_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T}A$

$= \frac{2 \times 3.1416}{2 \text{ sec}} \times 0.1$ m $= 0.31416$ m·s^{-1} **(Ans.)**

ঘ মধ্যবস্থানে সুতা ছিড়ে গেলে ববটি অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ন্যায় আচরণ করবে। এর নিক্ষেপন বেগ হবে ববের মধ্যবস্থানে বেগ তথা সর্বোচ্চ বেগের সমান। সুতরাং

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 0.31416$ m·s^{-1}

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 0°$

ভূমি হতে আদি উচ্চতা, $h = 45$ cm $= 0.45$ m

$\therefore$ ববটির উলম্ব সরণ, $y = v_0 \sin\theta_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $y = \frac{1}{2}gt^2$

আবার, $x = v_0 \cos\theta_0 t$

বা, $x = v_0 t$

$\therefore t = \frac{x}{v_0}$

$\therefore y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$

$\therefore y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$

অতএব, ববের গতিপথ হবে পরাবৃত্তিক।

এই উচ্চতা নেমে আসতে t সময় লাগলে,

$h = v_0 \sin\theta_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

বা, 0.45 m $= 0.31416$ m·s$^{-1} \times \sin 0° \times t + \frac{1}{2} \times 9.8$ m·s$^{-2} \times t^2$

বা, $4.9t^2 = 0.45$ s^2

$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{0.45}{4.9}}$ sec $= 0.303$ sec

$\therefore$ এই সময়কালে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব $= v_0 \cos\theta_0 \times t$

$= 0.31416$ m·s$^{-1} \times \cos 0° \times 0.303$ sec

$= 0.0952$ m

$= 9.52$ cm

সুতরাং ববটি সাম্যাবস্থান হতে 9.52 cm অনুভূমিক দূরত্বে ভূমিতে পতিত হবে।

প্রশ্ন ▶ ৭ সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল একটি কণার ভর 100 gm। কণাটির সর্বাধিক বিস্তার 10 cm। সাম্যাবস্থান হতে সর্বাধিক বিস্তারের অবস্থানে পৌছাতে সময় লাগে 0.5 সে.। *[চ. বো. ২০১৭]*

ক. স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি কাকে বলে? ১

খ. পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা ধ্রুববেগে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের কণাটির 8 cm সরণে বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

৭নং প্রশ্নের উত্তর

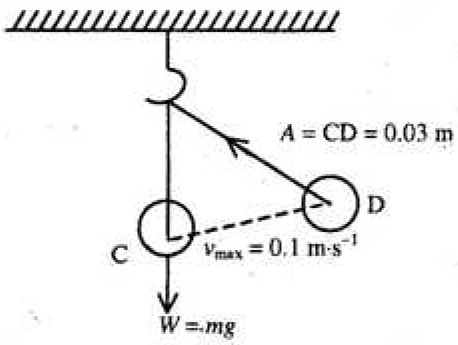
ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারের ওপর পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি বা অনেকক্ষণ ধরে প্রয়োগ করলে এর স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় ফলে বল অপসারণের সাথে সাথে তা পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় না, কিছুটা দেরি হয় বা আদৌ ফিরে পায় না। এ ঘটনাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।

খ বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলের কারণে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা ধ্রুববেগে পড়ে। বৃষ্টির ফোঁটা যখন বায়ুমণ্ডলের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে তখন অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর উপর বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক সময় বৃষ্টির ফোঁটার নিট ত্বরণ শূন্য হয়। বৃষ্টির ফোঁটা তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। এই বেগকে অন্তঃবেগ বলে। এই অন্তঃবেগ প্রাপ্তির কারণে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা ধ্রুববেগে পড়ে।

গ দেওয়া আছে,
বিস্তার, $A = 10\ cm = 0.1\ m$
সাম্যাবস্থান থেকে বিস্তারের অবস্থানে পৌঁছাতে সময় লাগে,
$t = 0.5\ s$
সুতরাং পর্যায়কাল, $T = 4t = 4 \times 0.5\ s = 2\ s$
কণার সরণ, $x = 8\ cm = 0.08\ m$
আবার, কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416}{2} = 3.1416\ rad\ s^{-1}$.
কণার বেগ, $v = ?$
আমরা জানি, কণার বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$
$= 3.1416\sqrt{(0.1)^2 - (0.08)^2}$
$= 0.188\ m\ s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, বিস্তার, $A = 8\ cm = 0.08\ m$
কণার ভর, $m = 100\ gm = 0.1\ kg$
'গ' অংশ হতে পাই, কৌণিক বেগ, $\omega = 3.1416\ rad \cdot s^{-1}$
আমরা জানি,
গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2)$
সাম্যাবস্থানে, $x = 0$
$\therefore E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$
$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times (3.1416)^2 \times (0.08)^2$
$= 3.158 \times 10^{-3}\ J$
আবার, স্থিতিশক্তি, $E_p = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$
বিস্তার অবস্থানে, $x = A$
$\therefore E_p = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$
$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times (3.1416)^2 \times (0.08)^2$
$= 3.158 \times 10^{-3}\ J$
লক্ষ্যকরি, $E_k = E_p$
$\therefore$ অতএব, সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান।

প্রশ্ন ▶ ৮



আদিবা পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সরলদোলক (চিত্রানুযায়ী) নিয়ে কাজ করছিল। সে একটি নির্দিষ্ট সরণে সাম্যাবস্থা থেকে সরলদোলকটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সমান পেল। *[সি. বো. ২০১৭]*

ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী? ১
খ. পর্যায়বৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধ্রুব থাকে? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের সরলদোলকটির পর্যায়কাল কত? ৩
ঘ. আদিবার পরীক্ষায় লব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য কি-না গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি তার গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পর পর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ পর্যায়বৃত্ত গতি সম্পন্ন কণার দশা সময়ের সাথে পরিবর্তীত হতে থাকে, কিন্তু আদি দশা ধ্রুব কারণ সময় গণনার শুরুতে অর্থৎ যখন $t = 0$ তখন কণাটি একটি নির্দিষ্ট দশায় ছিল। আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সরণ, $y = a\sin(\omega t + \delta)$। এখানে, δ = আদি দশা কোণ। এখন সময়ের পরিবর্তনে ωt পরিবর্তীত হলেও আদি দশা δ এর কোনো পরিবর্তন হয় না। তাই বলা যায়, পর্যায়বৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ ধ্রুব থাকে।

গ দেওয়া আছে,
বিস্তার, $A = 0.03\ m$
পর্যায়কাল, $T = ?$
আমরা জানি,
$v_{max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T}$
$\therefore T = \frac{2\pi A}{v_{max}} = \frac{2 \times 3.1416 \times 0.03}{0.1}$
$= 1.885\ sec$ **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, সাম্যাবস্থান থেকে x দূরত্বে গতিশক্তি
$K = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2)$
এবং বিভব শক্তি
$U = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$
এখন, গতিশক্তি ও বিভব শক্তি সমান হলে অর্থাৎ $K = U$ হলে,
$\frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$
বা, $A^2 - x^2 = x^2$
বা, $2x^2 = A^2$
$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}}$
অর্থাৎ সাম্যাবস্থা থেকে $\frac{A}{\sqrt{2}}$ সরণে সরল দোলকটির বিভবশক্তি ও গতিশক্তি সমান। অর্থাৎ আদিবার পরীক্ষালব্ধ ফলাফল সম্পূর্ণ গ্রহণযোগ্য।

প্রশ্ন ▶ ৯ একটি সরলদোলকের ববের ভর $1.2 \times 10^{-2}\ kg$। এটি 51 mm বিস্তারে দুলছে। এটি 25 টি দোলন সম্পন্ন করতে 49.75 সে. সময় নেয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6\ m$. *[য. বো. ২০১৭]*

ক. যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা কাকে বলে? ১
খ. টিসু পেপার দ্বারা পানির শোষণ ব্যাখ্যা করো। ২
গ. দোলকটির কার্যকরি দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৩
ঘ. দোলকটিকে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 53760 m উচ্চতায় নিয়ে গেলে ববের সর্বোচ্চ সরণে ববের উপর প্রত্যয়নী বলের কিরূপ পরিবর্তন হবে যাচাই কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সংরক্ষিত বল ক্ষেত্রের যে কোনো বিন্দুতে বস্তুর অভিকর্ষজ বিভব শক্তি ও গতিশক্তি ধ্রুব থাকে। এটাই যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা।

খ টিস্যু পেপার ও পানির অণুর মধ্যে আসঞ্জন বল পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংসক্তি বলের চেয়ে বেশি হয়। তাছাড়া টিস্যু পেপারের সুক্ষ্ম ছিদ্রগুলো কৈশিক নলের মতো কাজ করে। ফলে এ ছিদ্রগুলো দ্বারা পানি শোষিত হয়। এভাবেই টিস্যু পেপার দ্বারা পানির শোষণ হয়।

গ ১(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : 0.983m।

ঘ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, $h = 53760$ m

∴ ভূ-পৃষ্ঠে সর্বোচ্চ সরণে ববের উপর কার্যকর প্রত্যয়নী বল, $F = -\frac{mg}{L}A$

এবং h উচ্চতায় ববের উপর ঐ সরণে কার্যকর প্রত্যয়নী বল, $F_h = -\frac{mg_h}{L}A$

$$\therefore \frac{F_h}{F} = \frac{g_h}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$
$$= \left(\frac{6.4 \times 10^{-6}}{6.4 \times 10^6 + 53760}\right)^2$$
$$= 0.9834$$

বা, $\frac{F - F_h}{F} = \frac{1 - 0.9834}{1} = 0.0165$
$$= 1.65\%$$

অতএব, দোলকটি উল্লিখিত উচ্চতায় নিয়ে গেলে ববের উপর প্রত্যয়নী বল 1.65% কমে যাবে।

প্রশ্ন ▶১০ মতিন একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে গেলে সঠিক সময় পায় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে সে লক্ষ্য করল যে দোলকটি ঘণ্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়।
[পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R = 6400 km, অভিকর্ষজ ত্বরণ g = 9.8 m/s^2]
/য. বো. ২০১৬/

ক. সরল ছন্দিত গতি কি? ১
খ. একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 2.5 N/m বলতে কি বুঝ? ২
গ. পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল বের কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা— গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্পন্দনরত কোনো বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এর গতিপথ সরলরৈখিক এবং এর যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে ঐ বস্তুকণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 2.5 N/m বলতে বুঝায়, একে এর সাম্যাবস্থান হতে 1 m প্রসারিত করতে 2.5 N বল প্রয়োজন হয়।

গ দেওয়া আছে,

পাহাড়ের চূড়ায় প্রতি ঘণ্টায় প্রাপ্ত অর্ধদোলন সংখ্যা = 3600 – 30
= 3570

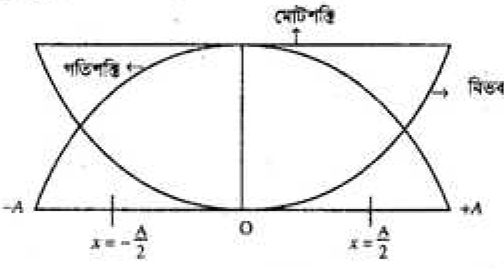
যেহেতু 3570 গুলো অর্ধদোলন দেয় 3600 সেকেন্ডে

∴ 2টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{3600 \times 2}{3570}$ সেকেন্ডে
= 2.0168 sec

ইহাই নির্ণেয় দোলনকাল। **(Ans.)**

ঘ ১(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 53760m.

প্রশ্ন ▶১১ চিত্রে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত 1 kg ভরের বস্তুর শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাংক 12 Hz.



/ব. বো. ২০১৭/

ক. সেকেন্ড দোলক কি? ১
খ. দোলকের গতি মাত্রই সরলছন্দিত গতি নয়— ব্যাখ্যা কর। ২
গ. $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হবে কি? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ কোন এক স্থানে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কোনো একটি দোলকের বিস্তার 4° এর মধ্যে থাকলে তার প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে এবং এর গতি সরলছন্দিত গতি হবে। কিন্তু দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে এর গতিপথ বৃত্তাকার হয়ে পড়ে এবং ত্বরণ ও সরণের সমানুপাতিক সম্পর্ক বিনষ্ট হয় তথা এক্ষেত্রে দোলকের গতি সরলছন্দিত গতি হয় না।
সুতরাং, দোলকের গতি মাত্রই সরলছন্দিত গতি নয়।

গ ৭(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 0.653 ms^{-1}।

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

বস্তুর ভর, $m = 1$ kg
বিস্তার, $A = 0.01$ m
কম্পাঙ্ক, $f = 12$ Hz

$x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে, বিভবশক্তি U_1 হলে,

$$U_1 = \frac{1}{2}kx^2$$
$$= \frac{1}{2} \times \omega^2 m \times x^2 \quad \left[\because \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\right]$$
$$= \frac{1}{2} \times (2\pi f)^2 m \times \left(\frac{A}{2}\right)^2$$
$$= \frac{1}{2} \times (2 \times 3.1416 \times 12)^2 \times \left(\frac{0.01}{2}\right)^2$$
$$= 0.071 \text{ J}$$

গতিশক্তি K_1 হলে,

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) \quad [\because v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}]$$
$$= \frac{1}{2} \times m \times (2\pi f)^2 \times \left[A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2\right]$$
$$= \frac{1}{2} \times m \times (2\pi f)^2 \times \frac{3A^2}{4}$$
$$= \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 3.1416 \times 12)^2 \times \frac{3 \times (0.01)^2}{4}$$
$$= 0.213 \text{ J}$$

$\therefore \frac{A}{2}$ অবস্থানে মোট শক্তি, $E_1 = U_1 + K_1$

$= 0.071 + 0.213$
$= 0.284$ J

$x = A$ অবস্থানে, বিভবশক্তি U_2 হলে,

$$U_2 = \frac{1}{2}kx^2$$
$$= \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$
$$= \frac{1}{2}\times m \times (2\pi f)^2 \times (A)^2$$
$$= \frac{1}{2}\times 1 \times (2\times 3.1416 \times 12)^2 \times (0.01)^2$$
$$= 0.284 \text{ J}$$

গতিশক্তি K_2 হলে,

$$K_2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)$$
$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - A^2)$$
$$= 0$$

$\therefore$ A অবস্থানে মোট শক্তি, $E_2 = U_2 + K_2$

$= 0.284 + 0$
$= 0.284$ J

অর্থাৎ, $E_1 = E_2$

অতএব, $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা পালিত হয়।

প্রশ্ন ▶ ১২ কোনো পর্বতের শীর্ষে 3.5° কৌণিক বিস্তারে দুলতে থাকা একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 100cm। একদিন পর্যবেক্ষণ করে দেখা গেল যে দোলকটি সারাদিন মোট 5 মিনিট সময় হারিয়েছে। এ কারণে দোলক ঘড়িটি এখন স্লো হয়ে গিয়েছে। [এখানে $g = 9.8\ ms^{-2}$]

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে? ১

খ. সরল ছন্দিত গতিতে দোলায়মান একটি কণার বিভবশক্তি কখন সর্বোচ্চ হয়? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. পর্বতের শীর্ষে থাকা দোলকটির পর্যায়কাল নির্ণয় করো। ৩

ঘ. পর্বতের উচ্চতা কি নির্ণয় করা সম্ভব? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তর দাও। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে তা এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই পথে একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তবে এই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ সর্বোচ্চ বিস্তারে সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল কণার বিভবশক্তি সর্বোচ্চ হয়। বলের বিরুদ্ধে কোন বস্তুকে তার স্বাভাবিক অবস্থান থেকে সরিয়ে অন্য কোন অবস্থানে নিয়ে গেলে কৃতকাজ বিভবশক্তি হিসেবে বস্তুতে জমা হয়। সরল ছন্দিত গতিবিশিষ্ট বস্তুর স্বাভাবিক অবস্থান হলো সাম্যবিন্দু। এই বিন্দু থেকে বস্তুকে যত দূরে সরানো যায়, এতে তত বেশি বিভবশক্তি জমা হয়। সরলছন্দিত গতির ক্ষেত্রে এই শক্তি সাম্যাবস্থান থেকে সরণের বর্গের সমানুপাতিক [$E_p \propto x^2$]। তাই সাম্যাবস্থান থেকে সর্বোচ্চ সরণে অর্থাৎ বিস্তারে বিভবশক্তি সর্বোচ্চ হয়।

গ ১০(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 2.007s

ঘ ১(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: পাহাড়ের উচ্চতা, h = 22400m

প্রশ্ন ▶ ১৩ একটি সিস্টেমে 0.5 kg ভরের একটি বস্তু কম্পন করছে। যেখানে সাম্যধ্রুবক 100 N/m. কম্পনের বিস্তার 0.2m.

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]

ক. সরল ছন্দিত স্পন্দন কী? ১

খ. সরল ছন্দিত স্পন্দনের শর্তগুলো ব্যাখ্যা কর। ২

গ. যখন x = 0.1m তখন এর গতিশক্তি ও বিভবশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক থেকে বস্তুর সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ নির্ণয় করা যাবে কী? যদি যায় তবে x = A ও t = 0 তে সমীকরণটি কী হবে? ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্পন্দনরত কোনো বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এর যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে ঐ বস্তুকণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ সরল ছন্দিত গতির শর্তাবলি নিম্নরূপ–

i. সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতি পর্যাবৃত্ত গতি।

ii. সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক।
অর্থাৎ, সাম্যাবস্থান হতে কণার সরণ যত বাড়বে, কণাটির ত্বরণ তত বাড়বে।

iii. ত্বরণ সর্বদা সাম্যাবস্থান অভিমুখী। ফলে যখন বস্তু সাম্যাবস্থান হতে গতিশীল হয় তখন তার ত্বরণ হয় সাম্যাবস্থানমুখী, অর্থাৎ তার গতির বিপরীত দিকে।

iv. কণার গতিপথ সরল রৈখিক।

অতএব, সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কণার গতি পর্যাবৃত্ত গতি এবং সাম্যাবস্থান হতে সরণ বৃদ্ধির সাথে এর ত্বরণ বৃদ্ধি পায়, কিন্তু সরণের বিপরীত দিকে। অর্থাৎ, $a \propto -x$।

গ গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

এখানে,
বস্তুর ভর, m = 0.5kg
সরণ, x = 0.1 m
সাম্য ধ্রুবক, k = 100 N/m
বিস্তার, A = 0.2m

আবার,

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= \sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= \sqrt{\frac{100}{0.5}} \times \sqrt{(0.2)^2 - (0.1)^2}$$
$$= 2.45\ ms^{-1}$$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2}\times 0.5 \times (2.45)^2$$
$$= 1.5 \text{ J}$$

বিভব শক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$$= \frac{1}{2}\times 100 \times (0.1)^2$$
$$= 0.5 \text{ J } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ সরল ছন্দিত বস্তুর গতির সাধারণ সমীকরণ

$$x = A\sin(\omega t + \delta) \text{ ....(i)}$$

উদ্দীপক হতে পাই,
বিস্তার, A = 0.2m

এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

এখানে, সাম্য ধ্রুবক, $k = 100\ Nm^{-1}$
এবং ভর, m = 0.5 kg

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{100}{0.5}}$$

$\therefore$ বস্তুটির সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ,

$$x = 0.2\sin(10\sqrt{2}\,t + \delta);\ \delta = \text{আদি দশা}$$

t = 0 এবং x = A তে বস্তুর গতির সমীকরণ হবে–

$$0.2 = 0.2\sin(\omega \times 0 + \delta)$$

বা, $\sin\delta = 1$

$$\therefore \delta = \frac{\pi}{2}$$

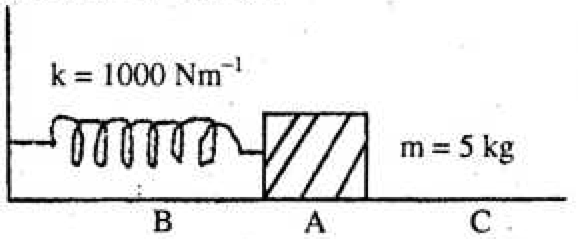
অতএব বস্তুটির আদি দশা $\frac{\pi}{2}$ যার অর্থ হচ্ছে বস্তুটি গতির সর্বোচ্চ অবস্থান হতে যাত্রা শুরু করে।

অর্থাৎ, $x = 0.2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

বা, $x = 0.2 \cos \omega t$

অতএব, উদ্দীপক হতে বস্তুটির সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ নির্ণয় সম্ভব এবং সেটি হলো $x = 0.2 \cos\omega t$।

প্রশ্ন ▶১৪ চিত্রে প্রদর্শিত স্প্রিং কে 2cm দূরত্বে টেনে নিয়ে ছেড়ে দিলে এটি x অক্ষ বরাবর সরল ছন্দিত হয়। স্টপ ওয়াচের সাহায্যে t = 0 সময়ে তিনটি অবস্থান A (মধ্য অবস্থান), B (সর্বোচ্চ সংকুচিত), C (সর্বোচ্চ প্রসারিত) তে x এর সাপেক্ষে তিনটি সরল ছন্দিত স্পন্দনের সরণের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করা হয়।



[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

ক. সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণটি লিখ। ১

খ. সরল দোলকের দোলনকাল T, কৌণিক বিস্তার θ এর সাথে কীভাবে সম্পর্কযুক্ত– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বিস্তারের অর্ধেক দূরত্বে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির তুলনা কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে A, B ও C এর ক্ষেত্রে সমীকরণ তিনটিই আদি দশার উপর নির্ভরশীল -গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল ছন্দিত গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণটি হলো: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$।

খ কোনো সরল দোলকের দোলনকাল, T হলে $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

∴ দোলনকাল কেবল কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ, g ও দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে।

সুতরাং কৌণিক বিস্তার অল্প হলে কৌণিক বিস্তারের উপর দোলনকাল নির্ভর করে না।

গ বিস্তারের অর্ধেক দূরত্বে স্থিতিশক্তি E_p হলে,

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$
$$= \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2; \text{ [এখানে, A = বিস্তার]}$$
$$= \frac{1}{8}kA^2$$

বিস্তারের অর্ধেক দূরত্বে গতিশক্তি E_k হলে,

$$E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$
$$= \frac{1}{2}k\left[A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2\right]$$
$$= \frac{1}{2}k\left(A^2 - \frac{A^2}{4}\right)$$
$$= \frac{1}{2}k\left(\frac{3A^2}{4}\right) = \frac{3}{8}KA^2$$

∴ বিস্তারের অর্ধেক দূরত্বে $E_k > E_p$ অর্থাৎ গতিশক্তি স্থিতিশক্তি অপেক্ষা বেশি ও তা স্থিতিশক্তির $\frac{E_k}{E_p} = \frac{\frac{3}{8}kA}{\frac{1}{8}kA^2} = 3$ গুণ **(Ans.)**

ঘ যেহেতু স্প্রিং এর সরল ছন্দিত স্পন্দনের বিস্তার 2cm।

∴ এটির সরল ছন্দিত গতির সাধারণ সমীকরণ,

$x = 2 \sin(\omega t + \delta)$

এখন, t = 0 তে A অবস্থানে m ভরের বস্তুটি থাকলে, $x_A = 0$

∴ উপরোক্ত সমীকরণ হতে,

$$0 = 2\sin(\omega \times 0 + \delta_A)$$
$$\text{বা, } 0 = \sin \delta_A$$
$$\therefore \delta_A = \sin^{-1}0$$
$$= 0°$$

∴ $x_A = 2 \sin \omega t$ cm

আবার, t = 0 তে অবস্থানের জন্য, $x_B = -2$ cm

$$2\sin(\omega t \times 0 + \delta_B) = -2$$
$$\text{বা, } -1 = \sin\delta_B$$
$$\text{বা, } \delta_B = \sin^{-1}(-1) = \frac{-\pi}{2}$$
$$\therefore x_B = 2\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

আবার, t = 0 তে c অবস্থানের জন্য

$x_c = 2$

∴ $2\sin(\omega \times 0 + \delta_c) = 2$

বা, $2 \sin \delta_c = 2$

বা, $\sin\delta_c = 1$

∴ $\delta_c = \sin^{-1}(1)$

$= \frac{\pi}{2}$

∴ $x_c = 2\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm

∴ A, B, C তিনটি অবস্থানের জন্য তিনটি সরল ছন্দিত স্পন্দনের সমীকরণে কেবল আদিদশা ভিন্ন। তাই বলা যায় সমীকরণ তিনটিই আদি দশার উপর নির্ভরশীল।

প্রশ্ন ▶১৫ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন 21 kg ভরের একটি বস্তুর গতির সমীকরণ $x = 10 \sin(\omega t + \delta)$ পর্যায়কাল এবং আদি সরণ যথাক্রমে 30s এবং 0.05m। *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]*

ক. আপেক্ষিক আর্দ্রতা কী? ১

খ. সরল ছন্দিত সম্পন্দনে কম্পিত কোন কণার সর্বাধিক বিস্তারে এর গতিশক্তির বর্ণনা দাও। ২

গ. উদ্দীপকের বস্তুটির আদি দশা কত? ৩

ঘ. সমীকরণটি একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ– বিশ্লেষণ করো। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে এবং ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ আমরা জানি সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কোনো কণার x অবস্থানে গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}m \times \frac{k}{m}(A^2 - x^2)$$
$$\text{বা, } E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

এখন সমীকরণ থেকে দেখা যায়, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতিশক্তি K এর মান কণার সরণ x এর নির্ভরশীল। যখন, x = A অর্থাৎ কণার অবস্থান বিস্তারের প্রান্তে হয়। তখন ঐ কণার গতি শক্তি $E_k = 0$

$$\therefore E_{k_{min}} = 0$$

প্রকৃতপক্ষে, সর্বোচ্চ বিস্তারে সাম্যাবস্থান থেকে সরণ সর্বোচ্চ হয়, তাই বিভবশক্তিও সর্বোচ্চ হয়। মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকে বিধায় সেখানে গতিশক্তি ন্যূনতম (0) হয়।

অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বিস্তারের প্রান্তে গতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়।

গ $x = 10 \sin(\omega t + \delta)$ গতির সমীকরণবিশিষ্ট কণাটির আদি সরণ 0.05m অর্থাৎ, $t = 0$ তে,

$$x = 0.05$$
$$\text{বা, } 10 \sin(\omega \times 0 + \delta) = 0.05$$
$$\text{বা, } \sin \delta = 0.005$$
$$\text{বা, } \delta = \sin^{-1}(0.005)$$
$$\therefore \delta = 0.287° \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকে প্রদত্ত গতির সমীকরণ, $x = 10 \sin(\omega t + \delta)$ ... (i)

একে t এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{10 \sin(\omega t + \delta)\}$$
$$= 10 \cos(\omega t + \delta) \times \omega$$
$$= 10\omega \cos(\omega t + \delta)$$

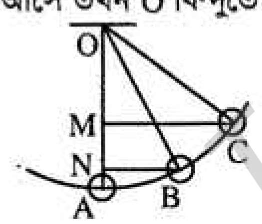
$\frac{dx}{dt}$ কে পুনরায় t এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\{10\omega\ \omega s(cot + \delta)\}$$
$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = 10\omega[-\sin(\omega t + \delta)] \times \omega$$
$$= -10\omega^2 \sin(\omega t + \delta)$$
$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2[10 \sin(\omega t + \delta)] = 0$$
$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \text{ [(i) নং হতে]}$$

এটি একটি সরল ছন্দিত স্পন্দনযুক্ত কণার গতির ব্যববলনীয় সমীকরণ।

∴ উদ্দীপকের গতির সমীকরণটি একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ।

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি সরল দোলকের ববের ভর 0.02 kg। এটিকে O বিন্দু থেকে 0.98 m সুতার সাহায্যে ঝুলানো হলো। ববের ব্যাসার্ধ 2 cm। C বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তার নির্দেশ করে যা O বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে। A বিন্দু থেকে C বিন্দু পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দিলে এটি দুলতে শুরু করে। B বিন্দুতে যখন আসে তখন O বিন্দুতে 15° কোণ উৎপন্ন করে।



[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]

ক. মেলডি কাকে বলে? ১

খ. দুই মুখ খোলা একটি অর্গান নলের এক মুখ হঠাৎ বন্ধ করলে কী ঘটবে? আলোচনা করো। ২

গ. উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির মোটশক্তি নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের সরল দোলকটির A, B এবং C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কয়েকটি শব্দ একের পর এক ধ্বনিত হয়ে একটি শ্রুতিমধুর শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে মেলডি বলে।

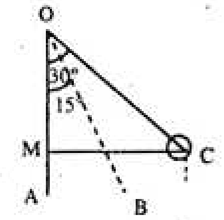
খ আমরা জানি দুই মুখ খোলা অর্গান নলের শব্দ অধিক শ্রুতিমধুর শোনায়। কারণ দুই মুখ খোলা নলে মূল সুরের জোড়-বিজোড় সকল প্রকার সমমেল বা হারমোনিক পাওয়া যায়। অপরদিকে এক মুখ খোলা নলে শুধুমাত্র মূল সুরের বিজোড় সমমেল বা হারমোনিক পাওয়া যায়। এ কারণে, দুই মুখ খোলা একটি অর্গান নলের এক মুখ হঠাৎ বন্ধ করলে শব্দের শ্রুতিমধুরতা কমে যাবে।

গ দেওয়া আছে,

ববের ভর, $m = 0.02$ kg

কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 0.98 + 0.02 = 1$m

$\theta = 30°$



চিত্রানুসারে,

$$\cos\theta = \frac{OM}{OC}$$
$$\text{বা, } \cos 30° = \frac{OM}{L}$$
$$\text{বা, } OM = h \cos 30°$$
$$= 0.866 \text{ m}$$

C বিন্দুতে ববের বেগ, $v = 0$

সুতরাং, C বিন্দুতে শুধুমাত্র বিভবশক্তি বিদ্যমান।

B বিন্দুতে মোট শক্তি = C বিন্দুতে মোট শক্তি

= C বিন্দুতে বিভব শক্তি

$= mg\ (OA - OM)$

$= 0.02 \times 9.8\ (L - 0.866)$

$= 0.02 \times 9.8\ (1 - 0.866)$

$= 0.02630$J **(Ans.)**

ঘ ৫ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ১৭ উল্লম্বভাবে ঝুলন্ত একটি স্প্রিংয়ের ($k = 25\ Nm^{-1}$) মুক্ত প্রান্তে একটি ভর যুক্ত করায় এটি 20 cm প্রসারিত হলো। এরপর ভরটিকে একটু টেনে ছেড়ে দেওয়ায় এটি $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সম্পর্ক মেনে স্পন্দিত হতে থাকলো। *[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, তেজগাঁও, ঢাকা]*

ক. পর্যাবৃত্তিক গতি কাকে বলে? ১

খ. একটি স্প্রিংয়ের বিভব শক্তি 10 J বলতে কী বোঝ? ২

গ. স্পন্দনটির রৈখিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. স্পন্দনের বিস্তারের উপর উদ্দীপকের ভরটির সর্বোচ্চ দ্রুতির নির্ভরতার ধরন যাচাই করো। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো একটি বস্তু নির্দিষ্ট সময় পর পর একই বিন্দুতে ফিরে আসে অথবা একই বিন্দু দিয়ে নির্দিষ্ট সময় অন্তর অতিক্রম করে তবে তাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ একটি স্প্রিং এর বিভবশক্তি 10J বলতে বুঝায় এটি এখন সাম্যাবস্থান থেকে যত দূরে আছে সেখান থেকে সাম্যাবস্থায় যেতে যেতে 10J কাজ সম্পন্ন করতে পারবে।

গ কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে,

দেওয়া আছে,
রৈখিক সরণ, $e = 0.2$ m.
রৈখিক কম্পাঙ্ক, $f = ?$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{e}}$$
$$\text{বা, } 2\pi f = \sqrt{\frac{9.8}{0.2}}$$
$$\therefore f = 0.352 \text{ Hz } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ কণাটির গতির সমীকরণ,

$x = A \sin(\omega t + \delta)$

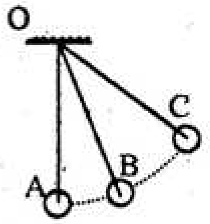
$$\therefore \text{বেগ, } v = \frac{dx}{dt}$$
$$= \omega A \cos(\omega t + \delta)$$
$$= \omega A \sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \delta)}$$
$$= \omega A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

যখন, $x = 0$ হয়, তখন বেগ সর্বোচ্চ হয়।

$$\therefore v_{max} = \omega A \sqrt{1 - \frac{0}{A^2}} = \omega A = 2\pi f A = 2\pi \times 0.352\ A = 2.21\ A$$
$$\therefore v_{max} = 2.21\ A$$

এটিই বিস্তারের সাথে সর্বোচ্চ দ্রুতির সম্পর্ক।

প্রশ্ন ▶ ১৮



$\angle AOC = 45°$
$\angle AOB = 15°$
$\angle OA = OB = OC = 1.5m$

[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]

ক. সরল ছন্দিত স্পন্দন কাকে বলে? ১

খ. সকল সেকেন্ড দোলক সরল দোলক কিন্তু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয়-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. C বিন্দু হতে ববটিকে ছেড়ে এর সর্বোচ্চ বেগ কত হবে নির্ণয় কর। ৩

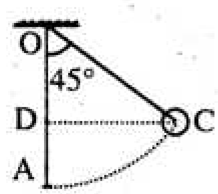
ঘ. B বিন্দুকে অতিক্রমকালে এর গতিশক্তি ও বিভব শক্তির তুলনা কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্পন্দনশীল কোনো কণার গতি যদি সরলরৈখিক হয়, তবে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

খ যে সরল দোলকের দোলনকাল 2sec. তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। সুতরাং সকল সেকেন্ড দোলক সরল দোলক হলেও সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয়।
কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য সুনির্দিষ্ট। ভূপৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 99.3 cm। সাধারণ সরল দোলকের ক্ষেত্রে এরূপ কোনো বৈশিষ্ট্য প্রযোজ্য নয়।

গ C বিন্দু দোলকের গতিপথের প্রান্ত বিন্দু হলে, এতে বেগ শূন্য হবে।

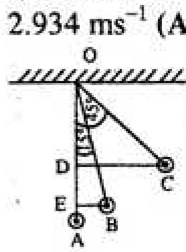


$$OD = OC\cos 45°$$
$$= 1.5\times\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1.5}{\sqrt{2}}\ m$$
$$AD = OA - OD$$
$$= \left(1.5 - \frac{1.5}{\sqrt{2}}\right) m$$
$$= 0.44\ m$$

$\because$ A বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বোচ্চ তাই এতে বেগও সর্বোচ্চ।
C বিন্দুতে বিভব শক্তি = A বিন্দুতে গতিশক্তি

বা, $mg\times AD = \frac{1}{2}mv_A^2$

বা, $v_A = \sqrt{2\times g\times AD} = \sqrt{2\times 9.8\times 0.44}$
$= 2.934\ ms^{-1}$ **(Ans.)**



ঘ চিত্র থেকে,
B বিন্দুতে মোট শক্তি = C বিন্দুতে মোট শক্তি
বা, $E_{PB} + E_{KB} = E_{PC} + E_{KC}$
বা, $E_{KB} + E_{PB} = E_{PC}$
বা, $E_{KB} = E_{PC} - E_{PB}$

বা, $\frac{E_{KB}}{E_{PB}} = \frac{E_{PC}}{E_{PB}} - 1$
$$= \frac{mg(AD)}{mg(AE)} - 1$$
$$= \frac{AD}{AE} - 1$$
$$= \frac{OC(1-\cos45°)}{OC(1-\cos15°)} - 1$$
$$= 7.6$$

অতএব, B বিন্দু অতিক্রমকালে গতিশক্তি, বিভবশক্তির 7.6 গুণ হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৯ শিশির দে একটি সেকেন্ড দোলক ও কাউন্টার নিয়ে সীতাকুন্ডের পাহাড়ের চূড়ায় গেল এবং দেখলো দোলকটি 4 ঘণ্টায় 5 টি টিক কম দেয়। *[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. শিশিরাংক কী? ১

খ. সলিনয়ডাল ভেক্টর ব্যাখ্যা কর। ২

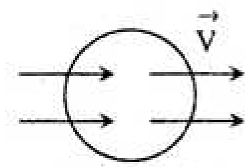
গ. চূড়ায় দোলকটির কম্পাংক হিসেব কর। ৩

ঘ. শিশিরের পক্ষে পাহাড়ের উচ্চতা পরিমাণ অসম্ভব নয়– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4\times10^6$ km) ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাংক বলে।

খ যে ভেক্টরের ডাইভারজেন্স শূন্য হয় তাকে সলিনয়ডাল ভেক্টর বলে। $\vec{V}$ কোনো ভেক্টর হলে এটি সলিনয়ডাল হবে যদি $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$ হয়।



$\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$

সাধারণত কোনো সলিনয়ডাল ভেক্টর ক্ষেত্রে কোনো নির্দিষ্ট আয়তনে অর্ন্তমুখী ভেক্টরক্ষেত্রের মান ও বহির্মুখী ভেক্টর ক্ষেত্রের মান সমান হয়। যেমন- সুষম তড়িৎক্ষেত্র।

গ পাহাড়ের উপর সেকেন্ড দোলকটি 4 ঘণ্টায় বা $4\times60\times60$ সেকেন্ডে বা 14400 সেকেন্ডে দেয় 14400-5 = 14395 টি টিক।

$\therefore$ 14395 টি অর্ধদোলন দেয় 14400 সেকেন্ডে

$\therefore$ 1 " " " $\frac{14400}{14395}$ সেকেন্ডে

$= \frac{2880}{2879}$ সেকেন্ডে

$\therefore$ দোলনকাল, $T = \frac{2880}{2879}\times2$

$= \frac{5760}{2879}$ sec.

$\therefore$ কম্পাংক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{5760}{2870}} = 0.4998$ Hz (Ans.)

ঘ 'গ' হতে পাই, সেকেন্ড দোলকটির দোলনকাল, $T_h = \frac{5760}{2879}$ s

এখন, পাহাড়ের উচ্চতা ও উক্ত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_h হলে,

$$T_h = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_h}}$$
$$= 2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{GM}{(R+h)^2}}}$$
$$= 2\pi(R+h)\sqrt{\frac{L}{GM}}$$

এখন, ভূপৃষ্ঠে দোলনকাল, T হলে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{GM}{R^2}}}$$

$$= 2\pi R\sqrt{\frac{L}{GM}}$$

$$\therefore \frac{T_h}{T} = \frac{2\pi(R+h)\sqrt{\frac{L}{GM}}}{2\pi R\sqrt{\frac{L}{GM}}}$$

$$= \frac{(R+h)}{R}$$

বা, $\frac{R+h}{R} = \frac{T_h}{T}$

বা, $\frac{R+h-R}{R} = \frac{T_h - T}{T}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{h}{R} = \frac{T_h - T}{T}$

$$\therefore h = \frac{T_h - T}{T} \times R$$

$$= \frac{\frac{5760}{2879} - 2}{2} \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 2.22 \times 10^3 \text{ km.}$$

অর্থাৎ, পাহাড়ের উচ্চতা 2.22×10^3 km

অতএব, শিশিরের পক্ষে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় অসম্ভব নয় উক্তিটি যথার্থ।

প্রশ্ন ▶২০ সরল দোল গতি সম্পন্ন 0.1kg ভরের একটি বস্তু কণার গতির সমীকরণ, $x = 10\sin(12\pi t + \delta)$। কণাটির আদি সরণ = 0.5m। *[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]*

ক. স্থির তরঙ্গ কী? ১

খ. গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে কীভাবে বয়েলের সূত্র পাওয়া যায়? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কণাটির আদি দশা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. $x = \frac{A}{2}$ ও $x = A$ অবস্থানে কণাটির মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকে কিনা-গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একইমানের বেগে বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর আপতিত হলে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

খ গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে বয়েল-এর সূত্র প্রতিপাদন করা যায়। বয়েল-এর সূত্র অনুযায়ী সুষম তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপ,

$$P = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{V}$$

বা, $PV = \frac{1}{3}mnc^2 = \frac{1}{3}M.c^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}Mc^2 = \frac{2}{3}E$

এখানে, E = গ্যাস অনুসমূহের মোট গতিশক্তি

অণুসমূহের গতিশীলতার দরুন কোনো বস্তু তাপ প্রাপ্ত হয় অর্থাৎ তাপ গতিরই একটি ভিন্ন রূপ। তাপমাত্রা স্থির থাকলে নির্দিষ্ট ভরের তাপের পরিমাণ স্থির থাকে। ফলে মোট গতিশক্তিও স্থির থাকে। অতএব স্থির তাপমাত্রা মোট গতিশক্তি $K.E = \frac{1}{2}mnc^2$ = ধ্রুব সংখ্যা।

পুনঃ তাপমাত্রা স্থির থাকলে PV = ধ্রুব সংখ্যা। এটিই হলো বয়েল-এর সূত্র। গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে এটি প্রমাণিত হলো।

গ

$x = 10\sin(12\pi t + \delta)$

উপরোক্ত সমীকরণে $t = 0$ এবং $x = 0.5$m বসিয়ে পাই,

$0.5 = 10\sin(12\pi.0 + \delta)$

বা, $\sin\delta = 0.05$

বা, $\delta = \sin^{-1}(0.05)$

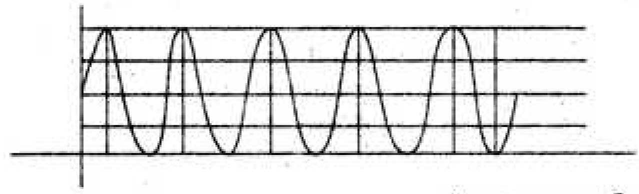
$\therefore \delta = 2.8659°$ **(Ans.)**

এখানে,
$x = 10\sin(12\pi t + \delta)$
আদি সরণ, $x_0 = 0.5$m
আদি দশা, δ = ?

ঘ ১১(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকে।

প্রশ্ন ▶২১ 0.01gm ভরের একটি কণা সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হচ্ছে। সরণ সময় লেখচিত্র দেখানো হলো।



[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]

ক. পর্যায়বৃত্ত গতি কাকে বলে? ১

খ. শীতকালে দোলক ঘড়ি ধীরে না দ্রুত চলবে? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কণাটির সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. 1.35 s-এ কণাটির গতিশক্তি ও বিভব শক্তির তুলনা কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক গতিশীল কোনো কণা যদি তার গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তবে কণার ঐ গতিকে পর্যায়বৃত্ত গতি বলে।

খ শীতকালে দোলক ঘড়ির কার্যকরী দৈর্ঘ্য সংকুচিত হয় বলে দোলনকাল কমে যায়। ফলে শীতকালে দোলকঘড়ি দ্রুত চলে। আমরা জানি সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{L/g}$। কোনো নির্দিষ্ট স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g নির্দিষ্ট। এ কারণে সরলদোলকের দোলনকাল, দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সাথে পরিবর্তিত হয়। শীতকালে কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) কমে যায় ফলে দোলনকাল (T) হ্রাস পায়। এ কারণে শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে।

গ লেখচিত্র হতে পাই,

বিস্তার, A = 1m

পর্যায়কাল, T = 2s

$\therefore$ সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

$$= \frac{2\pi}{T}A$$

$$= 3.14 \text{ m/s } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\omega t$

গতিশক্তি, $k = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t$

এখন, $k = \omega^2 m$

$$= \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m = \frac{4\pi^2}{4} \times 0.01 \times 10^{-3} = 9.87 \times 10^{-5}$$

এবং $\omega = \frac{2\pi}{T} = 3.14 \text{ s}^{-1}$

$$\therefore U = \frac{1}{2} \times 9.87 \times 10^{-5} \times \sin^2(3.14 \times 1.35)$$

$$= 39.18\ \mu J$$

$$k = \frac{1}{2} \times 9.87 \times 10^{-5} \times \cos^2(3.14 \times 1.35)$$

$$= 10.17\ \mu J$$

$$\therefore \frac{k}{U} = 0.26 \textbf{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶২২ A ও B দুটি গ্রহ। গ্রহ দুটির ব্যাসার্ধ 6400 km ও 7400 km। গ্রহ দুটির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.4 ms^{-2}। A গ্রহের 65° অক্ষাংশে এবং B গ্রহের 35° অক্ষাংশে একটি সরল দোলক রাখা হল। গ্রহ দু'টি আহ্নিক গতির পর্যায়কাল 25h।

[আহম্মদ উদ্দিন শাহ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]

ক. প্রমাণ তীব্রতা কী? ১

খ. নির্দিষ্ট স্থানে ভূমির সাথে একই অনুভূমিক কোণে কোনো বস্তু কে উপরে নিক্ষেপ করলে ও কী বিচরণ কাল ভিন্ন হতে পারে— ব্যাখ্যা করো? ২

গ. A গ্রহের পৃষ্ঠে একটি সেকেন্ডে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত হবে? ৩

ঘ. কোন অক্ষাংশে সরল দোলকটি দ্রুত চলবে— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক 1000 Hz কম্পাংকের 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতার শব্দকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

খ প্রাসের বিচরণকালের সমীকরণ, $T = \frac{2u \sin\theta}{g}$ থেকে দেখা যায়, যে বিচরণকাল প্রাসের নিক্ষেপ বেগ, নিক্ষেপণ কোণ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের উপর নির্ভর করে। একই স্থানে একই কোণে ভিন্ন ভিন্ন বেগে প্রক্ষিপ্ত প্রাসের বিচরণ কাল আলাদা হবে। সমীকরণ থেকে দেখা যায়, যে এই বিচরণ কাল প্রক্ষেপন বেগের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

গ ১ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর অনুরূপ। **উত্তর:** 95.24 cm।

ঘ

A গ্রহের 65° অক্ষাংশে, $g_{\lambda(A)} = g - \omega^2 R_A \cos^2\lambda_A$ $= g - \frac{4\pi^2}{T^2} R_A \cos^2\lambda$ $= 9.4 - \frac{4\pi^2}{(25 \times 3600)^2} \times 6400 \times 10^3 \times \cos^2 65$ $= 9.3944$ m/s^2	দেয়া আছে, A গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_A = 6400$ km অক্ষাংশ, $\lambda_A = 65°$ B গ্রহের, ব্যাসার্ধ, $R_B = 7400$ km অক্ষাংশ, $\lambda_B = 35°$ উভয় গ্রহে, পৃষ্ঠে $g = 9.4$ m/s^2 " " পর্যায়কাল, $T = 25h = 25 \times 3600$ s

অনুরূপভাবে,

$g_{\lambda(B)} = g - \frac{4\pi^2}{T^2} R_B \cos^2\lambda$

$= 9.4 - \frac{4\pi^2}{(25 \times 3600)^2} 7400 \times 10^3 \times \cos^2 35°$

$= 9.375$ m/s^2

আবার, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

∴ যেখানে g এর মান বেশি, সেখানে পর্যায়কাল কম হবে। ফলে সরলদোলকটি দ্রুত চলবে।

∵ $g_{\lambda(A)} > g_{\lambda(B)}$, সুতরাং A গ্রহে 65° অক্ষাংশে দোলকটি দ্রুত চলবে।

প্রশ্ন ▶২৩ মতিন একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে গেলে সঠিক সময় পায় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে সে লক্ষ করল যে দোলকটি ঘন্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়।

[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. সরল ছন্দিত গতি কী? ১

খ. একটি স্প্রিং এর ধ্রুবক 2.5 Nm^{-1} বলতে কী বোঝ? ২

গ. পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল বের করো? ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা— গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

১০ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৪ A ও B দোলক দুটি যথাক্রমে পৃথিবী ও অপর একটি গ্রহে সেকেন্ড দোলকের মত আচরণ করে। গ্রহপৃষ্ঠে ও ভূ-পৃষ্ঠে ত্বরণের অনুপাত 1 : 5। A দোলকটির দৈর্ঘ্য 100cm।

[ডা: আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]

ক. শূন্য কাজ কী? ১

খ. বাতাস প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ২

গ. B দোলকটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩

ঘ. A এর দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করার ফলে দোলকটি প্রতিদিন কত সেকেন্ড দ্রুত বা ধীরে চলবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বস্তুর ওপর বল প্রয়োগে যদি বলের দিকে বস্তুর সরণ শূন্য হয় তবে বল এবং সরণের গুণফলই হল শূন্য কাজ।

খ বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে ব্যক্তির সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ, বাতাসের প্রকৃত বেগ অপেক্ষা কম হয়। তাই তখন বাতাসের বেগ কমে গেছে বলে মনে হয়।

গ আমরা জানি,

$\frac{L_B}{L_A} = \frac{g_B}{g_A}$ বা, $L_B = \left(\frac{1}{5}\right) \times 100$ cm $= 20$ cm **(Ans.)**	এখানে, $\frac{g_B}{g_A} = \frac{1}{5}$ $L_A = 100$ cm

ঘ A এর দৈর্ঘ্য 1% বাড়লে এর পরিবর্তিত দোলনকাল হবে,

$T' = T\sqrt{\frac{L'}{L}} = 2 \text{ sec} \times \sqrt{\frac{101}{100}} = 2.01 \text{ sec}$

এক্ষেত্রে দোলক ঘড়িটি প্রতিদিন N সেকেন্ড কম সময় দিলে,

$T \times 86400 = T' \times (86400 - N)$

বা, $\frac{86400 - N}{86400} = \frac{T}{T'} = \frac{2}{2.01} = 0.995$

বা, $1 - \frac{N}{86400} = 0.995$

বা, $\frac{N}{86400} = 1 - 0.995 = 0.005$

$\therefore N = 0.005 \times 86400 = 432 \text{ sec} \approx 429 \text{ sec}$

সুতরাং A এর দৈর্ঘ্য 1% বাড়ায় এটি প্রতিদিন 429 sec কম সময় দিবে।

প্রশ্ন ▶২৫ অনুভূমিকভাবে 0.71 kg ভরের একটি পাথর একটি স্প্রিং এর সাথে যুক্ত আছে। স্প্রিং ধ্রুবকের মান 18Nm^{-1}। সর্বাধিক বিস্তার 54 mm। ব্যবস্থাটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল আছে এবং পাথরটির যেকোন মুহূর্তের সরণ 34 mm। *[ঝালকাঠি সরকারি কলেজ, ঝালকাঠি]*

ক. দশা কি? ১

খ. সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. পাথরের বেগের মান কত? ৩

ঘ. অন্য একটি অবস্থানে গিয়ে পাথরের বেগের মান 0.03 ms^{-1} কমে গেলে সাম্যাবস্থার সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তন বিশ্লেষণ করো। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক তরঙ্গ সঞ্চালনকারী কোনো কণার যেকোনো মুহূর্তের গতির সম্যক অবস্থা (সরণ, বেগ, ত্বরণ) প্রকাশকারী রাশিকে দশা বলে।

খ সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরন থাকতে পারে। কণাটি যখন বিস্তারের প্রান্তবিন্দুতে থাকে, তখন এর বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ সর্বোচ্চ। (অর্থাৎ ত্বরণ অশূন্য মানের।)

জানা আছে, বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ এবং ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

যখন, $x = A$ তখন বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - A^2} = 0$

কিন্তু ত্বরণ, $a = \omega^2 A$; যা অশূন্য।

গ বেগ,

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= \sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= \sqrt{\frac{18}{0.71}}\sqrt{(54 \times 10^{-3})^2 - (34 \times 10^{-3})^2}$$
$$= 0.21 \text{ m/s } \textbf{(Ans.)}$$

দেওয়া আছে,
ভর, $m = 0.71$ kg
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 18$ N/m
সর্বাধিক বিস্তার, $A = 54$ mm
যে কোন মুহূর্তে সরণ, $x = 34$ mm
বেগ $v = ?$

ঘ বেগ 0.03 ms^{-1} কমে যাওয়ার পর নতুন বেগ,

$$v = (0.21 - 0.03) \text{ m/s}$$
$$= 0.18 \text{ m/s}$$

$\therefore v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$; x = নতুন সরণ

বা, $\frac{v^2}{\omega^2} = A^2 - x^2$

বা, $x = \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}}$

$$= \sqrt{(54 \times 10^{-3})^2 - \frac{(0.18)^2}{\left(\frac{18}{0.71}\right)}}$$
$$= 40 \text{ mm}$$

$\therefore$ সরণের পরিবর্তন = (40 – 34) mm = 6mm

$\therefore$ ভরটি 6 mm দূরে সরে যাবে।

প্রশ্ন ▶২৬ একটি স্প্রিং এর অগ্রভাগে 0.30 kg ভরের বস্তু ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0.392 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা থেকে আরও 8×10^{-2} m টেনে ছেড়ে দেওয়া হলো। *[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]*

ক. আদর্শ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বলতে কী বোঝ? ১
খ. একই তাপমাত্রায় ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের গড় গতিশক্তি ধ্রুব হয়– ব্যাখ্যা করো। ২
গ. ভারযুক্ত অবস্থায় স্প্রিং এ সঞ্চিত শক্তি কত? ৩
ঘ. 2sec সময়ে বস্তুটির সাম্যাবস্থান থেকে সরণ নির্ণয় করো। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে আদর্শ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বলা হয়।

খ কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তির গড়কে গড় গতিশক্তি বলে।

আমরা জানি, T তাপমাত্রায় 1 মোল গ্যাসের গতিশক্তি $K.E = \frac{3}{2}RT$।

আবার, T তাপমাত্রায় গ্যাসের যেকোনো একটি অণুর গতিশক্তি, $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$; এখানে K হলো বোল্টজম্যানের ধ্রুবক। $\bar{E}$ দ্বারা অণুসমূহের গড় গতিশক্তি বুঝায়।

$\therefore$ দেখা যাচ্ছে যে, তাপমাত্রা একই হলে ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের জন্য গড় গতিশক্তি একই হবে।

গ দেওয়া আছে, ঝুলানো ভর, $m = 0.30$kg

স্প্রিংটির সম্প্রসারণ, $x = 0.392$m

ভারযুক্ত অবস্থায় স্প্রিং-এ সঞ্চিত শক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx.x$ [k = স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক]

আমরা জানি, $kx = mg$

$\therefore U = \frac{1}{2}mg.x = \frac{1}{2} \times 0.30\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 0.392\text{m} = 0.576\text{J}$ **(Ans.)**

ঘ স্প্রিংটির নিম্নপ্রান্তে ভর ঝুলানোর পর একে সাম্যাবস্থান থেকে আরও 8×10^{-2}m লম্বা করে ছেড়ে দেয়ার অর্থ হলো, সৃষ্ট সরল ছন্দিত স্পন্দনের বিস্তার, $A = 8 \times 10^{-2}$m

স্পন্দনের কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{x}}$

[x হলো ভর ঝুলানোর ফলে সৃষ্ট প্রসারণ]

$$= \sqrt{\frac{9.8\text{ms}^{-2}}{0.392\text{m}}} = 5\text{rad.s}^{-1}$$

t = 0 মুহূর্তে সাম্যাবস্থান হতে সরণ, y = A

$\therefore$ আদি দশা, $\delta = \frac{\pi}{2}$ rad

সাম্যাবস্থান হতে তাৎক্ষণিক সরণের সমীকরণ:

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$
$$= A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$
$$= A\cos\omega t$$

$\therefore$ t = 2sec মুহূর্তে সাম্যাবস্থান হতে বস্তুটির সরণ

$$y = (8 \times 10^{-2}\text{m}) \cos(5\text{rad.s}^{-1} \times 2\text{sec})$$
$$= (8 \times 10^{-2}\text{m}) \cos(10\text{rad})$$
$$= -0.067\text{m}.$$

প্রশ্ন ▶২৭ একটি সেকেন্ড দোলক কোনো পাহাড়ের পাদদেশে সঠিক সময় দেয় কিন্তু দোলকটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে এটি ঘণ্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়। *[ব্রাহ্মণবাড়ীয়া সরকারি কলেজ]*

ক. স্পন্দন গতি কী? ১
খ. সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেনো ব্যাখ্যা কর। ২
গ. পাহাড়ের চূড়ায় দোলকের দোলনকাল নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কি-না গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তু যদি তার পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে বিপরীত দিকে চলে তবে এর গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ দেওয়া আছে,

পাহাড়ের পাদদেশে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2$sec

পাহাড়ের পাদদেশে ঘণ্টায় টিক বা অর্ধদোলন দেয়,

$N_1 = 60 \times 60 = 3600$টি ($\because$ 1 hr = 3600 sec)

পাহাড়ের চূড়ায় ঘণ্টায় টিক দেয়, $N_2 = 3600 - 30 = 3570$টি

বের করতে হবে, পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল, $T_2 = ?$

আমরা জানি, দোলনকাল T হলে এবং t সময়কালে N সংখ্যক অর্ধদোলন দিলে অর্ধদোলনকাল $= \frac{T}{2} = \frac{t}{N}$

এ সমীকরণে t ধ্রুবমানের হলে (যেমন, এক ঘণ্টা সময়কালের জন্য)

$TN =$ ধ্রুবক

$\therefore T_1N_1 = T_2N_2$

$\therefore T_2 = \frac{T_1N_1}{N_2} = \frac{2 \text{ sec} \times 3600}{3570} = 2.017 \text{ sec}$

∴ পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল 2.017 sec **(Ans.)**

ঘ পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ g′ হলে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM}{(R+h)^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \text{ .... (i)}$$

এখানে, M = পৃথিবীর ভর, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং h = পাহাড়ের উচ্চতা।

পাহাড়ের পাদদেশ এবং চূড়ায় দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে,

T ও T′ হলে, $\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$ [সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রানুসারে] .... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $\frac{T}{T'} = \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2} = \frac{R}{R+h}$

বা, $\frac{R+h}{R} = \frac{T'}{T} = \frac{2.017 \text{ sec}}{2 \text{ sec}} = 1.0085$

['গ' হতে পাই পাহাড়ের উপর দোলনকাল T′ = 2.017s]

বা, $1 + \frac{h}{R} = 1.0085$

বা, $\frac{h}{R} = 1.0085 - 1 = 0.085$

∴ $h = 0.0085\ R = 0.0085 \times 6.4 \times 10^6$ (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ জানা আছে)

$= 54400\text{m}$

সুতরাং পাহাড়ের উচ্চতা 54400m।

অতএব উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব।

প্রশ্ন ▶ ২৮ দৃঢ় অবলম্বন থেকে এক স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তে 0.8kg ভর ঝুলিয়ে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এটি 10sec এ 6টি দোলন দিতে থাকে। অতপর ভর সরিয়ে স্প্রিংটিকে পরিবর্তনশীল বল F(x) প্রয়োগ করে টেনে 20 cm প্রসারিত করা হলো। *[রাণী ভবানি মহিলা কলেজ, নাটোর]*

ক. সরল ছন্দিত গতি কি? ১

খ. স্প্রিং এর বল ধ্রুবক X Nm^{-1} বলতে কি বুঝ? ২

গ. F(x) দ্বারা সম্পাদিত কাজ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. সেকেন্ডে একটি দোলন দেওয়ার জন্য উদ্দীপকে প্রদত্ত ভরের কী পরিবর্তন করা প্রয়োজন হবে? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্পন্দনরত কোনো বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এর যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে ঐ বস্তুকণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ স্প্রিং এর বল ধ্রুবক X Nm^{-1} বলতে বুঝানো হয় যে, ঐ স্প্রিংটির উপর বাহ্যিক বলের প্রভাবে এর মুক্তপ্রান্তের 1m সরণ ঘটালে সাম্যাবস্থান অভিমুখে স্প্রিং এর অভ্যন্তরে XN প্রত্যয়নী বল উদ্ভূত হয়।

গ এখানে, কম্পাংক, $f = \frac{6}{10} = 0.6 \text{ s}^{-1}$

$\therefore \omega = 2\pi f$
$= 2 \times 3.1416 \times 0.6$
$= 3.769 \text{ rads}^{-1}$

আবার, $\omega^2 = \frac{k}{m}$

বা, $k = \omega^2 m = (3.769)^2 \times 0.8$
$= 11.3643 \text{ Nm}^{-1}$

∴ কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2} kx^2$
$= \frac{1}{2} \times 11.3643 \times (0.2)^2$
$= 0.2273$ J **(Ans.)**

ঘ সেকেন্ডে একটি দোলন দিলে দোলনকাল, T = 1 sec
স্প্রিং ধ্রুবক, k = 11.3643 Nm^{-1} ['গ' হতে]
বের করতে হবে, ভর, m = ?

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

বা, $m = \frac{T^2k}{4\pi^2}$
$= \frac{1^2 \times 11.3643}{4 \times (3.1416)^2}$
$= 0.29$ kg

∴ উদ্দীপকে ভর কমাতে হবে = (0.8 – 0.29) kg
= 0.51 kg

প্রশ্ন ▶ ২৯ একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। দোলকটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে যাওয়া হলো এর ফলে দোলকটির তাপের ফলে দৈর্ঘ্য এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলকটি দিনে 30 সেকেন্ড ধীরে চলে। যেখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। *[মদনমোহন কলেজ, সিলেট]*

ক. সান্দ্রতা গুণাঙ্ক কাকে বলে? ১

খ. অবাধভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোটা উচ্চবেগ প্রাপ্ত হয় না কেন? ২

গ. দোলকটির দৈর্ঘ্য 25% বাড়ালে পরিবর্তিত দোলনকাল কত হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্যমতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কী না? তা গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক হলে তাদের একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শকীয় বাধাদানকারী বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাংক বলে।

খ অবাধভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা কিন্তু তা হয় না। এর কারণ হল বৃষ্টির ফোঁটা যখন বায়ুমন্ডলের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর ওপর বায়ুমন্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক সময় ফোঁটাটির নিট বল শূন্য হয়, ফলে ফোঁটার ত্বরণ শূন্য হয়। ফোঁটাটি তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে।

গ দেওয়া আছে,
দোলকটির আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = L$
25% বৃদ্ধির পর দৈর্ঘ্য,
$L_2 = L + 0.25L = 1.25L$
আদি দোলনকাল, $T_1 = 2$s.

আমরা জানি,

$T \propto \sqrt{L}$

$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

বা, $\frac{T_2}{2} = \sqrt{\frac{1.25\ L}{L}}$

$\therefore T_2 = 2.236$ s **(Ans.)**

ঘ পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g হলে, h উচ্চতা বিশিষ্ট পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g' = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

আবার, পৃথিবীতে দোলকটির দৈর্ঘ্য = L হলে পাহাড়ের চূড়ায় তাপের ফলে তা পরিবর্তিত হয়ে L′ হয়ে যায়। (ধরি)

আবার, পৃথিবীতে দোলনকাল, T = 2s

পাহাড়ের চূড়ায় যেহেতু দোলকটি 30s ধীরে চলে। তাই সেখানে পর্যায়কাল, $T' = \frac{86400}{86370} \times 2 = 2.0007$ s.

আমরা জানি, $T \propto \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\therefore \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{g'} \times \frac{g}{L}}$$

$$\Rightarrow \frac{2.007}{2} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times \frac{g}{g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2.007}{2} = \frac{R+h}{R}\sqrt{\frac{L'}{L}}$$

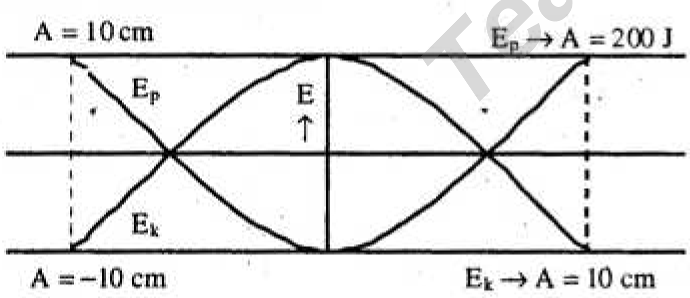
$$\Rightarrow \frac{2.007}{2} = 1 + \frac{h}{R}\sqrt{\frac{L'}{L}}$$

$$\Rightarrow h = 3.5 \times 10^{-4} R \sqrt{\frac{L}{L'}}$$

$$= 2240\sqrt{\frac{L}{L'}} \text{ [R = 6400 km]}$$

অতএব, পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি নিয়ে যাবার পর তাপের কারণে তার দৈর্ঘ্য কীরূপ পরিবর্তিত হয়েছে তা জানা না থাকায় উদ্দীপক হতে পাহাড়ের উচ্চতা বের করা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ▶৩০ চিত্রের একটি সরল ছন্দিত স্পন্দকের অবস্থান পরিবর্তনে শক্তির পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।



[এম সি কলেজ, সিলেট]

ক. বীট কাকে বলে? ১

খ. গ্যাসের ক্ষেত্রে অনুসমূহের বেগের গড় বর্গমূল নিতে হয় কেন? ২

গ. সাম্যাবস্থান হতে 5cm অবস্থানে বিভব শক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. অর্ধপর্যায়কাল পরে স্পন্দনটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তির মানের পুনরাবৃত্তি ঘটে উদ্দীপকের আলোকে সত্যতা যাচাই কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের কিন্তু কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরল রেখায় একই দিকে সঞ্চালিত হলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ পরীক্ষায় দেখা গেছে, দেওয়ালের গায়ে অণুগুলোর ধাক্কার ফলে চাপের সৃষ্টি হয় এবং গ্যাসের এই চাপ অণুগুলোর গড় বর্গবেগের ওপর নির্ভর করে। গ্যাসের গতি নির্ণয়ের জন্য অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগকে বিবেচনা করা হয়। কারণ গড় বেগ অপেক্ষা মূল গড় বর্গবেগ পরীক্ষালব্ধ ফলাফলের সঙ্গে অধিক সঙ্গতিপূর্ণ।

গ আমরা জানি, বিস্তার A এবং কৌণিক বেগ ω হলে,

সরল ছন্দিত স্পন্দনরত বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি = $\frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

উদ্দীপক মতে, $\frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = 200J$

$\therefore \frac{1}{2} m\omega^2 = \frac{200J}{A^2} = \frac{200J}{(0.1m)^2} = 2 \times 10^4 \text{ kg/s}^2$

∴ x = 5cm = 0.05m অবস্থানে বিভবশক্তি = $\frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = 2 \times 10^4$ kg/s$^2 \times (0.05m)^2 = 50J$ **(Ans.)**

ঘ $E_P = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$ এবং $E_K = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2)$ রাশিদ্বয় হতে স্পষ্ট যে, তাৎক্ষণিক বিভবশক্তি এবং গতিশক্তির মান কেবল সাম্যাবস্থান হতে তাৎক্ষণিক সরণ x এর মানের ওপর নির্ভর করে।

আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কোনো কণার চলন গতির সমীকরণ: $x = A\sin(\omega t + \delta)$

অর্থাৎ যেকোনো t = t মুহূর্তে সাম্যাবস্থান হতে সরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

যদি t_1 ও t_2 সময়ে বিভব শক্তি ও গতিশক্তি উভয়ই সমান হয়, তবে,

$E_p(t_1) = \frac{1}{2} m\omega^2 [a^2 - x^2(t_1)]$; $E_k(t_2) = \frac{1}{2} m\omega^2 [A^2 - x(t_2)^2]$

অতএব, $x^2{}_1(t_1) = x_2{}^2(t_2)$

বা, $A^2 \text{Sin}^2(\omega t_1 + \delta) = A^2 \text{Sin}^2(\omega t_2 + \delta)$

বা, $\text{Sin}(\omega t_1 + \delta) = \pm(\omega t_2 + \delta)$

বা, $(\omega t_1 + \delta) \pm ((\omega t_2 + s) = \pi$

বা, $\omega(t_1 - t_2) = \pi$; [কেবল সাম্যাবস্থান অভিমুখী বা বিস্তার অভিমুখী সরণের ক্ষেত্রে]

বা, $\frac{2\pi}{T}(t_1 - t_2) = \pi$

বা, $t_1 - t_2 = \frac{T}{2}$

$\therefore t_1 = t_1 + \frac{T}{2}$

অতএব, অর্ধপর্যায়কাল সময় পরে স্পন্দকটির গতি শক্তি ও বিভবশক্তির পুনরাবৃত্তি ঘটে।

অষ্টম অধ্যায় : পর্যাবৃত্ত গতি

২৮০. আমাদের দেশের বিদ্যুৎ প্রবাহ প্রতি কত সেকেন্ড পরপর একই মান গ্রহণ করে? (জ্ঞান)
ক 2s খ 0.2s
গ 0.02s ঘ 0.002s **গ**

২৮১. ঘড়ির কাঁটার গতি কোন গতির উদাহরণ? (অনুধাবন)
ক পর্যাবৃত্ত গতি খ স্পন্দন গতি
গ সরলরৈখিক গতি ঘ ঘূর্ণন গতি **ক**

২৮২. কম্পমান সুরশলাকার গতি কী ধরনের গতি? (অনুধাবন)
ক ঘূর্ণন গতি খ স্পন্দন গতি
গ রৈখিক গতি ঘ ছন্দিত গতি **খ**

২৮৩. সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে প্রত্যয়নী বল F এবং সরণ x হলে এ সম্পর্ক নির্দেশক সমীকরণ কোনটি? (জ্ঞান)
ক $F \propto -x$ খ $F \propto x$
গ $F = x^2$ ঘ $F \propto \sqrt{x}$ **ক**

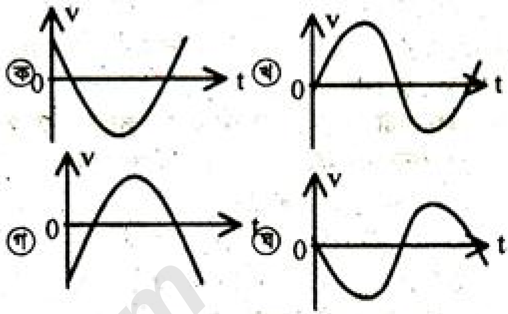
২৮৪. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কোনো কণার সরণ ও ত্বরণের দশা পার্থক্য কত? (জ্ঞান) *[আর্মড পুলিশ ব্যাটালিয়ন পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]*
ক 0° খ 45°
গ 90° ঘ 180° **ঘ**

২৮৫. দোলনরত কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে সাধারণত কত রকমের বিস্তার হতে পারে? (জ্ঞান)
ক দুই খ তিন
গ চার ঘ পাঁচ **ক**

২৮৬. একটি পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে তাকে কী বলে? (জ্ঞান)
ক কম্পাঙ্ক খ বিস্তার
গ দোলনকাল ঘ পর্যায়কাল **ঘ**

২৮৭. একটি সরল ছন্দিত স্পন্দনরত বস্তুকণার কম্পাঙ্ক f। এটির গতিশক্তির কম্পাঙ্ক— (জ্ঞান) *[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]*
ক $f/2$ খ f
গ $2\pi f/T$ ঘ $2f$ **ঘ**

২৮৮. সরলছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণার সরণের সমীকরণ $x = A\sin\omega t$ হলে বেগ-সময় লেখচিত্র হবে—



ক

২৮৯. একটি সরল ছন্দিত বস্তু কণার পর্যায়কাল দ্বিগুণ করলে এর কৌণিক কম্পাঙ্ক কত গুণ বৃদ্ধি পাবে? (প্রয়োগ)
ক 2 গুণ খ 2 গুণ
গ $\frac{1}{2}$ গুণ ঘ $2\sqrt{2}$ গুণ **গ**

২৯০. সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার বিস্তার a এবং দোলনকাল T হলে সর্বোচ্চ বেগ কত হবে? *[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]*
ক $\frac{4a}{T}$ খ $\frac{2\alpha}{T}$
গ $\frac{2\pi a}{T}$ ঘ $\frac{2\pi\sqrt{a}}{T}$ **গ**

২৯১. সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত একটি কণার পর্যায়কাল 20s হলে এর কৌণিক কম্পাংক— (প্রয়োগ) *[রাঙামাটি সরকারি কলেজ, রাঙামাটি]*
ক $\omega = \frac{\pi}{20}$ rads^{-1} খ $\omega = \frac{\pi}{10}$ rads^{-1}
গ $\omega = \frac{\pi}{5}$ rads^{-1} ঘ $\omega = \frac{\pi}{15}$ rads^{-1} **খ**

২৯২. সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ কত হবে? (অনুধাবন)
ক $v_{max} = \frac{\omega}{A}$ খ $v_{max} = \frac{4}{\omega}$
গ $v_{max} = \omega A$ ঘ $v_{max} = \omega^2 A$ **গ**

২৯৩. স্প্রিং সংযুক্ত একটি কণা সরল ছন্দিত স্পন্দিত হচ্ছে, $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বেগ হবে— (অনুধাবন) */সরকারি কে.সি. কলেজ, ঝিনাইদহ/*

ক $\frac{2}{3}v_{max}$ খ $\frac{3}{2}v_{max}$
গ $\frac{v_{max}}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}v_{max}$ **ঘ**

২৯৪. $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ সমীকরণ অনুসারে x এর কোন মানের জন্য বেগের মান সর্বোচ্চ হবে? (উচ্চতর দক্ষতা)

ক $x = A/2$ খ $x = A$
গ $x = 2A$ ঘ $x = 0$ **ঘ**

২৯৫. $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ সমীকরণটিকে সমাধান করলে সরণ x ও সময় t-এর মধ্যকার কোন্ সম্পর্কটি পাওয়া যায়? (অনুধাবন)

ক $x = A\cos\omega t$ খ $x = A\sin(\omega t + \delta)$
গ $y = A\cos\omega t$ ঘ $y = A\sin(\omega t + \delta)$ **খ**

২৯৬. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণটির T বনাম L লেখচিত্র— (অনুধাবন) */পুলিশ লাইনস স্কুল এন্ড কলেজ, কুষ্টিয়া/*

ক একটি সরলরেখা
খ মূলবিন্দুগামী সরলরেখা
গ অধিবৃত্ত ঘ বৃত্ত **গ**

২৯৭. সেকেন্ড দোলকের কম্পাংক— (প্রয়োগ)

ক 0.5 Hz খ 1 Hz
গ 2 Hz ঘ 4 Hz **ক**

২৯৮. একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য হ্রাস পাওয়ার ফলে এটি দিনে 10s ফাস্ট যায়। পরিবর্তিত দোলনকাল কত হবে?

ক $\frac{86400}{86410}$ খ $\frac{2 \times 86400}{86410}$ s
গ $\frac{86410}{86400}$ s ঘ $\frac{2 \times 86410}{86400}$ **খ**

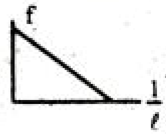
২৯৯. উল্লম্বভাবে ঝুলন্ত স্প্রিং-এর মুক্তপ্রান্তে m ভর ঝুলালে যদি এর দৈর্ঘ্য ℓ পরিমাণে বৃদ্ধি পায় তবে এর বল ধ্রুবক কত? (g = অভিকর্ষজ ত্বরণ) (অনুধাবন)

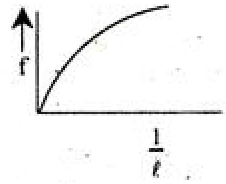
ক $\frac{mg}{\ell}$ খ $\frac{m\ell}{g}$
গ $\frac{g}{m\ell}$ ঘ $\frac{m}{g\ell}$ **ক**

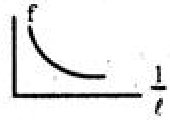
৩০০. কোনো নির্দিষ্ট স্প্রিং-এর বিস্তারের মান দ্বিগুণ করলে এর গতিশক্তি কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? (অনুধাবন)

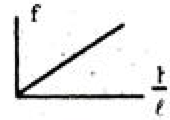
ক $\sqrt{2}$ গুণ খ 2 গুণ
গ 4 গুণ ঘ $2\sqrt{2}$ গুণ **গ**

৩০১. অভিকর্ষজ ত্বরণ যদি ধ্রুবক থাকে, তবে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সাথে কম্পাঙ্কের সম্পর্ক— */সরকারি এম এম কলেজ, যশোর/*

ক 

খ 

গ 

ঘ 

খ

৩০২. স্প্রিং এর মাধ্যমে বিভিন্ন বস্তুর ভর ও দোলন কালের মধ্যেকার সম্পর্ক কোনটি? (জ্ঞান)

ক $m_1 : m_2 = T_1 : T_2$
খ $m_1 : m_2 = \sqrt{T_1} : \sqrt{T_2}$
গ $m_1 : m_2 = T^2_1 : T^2_2$
ঘ $m_1 : m_2 = T^3_1 : T^3_2$ **গ**

৩০৩. দশা হলো— (অনুধাবন)

i. যে রাশি দ্বারা স্পন্দনশীল কণার গতির সম্যক অবস্থা বুঝায়
ii. স্পন্দনশীল কণার সরণ, বেগ, ত্বরণ, গতির অভিমুখ ইত্যাদির সম্মিলিত বিবেচনা
iii. মানবৃত্তে উৎপাদক বিন্দুর কৌণিক সরণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩০৪. $\frac{2\pi}{\omega}$ হচ্ছে সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কাল, কারণ— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পর সরণের মান একই হয়
ii. $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পরপর সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি রাশির পুনরাবৃত্তি ঘটে
iii. $x = A\sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণে t এর বদলে $\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right)$ বসালে একই সমীকরণ পাওয়া যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩০৫. সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কণার তাৎক্ষণিক বেগ তার— (অনুধাবন)

i. সরণ x এর ওপর নির্ভরশীল
ii. কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এর ওপর নির্ভরশীল
iii. বিস্তার A-এর ওপর নির্ভরশীল

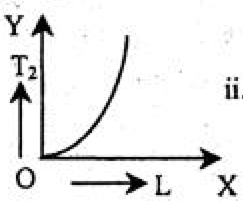
নিচের কোনটি সঠিক?

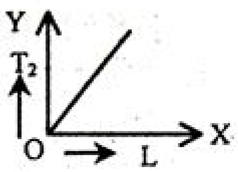
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

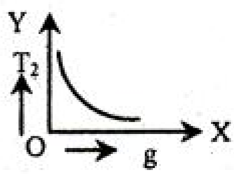
৩০৬. সরল ছন্দিত বস্তুকণা মধ্যাবস্থান অতিক্রমকালে এর— (অনুধাবন)
i. সরণ শূন্য হয়
ii. বেগ সর্বোচ্চ হয়
iii. ত্বরণ সর্বনিম্ন হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

৩০৭. $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ এবং $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণদ্বয়ের ক্ষেত্রে— (উচ্চতর দক্ষতা)
i. দ্বিতীয়োক্ত সমীকরণটি প্রথমটির একমাত্র সমাধান
ii. দ্বিতীয়টি হতে প্রথমটি প্রতিপাদন করা সম্ভব
iii. উভয়েই সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার সরণের সমীকরণ
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **গ**

৩০৮. সরলদোলকের ক্ষেত্রে লেখচিত্র হচ্ছে— (অনুধাবন)

i. 

ii. 

iii. 

নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **গ**

৩০৯. সরল ছন্দিত বস্তুকণার ক্ষেত্রে— (অনুধাবন)
i. নির্দিষ্ট বিস্তারের জন্য মোট শক্তি ধ্রুব থাকে
ii. মোট শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক
iii. মোট শক্তি বল ধ্রুবকের সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

৩১০. একটি আদর্শ সরল দোলকের বৈশিষ্ট্য হলো— (উচ্চতর দক্ষতা)
i. ববটি ক্ষুদ্র এবং কিছুটা ভারী হবে যাতে সুতা টান টান থাকে
ii. সুতার ভর নগণ্য হবে
iii. দোলকের গতি হবে বৃত্তাকার গতি
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

৩১১. সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো কণার আদিদশা 0 হলে— (প্রয়োগ)
i. $t = T/4$ মুহূর্তের দশা $\pi/2$
ii. $t = 3T/4$ মুহূর্তের সরণ – A
iii. $t = T$ মুহূর্তের দশা 2π
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

৩১২. সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো কণার সাম্যাবস্থান হতে সরণ $x = A \sin \omega t$ হলে এর — (প্রয়োগ)
i. তাৎক্ষণিক বেগ $v = \omega A \cos\omega t$
ii. ত্বরণ $a = -\omega^2 x$
iii. বেগের সর্বোচ্চ মান ωA
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩১৩ ও ৩১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো বস্তুকণার ভর 100gm, বল ধ্রুবক 1000 Nm^{-1}

৩১৩. t = 0 মুহূর্তকালে সাম্যাবস্থান হতে সরণ 5 cm; $t = \frac{2\pi}{100}$ s মুহূর্তকালে বস্তুকণাটির সরণ কত হবে? (প্রয়োগ)
(ক) 2.5 cm (খ) 5 cm
(গ) 10 cm (ঘ) 15 cm **খ**

৩১৪. বস্তুকণাটির— (উচ্চতর দক্ষতা)
i. কম্পাঙ্ক 15.924 Hz
ii. কৌণিক কম্পাঙ্ক 100 $rads^{-1}$
iii. পর্যায়কাল 0.0628s
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩১৫ ও ৩১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
মাহেরের নিকট একটি সরল দোলক আছে যার কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1m. দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করা হলো।

৩১৫. কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিপ্রাপ্ত সরল দোলকের দোলনকাল কত? (প্রয়োগ) *[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*
(ক) 2.46 sec (খ) 2.54sec
(গ) 3 sec (ঘ) 3.12 sec **ক**

৩১৬. মাহেরের সরল দোলকের— (অনুধাবন) *[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*
i. কম্পাঙ্ক 0.5Hz
ii. কৌণিক কম্পাঙ্ক 3.14 rad/sec
iii. কার্যকরী দৈর্ঘ্য 50% বাড়ালে দোলনকাল 22.3% বৃদ্ধি পায়
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ঘ**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩১৭ ও ৩১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
উলম্বভাবে ঝুলন্ত একটি স্প্রিং এর উপর প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকানো। নিচ প্রান্তে 0.5 kg ভরের একটি ব্লক ঝুলালে স্প্রিংটির 0.04m দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে।

৩১৭. স্প্রিংটির বল ধ্রুবক কত? (প্রয়োগ)
(ক) 112.5 Nm^{-1} (খ) 122.5 Nm^{-1}
(গ) 132.5 Nm^{-1} (ঘ) 142.5 Nm^{-1} **খ**

৩১৮. স্প্রিং-এর ভর নগণ্য ধরলে, ব্লকসহ স্প্রিংটি যখন স্পন্দিত হতে থাকবে তখন এর— (উচ্চতর দক্ষতা)
i. কৌণিক কম্পাঙ্ক 254 rad/sec
ii. পর্যায়কাল 0.4sec
iii. কম্পাঙ্ক 2.5 Hz
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **গ**

অধ্যায়-৯: তরঙ্গ

প্রশ্ন ▶ ১ বায়ু মাধ্যমে C সুরশলাকাটি A ও B দুটি সুরশলাকার সাথে 5টি করে বীট উৎপন্ন করে। A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 385 Hz। B সুরশলাকা হতে বায়ু মাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ হলো—

$y = 0.9 \sin 10\pi\left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8}\right)$ [চ. বো. ২০১৭]

ক. কৌণিক ভরবেগের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ কোনদিকে কত কোণে ঢালু রাখা হয় তা কারণসহ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. B সুরশলাকা হতে নির্গত তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩

ঘ. C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কিভাবে নিশ্চিত হওয়া যায় তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘূর্ণায়মান বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণন জড়তা বা জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফলকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ বাইরের দিকে উঁচু বা ভেতরের দিকে ঢালু রাখা হয় যাতে করে গাড়ি বাঁক নেওয়ার সময় প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি করতে পারে এবং কেন্দ্রবিমুখী বলের কারণে বাইরের দিকে ছিটকে না পড়ে।

বাঁকের ব্যাসার্ধ r, গাড়ির বেগ v এবং ব্যাংকিং কোণ θ হলে,

আমরা পাই, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$

অর্থাৎ রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশে বাইরের দিক থেকে ভেতরের দিকে $\tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$ কোণে ঢালু রাখা হয়।

গ দেওয়া আছে,

B সুরশলাকা থেকে বায়ুমাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = 0.9 \sin 10\pi\left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8}\right)$$
$$= 0.9 \sin \frac{10\pi}{4.8}\left(\frac{30 \times 4.8}{0.4} t - x\right)$$

অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ এ x এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\frac{10\pi}{4.8} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

বা, $\lambda = \frac{4.8}{5} = 0.96$ m **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই, B সুরশলাকা হতে বায়ুমাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = 0.9 \sin 10\pi\left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8}\right)$$

অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ

$y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\frac{2\pi}{\lambda} v = \frac{300\pi}{0.4}$$

বা, $\frac{v}{\lambda} = \frac{150}{0.4}$

$f_b = 375$ Hz

মনে করি, কম্পাঙ্ক

A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক $f_a = 385$ Hz

C সুরশলকটি A এর সাথে 5টি বীট সৃষ্টি করে সুতরাং C এর সম্ভাব্য কম্পাঙ্ক,

$f_c = f_a \pm 5 = 385 \pm 5 = 390$ Hz বা 380 Hz

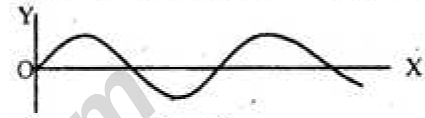
আবার, C সুরশলকটি B এর সাথে 5টি বীট সৃষ্টি করে সুতরাং C এর সম্ভাব্য কম্পাঙ্ক,

$f_c = f_b \pm 5 = 375 \pm 5 = 380$ Hz বা 370 Hz

$\therefore$ C সুরশলাকারটির কম্পাঙ্ক কেবল 380 Hz হলেই A ও B উভয়ের সাথেই 5টি করে বিট উৎপন্ন করতে পারবে।

অতএব, $f_c = 380$ Hz.

প্রশ্ন ▶ ২ নিম্নে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ দেয়া হলো:



$y = 0.1 \sin\left(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x\right)$

এখানে, y mm এককে, t sec এককে এবং x m এককে। [চ. বো. ২০১৬]

ক. পর্যায়কাল কাকে বলে? ১

খ. কোনো স্থানের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} watt m^{-2} বলতে কি বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. O বিন্দু হতে 0.25 m ও 1.0m দূরের দুটি বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকে বিস্তার ও কম্পাংক দ্বিগুণ এবং একই মাধ্যমে বিপরীতমুখী হলে তরঙ্গটির সমীকরণ কীরূপ হবে? বিশ্লেষণ কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তাকে পর্যায়কাল বলে।

খ তীব্রতা হচ্ছে শব্দ সঞ্চালনের পথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত শব্দ শক্তি। সুতরাং কোনো স্থানের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} watt m^{-2} বলতে বোঝায় ঐ স্থানে শব্দ সঞ্চালনের পথে লম্বভাবে অবস্থিত $1m^2$ ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত শব্দ শক্তির পরিমাণ 10^{-8} J।

গ আমরা জানি, চলমান তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

প্রদত্ত তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = 0.1\sin(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x)$$

সমীকরণদ্বয় x এর সহগ তুলনা করে

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{20\pi}{17}$$
$$\therefore \lambda = 1.7 \text{ m}$$

বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব বা পথ পার্থক্য, $\Delta x = (1.0 - 0.25)$ m $= 0.75$ m

আমরা জানি, দশা পার্থক্য,

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{1.7 \text{ m}} \times 0.75 \text{ m} = 2.77 \text{ rad}$$

ঘ আমরা জানি, চলমান তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

প্রদত্ত তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = 0.1\sin(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x)$$

সমীকরণদ্বয় তুলনা করে পাই,
বিস্তার, $a = 0.1$ mm
তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = 1.7$ m

$$\frac{2\pi}{\lambda}v = 200\pi$$

$$v = 100 \times \lambda = 100 \times 1.7$$
$$= 170 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

সুতরাং কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{170}{1.7} = 100$ Hz

নুতন তরঙ্গের বিস্তার, $a_1 = 2 \times 0.1$ mm $= 0.2$ mm
কম্পাঙ্ক, $f_1 = 2 \times 100$ Hz $= 200$ Hz
মাধ্যম একই হওয়ায় তরঙ্গের দ্রুতি, $v = 170$ m $\cdot$ s^{-1}
সুতরাং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{170}{200} = 0.85$ m
নির্ণেয় তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y_1 = a_1\sin\frac{2\pi}{\lambda_1}(vt + x)$$

$$y_1 = 0.2\sin\frac{2\pi}{0.85}(170t + x)$$

প্রশ্ন ▶ ৩ $y = 0.5 \sin 2\pi(50t - 0.75x)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ। *[রা. বো. ২০১৭]*

ক. বীট কী? ১
খ. অনুনাদ একটি বিশেষ ধরনের আরোপিত কম্পন—ব্যাখ্যা কর। ২
গ. তরঙ্গটি 6 সে. এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে? ৩
ঘ. যদি এরূপ আর একটি তরঙ্গ বিপরীত দিক হতে পরস্পরের উপর আপতিত হয় তবে সৃষ্ট তরঙ্গটি কিরূপ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট, সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরল রেখা বরাবর একই দিকে সঞ্চালিত হতে থাকলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বলে।

খ কোনো স্পন্দনক্ষম বস্তু যখন অন্য কোনো পর্যাবৃত্ত বলের প্রভাবে কাঁপতে থাকে তখন তার কম্পনকে পরবশ কম্পন বা আরোপিত কম্পন বলে।
আমরা জানি, প্রত্যেকটি বস্তুর একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক আছে। এখন বস্তুর ওপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক যদি বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্কের সমান হয় তবে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয় তখন অনুনাদ সৃষ্টি হয়। সুতরাং বলা যায়, অনুনাদ এক বিশেষ ধরনের আরোপিত কম্পন।

গ $y = 0.5 \sin 2\pi(50t - 0.75x) = 0.5 \sin 1.5\pi(66.67t - x)$
সমীকরণটিকে অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ,
$y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$-এর সাথে তুলনা করে পাই,
তরঙ্গবেগ, $v = 66.67$ m$\cdot$s^{-1}
দেওয়া আছে, সময়, $t = 6$ s
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ?$
আমরা জানি,

$$s = vt$$
$$= 66.67 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \times 6 \text{ s}$$
$$= 400 \text{ m } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ প্রদত্ত সমীকরণ হতে, কোনো একটি কণার সরণ

$$y = 0.5 \sin 1.5\pi(66.67t - x)$$

বিপরীত দিক থেকে আগত এরূপ তরঙ্গের ক্ষেত্রে উক্ত কণার সরণ,

$$y' = 0.5 \sin 1.5\pi(66.67t + x)$$

এদের উপরিপাতনের ফলে লব্ধি সরণ Y হলে,

$$Y = y + y'$$
$$= 0.5 \sin 1.5\pi(66.67t - x) + 0.5 \sin 1.5\pi\ (66.67t + x)$$
$$= 0.5\ [\sin 1.5\pi(66.67t - x) + \sin 1.5\pi\ (66.67t + x)]$$
$$= \sin 1.5\pi \times 66.67t\ .\ \cos 1.5\pi x$$
$$= A \sin(2\pi \times 50t) \text{ ----------------- (i)}$$

(i) নং সমীকরণ একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, যেখানে বিস্তার $A = \cos 1.5\pi x$। সুতরাং সৃষ্ট তরঙ্গটি হবে স্থির তরঙ্গ।

প্রশ্ন ▶ ৪ A এবং B দুটি সুরশলাকা একটি গ্যাসে 1m এবং 1.01m তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট উৎপন্ন হয়। B-এর কম্পাংক 512 Hz, 'A' শলাকার বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় একত্রে শব্দায়িত করলে একই সংখ্যক বীট উৎপন্ন হয়। *[রা. বো. ২০১৬]*

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১
খ. সূত্রের সাথে তত্ত্বের তফাৎ কী? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের 'A' সুর শলাকার কম্পাংক ভর বৃদ্ধির পূর্বে না পরে 'B' এর চেয়ে বেশি ছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ কোনো ঘটনা বা বিষয়ের কার্যকারণ সম্পর্ক পরীক্ষা-নিরীক্ষা দ্বারা সঠিক প্রমাণিত হলে একটি সার্বিক বিবৃতির মাধ্যমে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে সূত্র বলে। সূত্র পরীক্ষিত, সর্বজন স্বীকৃত ও সব ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। একটি ব্যতিক্রম একটি সূত্রকে নাকচ করতে পারে।
স্বীকার্য বা কোনো প্রাকৃতিক নিয়মের ভিত্তিতে গৃহীত কোনো সিদ্ধান্ত যা সন্দেহ বা বিতর্কের উর্ধ্বে নয় তাকে তত্ত্ব বলে।

গ দেওয়া আছে,
B সুরশলাকা কর্তৃক গ্যাসে উৎপন্ন শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_B = 1.01$ m
B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 512$ Hz
গ্যাসে শব্দের বেগ, $v = ?$
$\therefore$ গ্যাসের শব্দের বেগ, $v = f_B\lambda_B$

$$= 512 \times 1.01$$
$$= 517.12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

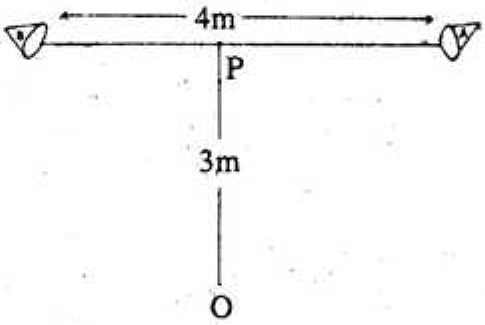
ঘ ভর বৃদ্ধির পূর্বে, A সুরশলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_A = 1$ m
B সুরশলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_B = 1.01$ m
B এর কম্পাঙ্ক, $f_B = 512$ Hz
A এর কম্পাঙ্ক, $f_A = ?$

যেহেতু গ্যাসে শব্দের বেগ একই এবং $\lambda_B > \lambda_A$ $\therefore f_A > f_B$ হবে।
$\therefore$ ভর বৃদ্ধির পূর্বে, $f_A - f_B = 6$
$\therefore f_A = f_B + 6 = (512 + 6)$ Hz $= 518$ Hz.
এখানে, দেখা যাচ্ছে যে, ভর বৃদ্ধির পূর্বে $f_A > f_B$। অর্থাৎ 'A' সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, ভর বৃদ্ধির পূর্বে 'B' এর চেয়ে বেশি।
ভর বৃদ্ধির পরে,
'A' সুরশলাকার বাহুতে মোম লাগানো হলে এর ভর বেড়ে যায় আর ভর বাড়ালে কম্পাঙ্ক কমে যায়।

$$f_B - f_A = 6$$

বা, $512 - f_A = 6$
$\therefore f_A = 506$ Hz

প্রশ্ন ▶ ৫ শাহীন তার কলেজের একটি অনুষ্ঠানে 4m দৈর্ঘ্যের স্টেজ তৈরি করল। স্টেজের এক প্রান্তে 1 mW ক্ষমতার একটি স্পীকার A স্থাপন করল, স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে সোজাসুজি 3m দূরে O বিন্দুতে একজন শ্রোতার নিকট শব্দের তীব্রতা কম হওয়ায় সে স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে অপর প্রান্তে একই দূরত্বে ও একই ক্ষমতার অপর একটি স্পীকার B স্থাপন করল। নিচের চিত্রে তা দেখানো হলো :



[রা. বো. ২০১৫]

ক. বীট কী? ১

খ. স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত ব্যাখ্যা কর। ২

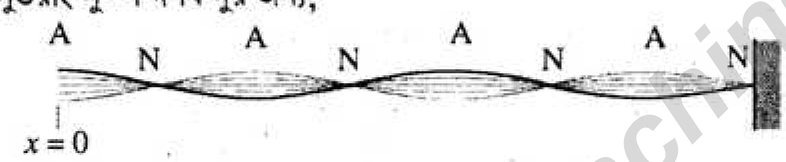
গ. স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা কত? ৩

ঘ. স্পীকার A এর স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে কি? — বিশ্লেষণ কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান বিস্তার এবং কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ এক সাথে একই সরল রেখায় একই দিকে সঞ্চালিত হলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ x এর যে মানের জন্য $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$ হবে সেসব বিন্দুতে বিস্তার সর্বোচ্চ $2a$ হবে অর্থাৎ সেসব বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু পাওয়া যাবে। সুতরাং সুস্পন্দ বিন্দুর জন্য,



$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi$ এখানে, $n = 0, 1, 2, 3, ...$

বা, $x = n\frac{\lambda}{2} = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}$ ....

অর্থাৎ যে সকল বিন্দুতে x এর মান $\frac{\lambda}{2}$ এর অখন্ড গুণিতক সে সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু গঠিত হবে।

গ স্পীকার A হতে শ্রোতার দূরত্ব, $r = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

$\therefore$ স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা, $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$

$$= \frac{1 \times 10^{-3}\ \text{W}}{4 \times 3.1416 \times (\sqrt{13})^2\ \text{m}^2} = 6.12 \times 10^{-6}\ \text{W·m}^{-2}$$

ঘ শুধু স্পীকার A হতে প্রাপ্ত শব্দের তীব্রতা লেভেল,

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{6.12 \times 10^{-6}\ \text{W·m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W·m}^{-2}} = 67.88\ \text{dB}$$

স্পীকার A ও স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা, $I' = 2 \times 6.12 \times 10^{-6}\ \text{W·m}^{-2} = 1.224 \times 10^{-5}\ \text{W·m}^{-2}$

এক্ষেত্রে শব্দের তীব্রতা লেভেল,

$$\beta' = 10\log\frac{I'}{I_0} = 10\log\frac{1.224 \times 10^{-5}\ \text{W·m}^{-2}}{10^{-12}\ \text{W·m}^{-2}} = 70.88\ \text{dB}$$

যেহেতু $70.88\ \text{dB} \neq 2 \times 67.88\ \text{dB}$ অর্থাৎ $\beta' \neq 2\beta$

সুতরাং স্পীকার A ও স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৬ A ও B দুটি সুর শলাকা একটি গ্যাসে 50 cm ও 51 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট শোনা যায়। [সংশোধিত] [সি. বো. ২০১৭]

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১

খ. সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন? ২

গ. গ্যাসটিতে শব্দের বেগ কত হবে হিসাব কর। ৩

ঘ. B শলাকটিকে একটু ঘষে পুনরায় শব্দায়িত করলে বিট সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না— ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর নিজস্ব কম্পাংক আর তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাংক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হতে থাকে। এই ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ কোনো উৎস থেকে নিঃসৃত শব্দে যদি একটিমাত্র কম্পাংক থাকে তাহলে সেই শব্দকে সুর বলে। আবার শব্দের মধ্যে যদি একাধিক কম্পাংক বা সুর থাকে তবে সেই শব্দকে স্বর বলে। কোনো স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যার কম্পাংক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্য সকল সুর যাদের কম্পাংক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদের উপসুর বলে। আবার যে সকল উপসুরের কম্পাংক মূল সুরের কম্পাংকের সরল গুণিতক হয় তাদের হারমোনিক বলে। কাজেই সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়।

গ দেওয়া আছে,

A সুর শলাকার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda_1 = 50\ \text{cm} = 0.50\ \text{m}$

B সুর শলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_2 = 51\ \text{cm} = 0.51\ \text{m}$

প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট বীট সংখ্যা, $N = 6$

ধরি, A সুর শলাকার কম্পাংক $= f_1$ এবং

B সুর শলাকার কম্পাংক $= f_2$

গ্যাসটিতে শব্দের বেগ $= v$

জানা আছে, $v = f\lambda$ বা, $\lambda \propto \frac{1}{f}$

যখন, $v =$ ধ্রুব

যেহেতু, $\lambda_2 > \lambda_1$ সেহেতু $f_1 > f_2$ হবে।

$\therefore\ N = f_1 - f_2$

বা, $6 = \frac{v}{\lambda_1} - \frac{v}{\lambda_2}$

বা, $6 = v\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$

বা, $6 = v\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}$

বা, $v = \frac{6\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$

$= \frac{6 \times 0.50 \times 0.51}{0.51 - 0.50}$

$= 153\ \text{m·s}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে ব্যবহৃত উপাত্ত প্রতীক ও ফলাফল ব্যবহার করে A এর কম্পাংক, $f_1 = \frac{v}{\lambda_1}$

$= \frac{153}{0.5}\ \text{Hz}$

$= 306\ \text{Hz}$

$\therefore\ f_1 - f_2 = 6$

বা, $f_2 = f_1 - 6$

বা, $f_2 = (306 - 6)\ \text{Hz}$

$\therefore f_2 = 300\ \text{Hz}$

B কে ঘষার পর বীট সংখ্যা সমান থাকার অর্থ হলো B এর কম্পাংক বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ যেক্ষেত্রে B এর কম্পাংক f_2' হলে,

$$f_2' - f_1 = 6$$

বা, $f_2' = f_1 + 6$

বা, $f_2' = (306 + 6)$ Hz

$\therefore$ $f_2' = 312$ Hz

B এর কম্পাংক পরিবর্তন $= f_2' - f_1$

$= (312 - 300)$ Hz

$= 12$ Hz

অতএব, ঘষার পর B এর কম্পাংক 12 Hz বৃদ্ধি পাওয়ায় উভয় ক্ষেত্রে A এর কম্পাংকের সাথে ব্যবধান সমান থাকে। তাই বীট সংখ্যার পরিবর্তন হয়নি।

প্রশ্ন ▶ ৭ $y_1 = 0.1 \sin\left(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x\right)$ $y_2 = 0.1 \sin\left(200\pi t + \frac{20\pi}{17}x\right)$



উদ্দীপকে X ও Y মিটারে এবং সময় t সেকেন্ডে ধরে নিম্নলিখিত প্রশ্নের উত্তর দাও:

[দি. বো. ২০১৫]

ক. দশা কাকে বলে? ১

খ. প্রতি সেকেন্ডে বীট 6 বলতে কি বুঝ? ২

গ. প্রথম তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে উপরিপাতনের ফলে কোন ধরনের তরঙ্গ সৃষ্টি হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামতের ব্যাখ্যা কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে রাশি দ্বারা তরঙ্গ সঞ্চারণকারী কণার যেকোনো মুহূর্তের গতির সম্যক অবস্থা বুঝায় তাকে দশা বলে।

খ প্রতি সেকেন্ডে বীট 6 বলতে বুঝায়, মূল শব্দ তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে লব্ধি তরঙ্গের শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে 6 বার হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে 6টি তীব্র শব্দ শোনা যায় এবং 6টি নিঃশব্দ সৃষ্টি হয়।

গ প্রথম তরঙ্গটির সমীকরণ: $y_1 = 0.1 \sin\left(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x\right)$

$$= 0.1 \sin\frac{20\pi}{17}(170t - x)$$

একে তরঙ্গের প্রমিত সমীকরণ, $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$v = 170 \text{ m·s}^{-1}$

সুতরাং প্রথম তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ, $v = 170 \text{ m·s}^{-1}$

ঘ উদ্দীপকের তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = y_1 + y_2 = 0.1 \sin\left(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x\right) + 0.1\sin\left(200\pi t + \frac{20\pi}{17}x\right)$$

$$= 0.1 \times 2 \sin(200\pi t)\cos\left(\frac{20\pi}{17}x\right)$$

$$= 0.2\cos\left(\frac{20\pi}{17}x\right)\sin(200\pi t)$$

$$= A\sin(200\pi t)$$

এখানে, $A = 0.2\cos\left(\frac{20\pi}{17}x\right)$ = লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার

উপরোক্ত সমীকরণে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণের ন্যায় দশা কোণের ভেতর $(vt - x)$ জাতীয় কোনো রাশি অন্তর্ভুক্ত নাই তাই এটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নয়। এটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ।

সুতরাং উদ্দীপকে তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে উপরিপাতনের ফলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ যা পরবর্তীতে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে। $Y = 0.5\sin\left(800\pi t - \frac{2\pi}{0.5}x\right)$

[কু. বো. ২০১৭]

ক. তরঙ্গমুখ কি? ১

খ. ত্রয়ীর মধ্যে কোন অষ্টক নেই—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে যে স্থিরতরঙ্গটি সৃষ্টি হবে তার কম্পাঙ্ক এবং মূল তরঙ্গটি কম্পাঙ্কের তুলনামূলক বিশ্লেষণ গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরঙ্গের উপরোস্থ যে রেখা বা তল বরাবর সবগুলো কণা সমদশাসম্পন্ন তাকে ঐ তরঙ্গের তরঙ্গমুখ বলে।

খ কোনো উপসুরের কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের দ্বিগুণ হয় তবে তাকে ঐ মূল সুরের অষ্টক বলে।

আবার, তিনটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে এরা মিলিত হয়ে যে মধুর সুর উৎপন্ন করে তাকে ত্রয়ী বলে।

অর্থাৎ, দেখা যায় যে ত্রয়ীর যেকোনো দুটি সুরের একটি কখনোই অপরটির দ্বিগুণ হয় না।

অতএব, ত্রয়ীর মধ্যে কোনো অষ্টক নেই।

গ দেওয়া আছে,

$$Y = 0.5\sin\left(800\pi t - \frac{2\pi}{0.5}x\right)$$

$$= 0.5\sin\frac{2\pi}{0.5}(200t - x) \text{ ....(i)}$$

সমীকরণ (i) কে অগ্রগামী তরঙ্গের আদর্শ সমীকরণ,

$Y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

তরঙ্গবেগ, $v = 200 \text{ m·s}^{-1}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 0.5$ m

অতএব, অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ 200 m·s^{-1} **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,

মূল তরঙ্গের তরঙ্গবেগ, $v = 200 \text{ m·s}^{-1}$

মূল তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 0.5$ m

অর্থাৎ, মূল তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{200}{0.5} = 400$ Hz

যদি অগ্রগামী তরঙ্গটি স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে তাহলে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের সমীকরণ

$$Y = 0.5\sin\left(800\pi t - \frac{2\pi}{0.5}x\right) + 0.5\sin\left(800\pi t + \frac{2\pi}{0.5}x\right)$$

$$= 0.5\sin\frac{2\pi}{0.5}(200t + x) + 0.5\sin\frac{2\pi}{0.5}(200t - x)$$

$$= 0.5 \times 2\left[\sin\frac{2\pi}{0.5}\left(\frac{200t + x + 200t - x}{2}\right)\cos\frac{2\pi}{0.5}\left(\frac{200t + x - 200t + x}{2}\right)\right]$$

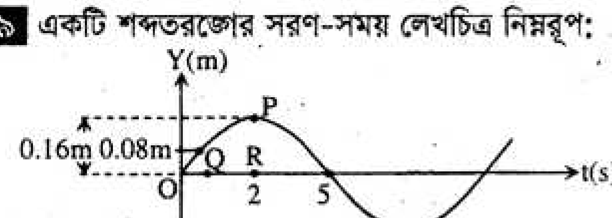
$Y = \cos\frac{2\pi x}{0.5}\sin 2\pi(400)t$ ....(i)

সমীকরণ (i) কে স্থির তরঙ্গের সমীকরণ $Y = A\sin 2\pi ft$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f' = 400$ Hz

অতএব, উদ্দীপকে যে স্থির তরঙ্গটি সৃষ্টি হবে তার কম্পাংক মূল তরঙ্গটির কম্পাংকের সমান হবে।

প্রশ্ন ▶ ৯ একটি শব্দতরঙ্গের সরণ-সময় লেখচিত্র নিম্নরূপ:



[কু. বো. ২০১৬]

ক. সুর বিরাম কাকে বলে? ১

খ. তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়, আবার দেয়ালে আঘাত করলে ততটা জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয় না কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. R বিন্দুতে কণাটির সরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. Q বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির তুলনামূলক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুটি সুরের কম্পাংকের অনুপাতকে সুর বিরাম বলে।

খ তবলায় একটি খোলের মুখে পতলা চমড়ার পর্দা টানটান করে বাঁধা থাকে এবং খোলের ভিতরে থাকে বায়ু। এ চামড়ার পর্দায় আঘাত করলে অধিক বিস্তারে কম্পিত হওয়ার সুযোগ পায়। এছাড়াও খোলের ভিতরের বায়ুতেও কম্পন সৃষ্টি হয় ফলে তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ হয়। কিন্তু দেয়ালে আঘাত করলে এটি অধিক বিস্তারে কম্পনের সুযোগ পায়না, তাই এক্ষেত্রে শব্দ জোরালো হয় না।

গ আমরা জানি,

$y = a \sin\omega t$

$= a \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times t\right)$

$= 0.16 \sin\left(\frac{2 \times 180^\circ}{5}\right)$

$= 0.16 \sin 72^\circ$

$= 0.152$ m **(Ans.)**

এখানে,
বিস্তার, $a = 0.16$m
পর্যায়কাল, $T = 5 \times 2 = 10$ sec
সময়, $t = 2$ sec
সরণ, $y = ?$

ঘ প্রদত্ত তথ্য অনুসারে,
সাম্যাবস্থান থেকে Q বিন্দুর সরণ, $y = 0.08$ m
ধরি, Q বিন্দুতে অবস্থিত কোনো কণার ভর $= m$
কৌণিক কম্পাঙ্ক $= \omega$
বিস্তার, $a = 0.16$ m

$\therefore$ Q বিন্দুতে, স্থিতিশক্তি, $E_p = \frac{1}{2} m\omega^2 y^2$

Q বিন্দুতে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2 - y^2)$

$\therefore \frac{E_p}{E_k} = \frac{y^2}{a^2 - y^2} = \frac{(0.08)^2}{(0.16)^2 - (0.08)^2} = \frac{6.4 \times 10^{-3}}{0.0192}$

$\therefore \frac{E_p}{E_k} = \frac{1}{3}$

অতএব, Q বিন্দুতে স্থিতিশক্তি, গতিশক্তির এক-তৃতীয়াংশ হবে।

প্রশ্ন ▶১০ একটি সনোমিটারে সদৃশ ও সমদৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B ও C-এ যথাক্রমে 200, 225 ও 250 N বল ঝুলিয়ে টানটান করা হল। A তারটিকে শব্দায়িত করায় 100 Hz কম্পাংকের শব্দ উৎপন্ন হল। দুটি করে তার একসাথে শব্দায়িত করলে বিট উৎপন্ন হয় কিনা পরীক্ষা করা হল। /চ. বো. ২০১৭/

ক. আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? ১

খ. একই স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করলে সমবায়ের স্প্রিং ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কি না? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের দ্বিতীয় তারটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বিট উৎপন্নের পরীক্ষার ফলাফল গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক আলোচনা কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থানে নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর ও বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ দুটি স্প্রিংকে সমান্তরালে যুক্ত করে, F বল প্রয়োগ করলে মনে করি সরণ x।
একই পরিমাণ সরণের জন্য, ১ম স্প্রিং এ প্রযুক্ত বল, $F_1 = K_1x$ এবং ২য় স্প্রিং এ প্রযুক্ত বল $F_2 = K_2x$

মোট বল, $F = F_1 + F_2 = K_1x + K_2x = (K_1 + K_2)x$

বা, $F = (K_1 + K_2)x$ .. .. (i)

এখন সমগ্র সিস্টেমের জন্য $F = K_Px$ .. ..(ii)

(i) ও (ii) তুলনা করে, $K_P = K_1 + K_2$

এখন, $K_1 = K_2 = K$ হলে, $K_P = 2K$

অতএব, একই স্প্রিংধ্রুবক বিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সমান্তরালে যুক্ত করলে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক হবে স্প্রিং দ্বয়ের প্রত্যেকের স্প্রিং ধ্রুবকের দ্বিগুণ।

গ উদ্দীপক হতে পাই, A তারের টান, $T_A = 200$ N
B তারের টান, $T_B = 225$ N
A তারের কম্পাংক, $f_A = 100$ Hz
B তারের কম্পাংক, $f_B = ?$

যেহেতু তারদ্বয় সদৃশ ও সমদৈর্ঘ্যের সেহেতু টানা তারের টানের সূত্রানুসারে,

$\frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{T_B}{T_A}}$

বা, $f_B = f_A \times \sqrt{\frac{T_B}{T_A}}$

$= 100 \text{ Hz} \times \sqrt{\frac{225}{200}} = 106.06$ Hz **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই, A তারের টান, $T_A = 200$ N
C তারের টান, $T_C = 250$ N
A তারের কম্পাংক, $f_A = 100$ Hz
'গ' অংশ হতে পাই, B তারের কম্পাংক, $f_B = 106.06$ Hz
C তারের কম্পাংক, $f_C = ?$

টানা তারের টানের সূত্রানুসারে,

$\frac{f_C}{f_A} = \sqrt{\frac{T_C}{T_A}}$

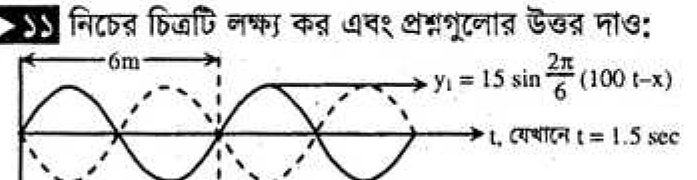
বা, $f_C = f_A \times \sqrt{\frac{T_C}{T_A}}$

$= 100 \text{ Hz} \times \sqrt{\frac{250}{200}} = 111.80$ Hz **(Ans.)**

A ও B তার একসাথে শব্দায়িত করলে উৎপন্ন বিট
$N_1 = f_B - f_A = 106.06 - 10 = 6.06 \text{ s}^{-1}$
A ও C তার একসাথে শব্দায়িত করলে উৎপন্ন বিট
$N_2 = f_C - f_A = 111.80 - 100 = 11.80 \text{ s}^{-1}$
B ও C তার একসাথে শব্দায়িত করলে উৎপন্ন বিট,
$N_3 = f_C - f_B = 111.80 - 106.06 = 5.74 \text{ s}^{-1}$

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেয়া যায়, $N_1 < 10$, $N_2 > 10$ এবং $N_3 < 10$
আমরা জানি, মানবকর্ণ প্রতি সেকেন্ডে 10টির বেশি বিট সনাক্ত করতে পারে না, তাই A ও B তার এবং B ও C তার একসাথে শব্দায়িত করলে বিট শোনা যাবে। কিন্তু A ও C তার একসাথে শব্দায়িত করলে কোনো বিট শোনা যাবে না।

প্রশ্ন ▶১১ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



উদ্দীপকে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের মুক্ত প্রান্তের প্রতিফলন দেখানো হয়েছে। /চ. বো. ২০১৬/

ক. সরল ছন্দিত স্পন্দন কী? ১

খ. তরঙ্গের বিস্তারের সাথে তীব্রতার পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে তরঙ্গটি-প্রতিফলনের পর লব্ধি তরঙ্গ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে $x = \frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে y-এর জন্য একটি লেখচিত্র গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। (যখন $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}$ এবং T) ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো স্পন্দন গতি সম্পন্ন কণার ত্বরণ, সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হয় তখন তার গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

খ তরঙ্গের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

সমীকরণ থেকে দেখা যায়, একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের তরঙ্গের তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ তরঙ্গের তীব্রতা এর বিস্তারের বর্গের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়। তরঙ্গের বিস্তার দ্বিগুণ করা হলে তীব্রতা চারগুণ হবে।

গ তরঙ্গটির সমীকরণ, $y_1 = 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t - x)$

তরঙ্গটি প্রতিফলনের পর প্রতিফলিত তরঙ্গের সমীকরণ–

$$y_2 = -15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t + x)$$

উক্ত তরঙ্গদ্বয় উপরিপাতিত হয়ে স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন করবে। স্থির তরঙ্গের উপরস্থ কোনো কণার লব্ধি সরণ y হলে,

$$y = y_1 + y_2$$
$$= 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t - x) - 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t + x)$$
$$= -15 \times 2\cos \frac{2\pi}{6} 100t \sin \frac{2\pi}{6} x$$
$$= -30 \sin \frac{2\pi}{6} x \cos \frac{2\pi}{6} 100t = \text{A} \cos \frac{2\pi}{6} 100t$$

অর্থাৎ প্রতিফলনের পর লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ–

$$y = A \cos \frac{2\pi}{6} 100t$$

যেখানে, A = লব্ধি তরঙ্গে বিস্তার $= -30\sin \frac{2\pi}{6} x$

ঘ আমরা জানি, স্থির তরঙ্গ সৃষ্টির সময় কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকে। প্রদত্ত সমীকরণ, $y_1 = 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t - x)$

অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ $y_1 = 15 \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ এর সাথে তুলনা করে পাই, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = 6$ m

তরঙ্গের দ্রুতি, $v = 100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

সুতরাং কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{6 \text{ m}} = \frac{100}{6}$ Hz

এবং পর্যায় কাল, $T = \frac{1}{f} = \frac{6}{100} = 0.06$ s

'গ' অংশ হতে পাই, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $y = A \cos \frac{2\pi}{6} 100t$

যেখানে বিস্তার, $A = -30 \sin \frac{2\pi}{6} x$

এটি একটি সরল ছন্দিত স্পন্দনের সমীকরণ।

এখন, $x = \frac{\lambda}{2} = \frac{6}{2} = 3$ m হলে,

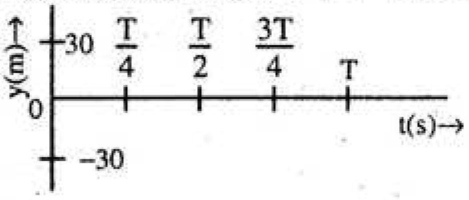
$$A = -30 \sin \left(\frac{2\pi}{6} \times 3\right) = 0$$

$$y = \cos \frac{2\pi}{6} 100t$$

t এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান নিচের ছকে দেয়া হলো :

t (s)	0	$\frac{T}{4} = 0.015$ s	$\frac{T}{2} = 0.03$ s	$\frac{3T}{4} = 0.045$ s	$T = 0.06$ s
y(m)	0	0	0	0	0

প্রাপ্ত তথ্যসমূহ নিচে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো :



প্রশ্ন ▶১২ $y = 6 \sin \left(8\pi t - \frac{\pi x}{25}\right)$ একটি চলমান তরঙ্গের সমীকরণ নির্দেশ করে; যেখানে x ও y কে সেন্টিমিটারে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটি 0.09 kg m^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হচ্ছে। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : [চ. বো. ২০১৫]

ক. প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকে বর্ণিত তরঙ্গের কম্পাংক নির্ণয় কর। ৩
ঘ. তরঙ্গটি শ্রাব্য কি না– তীব্রতা লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে প্রমাণ কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে কোনো প্রবাহীর মধ্য দিয়ে গতিশীল কোনো বস্তু সর্বোচ্চ যে বেগে উপনীত হলে নিট বল শূন্য হয় এবং বস্তুটি সমবেগে চলতে থাকে, সে বেগকে বলা হয় প্রান্তিকবেগ বা অন্তবেগ।

খ নিচে পরবশ কম্পন ও অনুনাদের পার্থক্য ব্যাখ্যা করা হলো–

পরবশ কম্পন	অনুনাদ
১. কোনো স্পন্দনক্ষম বস্তু যখন কোনো পর্যাবৃত্ত বলের প্রভাবে কাঁপতে থাকে তখন তার কম্পনকে পরবশ কম্পন বলে।	১. কোনো স্পন্দনক্ষম বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক এবং তার ওপর প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তার নিয়ে কাঁপতে থাকে, এরূপ কম্পনকে অনুনাদ বলে।
২. এ ক্ষেত্রে কম্পন বিস্তার কম হয় এবং এবং পর্যায়ক্রমে হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে।	২. এক্ষেত্রে কম্পন নিয়মিত হয় এবং অধিক বিস্তার নিয়ে কাপতে থাকে।

গ $y = 6 \sin \left(8\pi t - \frac{\pi x}{25}\right) = 6 \sin \frac{2\pi}{50}(200t - x)$

একে প্রমিত সমীকরণ $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

তরঙ্গবেগ, $v = 200 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 50$ cm

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{200 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}}{50 \text{ cm}} = 4$ Hz

ঘ তরঙ্গের বিস্তার, $a = 6 \text{ cm} = 0.06$ m

দেওয়া আছে, মাধ্যমের ঘনত্ব, $\rho = 0.09 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

$\therefore$ তরঙ্গের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$
$= 2 \times 9.87 \times (4 \text{ Hz})^2 \times (0.06 \text{ m})^2 \times 0.09 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \times 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
$= 0.2047 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

$\therefore$ তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ dB

$$= 10 \log \frac{0.2047 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}}{10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}} \text{ dB}$$
$$= 113.1 \text{ dB} < 120 \text{ dB}$$

তীব্রতা লেভেলের বিচারে এটি শ্রাব্য কিন্তু কম্পাঙ্কের বিচারে এটি শ্রাব্য নয়, শব্দেতর শব্দ, কারণ শ্রাব্য সীমার সর্বনিম্ন কম্পাঙ্কে মান 20 Hz।

প্রশ্ন ▶১৩ পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষার্থী লিয়ানা দুটি সুরশলাকা নিয়ে দেখল যে, একটির গায়ে 312 Hz লেখা আছে। সে শলাকা দুটি একত্রে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট শুনতে পেল। এবার সে অজানা সুরশলাকার গায়ে তার পেঁচিয়ে একইভাবে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বীট শুনতে পেল। এখানে জানা সুরশলাকা থেকে সৃষ্ট শব্দের বেগ $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$। [সি. বো. ২০১৭]

ক. তরঙ্গ মুখ কাকে বলে? ১
খ. স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. কতটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ 130 m দূরত্ব অতিক্রম করবে? ৩
ঘ. লিয়ানা ভর বাড়ানোর পূর্বে ও পরে নির্ণীত অজানা কম্পাঙ্কের মধ্যে কোনো পার্থক্য পেয়েছিল কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরঙ্গের উপরোস্থ যে রেখা বা তল বরাবর সবগুলো কণা সমদশাসম্পন্ন তাকে ঐ তরঙ্গের তরঙ্গমুখ বলে।

খ কোন বিন্দুতে তরঙ্গের তীব্রতা, (I) বিস্তার, (A) এর বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $I \propto A^2$। এখন নিস্পন্দ বিন্দুতে $A = 0$ তাই নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তির তীব্রতা বা শক্তি শূন্য হয়।

গ দেওয়া আছে,

কম্পাঙ্ক, $f = 312$ Hz

শব্দের বেগ, $v = 340\ m{\cdot}s^{-1}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে

$v = f\lambda$

বা, $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{312}$

$\therefore \lambda = 1.09$ m

অর্থাৎ, 1.09 m দূরত্ব অতিক্রম করে 1টি পূর্ণ কম্পনে

$\therefore$ 130 m দূরত্ব অতিক্রম করে $\frac{1 \times 130}{1.09}$ টি পূর্ণ কম্পনে

$\approx$119টি পূর্ণ কম্পন **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, ভর বৃদ্ধি করলে সুরশলাকার কম্পাংক হ্রাস পায়। ধরি, ভর বাড়ানোর পূর্বে সুরশলাকার কম্পাংক f_1 এবং ভর বাড়ানোর পরে সুরশলাকার কম্পাংক f_2।

যেহেতু ভর বাড়ানোর পূর্বে এবং পরে বীট সংখ্যা সমান। সুতরাং ভর বাড়ানোর পূর্বে $f_1 > f$ এবং ভর বাড়ানোর পরে $f_2 < f$

$\therefore f_1 - f = 6$

বা, $f_1 = f + 6$

$= 312 + 6$

$\therefore f_1 = 318$ Hz

আবার, $f - f_2 = = 6$

বা, $f_2 = f - 6$

$= 312 - 6$

$\therefore f_2 = 306$

$\therefore$ ভর বাড়ানোর পূর্বে ও পরে অজানা কম্পাঙ্কের মধ্যে পার্থক্য

$\Delta f = f_1 - f_2 = 318 - 306 = 12$ Hz

অর্থাৎ ভর বাড়ানোর ফলে অজানা কম্পাংকের সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 12 Hz হ্রাস পেয়েছে।

প্রশ্ন ▶১৪ নাফিস তাদের টিভিতে T-20 বিশ্বকাপের বাংলাদেশ বনাম ভারতের খেলা দেখছিল। তখন টিভির শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$। টান টান উত্তেজনার মুহূর্তে কাজের মেয়ে মিতু ব্লেন্ডার মেশিন চালু করলো যার তীব্রতা লেভেল 85 dB। এবার নাফিস টিভির সাউন্ড বাড়িয়ে দিল যার তীব্রতা লেভেল 78 dB. *[সি. বো. ২০১৬]*

ক. লব্ধ একক কী? ১

খ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$। ২

গ. নাফিস তীব্রতা লেভেল কতটুকু বৃদ্ধি করেছিল? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ব্লেন্ডার চালু অবস্থায় সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল অস্বস্তিকর হবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল একক মৌলিক একক সমন্বয়ে গঠিত হয় তাদেরকে লব্ধ একক বা যৌগিক একক বলে।

খ দেওয়া আছে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 45°

$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos 45°$

$= \frac{AB}{\sqrt{2}}$

$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin 45°$

$= \frac{AB}{\sqrt{2}}$

$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$

গ দেওয়া আছে, টিভির শব্দের তীব্রতা, $I_1 = 1 \times 10^{-6}\ W{\cdot}m^{-2}$

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 1 \times 10^{-12}\ W{\cdot}m^{-2}$

তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন, $\Delta\beta = ?$

আমরা জানি, $\beta = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$

$= 10 \log \frac{1 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-12}} = 60$ dB

$\therefore$ নাফিস তীব্রতা লেভেল বৃদ্ধি করেছিল, $\Delta\beta = (78 - 60)$

$= 18$ dB **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

টিভির তীব্রতা লেভেল, $\beta_1 = 78$ dB

ব্লেন্ডারের তীব্রতা লেভেল, $\beta_2 = 85$ dB

ধরা যাক, টিভির তীব্রতা $= I_1$

এবং ব্লেন্ডারের তীব্রতা $= I_2$

আমরা জানি, $\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$

বা, $78 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}}$

বা, $\frac{I_1}{10^{-12}} = 10^{7.8}$

বা, $I_1 = 10^{7.8} \times 10^{-12}$

$\therefore I_1 = 10^{-4.2}$

আবার, $\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$

বা, $85 = 10 \log \frac{I_2}{10^{-12}}$

বা, $\frac{I_2}{10^{-12}} = 10^{8.5}$

বা, $I_2 = 10^{8.5} \times 10^{-12}$

$\therefore I_2 = 10^{-3.5}$

মোট তীব্রতা, $I = I_1 + I_2 = 10^{-4.2} + 10^{-3.5}$

$= 3.79 \times 10^{-4}$

$\therefore$ তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

$= 10 \log \frac{3.79 \times 10^{-4}}{10^{-12}}$

$= 10 \log 3.79 \times 10^{8} = 85.79$ dB

টি ভি এবং ব্লেন্ডারের একত্রে তীব্রতা লেভেল 85.79 dB যা আমাদের কানে শ্রুতি যন্ত্রণার প্রারম্ভ তীব্রতা লেভেল 120 dB অপেক্ষা কম। সুতরাং বলা যায় ব্লেন্ডার চালু অবস্থায় সম্মিলিত শব্দ অস্বস্তিকর হবে না।

প্রশ্ন ▶১৫ সালাম 300 Hz কম্পাঙ্ক ও 0.25 cm বিস্তারের শব্দ তরঙ্গ পরপর বায়ু ও পানিতে প্রেরণ করে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4.16m পেল। উভয় মাধ্যমে শব্দের বেগ ও তীব্রতা ভিন্ন ভিন্ন পাওয়া গেল। সালাম বললো শব্দের বেগ ও তীব্রতার মান বায়ু মাধ্যম থেকে পানি মাধ্যমে বেশি পাওয়া যাবে। বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ 352 ms^{-1}। বায়ু ও পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 1.293 Kgm^{-3} ও 1000 Kgm^{-3}। *[সি. বো. ২০১৬]*

ক. তরঙ্গের তীব্রতা কাকে বলে? ১

খ. এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সালামের বক্তব্যের সঠিকতা যাচাই কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক তরঙ্গ সঞ্চালনের দিকের সাথে লম্ব একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শক্তি প্রবাহিত হয় তাকে তরঙ্গের তীব্রতা বলে।

খ সৈন্যরা ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে গেলে ব্রীজের ওপর প্রযুক্ত বল অত্যধিক মানের হয়। এ বলের কম্পাঙ্ক ব্রীজের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান বা কাছাকাছি হলে ব্রীজটিতে অনুনাদ সৃষ্টি হবে এবং এটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হবে। তখন ব্রীজটি ভেঙ্গে যাবার সম্ভাবনা থাকে। এ কারণে এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয়।

গ বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ, $v_a = 352 \text{ m·s}^{-1}$
শব্দের কম্পাঙ্ক, $f = 300$ Hz
$\therefore$ বায়ুতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_a = \frac{v_a}{f} = \frac{352 \text{ m·s}^{-1}}{300 \text{ Hz}} = 1.173$ m
পানিতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বেশি হবে
$\therefore$ পানিতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_w = \lambda_a + 4.16$ m
$= 1.173 \text{ m} + 4.16 \text{ m}$
$= 5.33$ m
$\therefore$ পানিতে শব্দের বেগ, $v_w = f\lambda_w$
$= 300 \text{ Hz} \times 5.33 \text{ m}$
$= 1600 \text{ m·s}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ থেকে,
পানিতে শব্দের বেগ > বায়ুতে শব্দের বেগ
এখন দেখবো যে,
পানিতে শব্দের তীব্রতা > বায়ুতে শব্দের তীব্রতা হয় কিনা
বাতাসের শব্দতরঙ্গের তীব্রতা, $I_a = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho_a v_a$
$= 2 \times 9.87 \times (300 \text{ Hz})^2 \times (0.25 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \times 1.293 \text{ kg·m}^{-3} \times 352 \text{ m·s}^{-1}$
$= 5054 \text{ W·m}^{-2}$
পানিতে শব্দতরঙ্গের তীব্রতা,
$I_w = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho_w v_w$
$= 2 \times 9.87 \times (300 \text{ Hz})^2 \times (0.25 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \times 1000 \text{ kg·m}^{-3} \times 1600 \text{ m·s}^{-1}$
$= 1.7766 \times 10^7 \text{ W·m}^{-2}$
গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায়,
$I_w > I_a$
প্রমাণিত হল, পানিতে শব্দের তীব্রতা > বায়ুতে শব্দের তীব্রতা
সুতরাং সালামের বক্তব্য সঠিক।

প্রশ্ন ▶১৬ বায়ুতে দুটি শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ হল:
$Y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 16.35(105.1\pi t - x)$
$Y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110(15.764\pi t - 0.15x)$
এখানে সব কয়টি রাশি SI এককে প্রকাশিত। বায়ুর ঘনত্ব 1.29 kg·m^{-3}। /ঢা. বো. ২০১৭/

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১
খ. ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন ব্যাখ্যা করো। ২
গ. তরঙ্গদ্বয় একই সময়ে শব্দায়িত করা হলে প্রতি সে. উৎপন্ন বীট নির্ণয় করো। ৩
ঘ. দ্বিতীয় তরঙ্গের মাধ্যমে উৎপন্ন শব্দটি হাসপাতালের পরিবেশের জন্য উপযুক্ত হবে কিনা– তীব্রতার লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে যাচাই করো। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্পন্দনক্ষম বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক এবং তার ওপর প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তার নিয়ে কাঁপতে থাকে, এরূপ কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম বা সঙ্গীত ও বাদ্যযন্ত্রে ব্যবহৃত স্বরগ্রামের পরপর দুটি সুরের কম্পাংকের অনুপাত ৪ ঃ ৯। কোন একটি মূলসুরের ক্ষেলে এই অনুপাতে কম্পাংকের বৃদ্ধি ঘটতে থাকে অর্থাৎ সুর চড়তে থাকে। এভাবে প্রতি 7টি সুর পরপর মূল সুরের অষ্টক পাওয়া যায়। আবার মধ্যবর্তী সুরগুলোও প্রতি 7 ঘর পরপর দ্বিগুণ কম্পাংক প্রাপ্ত হয়। যেহেতু মূল সুর ও তার অষ্টকের মধ্যবর্তী সুরগুলোও ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের অন্তর্ভুক্ত, তাই বলা যায় যে ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের সকল উপসুর সমমেল নয়।

গ দেওয়া আছে,
বায়ুতে দুটি শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ হল :
$Y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 16.35\,(105.1\pi t - x)$
$Y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110\,(15.764\pi t - 0.15x)$
$Y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin (1718.385\pi t - 16.35x)$
$Y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin (1734.04\pi t - 16.5x)$
$y = a \sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,
$2\pi f_1 = 1718.385\pi$; বা, $f_1 = 859.1925$ Hz
$2\pi f_2 = 1734.04\pi$; বা, $f_2 = 867.02$ Hz
$\therefore$ প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা, $N = f_2 - f_2$
$= (867.02 - 859.1925)$ Hz
$= 7.82275$ Hz
≈ 8 Hz **(Ans.)**

ঘ দ্বিতীয় শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ:
$Y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110\,(15.764\pi t - 0.15x)$
$= 0.25 \times 10^{-2} \sin 110 \times 0.15\,(105.09\pi t - x)$
একে $Y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{2\pi}{110 \times 0.15} = 0.3808$ m
তরঙ্গবেগ, $v = 105.09 \times 3.1416 = 330.016 \text{ m·s}^{-1}$
$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{\lambda} = 867.021$ HZ
বিস্তার, $a = 0.25 \times 10^{-2}$ m
$\therefore$ শব্দ তরঙ্গের তীব্রতা,
$I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$
$= 2 \times \pi^2 \times (867.02)^2 \times (0.25 \times 10^{-2})^2 \times 1.29 \times 330.16$
$= 3.95 \times 10^4 \text{ W·m}^{-2}$
প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12} \text{ W·m}^{-2}$
$\therefore$ তীব্রতা লেভেল, $B = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$
$= 10 \log\left(\frac{3.95 \times 10^4}{10^{-12}}\right)$
$= 165.97$ dB
কানে বেদনা দানকারী সূচন শব্দ 120 dB থেকে ও এর তীব্রতা লেভেল বেশি হওয়ায় এই শব্দটি হাসপাতালের পরিবেশের জন্য মোটেও উপযুক্ত হবে না।

প্রশ্ন ▶১৭ শামীম কোনো এক মাধ্যমে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ দেখল যার সমীকরণ —
$Y = 0.5 \sin(200\pi t - 0.602\pi x)$
তখন সে উক্ত তরঙ্গের সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দ অন্য এক মাধ্যমে করায় তরঙ্গবেগ বৃদ্ধি পেল এবং দেখতে পেল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.2 m হলো। /ঢা. বো. ২০১৬/

ক. সরল ছন্দিত গতি কাকে বলে? ১
খ. সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি— ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের তরঙ্গের তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গ-বেগ প্রথম মাধ্যমের চেয়ে কত বৃদ্ধি পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বের কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো স্পন্দন গতি সম্পন্ন কণার ত্বরণ, সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হয় তখন তার গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি বলে।

খ সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার $4°$ এর বেশি না হলে সরল দোলকের গতিপথ মোটামুটি সরলরৈখিক হয়। সেক্ষেত্রে, সরল দোলকের ত্বরণের সমীকরণ হয় $a = -\omega^2 x$ বা $a \propto -x$।
অর্থাৎ ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী, যা সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। এ কারণে সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি।

গ প্রদত্ত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 0.5\sin(200\pi t - 0.602\pi x)$ এবং অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$

x এর সহগ তুলনা করে পাই,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 0.602\pi$$

বা, $\lambda = \frac{2}{0.602}$

$= 3.322$ m **(Ans.)**

আবার t এর সহগ তুলনা করে পাই, $\frac{2\pi}{\lambda}v = 200\pi$

$\therefore v = 100 \times \lambda = 100 \times 3.322 = 332.2\ m{\cdot}s^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,
১ম মাধ্যমের তরঙ্গ বেগ, $v_1 = 332.2\ m{\cdot}s^{-1}$
১ম মাধ্যমের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda_1 = 3.322$ m
সুতরাং কম্পাংক, $f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{332.2}{3.322} = 100$ Hz
মাধ্যমদ্বয়ে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য, $\Delta\lambda = 0.2$ m
উদ্দীপক অনুসারে $v_2 > v_1$ তাই $\lambda_2 > \lambda_1$
এখন, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$
বা, $0.2 = \lambda_2 - \lambda_1$
বা, $\lambda_2 = 0.2 + 3.322 = 3.522$ m
আবার, $v_2 = f\lambda_2$
$= 100 \times 3.522 = 352.2\ m{\cdot}s^{-1}$
বেগ বৃদ্ধি, $\Delta v = v_2 - v_1$
$= (352.2 - 332.2)\ m{\cdot}s^{-1} = 20\ m{\cdot}s^{-1}$
অতএব দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গবেগ প্রথম মাধ্যমের চেয়ে $20\ m{\cdot}s^{-1}$ বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶১৮ একটি গিটারের তিনটি সদৃশ এবং সমদৈর্ঘ্যের তার A, B, C কে যথাক্রমে 100N, 200N ও 250N মানের বল দ্বারা টানা আছে। A তারটি 50 Hz কম্পাংকের শব্দ উৎপন্ন করে। রিপন অবাক হয়ে লক্ষ্য করল B ও C একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে কিন্তু A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে না। /ব. বো. ২০১৫/

ক. পরবশ কম্পন কি? ১
খ. সকল সমমেলই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয়— ব্যাখ্যা কর। ২
গ. B তারের কম্পাংক নির্ণয় কর। ৩
ঘ. A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যায় না কেন— গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্পন্দনক্ষম বস্তু যখন কোনো পর্যাবৃত্ত বলের প্রভাবে কাঁপতে থাকে তখন তার কম্পনকে পরবশ কম্পন বা আরোপিত কম্পন বলে।

খ কোনো স্বরে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যেটির কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বা মৌলিক সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের থেকে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার কোনো কোনো উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক তাকে ঐ মূল সুরের সমমেল বলে। কাজেই সকল সমমেল উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয়।

গ দেওয়া আছে,
A তারের টান, $T_1 = 100$ N
B তারের টান, $T_2 = 200$ N
A তারের কম্পাঙ্ক, $f_1 = 50$ Hz
বের করতে হবে, B তারের কম্পাঙ্ক, $f_2 = ?$
তারগুলোর দৈর্ঘ্য এবং ভর সমান বলে, $f \propto \sqrt{T}$

বা, $\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

$\therefore f_2 = f_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 50\ Hz \times \sqrt{\frac{200\ N}{100\ N}} = 70.7$ Hz

ঘ A তারের জন্য $f_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_1}{\mu}}$

C তারের জন্য $f_3 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_3}{\mu}}$

এখন, $\frac{f_3}{f_1} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}}$ বা, $f_3 = f_1\sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = 50\sqrt{\frac{250}{100}}$

$\therefore f_3 = 79$ Hz
অতএব, C তারের কম্পাঙ্ক, $f_3 = 79$ Hz
উদ্দীপক হতে, A তারের কম্পাঙ্ক, $f_1 = 50$ Hz
A ও C তার দুটিকে একত্রে কম্পিত করলে উৎপন্ন বিট, $N = f_3 - f_1 = 79\ Hz - 50\ Hz = 29$ Hz
প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিট সংখ্যা খুব বেশি হলে, শব্দের তীব্রতার হ্রাস-বৃদ্ধি এতো দ্রুত হয় যে তা উপলব্ধি করা যায় না। কানে একটানা শব্দ শোনা যায় না। পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে, বিটের সংখ্যা সেকেন্ডে 10 এর বেশি হলে কানে তা উপলব্ধি করা সম্ভব নয়।
যেহেতু 29 Hz > 10 Hz
অতএব, A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বিট শোনা যায় না।

প্রশ্ন ▶১৯ 16 m দীর্ঘ টানা তারে আড় কম্পন সৃষ্টি করতে পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করা হলে সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হবে $y = 2\sin\pi\left(30t - \frac{x}{4}\right)$; সকল রাশি S.I. এককে প্রকাশিত। /ব. বো. ২০১৭/

ক. সুর কি? ১
খ. বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল একটি বস্তুর দ্বারা কৃতকাজ শূন্য— ব্যাখ্যা কর। ২
গ. টানা তারে যে স্থিরতরঙ্গ সৃষ্টি হবে এর কম্পাংক নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত তারটিতে আন্দোলনের ফলে জোড় সংখ্যক লুপ সৃষ্টি হবে কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি মাত্র কম্পাংকবিশিষ্ট উৎস থেকে যে শব্দ নির্গত হয় তাকে সুর বলে।

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। বস্তুটি যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন প্রতিটি ক্ষুদ্র মুহূর্তে যে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সরণ ($\vec{ds}$) হয় তার দিক কেন্দ্রমুখী বলের ($\vec{F_c}$) লম্ব বরাবর হয়। ফলে প্রতিটি ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সরণে কৃতকাজ, $dW = \vec{F_c} \cdot \vec{ds} = F_c ds\cos 90° = 0$, তাই বস্তুটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরে আসলেও এমনকি বারবার ঘুরতে থাকলেও কৃতকাজের মোট পরিমাণ 0।
এ কারণেই বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল একটি বস্তুর দ্বারা কৃতকাজ শূন্য।

গ দেওয়া আছে,
সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 2\sin\pi\left(30t - \frac{x}{4}\right)$

$= 2\sin\frac{\pi}{4}(120t - x)$

ধরি, $y_1 = 2\sin\frac{\pi}{4}(120t - x)$

এবং $y_2 = 2\sin\frac{\pi}{4}(120t + x)$

স্থির তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y = y_1 + y_2 = 2\left[\sin\frac{\pi}{4}(120t - x) + \sin\frac{\pi}{4}(120t + x)\right]$$

$$= 2.2\sin\frac{\pi}{4}\left(\frac{120t - x + 120t + x}{2}\right).\cos\frac{\pi}{4}\left(\frac{120t - x - 120t - x}{2}\right)$$

$$= 4.\sin\frac{\pi}{4}120t.\cos\frac{\pi}{4}x \quad [\because \cos(-x) = \cos x)$$

$$= A\sin\frac{\pi}{4}120t$$

যেখানে, $A = 4\cos\frac{\pi}{4}x$

আমরা জানি,

স্থির তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ

$$y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt \ldots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$\lambda = 8$ m

$v = 120\ m\cdot s^{-1}$

সুতরাং কম্পাঙ্ক

বা, $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{120}{8}$ Hz

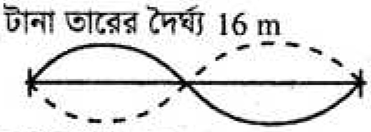
$= 15$ Hz **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,

$v = 120\ m\cdot s^{-1}$

$\lambda = 8$ m

উদ্দীপক অনুসারে, টানা তারের দৈর্ঘ্য 16 m



λ দূরত্বে লুপসংখ্যা = 2

$\therefore$ 16 m দূরত্ব অতিক্রম করলে লুপসংখ্যা হবে $= \frac{2}{\lambda}\times 16$

$= \frac{2}{8}\times 16$

$= 4$

অর্থাৎ, উদ্দীপকে বর্ণিত তারটিতে আন্দোলনের ফলে 4টি অর্থাৎ জোড় সংখ্যক লুপ সৃষ্টি হবে।

প্রশ্ন ▶২০ নাফিস তাদের টিভিতে T-20 বিশ্বকাপের বাংলাদেশ বনাম ভারতের খেলা দেখছিল। তখন টিভির শব্দের তীব্রতা 1×10^{-6} Wm^{-2}, টানটান উত্তেজনার মুহূর্তে মিতু ব্লেন্ডার মেশিন চালু করলেন যার তীব্রতা লেভেল 85 dB. এবার নাফিস টিভির সাউন্ড বাড়িয়ে দিল যার তীব্রতা লেভেল 78 dB. /ব. বো. ২০১৬/

ক. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}\times\vec{B}|$. ২

গ. নাফিস তীব্রতা লেভেল কতটুকু বৃদ্ধি করেছিল? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ব্লেন্ডার চালু অবস্থায় সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল অস্বস্তিকর হবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ ১৪(খ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

গ ১৪(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১৪(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২১ তিনটি সুর শলাকা যাদের প্রথম দুটির গায়ে কম্পাংক 450 Hz লেখা আছে যার একটি বাহু কিছুটা ক্ষয়ে গেছে। তৃতীয় সুর শলাকার গায়ে কম্পাংকের মান লিখা নেই। তৃতীয় সুরশলাকাটিকে পৃথকভাবে অপর দুটির সাথে স্পন্দিত করলে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বীট সৃষ্টি হয়। আবার প্রথম দুটি একই সাথে স্পন্দিত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট সৃষ্টি হয়। [১ম সুর শলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা 10^{-7} wm^{-2}] /ব. বো. ২০১৬/

ক. স্থির তরঙ্গ কাকে বলে? ১

খ. শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-6} wm^{-2} বলতে কী বুঝ? ২

গ. ১ম সুর শলাকাটি হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেল এককে নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্যসমূহ হতে ৩য় সুর শলাকাটির কম্পাংক নির্ণয় করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত লিখ। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একই কম্পাঙ্ক ও বিস্তারের দুটি নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গ একই সরল রেখা বরাবর বিপরীত দিক হতে আপতিত হলে তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে যে লব্ধি তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

খ শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-6} $W\cdot m^{-2}$ বলতে বুঝায়, শ্রেণিকক্ষের যে কোনো স্থানে শব্দের দিকের সাথে লম্ব এক বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে 10^{-6} J শব্দ শক্তি সঞ্চালিত হয়।

গ দেওয়া আছে,

১ম সুরশলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা, $I = 10^{-7}\ W\cdot m^{-2}$

বের করতে হবে, তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

আমরা জানি, $\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$ dB

$$= 10\log\frac{10^{-7}\ W\cdot m^{-2}}{10^{-12}\ W\cdot m^{-2}}\ \text{dB}$$

$= 50$ dB

$\therefore$ শব্দের তীব্রতা = 50 dB **(Ans.)**

ঘ প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_1 = 450$ Hz

দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_2 > 450$ Hz [$\because f_2$ এর বাহু ক্ষয়ে গেছে]

যেহেতু প্রথম সুরশলাকা দুটি একই সাথে স্পন্দিত করলে প্রতি সেকেন্ডে $N = 6$টি বীট উৎপন্ন হয়।

সুতরাং দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_2 = f_1 + N$

$= 450$ Hz + 6 Hz

$= 456$ Hz

এক্ষেত্রে তৃতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 450 Hz হতে বৃহত্তর কিন্তু 456 Hz হতে ক্ষুদ্রতর।

এর কম্পাঙ্ক f_3 হলে, প্রদত্ত শর্তমতে,

উৎপন্ন বীট সংখ্যা $= f_3 - f_1 = f_3 - f_2$

বা, $f_3 - f_1 = f_2 - f_3$

বা, $2f_3 = f_1 + f_2$

$\therefore f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{450\ \text{Hz} + 456\ \text{Hz}}{2}$

$= 453$ Hz

সুতরাং উদ্দীপকের তথ্যসমূহ হতে ৩য় সুরশলাকাটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব।

প্রশ্ন ▶২২ নাহিন পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরীতে A ও B দুটি সুরশলাকা দিয়ে বীট তৈরি করে। প্রতি সেকেন্ডে বীটের সংখ্যা 5টি. A এর কম্পাঙ্ক 300 Hz. B এর কম্পাঙ্ক অজানা। হঠাৎ করে নাহিনের হাত থেকে B সুরশলাকটি পড়ে গিয়ে B এর কিছু অংশ ভেঙ্গে যায়। পরবর্তীতে নাহিন A ও B সুরশলাকা দুটিকে পুনরায় শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট তৈরি করে। জানা কম্পাঙ্কের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} Wm^{-2}। /রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ/

ক. উপরিপাতন নীতি কী? ১
খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়– ব্যাখ্যা করো। ২
গ. A সুরশলাকা কর্তৃক উৎপন্ন শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় করো। ৩
ঘ. B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত রেখে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট কি তৈরি করা সম্ভব? এই ক্ষেত্রে A সুরশলাকার নতুন কম্পাঙ্ক গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো কণার উপর একই সময়ে দুটি তরঙ্গ আপতিত হলে সাম্যাবস্থান থেকে কণাটির লব্ধি সরণ হবে তরঙ্গ দুটির জন্য কণাটির সরণদ্বয়ের ভেক্টর সমষ্টির সমান।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ ২১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 40dB।

ঘ B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত রেখে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট তৈরি করা সম্ভব।
B সুরশলাকার ভর কমে গেলে এর কম্পাঙ্ক বেড়ে যাবে। তখনও একই সংখ্যক বীট সৃষ্টি হলে বুঝে নিতে হবে, B-এর আদি কম্পাঙ্ক < A-এর কম্পাঙ্ক। যেহেতু প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা = কম্পাঙ্কের পার্থক্য

বা, $5\text{ Hz} = f_A - f_B = 300\text{ Hz} - f_B$

$\therefore\ f_B = 300\text{ Hz} - 5\text{ Hz} = 295\text{ Hz}$

B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 295 Hz-এ অপরিবর্তিত রেখে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট তৈরি করা সম্ভব। সেক্ষেত্রে A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক পরিবর্তন করতে হবে (কমাতে হবে)। সে উদ্দেশ্যে এর গায়ে সামান্য ভর (যেমন মোমের প্রলেপ) লাগাতে হবে। ভর বৃদ্ধির ফলে A-এর কম্পাঙ্ক কমে গিয়ে নতুন কম্পাঙ্ক হবে = 290 Hz

ফলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা $= f_B' - f_A'$

$= 295\text{ Hz} - 290\text{ Hz} = 5\text{ Hz}$

$= 5$ bit/sec

প্রশ্ন ▶২৩ একটি ড্রিল মেশিন দ্বারা উৎপন্ন শব্দের অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 10\sin(300\pi t - 0.5x)$m এবং এটির তীব্রতা লেভেল 80dB। ড্রিল মেশিনটি চলার সময় একটি TV চলছিল যা হতে উৎপন্ন শব্দের তীব্রতা লেভেল ছিল 90dB. স্বাভাবিক মানুষের কানে শ্রুতি যন্ত্রণার আরম্ভ হয় 120dB হতে। *[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]*

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১
খ. মুক্তভাবে পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটা উচ্চবেগ প্রাপ্ত হয় না কেন? ২
গ. ড্রিল মেশিন হতে উৎপন্ন শব্দের বেগ কত? ৩
ঘ. উদ্দীপকের পরিস্থিতিতে কোনো মানুষ কানে যন্ত্রণা অনুভব করবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত দাও। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ অবাধভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা কিন্তু তা হয় না। এর কারণ হল বৃষ্টির ফোঁটা যখন বায়ুমন্ডলের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর ওপর বায়ুমন্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক সময় ফোঁটাটির নিট ত্বরণ শূন্য হয়। ফোঁটাটি তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে।

গ ৮(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 1884.96 ms^{-1}

ঘ ১৪(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: উদ্দীপকের পরিস্থিতিতে কোনো মানুষ কানে যন্ত্রনা অনুভব করবে না।

প্রশ্ন ▶২৪ একটি ড্রিল মেশিন থেকে তৈরি হওয়ায় অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $Y = 10\sin(300\pi t - 0.5x)$ এবং শব্দের তীব্রতা লেভেল 80dB. ড্রিল মেশিনটি চলাকালে একটি গাড়ির হর্ণ বাজছিল যার শব্দের তীব্রতা লেভেল 90dB. আমাদের কানের শব্দোচ্চতার সীমা 120dB। *[রংপুর ক্যাডেট কলেজ]*

ক. কৈশিকতা কী? ১
খ. শব্দের তীব্রতা $3 \times 10^{-6}\text{ W/m}^2$ বলতে তুমি কী বোঝ? ২
গ. ড্রিল মেশিন কর্তৃক উৎপন্ন শব্দের বেগ কত? ৩
ঘ. উদ্দীপকে উল্লিখিত শব্দদ্বয়ের সম্মিলিত শব্দ কি আমাদের কানের শ্রবণসীমার মধ্যে থাকবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো সরু নলের মধ্যদিয়ে তরলের উত্থান বা অবনমনের ধর্মকে কৈশিকতা বলে।

খ শব্দের তীব্রতা $3 \times 10^{-6}\text{ W·m}^{-2}$ বলতে বোঝায়, সংশ্লিষ্ট স্থানে শব্দের দিকের সাথে লম্ব এক বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের মধ্যদিয়ে প্রতি সেকেন্ডে 3×10^{-6} J শব্দ শক্তি সঞ্চালিত হয়।

গ অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ, $Y = a\sin(2\pi f - \frac{2\pi}{\lambda}x)$ এর সাথে তুলনা করি।
তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে,

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}x$

$\Rightarrow 0.5x = \frac{2\pi}{\lambda}x$

$\therefore\ \lambda = 4\pi$ m

$Y = 10\sin(300\pi t - 0.5x)$ হতে,
কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 300\pi$
দশা, $\delta = 0.5x$

আবার, কম্পাঙ্ক f এবং বেগ v হলে,

$\omega = 2\pi f$

$\Rightarrow 300\pi = 2\pi\frac{v}{\lambda}$

$\Rightarrow v = \frac{300\pi \times 4\pi}{2\pi}$

$= 1885$ m/s (Ans.)

ঘ আমরা জানি, শব্দের প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}\text{ W/m}^2$
ড্রিল মেশিনের শব্দের তীব্রতা = I_d হলে,

$\beta_d = 10\log\frac{I_d}{I_0}$ [β_d = ড্রিল মেশিনের শব্দের তীব্রতা লেভেল]

$\Rightarrow 80 = 10\log\frac{I_d}{10^{-12}}$

$\therefore\ I_d = 10^{-4}\text{ W/m}^2$

আবার, গাড়ির হর্ণের শব্দের তীব্রতা I_c হলে,

$\beta_c = 10\log\frac{I_c}{I_0}$ [β_c = গাড়ির শব্দের তীব্রতা লেভেল]

$\Rightarrow 90 = 10\log\frac{I_c}{10^{-12}}$

$\therefore\ I_c = 10^{-3}\text{ W/m}^2$

$\therefore$ মোট তীব্রতা, $I = I_d + I_c = (10^{-4} + 10^{-3})\text{W/m}^2$
$= 1.1 \times 10^{-3}\text{ W/m}^2$

∴ সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

$$= 10 \log \frac{1.1 \times 10^{-3}}{10^{-12}}$$

$$= 90.4 \text{ dB}$$

যেহেতু উদ্দীপক অনুযায়ী আমাদের কানের শব্দোচ্চতার সীমা 120 dB, তাই ড্রিল ও গাড়ির হর্নের সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল আমাদের শ্রবণসীমার মধ্যেই থাকবে।

প্রশ্ন ▶ ২৫ দুটি তরঙ্গ,

$$y_1 = 0.1 \sin\left(200\pi t - \frac{20\pi x}{17}\right) \text{m}$$

$$y_2 = 0.1 \sin\left(200\pi t + \frac{20\pi x}{17}\right) \text{m}$$

[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. দশা কী? ১

খ. সব সমমেল উপসুর কিন্তু সব উপসুর সমমেল নয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম তরঙ্গের তরঙ্গবেগ বের কর। ৩

ঘ. যদি তরঙ্গ দুটি পরস্পর সমপাতিত হয় তাহলে কোন ধরনের তরঙ্গ তৈরী হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে রাশি দ্বারা তরঙ্গ সঞ্চারণকারী কণার যেকোনো মুহূর্তের বেগ, সরণ, ত্বরণ ইত্যাদির সম্যক অবস্থা বুঝায় তাকে দশা বলে।

খ কোনো স্বরে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যেটির কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বা মৌলিক সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুর থেকে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার কোনো কোনো উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক তাকে ঐ মূল সুরের সমমেল বলে। কাজেই সকল সমমেল উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয়।

গ ৭ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৭ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ২৬ বায়ুতে যুগপৎভাবে বিদ্যমান দুটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ:

$$Y_1 = 0.00025 \sin 16.35(105.1\pi t - x)$$

$$Y_2 = 0.00025 \sin 110(15.764\ \pi t - 0.15x)$$

সকল রাশি এস. আই. এককে বিবেচ্য। বায়ুর ঘনত্ব 1.29 kgm^{-3}।

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. অনুনাদ কী? ১

খ. টানাতার যুক্ত বাদ্যযন্ত্রের (যেমন— সেতার, ভায়োলিন, গিটার ইত্যাদি) মাঝে ফাঁপা সিলিন্ডার/বেলন রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. যদি উপরোক্ত সমীকরণদ্বয় শব্দতরঙ্গ নির্দেশ করে, তবে কোনটি শ্রবণযোগ্য হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ টানা তারযুক্ত বাদ্যযন্ত্রের টানা তারে টোকা দিলে তারের কম্পন চারপাশের বায়ুস্তরে সঞ্চালিত হয়। তারে সৃষ্ট তরঙ্গের সাথে বায়ুস্তরের অনুনাদে সৃষ্ট সুর আমরা শুনতে পাই। এইসব বাদ্যযন্ত্রে বেলনাকৃতির ফাঁপা অংশ থাকে যার খোলা মুখের উপর দিয়ে তারগুলোকে টানটান করে রাখা হয়। তারে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গ এই বেলনাকার অংশের অভ্যন্তরীণ বায়ুস্তম্ভকে কম্পিত করে। এই কম্পন ঐ আবদ্ধ ফাঁপা অংশের বিভিন্ন দেয়ালে প্রতিফলিত হয়ে বাইরে জোরালো ও পরিষ্কার সুর হিসেবে সঞ্চালিত হয়। তাই মূলত সৃষ্ট সুরের প্রাবল্য বৃদ্ধির জন্যই টানা তারযুক্ত বাদ্যযন্ত্রের মধ্যে বেলনাকৃতির ফাঁপা অংশ রাখা হয়।

গ ১৬(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 7.82 ≈ 8Hz

ঘ প্রদত্ত উপাত্তমতে,

১ম তরঙ্গের বিস্তার, $a_1 = 0.00025\text{m}$

১ম তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f_1 = \frac{16.35 \times 105.1\pi}{2\pi}$

$$= 859\text{Hz}$$

১ম তরঙ্গের বেগ, $v_1 = 105.1\pi = 330.2 \text{ ms}^{-1}$

২য় তরঙ্গের বিস্তার, $a_2 = 0.00025\text{m}$

২য় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f_2 = \frac{110 \times 15.764\pi}{2\pi}$

$$= 867\text{Hz}$$

২য় তরঙ্গের বেগ, $v_2 = \frac{15.764\pi}{0.15} = 330.2 \text{ ms}^{-1}$

দেওয়া আছে, বায়ুর ঘনত্ব $\rho = 1.29 \text{ kgm}^{-3}$

∴ ১ম তরঙ্গের তীব্রতা,

$$I_1 = 2\pi^2 f_1^2 a_1^2 \rho v_1$$

$$= 2 \times 9.87 \times 859^2 \times 0.00025^2 \times 1.29 \times 330.2$$

$$= 387.8 \text{ Wm}^{-2}$$

এর তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log \frac{387.8 \text{ Wm}^{-2}}{10^{-12} \text{ Wm}^{-2}} = 14.59\text{dB}$

$$= 145.9 \text{ dB}$$

২য় তরঙ্গের তীব্রতা,

$$I_2 = 2\pi^2 f_2^2 a_2^2 \rho v_2$$

$$= 2 \times 9.87 \times 867^2 \times 0.00025^2 \times 1.29 \times 330.2$$

$$= 395.03 \text{ Wm}^{-2}$$

এর তীব্রতা লেভেল $= \log \frac{I_2}{I_0} = \log \frac{395.03 \text{ Wm}^{-2}}{10^{-12} \text{ Wm}^{-2}} = 14.6\text{B}$

$$= 146 \text{ dB}$$

উভয় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক শ্রবণযোগ্য। তবে তীব্রতা এত অধিক যে, তারা শ্রবণযোগ্য হলেও কর্ণের সমূহ ক্ষতি করবে।

প্রশ্ন ▶ ২৭ দুটি অর্গান নলের দৈর্ঘ্য 60 cm ও 70 cm। এদের একত্রে বাজালে এরা প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন করে।

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]

ক. তরঙ্গ তীব্রতা কী? ১

খ. উপরিপাতনের নীতি ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বাতাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি নলদ্বয় প্রতি সেকেন্ডে 10টি বীট উৎপন্ন করে তবে বাতাসে শব্দের বেগের পরিবর্তন নির্ণয় কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরঙ্গের সমকোণে একক ক্ষেত্রফলের মধ্যদিয়ে এক সেকেন্ডে যে পরিমাণ শক্তি প্রবাহিত হয় তাকে ঐ তরঙ্গের তীব্রতা বলে।

খ **উপরিপাতন নীতি:** কোনো কণার উপর একই সময়ে দুটি তরঙ্গ আপতিত হলে সাম্যাবস্থান থেকে কণাটির লব্ধি সরণ হবে তরঙ্গ দুটির জন্য কণাটির সরণদ্বয়ের ভেক্টর সমষ্টির সমান।

ব্যাখ্যা: যদি দুই তরঙ্গের ফলে মাধ্যমের কোনো কণার সরণ একই দিকে হয় তাহলে কণাটির লব্ধি সরণ হবে প্রত্যেক তরঙ্গ দ্বারা সৃষ্ট সরণের যোগফলের সমান আর বিপরীত দিকে সরণ হলে তা হবে পার্থক্যের সমান। কোনো তরঙ্গের জন্য একটি কণার সরণ y_1 এবং অপর একটি তরঙ্গের জন্য সরণ y_2 হলে লব্ধি সরণ, $\vec{y} = \vec{y_1} + \vec{y_2}$

বা, $y = y_1 \pm y_2$

গ অর্গান নলের ন্যায় দুই মুখ খোলা নলের জন্য

$\frac{\lambda}{2} = \ell_1$

বা, $\lambda_1 = 120$ cm
$= 1.2$ m

দেওয়া আছে,
নলের দৈর্ঘ্য,
$\ell_1 = 60$ cm
এবং $\ell_2 = 70$ cm
বীট সংখ্যা, N = 5
বাতাসে শব্দের বেগ, v = ?

এবং $\frac{\lambda_2}{2} = \ell_2$

বা, $\lambda_2 = 140$ cm
$= 1.4$ m

এখন, $\lambda_1 < \lambda_2$

$\therefore \quad f_1 > f_2$

বা, $N = f_1 - f_2 = v\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$

বা, $5 = v\left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{1.4}\right)$

বা, $v = 42\text{ms}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,

$\lambda_1 = 1{\cdot}2$ m

এবং $\lambda_1 = 1{\cdot}4$m

যেহেতু $\lambda_2 > \lambda_1$

$\therefore \quad f_1 > f_2$

প্রথম ক্ষেত্রে বাতাসে শব্দের বেগ, $v_1 = 42\text{ ms}^{-1}$ ('গ' হতে প্রাপ্ত)

২য় ক্ষেত্রে শব্দের বেগ v_2 (ধরি)

এখন প্রতি সেকেন্ডে 10টি বীট উৎপন্ন হলে,

$N = f_1 - f_2$

বা, $10 = f_1 - f_2$

বা, $10 = v_2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$

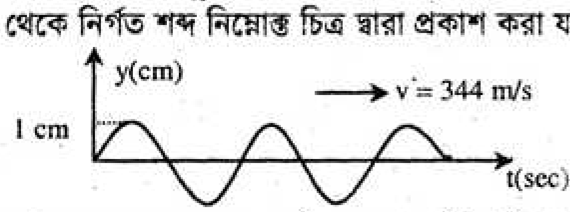
বা, $v_2 = \frac{10}{\left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{1.4}\right)}$

$= 84\text{ ms}^{-1}$

$= 2v_1$

অর্থাৎ শব্দের বেগ দ্বিগুণ হয়ে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ২৮ একটি সাবসোনিক জেট কোনো স্থানে ভূমি থেকে 115m উচ্চতা দিয়ে চলে গেলে ভূমিতে 1000 W/m² তীব্রতার শব্দ অনুভূত হয়। জেট থেকে নির্গত শব্দ নিম্নোক্ত চিত্র দ্বারা প্রকাশ করা যায়।



ঐ স্থানের বায়ুর ঘনত্ব 1.225 kg/m³। বেদনা সৃষ্টিকারী শব্দের সর্বনিম্ন তীব্রতা লেবেল 120 dB। *[নটর ডেম কলেজ]*

ক. উপসুর কী? ১

খ. স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে শক্তির স্থানান্তর ঘটে কি? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. জেট বিমান থেকে নির্গত শব্দের কম্পাংক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. জেট বিমানটির উচ্চতার কীরূপ পরিবর্তন করলে ভূমিতে অবস্থিত কোনো ব্যক্তির নিকট শব্দের তীব্রতা লেভেল বেদনা সৃষ্টিকারীর সর্বনিম্ন সীমা হবে? ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্বরের মধ্যে, মূল সুর বাদে অন্যসব সুর, যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি, তাদেরকে উপসুর বলে।

খ কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একই মানের বেগে বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর আপতিত হলে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে। এক্ষেত্রে তরঙ্গ উক্ত সীমিত অংশে স্থির থাকে, অগ্রগামী হয় না। ফলে শক্তিও উক্ত স্থানে স্থির থাকে, সঞ্চালিত হয় না।

গ শব্দের কম্পাঙ্ক f হলে, শব্দের তীব্রতা, $I = 2\pi\rho f^2 a^2 v$

বা, $f^2 = \frac{I}{2\pi\rho a^2 v}$

$\therefore f = \sqrt{\frac{I}{2\pi\rho a^2 v}}$

$= \sqrt{\frac{1000}{2 \times 3.1416 \times 1.225 \times (0.01)^2 \times 344}}$

$= 61.46$ Hz **(Ans.)**

এখানে,
শব্দের বেগ, v = 344 m/s
শব্দ তরঙ্গের বিস্তার, a = 1cm = 0.01 m
বায়ুর ঘনত্ব, ρ = 1.225 kgm⁻³
শব্দের তীব্রতা, I = 1000 W/m²

ঘ মানুষের কানে বেদনা সৃষ্টি করে 120dB বা তার বেশি তীব্রতা লেভেলের শব্দ। কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল 120dB ও সে শব্দের তীব্রতা I_2 হলে,

$\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$

বা, $\frac{\beta}{10} = \log \frac{I_2}{I_0}$

বা, $I_2 = 10^{\frac{\beta}{10}} \times I_0$; [I_0 = প্রমাণ তীব্রতা $= 10^{-12}\text{ Wm}^{-2}$]

$= 10^{\frac{120}{10}} \times 1 \times 10^{-12}$ [β = 120 dB]

$= 1\text{ Wm}^{-2}$

এখন, উক্ত জেট বিমানের উচ্চতা, r_2 হলে যদি তীব্রতা I_2 হয় তবে,

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ যেহেতু তীব্রতা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

$\therefore r_2^2 = r_1^2 \times \frac{I_1}{I_2}$

বা, $r_2 = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \times r_1$

$= \sqrt{\frac{1000}{1}} \times 115$

$= 3.6 \times 115$

$= 3636.62$ m.

অর্থাৎ, জেট বিমানটি ভূমি হতে 3636.62 m উপরে দিয়ে গেলে মানুষের কানে বেদনা সৃষ্টিকারী শব্দের তীব্রতা লেভেলের নিম্নসীমার সমান হবে।

এক্ষেত্রে উচ্চতার পরিবর্তন (বৃদ্ধি) = 3636.62m − 115m
= 3521.62m

প্রশ্ন ▶ ২৯ নাফিদের দ্বারা 312Hz এবং 325Hz কম্পাঙ্কের সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য হলো 0.21m. *[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. উপরিপাতন নীতি কাকে বলে? ১

খ. একমুখ খোলা নলের চেয়ে বাঁশি হতে নিঃসৃত সুর বেশি শ্রুতিমধুর লাগে কেন? ২

গ. উদ্দীপক ব্যবহার করে মাধ্যমে শব্দের বেগ কত নির্ণয় কর। ৩

ঘ. নাফিদ কি বীট শুনতে পাবে? উদ্দীপক হতে আলোচনা কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো মাধ্যমের কোনো বিন্দুতে একই সঙ্গে দুটি তরঙ্গ আপতিত হয় তখন প্রত্যেক তরঙ্গের প্রভাবে সাম্যাবস্থা থেকে মাধ্যমের কণার সরণ হয়। এ ঘটনাকে তরঙ্গের উপরিপাতন বলে।

খ একমুখ খোলা নলে শুধুমাত্র মূল সুরের বিজোড় সমমেল পাওয়া যায়। কিন্তু দুই মুখ খোলা নলে যেমন : বাঁশিতে মূল সুরের জোড় ও বিজোড় সকল প্রকার সমমেল পাওয়া যায়। সেজন্য একমুখ খোলা নল অপেক্ষা বাঁশি হতে নিঃসৃত সুর শ্রুতিমধুর হয়।

গ এখন, একই মাধ্যমে $v = f\lambda =$ ধ্রুবক

যেহেতু $f_1 < f_2$

সেহেতু $\lambda_1 > \lambda_2$

প্রশ্নমতে, $\lambda_1 - \lambda_2 = 0.21$

বা, $\frac{v}{f_1} - \frac{v}{f_2} = 0.21$

বা, $v\left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\right) = 0.21$

বা, $v\left(\frac{1}{312} - \frac{1}{325}\right) = 0.21$

$\therefore v = 1638\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
১ম কম্পাঙ্ক, $f_1 = 312\ Hz$
২য় কম্পাঙ্ক, $f_2 = 325\ Hz$
শব্দের বেগ, $v = ?$

ঘ নাফিদের দ্বারা সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্ক $f_1 = 312\ Hz$ এবং $f_2 = 325\ Hz$

অর্থাৎ, বীট সংখ্যা $N = f_2 - f_1$
$= (325 - 312)\ Hz$
$= 13\ Hz$

সৃষ্ট বীট সংখ্যা 10 অপেক্ষা অধিক হলে 0.1 sec এর কম সময়ে প্রতিটি বীট শুনতে পাবে। কিন্তু মস্তিষ্ক 0.1s এর কম ব্যবধানের দুটি শব্দ আলাদা করতে পারে না। এখানে, দুটি বীটের সময় ব্যবধান $t = \frac{1}{13} =$ 0.079 sec যা 0.1 sec অপেক্ষা কম। অর্থাৎ নাফিদ বীট শুনতে পাবে না।

প্রশ্ন ▶ ৩০



তরঙ্গটির সমীকরণ, $Y = -4 \sin\frac{\pi x}{15} \cos 96\ \pi t$ সমীকরণের রাশিগুলো SI এককে প্রকাশিত। *[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*

ক. সলো কাকে বলে? ১

খ. তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়, কিন্তু দেয়ালে আঘাত করলে ততোটা জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয় না কেন– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের সমীকরণে একটি সুস্পন্দ ও একটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. মূল তরঙ্গ দুটির সমীকরণের রূপ কেমন হবে– গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে যাচাই কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি মাত্র বাদ্যযন্ত্র হতে যে স্বর সৃষ্টি হয় তাকে সলো বা একক সঙ্গীত বলে।

খ আমরা অর্থবহ যেসব শব্দ শুনি তার বেশিরভাগই অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্টি। কোনো বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক আর তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হয় এবং জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়। তবলায় আঘাত করলে পর্দার কম্পাঙ্ক এবং বায়ুস্তম্ভের কম্পাংক কাছাকাছি মানের হয়, তাই এক্ষেত্রে অনুনাদ সৃষ্টি হয়। কিন্তু দেয়ালের কম্পাঙ্ক এবং সংলগ্ন বায়ুস্তম্ভের কম্পাংক সমান বা কাছাকাছি হয় না। তাই এক্ষেত্রে অনুনাদ সৃষ্টি হয় না। তদুপরি যান্ত্রিক শক্তি বিভিন্ন দিকে ছড়িয়ে যায় বলে এক্ষেত্রে শব্দের তীব্রতা অত্যন্ত স্বল্প হয়। এ সকল কারণে, তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দের সৃষ্টি হয়, কিন্তু দেয়ালে আঘাত করলে ততটা জোরালো শব্দের সৃষ্টি হয় না।

গ এখানে,

তরঙ্গটির সমীকরণ, $Y = -4 \sin\frac{\pi x}{15} \cos 96\pi t$

স্থির তরঙ্গের মূল সমীকরণ,

$Y = -2a \sin\frac{2\pi}{\lambda} x \cos 2\pi ft$

অতএব, উদ্দীপকের সমীকরণটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ। তুলনা করে পাই, $\frac{\pi x}{15} = \frac{2\pi x}{\lambda}$

বা, $\frac{1}{15} = \frac{2}{\lambda}$

$\therefore \lambda = 30\ m$

অর্থাৎ সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{\lambda}{4} = \frac{30}{4} = 7.5\ m$ **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই, তরঙ্গটির সমীকরণ

$Y = -4 \sin\frac{\pi x}{15} \cos 96\ \pi t$

$= -2 \times 2 \sin\frac{\pi x}{15} \cos 96\ \pi t$

$= 2 \times 2 \sin\left(-\frac{\pi x}{15}\right) \cos 96\ \pi t$

'গ' হতে পাই, $\lambda = 30$ এবং $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda} x . \cos\frac{2\pi}{\lambda} vt$

সমীকরণের সাথে সদৃশ করি।

$\therefore Y = -2 \times \left[2 \sin\frac{2\pi}{30} x \cos\frac{2\pi}{30} 1440t\right]$

$= -2 \sin\frac{2\pi}{30}(1440t - x) + 2 \sin\frac{2\pi}{30}(1440\ t + x)$

$= y_1 + y_2$

অর্থাৎ, $y_1 = -2 \sin\frac{2\pi}{30}\ (1440t - x)$

এবং $y_2 = +2 \sin\frac{2\pi}{30}(1440t + x)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩১ একটা ড্রিল মেশিন দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 20\sin\ (300\pi t - 2.05x)$ এর শব্দের তীব্রতা লেভেল 70dB. ড্রিল মেশিন চলার সময় একটা হর্নের তীব্রতা পাওয়া গেল 90dB. [তরঙ্গের সমীকরণ S.I এককে দেওয়া আছে] *[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১

খ. কোনো শব্দের তীব্রতা $3 \times 10^{-5} Wm^{-2}$ বলতে কী বুঝায়? ২

গ. ড্রিল মেশিনে সৃষ্ট শব্দের বেগ কত? ৩

ঘ. উভয় শব্দ একত্রে সৃষ্টি করলে মানুষের কানে কীরূপ প্রতিক্রিয়া সৃষ্টি করবে? ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ কোনো শব্দের তীব্রতা $3 \times 10^{-5}\ Wm^{-2}$ বলতে বুঝায়, যে কোনো স্থানে শব্দের দিকের সাথে লম্ব এক বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের মধ্যদিয়ে প্রতি সেকেন্ডে $3 \times 10^{-5} J$ শব্দ শক্তি সঞ্চালিত হয়।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর : $459.7\ ms^{-1}$।

ঘ ১৪ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৩২ তিনটি সুরশলাকা A, B এবং C একটি মাধ্যমে শব্দ তৈরি করছে। সুরশলাকা তিনটি থেকে যে তরঙ্গ উৎপন্ন হচ্ছে তাদের সমীকরণগুলো হলো $y_A = 0.1\sin 650\ \pi\left(t - \frac{x}{330}\right)$, $y_B = 0.3\sin 596\ \pi\left(t - \frac{x}{330}\right)$ এবং $y_C = 0.5\sin 604\ \pi\left(t - \frac{x}{330}\right)$

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

ক. শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে? ১

খ. একটি ফাঁপা গোলক দ্বারা তৈরি সেকেন্ড দোলককে অর্ধেক পানি দ্বারা পূর্ণ করলে দোলনকালের কোনো পরিবর্তন হবে কি– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. B সুরশলাকা দ্বারা উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. B ও C সুরশলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে বীট শোনা যায় কিন্তু A ও B সুরশলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে বীট শোনা যায় না কেন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log_{10}\frac{I}{I_0}$।

খ দোলকের দোলনকাল নির্ভর করে কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এর উপর। একটি ফাঁপা গোলক দ্বারা সেকেন্ড দোলক তৈরী করলে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য সুতার ঝুলন বিন্দু থেকে ববের ভরকেন্দ্র পর্যন্ত। কিন্তু অর্ধেক পরিমাণ পানি দ্বারা গোলকটি পূর্ণ করলে এর ভারকেন্দ্র নিচে নেমে যাবে অর্থাৎ পরিবর্তিত হয়ে যাবে। কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$ এখানে r হচ্ছে গোলকের পৃষ্ঠ থেকে ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব। r বৃদ্ধি পেলে L বৃদ্ধি হবে। আবার, $T \propto \sqrt{L}$ অর্থাৎ, দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে।

গ এখানে, B সুরশলাকা থেকে উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y_B = 0.3 \sin 596\pi\left(t - \frac{x}{330}\right)$$

বা, $y_B = 0.3 \sin\left(596\pi t - \frac{596\pi x}{330}\right)$

তরঙ্গের মূল সমীকরণ,

$$y = a \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

এর সাথে তুলনা করে পাই,

$2\pi f = 596\pi$

বা, $f = \frac{596\pi t}{2\pi t}$

$\therefore f = 298$ Hz

আবার, $\frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{596\pi x}{330}$

বা, $\lambda = \frac{330 \times 2}{596}$

$\therefore \lambda = 1.11$ m

অর্থাৎ, তরঙ্গ বেগ, $v = f\lambda = 298 \times 1.11$

$= 330.78\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ অগ্রগামী তরঙ্গের মূল সমীকরণ,

$$y = a \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \text{ .... (i)}$$

যখন উদ্দীপক হতে পাই, A সুরশলাকার সমীকরণ,

$y_A = 0.1 \sin 650\pi\left(t - \frac{x}{330}\right)$

$= 0.1 \sin\left(650\pi t - \frac{650\pi x}{330}\right)$

(i) এর সাথে তুলনা করে পাই,

$2\pi ft = 650\pi t$

বা, $f = 325$ Hz

অর্থাৎ, A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক $f_A = 325$ Hz.

'গ' হতে পাই, B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক $f_B = 298$ Hz

উদ্দীপক হতে, C সুরশলাকার সমীকরণ,

$$y_C = 0.5 \sin 604\pi\left(t - \frac{x}{330}\right)$$

(i) এর সাথে তুলনা করে পাই,

$2\pi ft = 604\pi t$

বা, $f = 302$ Hz

অর্থাৎ, C সুরশলাকার কম্পাংক $f_c = 302$ Hz.

এখন, B ও C কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা

$N = f_C - f_B$

$= 302 - 298$

$= 4$

A ও B সুরশলাকাদ্বয়কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীটসংখ্যা $= 325 - 302 = 23\text{Hz} >> 10\text{Hz}$।

কিন্তু বীট সংখ্যা 10 বা তার অধিক হলে মানুষ তা শুনতে পাবে না। এ কারণে B ও C কে একত্রে শব্দায়িত করলে বীট শোনা যায়, কিন্তু A ও B কে একত্রে শব্দায়িত করলে বীট শোনা যায় না।

প্রশ্ন ▶৩৩ তরঙ্গাস্থিত কোনো কণার দশটি পূর্ণকম্পনের সময় তরঙ্গ একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে 7m দূরত্ব অতিক্রম করে। তরঙ্গের কম্পাংক 480 Hz। *[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ]*

ক. দশা কী? ১

খ. প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট বলতে কী বোঝায়? ২

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. একই মাধ্যমে 1200π rad/s কৌণিক দ্রুতিতে চলমান তরঙ্গাস্থিত কোনো কণা দশটি পূর্ণকম্পনে আদি তরঙ্গের সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে কিনা– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে রাশি দ্বারা তরঙ্গ সঞ্চারণকারী কণার যেকোনো মুহূর্তের বেগ, সরণ, ত্বরণ ইত্যাদির সম্যক অবস্থা বুঝায় তাকে দশা বলে।

খ প্রতি সেকেন্ডে বীট 6টি বলতে বুঝায়, মূল শব্দ তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে লব্ধি তরঙ্গের শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে 6 বার হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে 6টি তীব্র শব্দ শোনা যায় এবং 6টি নিঃশব্দ সৃষ্টি হয়।

গ

এখানে, তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f = 480$ Hz
কম্পন সংখ্যা, $N = 10$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 7$m
তরঙ্গটির বেগ, $v = ?$

এখন, তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে,

$s = N\lambda$

বা, $\lambda = \frac{s}{N} = \frac{7}{10}$

$= 0.7$ m

অর্থাৎ, $v = f\lambda$

$= 480 \times 0.7$

$= 336\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ কণাটির কৌণিক দ্রুতি, $\omega = 1200\pi$ rad/s

এখন, $\omega = 2\pi f$

বা, $f = \frac{1200\pi}{2\pi}$

$= 600$ Hz

একই মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ, $v = 336\ ms^{-1}$

আবার, তরঙ্গটির বেগ, $v = f\lambda$

বা, $\lambda = \frac{v}{f}$

$= \frac{336}{600}$

$= 0.56$m

এখন, 10টি কম্পনে কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s = N\lambda$

$= 10 \times 0.56$

$= 5.6$m

উদ্দীপকের আদি তরঙ্গ 10টি কম্পনে 7m দূরত্ব অতিক্রম করে। এই তরঙ্গের ক্ষেত্রে অতিক্রান্ত দূরত্ব 5.6m. অর্থাৎ একই দূরত্ব অতিক্রম করবে না।

প্রশ্ন ▶ ৩৪ দুটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হলো—

$$y_1 = 0.5\sin\pi\left(100t - \frac{x}{3.4}\right)$$

$$y_2 = 0.5\sin\pi\left(110t - \frac{x}{3.09}\right)$$

এখানে, রাশিগুলো S.I এককে আছে। শব্দ তরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন করা হয়। *[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]*

ক. অনুনাদ কী? ১

খ. সকল হারমোনিক সুর উপসুর, কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক সুর নয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম তরঙ্গটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তরঙ্গ দুটি বীট উৎপন্ন করবে কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : $340ms^{-1}$

ঘ $y_1 = 0.5\sin\pi\left(100t - \frac{x}{3.4}\right)$

$\therefore\ y_1 = 0.5\sin\left(2\pi \times 50t - \frac{x}{3.4}\right)$

$y_2 = 0.5\sin\pi\left(110t - \frac{x}{3.09}\right)$

$\therefore\ y_2 = 0.5\sin\left(2\pi \times 55t - \frac{x}{3.09}\right)$

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = a\sin(2\pi ft - \delta)$

সুতরাং প্রথম তরঙ্গের কম্পাংক = 50 Hz

২য় তরঙ্গের কম্পাংক = 55 Hz

সুতরাং উৎপন্ন বীট = (55 – 50) Hz
= 5 Hz

শব্দ তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি প্রবল শব্দ উৎপন্ন হবে যা 10 হতে কম। সুতরাং তরঙ্গদ্বয় বীট তৈরী করবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৫ 25টি সুরশলাকাকে কম্পাংকের উর্ধক্রমানুসারে স্থাপন করা হয়েছে। সর্বশেষ শলাকার কম্পাংক প্রথমটির তিনগুণ এবং পরপর অবস্থিত যে কোনো দুটি শলাকা প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বীট উৎপন্ন করে। *[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]*

ক. প্রমাণ তীব্রতা কী? ১

খ. উপসুর ও মূলসুরের মধ্যে পার্থক্য কী? ২

গ. প্রথম সুরশলাকাটির কম্পাংক কত? ৩

ঘ. 19 তম সুরশলাকার স্থলে 144 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকা স্থাপন করলে 20 তম সুরশলাকাটির সাথে এটির প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট শ্রুতিগোচর হবে কি না বিশ্লেষণ করে দেখাও। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক 1000 Hz কম্পাংকের $10^{-12}\ Wm^{-2}$ তীব্রতার শব্দকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

খ

মূলসুর	উপসুর
১. কোনো স্বরে যে সব বিভিন্ন সুর থাকে তাদের মধ্যে যে সুরের কম্পাংক সবচেয়ে কম তাকে মূলসুর বলে।	১. কোনো স্বরে মূলসুর ব্যতীত অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূলসুর অপেক্ষা বেশি তাদের উপসুর বলে।
২. মূল সুরকে ১ম হারমোনিক বলা হয়।	২. উপসুরগুলোর মধ্যে যাদের কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক তাদের হারমোনিক বলা হয়।

গ প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক f_1 ও 25তম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক f_{25} হলে,

$f_{25} = 3f_1$

আবার, পরপর দুটি সুরশলাকার মধ্যকার কম্পাংকের পার্থক্য 5Hz বলে,

$f_{25} - f_1 = 5 \times 24 = 120$

বা, $3f_1 - f_1 = 120$

বা, $f_1 = \frac{120}{2} = 60Hz$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে পাই, ১ম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_1 = 60Hz$

20 তম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক f_{20} হলে,

$f_{20} - f_1 = 19 \times 5 = 95$

বা, $f_{20} = 95 + f_1 = 95 + 60$

$\therefore\ f_{20} = 155$

এখন, 19তম সুরশলাকার স্থলে, $f_{19} = 144Hz$ এর সুরশলাকা স্থাপন করলে এ সুরশলাকাদ্বয়ের মধ্যে কম্পাংকের পার্থক্য $f_{20} - f_{19} = 155 - 144 = 11Hz$.

$\therefore$ বীটসংখ্যা, N = 11Hz

$\therefore$ উৎপন্ন বীটের পরপর দুটি সর্বোচ্চ শব্দোচ্চতা বা সর্বনিম্ন শব্দোচ্চতার মধ্যে সময় $= \frac{1}{11} = 0.09091$ sec। কিন্তু মানুষের মস্তিষ্কে কোনো শব্দ অনুভূত হওয়ার পর 0.1 sec পর্যন্ত উক্ত শব্দের রেশ থেকে যায়। তাই এর চাইতে দ্রুত কোনো শব্দের পরিবর্তন মস্তিষ্ক অনুভব করতে পারবে না।

অতএব, উক্ত ক্ষেত্রে উৎপন্ন বীট শ্রুতিগোচর হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৩৬ $Y = 6\sin\left(8\pi t - \frac{\pi x}{25}\right)$ একটি চলমান তরঙ্গের সমীকরণ নির্দেশ করে; যেখানে x ও y কে সেন্টিমিটারে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটি $0.09kgm^{-3}$ ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্যদিয়ে সঞ্চালিত হচ্ছে। কানে যন্ত্রণার উদ্বেগ সৃষ্টিকারী শব্দের তীব্রতা লেভেল 120dB. *[নিউ গভ: ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী]*

ক. অনুনাদ কী? ১

খ. পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর সুরঙ্গ পথে একটি বস্তুর দোলন— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তরঙ্গটি শ্রোতার কানে যন্ত্রণার সৃষ্টি করবে কিনা— গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ ধরা যাক, পৃথিবী সুষম ঘনত্বের R-ব্যাসার্ধের একটি গোলক। গোলকটির AB ব্যাস বরাবর একটি ঘর্ষণহীন সুড়ঙ্গ কল্পনা করা হলো। এখন m ভরের একটি বস্তুকে AB সুড়ঙ্গের মধ্যে ফেলে দেওয়া হলো এবং কিছুক্ষণ পর বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h দূরত্ব অতিক্রম করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বের C অবস্থানে এলো। O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OC = r

এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলক আঁকা হলো। আমরা জানি, এই অবস্থানে বস্তুটির উপর শুধু r ব্যাসার্ধের গোলকটির ভর M′ আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। এই গোলকের বাইরের ভর বস্তুটির উপর কেন্দ্রের দিকে কোনো বল প্রয়োগ করবে না। তাহলে r ব্যাসার্ধটির গোলকের অভ্যন্তরে ভর হলো,

$$M' = \rho V' = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

এখানে, V′ হচ্ছে r ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তন এবং ρ হচ্ছে পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব।

মহাকর্ষীয় বলের সূত্রানুসারে, m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল,

$F = -\frac{GmM'}{r^2} = -\frac{Gm\rho 4\pi r^3}{3r^2} = -\left(\frac{4\pi mG\rho}{3}\right) r$ (এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বল বোঝায়)

এখানে, $\frac{4\pi mG\rho}{3} = k =$ ধ্রুবক।

$\therefore F = -kr$

সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, বল, সরণ r এর সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী অর্থাৎ বস্তুটির গতি সরল দোলন গতি। অর্থাৎ বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রকে সাম্যবস্থানে রেখে সরল দোলন গতিতে দুলতে থাকবে।

গ ১২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য। **উত্তর:** 4 Hz।

ঘ ১৬(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: শব্দোচ্চতার লেভেল 133.11 dB > 120 dB। অতএব, যন্ত্রণার সৃষ্টি হবে।

প্রশ্ন ▶৩৭ কোনো এক ঝড়ে 1m বিস্তারে ঢেউ নদীর পাড়ের বাঁধের উপর আঘাত করছিল। পানির বেগ ছিল 64 kmh^{-1}। ঢেউয়ের তীব্রতা ছিল 1.4×10^6 Wm^{-2}। বাঁধের উপাদানের কম্পাঙ্ক 2 Hz। এক পর্যায়ে বাঁধটি ভেঙ্গে গেল। *[নরসিংদী বিজ্ঞান কলেজ, নরসিংদী]*

ক. বীট কী? ১

খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়– ব্যাখ্যা করো। ২

গ ঢেউয়ের তীব্রতা লেভেল কত? ৩

ঘ. বাঁধটি ভেঙ্গে যাবার কারণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে– তোমার মতামত ব্যক্ত করো। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের কিন্তু কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরলরেখায় একই দিকে সঞ্চালিত হলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ তীব্রতা লেভেল,

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

$= 10 \log \frac{1.4 \times 10^6}{10^{-12}}$

$= 181.5$ dB **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
ঢেউয়ের তীব্রতা, $I = 1.4 \times 10^6$ W/m^2
জানা আছে,
প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

ঘ ঢেউ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক f হলে ঢেউয়ের তীব্রতা,

$I = 2\pi^2 \rho v a^2 f^2$

বা, $1.4 \times 10^6 = 2\pi^2 \times 1000 \times 17.78 \times 1^2 \times f^2$

$\therefore f = 2$ Hz **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
তীব্রতা, $I = 1.4 \times 10^6$ W/m^2
বিস্তার, a = 1m
বেগ, v = 64 km/h = 17.78 m/s
পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000$ kg/m^3

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে ঢেউয়ের তীব্রতা বাঁধের উপাদানের কম্পাঙ্কের সমান। অর্থাৎ ঢেউ ও বাঁধ মিলে অনুনাদ সৃষ্টি করবে যার ফলে বাঁধটি ভেঙ্গে যাবে।

প্রশ্ন ▶৩৮ আবাসিক এলাকার একপ্রান্তে একটি বাড়ির পাশে 10m দূরে অবস্থিত ইট ভাজার ক্রাশিং মেশিনের সৃষ্ট শব্দের জন্য ঐ বাড়িতে শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-4} Wm^{-2}$। শব্দ দূষণের কারণে এলাকাবাসি পরিবেশ অধিদপ্তরে অভিযোগ করলে নির্মাণ প্রতিষ্ঠান মেশিনটিকে বাড়ি থেকে 200m দূরে স্থাপন করে কাজ অব্যাহত রাখল। পরিবেশ অধিদপ্তরের নীতিমালা অনুযায়ী আবাসিক এলাকায় শব্দের সর্বোচ্চ তীব্রতা লেভেল হবে 60 dB। *[মাইলস্টোন কলেজ]*

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১

খ. "সকল হারমনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমনিক নয়"–ব্যাখ্যা কর। ২

গ. মেশিনটি সরিয়ে নেওয়ার পূর্বে ঐ বাড়িতে শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. নির্মাণ প্রতিষ্ঠানটি পরিবেশ অধিদপ্তরের নীতিমালা মেনেছিল কি? গাণিতিকভাবে যুক্তি দাও। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ প্রত্যেক স্বরই দুই বা ততোধিক সুরের সমষ্টি। কোনো স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যার কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূলসুর বা মৌলিক সুর বলে। অন্য সকল সুর যার কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি তাদের উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূলসুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে। কাজেই, সকল হারমোনিক উপসুর, কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়।

গ তীব্রতা লেভেল,

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

$= 10 \log \left(\frac{1 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-12}}\right)$

$= 10 \log 10^8$

$= 80$ dB **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
প্রদত্ত শব্দের তীব্রতা, $I = 1 \times 10^{-4}$ W/m^{-2}
প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 1 \times 10^{-12}$ W/m^{-2}
তীব্রতা লেভেল, β = ?

ঘ তীব্রতা, I = $\frac{\text{একক সেকেন্ডে নির্গত শব্দ শক্তি}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

বা, $I = \frac{P}{4\pi r^2}$

$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}$ এবং $I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$

বা, $\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$

বা, $I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \times I_1$

$= \left(\frac{10}{200}\right)^2 \times 1 \times 10^{-4}$

$= 2.5 \times 10^{-7}$ Wm^{-2}

এখানে,
মেশিন সরানোর পূর্বে দূরত্ব, $r_1 = 10$ m
সরানোর পর দূরত্ব, $r_2 = 200$ m
সরানোর পূর্বে তীব্রতা, $I_1 = 10^{-4}$ Wm^{-2}
সরানোর পরে তীব্রতা I_2 = ?

এখন তীব্রতা লেভেল, $\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$

$$= 10 \log \left(\frac{2.5 \times 10^{-7}}{1 \times 10^{-12}}\right)$$

$$= 53.98 \text{ dB}$$

যা 60 dB অপেক্ষা কম। অর্থাৎ নির্মাণ প্রতিষ্ঠানটি পরিবেশ অধিদপ্তরের নীতিমালা মেনেছিল।

প্রশ্ন ▶ ৩৯ মেধাবী ছাত্রী মালিহা 300 Hz কম্পাংক ও 0.25 cm বিস্তারের শব্দ তরঙ্গ পরপর বায়ু ও পানিতে প্রেরণ করে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4.16 m পেল। এতে উভয় মাধ্যমে শব্দের বেগ ও তীব্রতা ভিন্ন ভিন্ন পাওয়া গেল। নূরজাহান বললো শব্দের বেগ ও তীব্রতার মান বায়ু মাধ্যম থেকে পানি মাধ্যমে বেশি পাওয়া যাবে। বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ 352 ms^{-1} এবং বায়ু ও পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 1.29 kgm^{-3} ও 1000 kgm^{-3}। *[লক্ষ্মীপুর সরকারি কলেজ]*

ক. তরঙ্গের তীব্রতা কাকে বলে? ১

খ. এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নুরজাহানের বক্তব্যের যথার্থতা যাচাই করো। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

১৫ নং সৃজনশীল প্রশোত্তর দ্রষ্টব্য

প্রশ্ন ▶ ৪০ A এবং B দুই জন ব্যক্তি দুটি সুরশলাকা নিয়ে দুটি শব্দ তরঙ্গ উৎপন্ন করলেন। A এর সুরশলাকা থেকে উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ $y_1=0.1\sin\left(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x\right)$ এবং $y_2=0.1\sin\left(200\pi t + \frac{20\pi}{17}x\right)$ উদ্দীপকে x এবং y কে মিটারে এবং t কে সেকেন্ড ধরে নিম্নলিখিত প্রশ্নের উত্তর দাও। *[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]*

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১

খ. স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয় কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. A ব্যক্তি কর্তৃক উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. A এবং B ব্যক্তি কর্তৃক উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে কোন ধরনের তরঙ্গের সৃষ্টি হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত ব্যাখ্যা কর। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে কণার বিস্তার শূন্য। আবার সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো কণার বিস্তার A হলে কণাটির মোটশক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2$

নিস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার শূন্য হওয়ায় শক্তিও শূন্য হয়।

গ ৭ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৭ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪১ দুটি সদৃশ টানা তারকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৪টি বীট উৎপন্ন হয়। একটির তারের দৈর্ঘ্য 50 cm ও অপরটির দৈর্ঘ্য 60 cm। উভয় তারের টান সমান। *[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে? ১

খ. কম্পনশীল বস্তু হতে শব্দ উৎপন্ন হয়— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. শুধুমাত্র ছোট দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট তারকে টেনে ছেড়ে দিলে ১ম উপসুরের কম্পাংক কত হবে? ৩

ঘ. বড় তারের দৈর্ঘ্য 5% হ্রাস করে ঐ তারটির টান কত পরিবর্তন করলে পুনরায় তারদ্বয়কে শব্দায়িত করলে একই সংখ্যক বীট পাওয়া যাবে? ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক 1000 Hz কম্পাংকের 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতার শব্দকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

খ শব্দের উৎস লক্ষ করলে দেখা যাবে যে, বস্তুর কম্পনের ফলেই শব্দের উৎপত্তি হয়। আবার কম্পন থেমে গেলে শব্দও থেমে যায়। আমাদের দৈনন্দিন জীবনের অভিজ্ঞতা থেকে আমরা এ সম্পর্কে ধারণা করতে পারি। হাত থেকে কোনো ধাতব পাত্র মেঝেতে পরে গেলে শব্দের সৃষ্টি হয়। সাথে সাথে যদি পাত্রটিকে হাত দিয়ে চেপে ধরা হয় তাহলে পাত্রটির কম্পন এবং শব্দ দুই-ই থেমে যাবে। এ থেকে আমরা বলতে পারি, বস্তুর কম্পন থেকেই শব্দের উদ্ভব হয়।

গ এখন, 50cm তারে সৃষ্ট কম্পাংক f_1 হলে,

$$f_1 = \frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

এখানে, তারের দৈর্ঘ্য, $l_1 = 50\text{cm} = 0.5\text{m}$

প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর μ

তারের টান, T

আবার, 60cm তারে সৃষ্ট কম্পাংক f_2 হলে,

$$f_2 = \frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

এখানে, তারের দৈর্ঘ্য, $l_2 = 60\text{cm} = 0.6\text{m}$

যেহেতু, $l_2 > l_1$

তাই, $f_1 > f_2$ হবে।

$\therefore f_1 - f_2 = 8$, যেহেতু প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট ৪টি

বা, $\frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T}{\mu}} - \frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = 8$

বা, $\sqrt{\frac{T}{\mu}}\left(\frac{1}{2l_1} - \frac{1}{2l_2}\right) = 8$

বা, $\sqrt{\frac{T}{\mu}}\left(\frac{1}{2 \times 0.5} - \frac{1}{2 \times 0.6}\right) = 8$

বা, $\sqrt{\frac{T}{\mu}}\left(1 - \frac{5}{6}\right) = 8$

$\therefore \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 8 \times 6 = 48$

প্রথম তারে সৃষ্ট প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্ক,

$$f = \frac{1}{l_1}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

এখানে, তারের দৈর্ঘ্য, $l_1 = 50\text{cm} = 0.5\text{m}$

$$= \frac{1}{0.5} \times 48$$

$$= 96 \text{ Hz (Ans.)}$$

ঘ বড় তারের দৈর্ঘ্য অর্থাৎ 60 cm দৈর্ঘ্যের তারের দৈর্ঘ্য 5% হ্রাস করলে দৈর্ঘ্য,

$l_1 = 60 - 60$ এর 5%

$$= 60 - 60 \times \frac{5}{100}$$

$$= 60 - 3$$

$$= 57 \text{ cm}$$

পরিবর্তিত দৈর্ঘ্যে সমান কম্পাঙ্ক পেতে হলে যদি টান T_1 হয়, তবে

$$f = \frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T_1}{\mu}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

বা, $\sqrt{\frac{T_1}{T}} = \frac{l_1}{l}$

বা, $\frac{T_1}{T} = \left(\frac{l_1}{l}\right)^2$

বা, $\frac{T - T_1}{T} \times 100\% = \frac{l^2 - l_1^2}{l^2} \times 100\%$

$= \frac{60^2 - 57^2}{60^2} \times 100\%$

$= 9.75\%$

অতএব, সমসংখ্যক বীট উৎপন্ন করতে হলে টানের মান 9.75% কমাতে হবে।

প্রশ্ন ▶৪২ একটি সুরশলাকার A এর কম্পাংক 250Hz। এটিকে অন্য একটি অজানা সুরশলাকা B এর সাথে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট সৃষ্টি হয়। B এর বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় A এর সাথে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বীট সৃষ্টি হয়।

[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]

ক. স্পর্শ কোণ কী? ১

খ. চার্লসের সূত্র হতে কীভাবে পরমশূন্য তাপমাত্রার ধারণা পাওয়া যায়—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. মোম লাগানোর পূর্বে অজানা সুরশলাকার কম্পাংক কত ছিল তা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি সুরশলাকা দুটির কম্পাংকের পার্থক্য— (ক) 20 Hz এবং (খ) 0 Hz হয় তবে এ দুটি ক্ষেত্রে সুরশলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি ক্ষেত্রে কী ঘটনা ঘটবে? ব্যাখ্যা কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ চার্লসের সূত্র হতে আমরা জানি, "স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য এর আয়তন 0°C তাপমাত্রায় নিণীত আয়তনের $\frac{1}{273}$ অংশ হারে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।" মনে করি, 0°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন V_0 ও তাপমাত্রা বৃদ্ধি θ°C, তবে গ্যাসের আয়তন $V_\theta = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$ হবে।

এখন θ = – 273°C হলে $V_\theta = V_0\left(1 - \frac{273}{273}\right) = 0$ হয়।

θ = – 273°C এর নিচের কোনো তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হবে, যা অসম্ভব। সুতরাং – 273°C এর নিচে কোনো তাপমাত্রা থাকতে পারে না। এজন্য – 273°C কে পরমশূন্য তাপমাত্রা বলে।

গ B সুরশলাকার কম্পাংক f_B হলে,

$f_B = f_A \pm N$

এখানে, বীটসংখ্যা, N = 5 Hz
A সুরশলাকার কম্পাংক, $f_A = 250$ Hz

যেহেতু B সুরশলাকায় মোম লাগানো হয়, অর্থাৎ, ভর বৃদ্ধি করা হয়, ফলে এর কম্পাংক কমে যায় এবং পুনরায় A সুরশলাকার সাথে সমপরিমাণ বীট সৃষ্টি করে। তাই মোম লাগানোর পূর্বে B সুরশলাকার কম্পাংক A সুরশলাকার কম্পাংক অপেক্ষা বেশি হবে।

$\therefore f_B = f_A + N$

$= 250 + 5$

$= 255$ Hz **(Ans.)**

ঘ সুরশলাকাদ্বয়ের কম্পাংকের পার্থক্য 20 Hz হলে তাহলে পরপর দুটি সর্বোচ্চ তীব্রতা বা সর্বনিম্ন তীব্রতার শব্দের মধ্যে সময় $= \frac{1}{20} = 0.05$ sec।

কিন্তু মানুষের মস্তিষ্কে কোনো শব্দের রেশ 0.1 sec পর্যন্ত থেকে যায়। তাই এ সময়ের মধ্যে শব্দের কোনো পরিবর্তন মস্তিষ্ক ধরতে পারে না। ফলে 20 Hz এর বীট সৃষ্টি হলেও সেটিও মানুষের পক্ষে বোঝা বা অনুভব করা সম্ভব হবে না। অর্থাৎ মানবকর্ণ বীটগুলো আলাদাভাবে অনুধাবন করতে পারবে না, শুধুমাত্র একটানা একটি নির্দিষ্ট তীব্রতার শব্দ শুনতে পাবে।

আবার সুরশলাকাদ্বয়ের মধ্যে কম্পাংকের পার্থক্য 0 Hz হলে অর্থাৎ সুরশলাকাদ্বয়ের কম্পাংক একই হলে কোনো বীট সৃষ্টি হবে না। বরং একই কম্পাংকের দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে অধিক প্রাবল্যের শব্দ শোনা যাবে।

প্রশ্ন ▶৪৩ কনা 260 Hz এবং 286 Hz কম্পাঙ্কের ২টি সুরশলাকা একত্রে শব্দায়িত করল ও বীট শোনার চেষ্টা করল।

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]

ক. তরঙ্গ কী? ১

খ. তীব্রতা লেভেল 45dB বলতে কী বোঝায়? ২

গ. বায়ুতে উদ্দীপকের সুরশলাকা 2টি থেকে নিঃসৃত শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত, নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কনা প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বীট শুনতে পাবে— মতামত দাও। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের কণাগুলোর স্থানান্তর ছাড়া যে পর্যাবৃত্ত আন্দোলনের দ্বারা এক স্থান হতে অন্য স্থানে শক্তি সঞ্চালিত হয় তাকে তরঙ্গ বলে।

খ কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেল 45dB বলতে বুঝায় ঐ স্থানের মধ্যদিয়ে অতিক্রান্ত শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্য 45dB।

গ যদি পরীক্ষাগারে তাপমাত্রা 25°C হয় তাহলে শব্দের বেগ,

$v = 332 + 25 \times 0.6$

$= 347$ ms^{-1}

এখন, $v = f\lambda$

বা, $\lambda = \frac{v}{f}$

এখানে,
১ম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_1 = 260$ Hz
২য় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_2 = 286$ Hz
$f \propto \frac{1}{\lambda}$ এবং $f_1 < f_2$
তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য, $\lambda_1 - \lambda_2 = ?$

$\therefore \lambda_1 - \lambda_2 = v\left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\right)$

$= 347\left(\frac{1}{260} - \frac{1}{286}\right)$

$= 0.1213$ m **(Ans.)**

ঘ প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা N হলে,

বীট, $N = f_1 \sim f_2$

এখানে $f_2 > f_1$ বলে আমরা পাই,

$N = f_2 - f_1$

$= 286 - 260$

$= 26$

এখানে,
১ম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_1 = 260$ Hz
২য় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_2 = 286$ Hz

কিন্তু একজন ব্যক্তি সেকেন্ডে সর্বোচ্চ 10টি বীট শুনতে পারে। এর থেকে বেশি হলে তা আলাদা করা যাবে না। অর্থাৎ, কনা বীট শুনতে পাবে না।

প্রশ্ন ▶৪৪ দুটি একই রকম টানা তার আড় কম্পিত হয়। প্রথম তারের দৈর্ঘ্য ও টান যথাক্রমে 0.5m ও 32N। প্রতিটি তারের ভর 0.01kg। দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য ও টান যথাক্রমে প্রথম তারের দ্বিগুণ ও চার গুণ।

[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

ক. সমমেল কাকে বলে? ১

খ. ত্রয়ীর মধ্যে কোনো অষ্টক নেই— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রথম তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. তার দুটিকে একত্রে আঘাত করলে তা থেকে কোনো বিট উৎপন্ন হয় কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বলে।

ঘ কোনো উপসুরের কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের দ্বিগুণ হয় তবে তাকে ঐ মূল সুরের অষ্টক বলে।
আবার, তিনটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে এরা মিলিত হয়ে যে মধুর সুর উৎপন্ন করে তাকে ত্রয়ী বলে।
অর্থাৎ, দেখা যায় যে ত্রয়ীর যেকোনো দুটি সুরের একটির কম্পাঙ্ক কখনোই অপরটির দ্বিগুণ হয় না।
অতএব, ত্রয়ীর মধ্যে কোনো অষ্টক নেই।

গ প্রথম তারের কম্পাঙ্ক f হলে,

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 0.5}\sqrt{\frac{32}{\frac{0.01}{0.5}}} = 40\text{Hz (Ans.)}$$

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.5$m
তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর,
$\mu = \frac{m}{l} = \frac{0.01}{0.5}$ kgm^{-1}
তারে টান, T = 32N

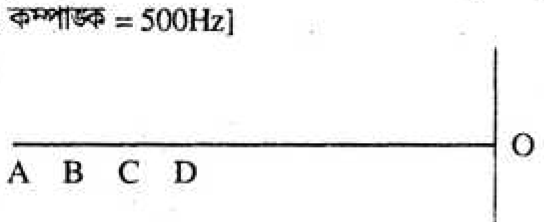
ঘ 'গ' থেকে পাই ১ম তারের কম্পাঙ্ক, $f_1 = 40$Hz
এখন, দ্বিতীয় তারের কম্পাংক f_2 হলে,

$$f_2 = \frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T_2}{\mu_2}} = \frac{1}{2 \times 1}\sqrt{\frac{128}{0.01}} = 56.65 \approx \text{Hz } 57 \text{ Hz}$$

এখানে,
তারের টান, $T_2 = 32 \times 4 = 128$ N
তারের দৈর্ঘ্য, $l_2 = 2 \times 0.5 = 1$m
তারের একক দৈর্ঘ্যে ভর $= \frac{m_2}{l_2} = \frac{0.01}{1\text{m}} = 0.01$ kgm^{-1}

যেহেতু ১ম ও ২য় তারের সৃষ্ট তরঙ্গের কম্পাঙ্ক ভিন্ন, ফলে এদের দুইটিকে একত্রে আঘাত করলে বীট সংখ্যা N = $f_1 \sim f_2$ = (57 − 40)Hz = 17Hz অর্থাৎ,
প্রতিটি সেকেন্ডে 17টি বীট উৎপন্ন হবে।
পর পর দুটি সর্বোচ্চ তীব্রতা বা সর্বনিম্ন তীব্রতার শব্দের মধ্যে সময় পার্থক্য $= \frac{1}{17}$ sec $< \frac{1}{10}$ sec.
অতএব, বীট উৎপন্ন হলেও সেটি শোনা যাবে না।

প্রশ্ন ▶ ৪৫ AO সুতাকে সুরশলাকার সাহায্যে কম্পিত করলে প্রথমে 3.2ms^{-1} বেগে তরঙ্গ অগ্রসর হয়। এতে চিত্রের ন্যায় কতগুলো হালকা বল ঝুলিয়ে সুরশলাকাকে কম্পিত হতে দেয়া হলে বলগুলো দুলতে থাকে। [সুরশলাকার কম্পাঙ্ক = 500Hz]



AB = BC = CD = 4cm *[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]*

ক. মেলডি কী? ১
খ. দুটি সুরশলাকার যেটির কম্পাঙ্ক কম তাতে মোম লাগিয়ে পুনরায় কম্পিত করলে বিট বাড়ে কেন? ২
গ. তরঙ্গ সঞ্চালনের সময় B ও D বলের দশা পার্থক্য কত হবে? ৩
ঘ. সুরশলাকার কম্পনে B, C ও D বলগুলো যেভাবে দুলতে থাকে তারটিতে তরঙ্গের বেগ অর্ধেক হলেও কি একইভাবে দুলত? যুক্তি দাও। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কয়েকটি শব্দ একের পর এক উচ্চারিত হয়ে একটি শ্রুতিমধুর শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে মেলডি বলে।

খ দুটি সুরশলাকার যেটির কম্পাঙ্ক কম তাতে মোম লাগিয়ে পুনরায় কম্পিত করলে বিট বাড়ে। কারণ, প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট বীট সংখ্যা উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান।
সুরশলাকার ভর বাড়ালে কম্পাঙ্ক কমে। উদ্দীপক অনুযায়ী কম কম্পাঙ্ক সুরশলাকাতে মোম লাগানো হয়েছে ফলে ঐ সুরশলাকাটির কম্পাঙ্ক আরও হ্রাস পেয়েছে। কিন্তু বেশি কম্পাঙ্কের সুরশলাকার কম্পাঙ্ক পূর্বের সমানই থাকবে।
সুতরাং মোম লাগানোর পরে সুরশলাকা দুটির কম্পাঙ্কের পার্থক্য পূর্বের চেয়ে বেশি হবে যা উৎপন্ন বীট সংখ্যা নির্দেশ করে।
অর্থাৎ বীট সংখ্যা বাড়ে।

গ আমরা জানি,

দশা পার্থক্য
$= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথপার্থক্য
$= \frac{2 \times 3.1416 \times 8 \times 10^{-2}}{6.4 \times 10^{-3}}$
= 78.54 rad

এখানে,
B ও D বলের পথপার্থক্য
= (4 + 4)cm = 8cm
= 8×10^{-2}m
তরঙ্গ দৈর্ঘ্য,
$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3.2}{500}$
$\therefore \lambda = 6.4 \times 10^{-3}$m

$\therefore$ B ও D বিন্দুর বল দুটির দশা পার্থক্য 78.54 rad **(Ans.)**
লক্ষ্য করি, $\frac{78.54 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 12.5 = 12 + \frac{1}{2}$
সুতরাং 78.54 দশা পার্থক্য মূলত $2\pi \times \frac{1}{2} = \pi$ rad দশা পার্থক্যের সমতুল্য। অর্থাৎ B ও D পরস্পর বিপরীত দশায় আছে।

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,
AB = BC = CD = 4cm = 4×10^{-2}m
১ম ক্ষেত্রে, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 6.4 \times 10^{-3}$m ['গ' নং হতে]
B, C ও D বলগুলোর পথ পার্থক্য সমান বলে দশা পার্থক্যও সমান হবে।
এক্ষেত্রে, দশা পার্থক্য, $\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \times$ পথ পার্থক্য
$= \frac{2 \times 3.1416}{6.4 \times 10^{-3}} \times 4 \times 10^{-2}$
= 39.27 rad
২য় ক্ষেত্রে বেগ অর্ধেক হলে, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_2 = \frac{3.2}{2 \times 500}$
$\therefore \lambda_2 = 3.2 \times 10^{-3}$m
এক্ষেত্রে, দশা পার্থক্য, $\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} \times$ পথ পার্থক্য
$= \frac{2 \times 3.1416 \times 4 \times 10^{-2}}{3.2 \times 10^{-3}}$
= 78.54 rad
এখন δ_1 ও δ_2 তুলনা করে পাই, $\delta_2 = 2 \times \delta_1$
সুতরাং তরঙ্গের বেগ অর্ধেক করা হলে B, C ও D বলগুলো পূর্বের তুলনায় দ্বিগুণ দশা পার্থক্যে দুলতে থাকবে।
অর্থাৎ, তারটিতে তরঙ্গের বেগ অর্ধেক হলে বলগুলো একইভাবে দুলতো না।

প্রশ্ন ▶ ৪৬ দুটি সুরশলাকাকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বিট উৎপন্ন হয়। সুরশলাকা দুটি একই টানা তারের যথাক্রমে 1.30মি এবং 1.20 মি দৈর্ঘ্যের সাথে ঐকতান হয়। বাতাসে শব্দের বেগ 330 মি/সে। *[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]*

ক. অর্কেস্ট্রা কাকে বলে? ১
খ. "শব্দের তীব্রতা ও শব্দের তীক্ষ্ণতা এক নয়" ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের আলোকে সুরশলাকা দুইটি হতে নির্গত শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় করো। ৩
ঘ. বাতাসে শব্দের বেগ 340 মি/সে হলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য পূর্বের সমান হবে কিনা— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন একাধিক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজিয়ে একটি সমতান অথবা মেলডি অথবা সমতান মেলডি উভয়ই উৎপন্ন করে তখন তকে অর্কেস্ট্রা বলে।

খ কোনো বিন্দুর চারপাশে শব্দের গতিমুখের লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্যদিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শব্দ শক্তি প্রবাহিত হয় তাকে ঐ বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা বলে।
অপরদিকে, শব্দের যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একই তীব্রতার দুটি সুরের মধ্যে কোনটি চড়া বা খাদের তা বোঝা যায় তাকে পীচ বলে।
যেমন– একই তীব্রতায় একজন পুরুষ ও একজন মহিলা কথা বললেও মহিলার শব্দের তীক্ষ্ণতা পুরুষের শব্দের চাইতে বেশি।

গ মনে করি, সুরশলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক f_1 ও f_2

১ম সুরশলাকার ক্ষেত্রে, $f_1 = \frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ $[l_1 = 1.30\text{m}]$

২য় সুরশলাকার ক্ষেত্রে, $f_2 = \frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ $[l_2 = 1.2\text{m}]$

সুতরাং সুরশলাকা দুটি হতে নির্গত শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত

$= \lambda_1 : \lambda_2 = \frac{v}{f_1} : \frac{v}{f_2} = \frac{1}{f_1} : \frac{1}{f_2}$ [উভয় রাশিকে v দ্বারা ভাগ করে]

$= f_2 : f_1$ [উভয় রাশিকে $f_1 f_2$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T}{\mu}} : \frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$= \frac{1}{l_2} : \frac{1}{l_1}$ $\left[\text{উভয় রাশিকে } \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ দ্বারা ভাগ করে}\right]$

$= l_1 : l_2$ [উভয় রাশিকে $l_1 l_2$ দ্বারা গুণ করে]

$= 1.30\text{m} : 1.20\text{m}$

$= 13 : 12$ **(Ans.)**

ঘ $\lambda_1 : \lambda_2 = 13 : 12$, তাহলে $\lambda_1 > \lambda_2$

প্রথমাবস্থায়, বাতাসে শব্দের বেগ, $v = 330\ \text{ms}^{-1}$

∴ প্রথমাবস্থায় সুরশলাকা দুটি হতে নিঃসৃত শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য

$= \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{v}{f_1} - \frac{v}{f_2} = v\left(\frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2}\right)$

পরবর্তীতে, বাতাসে শব্দের বেগ, $v' = 340\ \text{ms}^{-1}$

∴ পরবর্তীতে সুরশলাকা দুটি হতে নিঃসৃত শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য

$$= \lambda_1' - \lambda_2' = \frac{v'}{f_1} - \frac{v'}{f_2} = v'\left(\frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2}\right)$$

এখানে, $\frac{\lambda_1' - \lambda_2'}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{v'\left(\frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2}\right)}{v\left(\frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2}\right)} = \frac{v'}{v} = \frac{340\ \text{ms}^{-1}}{330\ \text{ms}^{-1}} = 1.03$

সুতরাং কোনো কারণে ঐ দিন শব্দের বেগ $330\ \text{ms}^{-1}$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $340\ \text{ms}^{-1}$ হলে সুরশলাকা দুটি হতে নির্গত শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য পূর্বের তুলনায় 1.03 গুণ হবে।

প্রশ্ন ▶ ৪৭ 2টি তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে 1টি স্থির তরঙ্গ তৈরি করে যার সমীকরণ $Y = 5(\cos \pi x/3) \sin(40\pi t)$

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]

ক. মূলসুর কাকে বলে? ১

খ. কোন ধর্মের জন্য সেতার ও বেহালার শব্দের পার্থক্য কানে ধরা পরে? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তরঙ্গটির x এর কোন কোন মানের জন্য সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু পাওয়া যাবে, গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি স্বরের মধ্যে যে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের সুর থাকে তার মধ্যে সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের সুরকে মূলসুর বলে।

খ সেতার ও বেহালা যখন একসাথে বাজানো হয়, তখন উৎপন্ন শব্দের জাতি বা গুণ বৈশিষ্ট্য দ্বারা শব্দগুলোর উৎস পৃথক করা যায়।
একটি শব্দের জাতির বা গুণের পরিচয় পাওয়া যায়–

i. শব্দে উপস্থিত উপসুরগুলোর সংখ্যা
ii. মূল সুরের কম্পাংক ও উপসুরগুলোর কম্পাঙ্কের অনুপাত (অর্থাৎ এরা কীভাবে সজ্জিত) এবং
iii. মূল সুরের তীব্রতা ও উপসুরগুলোর তীব্রতার অনুপাত (অর্থাৎ, এদের আপেক্ষিক শক্তি) দ্বারা।

গ দেওয়া আছে,

স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $Y = 5\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)\sin(40\pi t)$

স্থির তরঙ্গের আদর্শ সমীকরণ, $y = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)$

এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণ তুলনা করে পাই,

$$\frac{2\pi v}{\lambda} = 40\pi$$

$$\text{বা, } \frac{v}{\lambda} = 20$$

$$\therefore f = 20\text{Hz } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ প্রদত্ত স্থির তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y = 5\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)\sin(40\pi t)$$

∴ স্থির তরঙ্গের বিস্তার, $A = 5\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$

এখন, সুস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার সর্বোচ্চ।

অর্থাৎ,

$A = \pm 5$

বা, $5\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) = \pm 5$

বা, $\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) = \pm 1$

বা, $\frac{\pi x}{3} = \cos^{-1}(\pm 1) = 0, \pi, 2\pi, \ldots$

∴ $x = 0, 3, 6, \ldots, 3n$

∴ $x = 3n$ একক দূরত্বে উক্ত স্থির তরঙ্গের সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে যেখানে, $n = 0, 1, 2$ ইত্যাদি।

আবার, নিস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার সর্বনিম্ন।

অর্থাৎ,

$A = 0$

বা, $5\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) = 0$

বা, $\cos\frac{\pi x}{3} = 0$

বা, $\frac{\pi x}{3} = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots, (2n+1)\frac{\pi}{2}$

∴ $x = \frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \ldots, (2n+1)\frac{3}{2}$

∴ $x = (2n+1)\frac{3}{2}$ একক দূরত্বে উক্ত স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে যেখানে, $n = 0, 1, 2, \ldots$ ইত্যাদি।

প্রশ্ন ▶ ৪৮ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.8\sin 2\pi(100t - 0.25x)$। একক S.I পদ্ধতিতে। তরঙ্গটি 1.2kg.m^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্যদিয়ে চলমান। *[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]*

ক. হারমোনিক কাকে বলে? ১

খ. আঙ্গুল কাঁপালে শব্দ শোনা যায় না কিন্তু মাছি উড়লে শব্দ শোনা যায় কেন? ব্যাখ্যা করো। ২
গ. তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উদ্দীপকের সমীকরণটির দ্বারা তরঙ্গের তীব্রতা নির্ণয় করো যা মানুষের জন্য সহনশীল কিনা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে হারমোনিক বলে।

খ মানুষের শ্রবণসীমা হল 20 Hz থেকে 20,000 Hz। অর্থাৎ, 20 Hz এর কম ও 20,000 Hz এর বেশি কম্পাঙ্কের শব্দ মানুষ শুনতে পায় না। আঙুল কাঁপালে বাতাসে যে কম্পন সৃষ্টি হয় তার কম্পাঙ্ক 20 Hz অপেক্ষা অনেক কম, ফলে তা শ্রুতিগোচর হয় না। কিন্তু মাছি উড়লে তার পাখা কাঁপার কারণে বাতাসে যে কম্পন সৃষ্টি হয় তা শ্রবণসীমার মধ্যে থাকে। তাই মানুষ সে শব্দ শুনতে পায়।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 400 ms^{-1}।

ঘ ১৬(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: 6.06×10^7 Wm^{-2}, তীব্রতা লেভেল 197.82dB >> 120 dB।
অতএব, শব্দটি মানুষের জন্য সহনশীল নয়।

প্রশ্ন ▶ ৪৯ 'ক' বাসায় টেলিভিশন দেখছিল। টেলিভিশনের শব্দের তীব্রতা ছিল $10^{-8}wm^{-2}$। টেলিভিশন চালু অবস্থায় রুম পরিষ্কারের জন্য ভ্যাকুয়াম ক্লিনার চালু করা হলো, যার শব্দের তীব্রতা লেভেল ছিল 70dB।
[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]

ক. মেলডি কাকে বলে? ১
খ. "ঝুলন্ত ব্রিজের উপর দিয়ে সৈন্যদেরকে মার্চ করে যেতে দেয়া হয় না" কারণ ব্যাখ্যা করো। ২
গ. টেলিভিশনের শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় করো। ৩
ঘ. টেলিভিশন এবং ভ্যাকুয়াম ক্লিনার একত্রে চালু অবস্থায় সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা সহনীয় ছিল কী? ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কয়েকটি শব্দ একের পর একক উচ্চারিত হয়ে একটি শ্রুতিমধুর শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে মেলডি বলে।

খ সৈন্যরা ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে গেলে ব্রীজের ওপর প্রযুক্ত বল অত্যধিক মানের হয়। এ বলের কম্পাঙ্ক ব্রীজের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান বা কাছাকাছি হলে ব্রীজটিতে অনুনাদ সৃষ্টি হবে এবং এটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হবে। তখন ব্রীজটি ভেঙ্গে যাবার সম্ভাবনা থাকে। এ কারণে এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয়।

গ ২১(গ) নং প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 40 dB।

ঘ ১৪(ঘ) নং প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: 70.004 dB < 120 dB। অর্থাৎ সহনীয় পর্যায়ে থাকবে।

প্রশ্ন ▶ ৫০ T_1 ও T_2 দুটি সুরশলাকার যথাক্রমে 480 Hz ও 320 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ সৃষ্টি করে। তাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2m। তারা উভয়ে 45dB শব্দ সৃষ্টি করে।
[আহম্মদ উদ্দিন শাহ্ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]

ক. পয়সনের অনুপাত কী? ১
খ. দুই বন্ধুর কৃত কাজ একই হলেও কি ক্ষমতা ভিন্ন হতে পারে— ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের শব্দের তীব্রতা কত? ৩
ঘ. উদ্দীপকের মাধ্যমটির ঘনত্ব কি বায়ুর চেয়ে বেশি— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

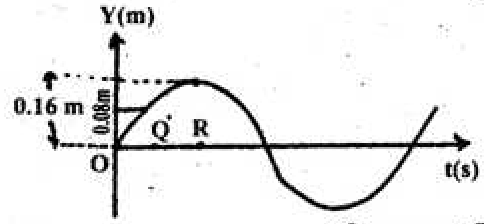
ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত বলে।

খ ক্ষমতার সংজ্ঞা হতে দেখা যায় যে, কোনো বস্তুর একক সময়ে কৃতকাজের পরিমাণই হল ঐ বস্তুটির ক্ষমতা।
সুতরাং বস্তুর ক্ষমতা সময়ের উপর নির্ভরশীল। কিন্তু কৃতকাজ সময়ের উপর নির্ভরশীল নয়।
এখন যদি দুই বন্ধু একই পরিমাণ কাজ করার জন্য ভিন্ন ভিন্ন সময় প্রয়োজন হয়, তাহলে কৃতকাজ একই হওয়া সত্ত্বেও ক্ষমতা ভিন্ন হবে।

গ এখানে,
প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2}
তীব্রতা লেভেল, $\beta = 45dB$
শব্দের তীব্রতা, I = ?
আমরা জানি,
$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$
বা, $45 = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$
বা, $\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 4.5$
বা, $\frac{I}{10^{-12}} = 3.16 \times 10^4$
বা, $I = 3.16 \times 10^4 \times 10^{-12}$
$\therefore$ $I = 3.16 \times 10^{-8}$ Wm^{-2}
$\therefore$ উদ্দীপকের শব্দের তীব্রতা 3.16×10^{-8} Wm^{-2} **(Ans.)**

ঘ কোনো একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে শব্দের বেগ ধ্রুব থাকে।
উদ্দীপকে,
T_1 সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_1 = 480$ Hz
T_2 সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_2 = 320$ Hz
T_1 ও T_2 সুরশলাকা দুটির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 হলে,
$\lambda_2 - \lambda_1 = 2m;$ $[\because f_2 < f_1]$
এখন, আমরা জানি, শব্দের বেগ,
$v = f_1\lambda_1 - f_2\lambda_2$
$\therefore \frac{v}{f_2} - \frac{v}{f_1} = 2$
বা, $v\left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1}\right) = 2$
বা, $v\left(\frac{1}{320} - \frac{1}{480}\right) = 2$
বা, $v\left(\frac{6-4}{1920}\right) = 2$
বা, $v \times \frac{2}{1920} = 2$
বা, $v = \frac{2 \times 1920}{2}$
$\therefore$ $v = 1920$ ms^{-1}
আবার বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ 320 ms^{-1}
আমরা জানি, সাধারণভাবে গ্যাসীয় মাধ্যম অপেক্ষা তরল মাধ্যমে শব্দের বেগ বেশি, আবার তরল অপেক্ষা কঠিনে শব্দের বেগ আরো বেশি। এ অভিজ্ঞতা কাজে লাগিয়ে বলা যায়, উদ্দীপকের মাধ্যমটির ঘনত্ব বায়ুর চেয়ে বেশি।

প্রশ্ন ▶ ৫১ একটি শব্দতরঙ্গের সরণ-সময় লেখচিত্র নিম্নরূপ:



[বি.এ.এফ. শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. সরল ছন্দিত গতি কী? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. R বিন্দুতে কণাটির সরণ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. Q বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির তুলনামূলক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

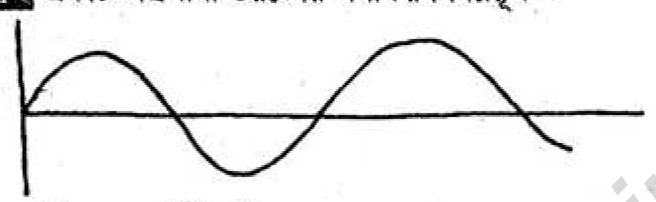
ক স্পন্দনরত কোনো বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এর যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে ঐ বস্তুকণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ আমরা জানি, অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজকে ধনাত্মক কাজ এবং অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজকে ঋণাত্মক কাজ বলে। এখন কোনো বস্তুকে ওপর থেকে নিচে ফেলে দেওয়া হলে বস্তুটি অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচে পড়বে। তাই এক্ষেত্রে অভিকর্ষ বলের দিক এবং সরণের দিক একই ($\theta = 0°$)। অর্থাৎ, $W = FS \cos\theta$ সূত্রানুসারে এক্ষেত্রে অভিকর্ষ বল দ্বারা ধনাত্মক কাজ সম্পাদিত হবে।

গ ৯(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৯(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫২ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ—



$$y = 0.1\sin\left(200\pi t - \frac{20\pi}{17}x\right)$$

এখানে, y mm এককে, t sec এককে এবং x m এককে।

[বি.এ.এফ. শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে? ১

খ. রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ কোনদিকে কত কোণে ঢালু রাখা হয় তা কারণসহ ব্যাখ্যা করো। ২

গ. O বিন্দু হতে 0.25m ও 1.0m দূরের দুটি বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকে বিস্তার ও কম্পাংক দ্বিগুণ এবং একই মাধ্যমে বিপরীতমুখী হলে তরঙ্গটির সমীকরণ কীরূপ হবে? ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$।

খ রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ বাঁকের কেন্দ্রের দিকে ঢালু রাখা হয়। এরূপ করার উদ্দেশ্য হলো— গাড়ির বৃত্তাকার পথ অতিক্রমে যে কেন্দ্রমুখী বল প্রয়োজন হয় তার যোগান দেয়া। এক্ষেত্রে গাড়িটি সর্বোচ্চ v বেগে মোড় ঘুরলে এবং বাঁকের ব্যাসার্ধ r হলে ঢালুতা বা ব্যাংকিং কোণ, $\theta = \tan^{-1}\frac{v^2}{rg}$ তবে ঘর্ষণের দরুন কিছুটা কেন্দ্রমুখী বল পাওয়া যায় বলে θ-এর মান কিছুটা কম হলেও চলে।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ২(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৩ একটি গিটারের তিনটি সদৃশ এবং সমদৈর্ঘ্যের তার A, B, C কে যথাক্রমে 100N, 200N ও 250N মানের বল দ্বারা টানা আছে। A তারটি 50 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন করে। রিপন অবাক হয়ে লক্ষ করল B ও C একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে কিন্তু A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে না।

[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. পরবশ কম্পন কী? ১

খ. সকল সমমেল উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয়— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. B তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যায় না কেন— গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

১৮ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৪ দুটি সুরশলাকা থেকে বায়ুতে উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ—

$$y_1 = 0.5\sin\left(100\pi t - \frac{\pi x}{3.4}\right)$$

$$y_2 = 0.5\sin\left(110.03\pi t - \frac{\pi x}{3.09}\right)$$

এখানে সবগুলো রাশি S.I এককে প্রকাশিত। সুরশলাকা দুটি একই সময়ে শব্দায়িত করা হলো। *[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]*

ক. প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে? ১

খ. ঝুলন্ত ব্রীজ অতিক্রম করার সময় সেনাবাহিনী লং মার্চ করে না কেন? ২

গ. উদ্দীপকের ১ম তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের তরঙ্গদ্বয় দ্বারা সৃষ্ট বীট শ্রাব্য কি না গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক 1000 Hz কম্পাংকের 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতার শব্দকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

খ সৈন্যরা ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে গেলে ব্রীজের ওপর প্রযুক্ত বল অত্যধিক মানের হয়। এ বলের কম্পাঙ্ক ব্রীজের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান বা কাছাকাছি হলে ব্রীজটিতে অনুনাদ সৃষ্টি হবে এবং এটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হবে। তখন ব্রীজটি ভেঙ্গে যাবার সম্ভাবনা থাকে। এ কারণে এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয়।

গ দেওয়া আছে,

১ম অগ্রগামী শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ, $Y_1 = 0.5\sin\left(100\pi t - \frac{\pi x}{3.4}\right)$

একে অগ্রগামী তরঙ্গের প্রমাণ সমীকরণ $Y = A\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$2\pi ft = 100\pi t$$

$$\therefore f = \frac{100\pi t}{2\pi t} = 50 \text{ Hz}$$

এবং $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi x}{3.4}$

$$\therefore \lambda = \frac{2\pi x \times 3.4}{\pi x} = 6.8\text{m } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকের প্রথম তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক, $f_1 = 50Hz$ ['গ' হতে]

দ্বিতীয় তরঙ্গটির সমীকরণ, $Y_2 = 0.5 \sin\left(110.03\pi t - \frac{\pi x}{3.09}\right)$

একে অগ্রগামী তরঙ্গের প্রমাণ সমীকরণ, $Y = A \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

এর সাথে তুলনা করে পাই, $2\pi f_2 t = 110.03\pi t$

[f_2 = ২য় তরঙ্গটির কম্পাংক]

$$\therefore f_2 = \frac{110.03\pi t}{2\pi t} = 55.015Hz$$

তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য $= f_2 - f_1 = 55.015Hz - 50Hz = 5.015Hz \approx 5Hz$

তাহলে,

5টি বীট শোনা যায় 1 সেকেন্ডে

$\therefore$ 1টি বীট শোনা যায় $\frac{1}{5}$ বা, 0.2 সেকেন্ডে

এখানে, 1টি বীট শুনতে সময় (0.2 sec) > শব্দানুভূতির স্থায়ীত্বকাল (0.1 sec)

অতএব, উদ্দীপকের তরঙ্গ দুটিতে বীট সৃষ্টি হবে এবং তরঙ্গদ্বয় দ্বারা সৃষ্ট বীট শ্রাব্য হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৫ দুইটি তরঙ্গের সমীকরণ যথাক্রমে—

$$y_1 = 0.75 \sin\frac{2\pi}{30}(300t + 50x)$$

$$y_2 = 0.75 \sin\left(62.8t - \frac{314}{30}x\right)$$

সবগুলো মান এস. আই. এককে ব্যবহৃত।

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. পিছট ত্রুটি কাকে বলে? ১

খ. তত্ত্ব ও সূত্রের মধ্যে পার্থক্য কী? ২

গ. দ্বিতীয় তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. যদি তরঙ্গ উপরিপাতিত হয় তবে কোন ধরনের তরঙ্গের সৃষ্টি হবে? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নাট স্ক্রু নীতির ওপর ভিত্তি করে যে সকল যন্ত্র তৈরি সেসব যন্ত্র পুরনো হয়ে গেলে স্ক্রুকে উভয় দিকে ঘুরালে সমান সরণ হয় না। তখন পরিমাপে যে ত্রুটি দেখা দেয় তাকে পিছট ত্রুটি বলে।

খ বিজ্ঞানীদের দ্বারা প্রস্তাবিত, পরীক্ষাগারে পরীক্ষিত এবং গাণিতিকভাবে প্রমাণিত একটি ঘটনাকে যখন সুচিন্তিত বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ হয়, তখন তাকে সূত্র বলে। আর যথোপযুক্ত যুক্তি প্রমাণ উপস্থাপন, পরীক্ষণ, পর্যবেক্ষণ, ফলাফল বিশ্লেষণের আলোকে যখন একটি ঘটনাকে বিজ্ঞানীদের সামনে উপস্থাপনের উপযোগী করে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে তত্ত্ব বলে। তাই বলা যায় সূত্র আর তত্ত্ব পদার্থবিজ্ঞানে সম্পূর্ণ ভিন্ন ধারণা।

গ ৭(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** $6ms^{-1}$

ঘ ৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৬ একদিন লাবনী পড়ছে। তখন তার মা ব্লেন্ডারে জুস তৈরি করছেন, যার তীব্রতার লেভেল 65 dB; বাবা TV দেখছেন, যার লেভেল 70dB। একই সময় কাজের মেয়ে ফোন পরিষ্কার করার জন্য 68dB এর ভ্যাকুয়াম ক্লিনার চালু করল তখন লাবনী চিৎকার করে অজ্ঞান হয়ে গেল।

[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী]

ক. শব্দের তীব্রতা লেবেল কাকে বলে? ১

খ. সকল সমমেল উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয় ব্যাখ্যা করো। ২

গ. লাবনীর বাবা যদি TV এর ভলিউম দ্বিগুণ করে তবে TV এর তীব্রতা লেভেলের কী পরিবর্তন হবে? ৩

ঘ. অতিরিক্ত শব্দের কারণে লাবনী অজ্ঞান হয়ে গিয়েছিল কিনা? গানিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log_{10}\frac{I}{I_0}$।

খ কোনো স্বরে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যেটির কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বা মৌলিক সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের থেকে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার কোনো কোনো উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক তাকে ঐ মূল সুরের সমমেল বলে। কাজেই সকল সমমেল উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয়।

গ প্রাথমিক অবস্থায় টিভির শব্দের তীব্রতা I_1 হলে,

এখানে,
টিভির তীব্রতা লেভেল, $\beta_1 = 70$ dB
প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 1 \times 10^{-12}$ W.m^{-2}
তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন, $\Delta\beta = ?$

$\beta_1 = 10 \log\frac{I_1}{I_0}$

বা, $70 = 10 \log\frac{I_1}{I_0}$

বা, $\frac{I_1}{I_0} = 10^7$

বা, $I_1 = 10^7 \times 10^{-12}$ W.m^{-2}

$\therefore I_1 = 1 \times 10^{-5}$ Wm^{-2}

টিভির ভলিউম দ্বিগুণ করলে $I_2 = 2I_1 = 2 \times 10^{-5}$ W.m^{-2}

$$\therefore \beta_2 = 10 \log\frac{I_2}{I_0} = 10 \log\frac{2 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-12}}$$

$\therefore \beta_2 = 73.01$ dB.

সুতরাং তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন, $\Delta\beta = (\beta_2 - \beta_1) = (73.01 - 70)$dB

$\therefore \Delta\beta = 3.01$ dB **(Ans.)**

ঘ ১৪(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: এক্ষেত্রে সম্মিলিত তীব্রতা লেভেলের মান 72.894 dB। তীব্রতা লেভেল 120 dB এর বেশি হলে কানে শ্রুতি যন্ত্রনার শুরু হয়। অতএব, লাবনী অতিরিক্ত শব্দের কারণে অজ্ঞান হয় নি।

প্রশ্ন ▶ ৫৭ বায়ু মাধ্যমে C সুরশলাকাটি A ও B দুটি সুরশলাকার সাথে 5টি করে বিট উৎপন্ন করে। A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 385 Hz। B সুরশলাকা হতে বায়ু মাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ হলো $y = 0.9 \sin 10\pi\left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8}\right)$

[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী]

ক. তরঙ্গ মুখ কী? ১

খ. রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ কোনদিকে কত কোণে ঢালু রাখা হয় তা কারণসহ ব্যাখ্যা করো। ২

গ. B সুরশলাকা হতে নির্গত তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৩

ঘ. C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কীভাবে নিশ্চিত হওয়া যায় তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরঙ্গের উপর অবস্থিত সমদশাসম্পন্ন কণাগুলোর সঞ্চারণ পথকে তরঙ্গমুখ বলে।

খ রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ বাইরের দিকে উঁচু বা ভেতরের দিকে ঢালু রাখা হয় যাতে করে গাড়ি বাঁক নেওয়ার সময় প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি করতে পারে।

বাঁকের ব্যাসার্ধ r, গাড়ির বেগ v এবং ব্যাংকিং কোণ θ হলে,

আমরা পাই, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$

অর্থাৎ রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশে বাইরের দিক থেকে ভেতরের দিকে $\tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$ কোণে ঢালু রাখা হয়।

গ ১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 10 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.02} - \frac{x}{15}\right)$ m শ্রেণিকক্ষ, স্বাভাবিক কথোপকথন ও ব্যস্ত সড়কে শব্দের তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 50 dB, 60 dB এবং 70 dB কিন্তু দুটি উৎসের শব্দের তীব্রতা লেভেল 63 dB এবং 69 dB.

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. স্থির তরঙ্গ কাকে বলে? ১

খ. গিটার বাদ্যে স্পানিশ ও হাওয়াইয়ান বাদনরীতির মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত অগ্রগামী তরঙ্গের তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লিখিত উৎস দুটির সম্মিলিত তীব্রতা লেভেলের প্রকৃতি কীরূপ হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একইমানের বেগে বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর আপতিত হলে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

খ গিটার বাদ্যের স্প্যানীশ ও হাওয়াইয়ান, দুই প্রকার বাদনরীতি লক্ষ করা যায়। এ পদ্ধতিতে বাদনকালে বাহককে একটি চেয়ার বা টুলে বসে দুপায়ের উরুর উপর গিটারটিকে বসানো হয়। ডান হাতের মধ্যমা, তর্জনী ও বৃদ্ধাঙ্গুলে তিনটি পিক বা প্লাস্টিক ও লৌহনির্মিত মিজরাব লাগিয়ে তারে টোকা দিতে হয়। একই সংগে বাঁ হাতের আঙ্গুলে ধৃত প্রায় ৭ সেন্টিমিটার লম্বা এবং ক্ষুদ্র গোলাকৃতি লৌহদণ্ড তারের বিভিন্ন স্থানে স্থাপন করে তারের কম্পন দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন করে ভিন্ন ভিন্ন সুর নির্গত করা হয়। গলা অংশের অনড় পর্দাগুলো বাদককে নির্দিষ্ট স্বরের ধ্বনি উৎসরণে সাহায্য করে কিন্তু হাওয়াইয়ান গিটার বাদনকালে তারগুলো কখনোই পর্দা বা ঘাটগুলোকে স্পর্শ করে না।
স্প্যানীশ পদ্ধতিতে কোনো লৌহ বা মিজবার ব্যবহার করা হয় না। এ রীতিতে গিটারকে বুকের সাথে লাগিয়ে ডান হাতের আজ্গুলের সাহায্যে তারে আঘাত করা হয় এবং একই সাথে বাঁ হাতের আঙ্গুল দ্বারা গিটারের তারকে অচল লৌহদণ্ডগুলোর উপর চাপ দিয়ে বিভিন্ন সুর নির্গত করা হয়।
হাওয়াইয়ান ও স্প্যানীশ গিটার বাদনরীতির প্রধান পার্থক্য হলো এই যে, হাওয়াইয়ান রীতিতে সুরে খুব প্রখর ও জোরালো মিড়ের প্রয়োগ করা চলে কিন্তু স্প্যানীশ রীতিতে মিড় প্রয়োগ নিষিদ্ধ।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর : 750 ms^{-1}।

ঘ ১৪(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর : 70 dB।

প্রশ্ন ▶ ৫৯ দুটি তরঙ্গ $Y_1 = \sin 400 \pi t$ এবং $Y_2 = \sin 600 \pi t$ একসাথে কোনো মাধ্যমে সঞ্চালিত করা হলো। তরঙ্গদ্বয়ের ক্ষেত্রে লক্ষ করা গেল যে, নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর কোনো শব্দ শোনা যাচ্ছে না।

[সরকারি শহীদ বুলবুল কলেজ, পাবনা]

ক. অনুনাদ কী? ১

খ. সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপকের তরঙ্গদ্বয়ের পর্যায়কালের তুলনা করো। ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উদ্দীপকের ঘটনা কেন হচ্ছে এবং কিভাবে হচ্ছে— ব্যাখ্যা করো। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ $Y = A\sin(\omega t)$ এর সাথে তুলনা করে,

দেওয়া আছে,
প্রথম তরঙ্গের সমীকরণ, $Y_1 = \sin 400 \pi t$
দ্বিতীয় তরঙ্গের সমীকরণ, $Y_2 = \sin 600 \pi t$

প্রথম তরঙ্গের কৌণিক কম্পাংক,

$$\omega_1 = 400\pi$$
$$\frac{2\pi}{T_1} = 400\pi$$
$$\therefore T_1 = \frac{1}{200} s$$

দ্বিতীয় তরঙ্গের কৌণিক কম্পাংক,

$$\omega_2 = 600\pi$$
বা, $\frac{2\pi}{T_2} = 600\pi$
বা, $T_2 = \frac{1}{300} s$
$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2} = 1.5$
বা, $T_1 = 1.5 \times T_2$

অতএব, প্রথম তরঙ্গের পর্যায়কাল দ্বিতীয় তরঙ্গের 1.5 গুণ।

ঘ দুইটি তরঙ্গ পরস্পর উপরিপাতনের ফলে নতুন তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y = Y_1 + Y_2$$
$$= \sin 400 \pi t + \sin 600 \pi t$$
$$= 2\sin \frac{(400 + 600)\pi t}{2} \cos \frac{(400 - 600)\pi t}{2}$$
$$= 2 \sin 500 \pi t \cos 100\pi t$$

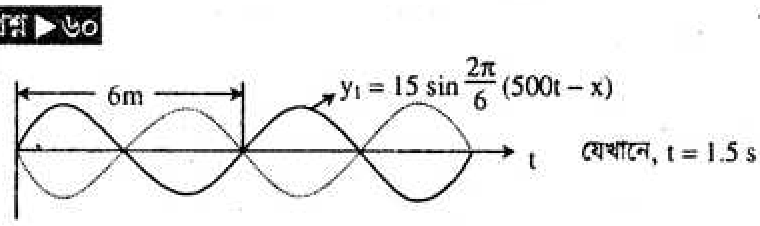
এটি বীট গঠনের সমীকরণ।
ফলে, এই দুটি তরঙ্গ উপরিপাতিত হলে বীট তৈরি হয়, যার কম্পাংক

$$= f_1 - f_2$$
$$= (600 - 400) \text{ Hz}$$
$$= 200 \text{ Hz}$$

$\therefore$ প্রতি সেকেন্ডে 200 টি বিট উৎপন্ন হয়,
আবার পরস্পর দুইটি বিটের মধ্যবর্তী সময় $= \frac{1}{200}$ s
$= 5 \times 10^{-3}$ s

যা মানুষের শ্রাব্যতার সীমা (0.1 sec) অপেক্ষা অনেক কম। অর্থাৎ দুটি তরঙ্গের উপরিপাতনে কোনো বিট উৎপন্ন হয় না।
উদ্দীপকে উল্লেখিত নির্দিষ্ট সময় অন্তর শব্দে না শুনতে পারাটা যৌক্তিক।

প্রশ্ন ▶ ৬০



উদ্দীপকের একটি অগ্রগামী তরঙ্গের মুক্ত প্রান্তের প্রতিফলন দেখানো হয়েছে।

[বান্দরবান সরকারি কলেজ]

ক. উপসুর কী? ১

খ. খনিতে দূষিত গ্যাসের অস্তিত্ব কীভাবে নির্ণয় করা যায়? ২

গ. উদ্দীপকে অনুসারে তরঙ্গটি প্রতিফলনের পর লব্ধি তরঙ্গ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের $x = \frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে তরঙ্গটির কোনো সরণ হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্বরের মধ্যে, মূল সুর বাদে অন্যসব সুর, যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি, তাদেরকে উপসুর বলে।

খ বিটের সাহায্যে খনিতে দূষিত বায়ু আছে কিনা তা নির্ণয় করা যায়। যে খনির বায়ু দূষিত বলে সন্দেহ করা হয় তার খানিকটা বায়ু একটি অর্গান নলে নেওয়া হয়। অপর একটি অর্গান নলে বিশুদ্ধ বায়ু নেওয়া হয়। এখন নল দুটিকে একত্রে বাজালে যদি বিটের সৃষ্টি হয় তাহলে বুঝতে হবে বায়ু দূষিত। কারণ বায়ু দূষিত হলে তার ঘনত্ব বিশুদ্ধ বায়ুর ঘনত্বের চেয়ে আলাদা হবে ফলে নলদ্বয় থেকে সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্কের পার্থক্য থাকবে। ফলে বিট সৃষ্টি হবে। আর যদি খনির বায়ু বিশুদ্ধ হয় তাহলে কম্পাঙ্কের কোনো প্রভেদ থাকবে না। ফলে বিটও শোনা যাবে না। এভাবে বিটের সাহায্যে খনিতে দূষিত গ্যাসের অস্তিত্ব নির্ণয় করা যায়।

গ ১১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: $y = -30\cos\frac{2\pi}{6}500t \sin\frac{2\pi}{6}x$

ঘ ১১(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: কোনো সরণ হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৬১ A এবং B দুটি সুরশলাকা একটি গ্যাসে 0.7894 m এবং 0.801m তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন হয়। B এর কম্পাংক 341Hz। 'A' শলাকার বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় একত্রে শব্দায়িত করলে একই সংখ্যক বীট উৎপন্ন হয়। *[ডা: আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]*

ক. পরম ত্রুটি কী? ১
খ. সূত্রের সাথে তত্ত্বের তফাৎ কী? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের 'A' সুরশলাকার কম্পাংক ভর বৃদ্ধির পূর্বে না পরে 'B' এর চেয়ে বেশি ছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি রাশির প্রকৃত মান ও পরিমাপকৃত মানের পার্থক্যকে পরম ত্রুটি বলে।

খ বিজ্ঞানীদের দ্বারা প্রস্তাবিত, পরীক্ষাগারে পরীক্ষিত এবং গাণিতিকভাবে প্রমাণিত একটি ঘটনাকে যখন সুচিন্তিত বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ হয়, তখন তাকে সূত্র বলে। আর যথোপযুক্ত যুক্তি প্রমাণ উপস্থাপন, পরীক্ষণ, পর্যবেক্ষণ, ফলাফল বিশ্লেষণের আলোকে যখন একটি ঘটনাকে বিজ্ঞানীদের সামনে উপস্থাপনের উপযোগী করে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে তত্ত্ব বলে। তাই বলা যায় সূত্র আর তত্ত্ব পদার্থবিজ্ঞানে সম্পূর্ণ ভিন্ন ধারণা।

গ

$\frac{v}{\lambda_A} - \frac{v}{\lambda_B} = f$

বা, $v\left(\frac{1}{0.7894} - \frac{1}{0.801}\right) = 5$

$\therefore v = 272.54\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
A এর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda_A = 0.7894$ m
B এর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda_B = 0.801$ m
বীটের কম্পাংক,
$f = 5$Hz
∴ শব্দের বেগ, v = ?

ঘ ৪(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক ভর বৃদ্ধির পূর্বে B এর চেয়ে বেশি ছিলো।

প্রশ্ন ▶ ৬২ A ও B দুটি সুরশলাকা একটি গ্যাসে 50cm ও 51 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট শোনা যায়। A এর কম্পাঙ্ক 500 Hz। *[নীলফামারী সরকারি মহিলা কলেজ]*

ক. অনুনাদ কী? ১
খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন? ২
গ. গ্যাসটিকে শব্দের বেগ কত হবে? ৩
ঘ. B শলাকাটিতে একটু ঘষে পুনরায় শব্দায়িত করলে বিট সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না– ব্যাখ্যা করো। ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

৬ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৩ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

দুটি সুরশলাকা থেকে বায়ুতে উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ–

$Y_1 = 0.5\sin\pi\left(200t - \frac{x}{3.24}\right)$

$Y_2 = 0.5\sin\pi\left(210.03t - \frac{x}{3.09}\right)$

সবকটি রাশি SI এককে প্রদত্ত। সুরশলাকা দুটি একই সময়ে বাজানো হলো। *[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]*

ক. অনুনাদ কী? ১
খ. কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল 45dB বলতে কী বুঝায়? ২
গ. উদ্দীপক অনুসারে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের শব্দ দুটি বীট তৈরি করেছিল কিনা বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ $45dB = 10\ Log\frac{I}{I_0}$

$45 = 10\ Log\frac{I}{10^{-12}}$

$\therefore I = 10^{-12} \times 10^{4.5}$

$I = 3.16 \times 10^{-8}\ Wm^{-2}$

অর্থাৎ, শব্দের তীব্রতা $= 3.16 \times 10^{-8}\ Wm^{-2}$

কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল 45dB বলতে বুঝায়, ঐ স্থানে প্রতি বর্গমিটার এলাকার মধ্যদিয়ে প্রতি সেকেন্ডে 3.162×10^{-8}J পরিমাণ শব্দ শক্তি প্রবাহিত হচ্ছে।

গ ৮(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 648 ms^{-1}

ঘ ১৬(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট তৈরি হয়েছিল।

প্রশ্ন ▶ ৬৪ দুটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ :

$y_1 = 5\sin\left(200\pi t - \frac{2\pi}{30}x\right)$

$y_2 = 5\sin\left(200\pi t - \frac{2\pi}{30}x\right)$

এখানে সবগুলো রাশি SI এককে প্রদত্ত। *[এম সি কলেজ, সিলেট]*

ক. শব্দের তীব্রতা কী? ১
খ. তরঙ্গস্থিত দুটি বিন্দুর দূরত্ব যত বেশি দশা পার্থক্য তত বেশি —ব্যাখ্যা কর। ২
গ. প্রথম তরঙ্গটির কম্পাংক নির্ণয় কর। ৩
ঘ. তরঙ্গদ্বয় একে অপরের উপর আপতিত হলে কীরূপ তরঙ্গের সৃষ্টি হবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক শব্দের তীব্রতা বলতে শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্যদিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে বোঝায়।

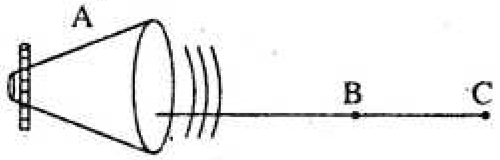
খ তরঙ্গস্থিত দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী কৌণিক ব্যবধানই হলো তাদের দশা পার্থক্য। একটি তরঙ্গ একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করলে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা হলো তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য 'λ'। আবার জানা আছে, λ দূরত্বে অবস্থিত তরঙ্গস্থিত দুটি বিন্দুর দশা পার্থক্য 2π। এখন তরঙ্গস্থিত দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব x হলে বিন্দু দুটির দশা পার্থক্য হবে $\frac{2\pi}{\lambda}x$। অর্থাৎ তরঙ্গস্থিত দুটি বিন্দুর দশা পার্থক্য $\propto x$ সুতরাং তরঙ্গস্থিত দুটি বিন্দর দূরত্ব যত বেশি হবে তাদের দশা পার্থক্য তত বেশি হবে।

গ ১২(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 100 Hz।

ঘ ৩(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬৫



চিত্রে 40W ক্ষমতার একটি স্পীকার A হতে 1.5km ও 2km দূরে যথাক্রমে B ও C দুটি অবস্থান $[I_0 = 10^{-12}Wm^{-2}]$

[বিয়াম মডেল স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

ক. শিশিরাংক কাকে বলে? ১

খ. গরমের দিনে কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায় কেন? ২

গ. স্পীকার A হতে C অবস্থানে শব্দের তীব্রতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. B ও C অবস্থানে শব্দের তীব্রতা লেভেলের তারতম্য গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাংক বলে।

খ গরমের দিনে কুকুরের শরীর উত্তপ্ত থাকে এবং কুকুর অস্বস্তিবোধ করে। কিন্তু কুকুরের জিহ্বার উপর এক প্রকার লালা থাকে। সেই লালা কুকুরের শরীর থেকে বাষ্পীভবনের সুপ্ততাপ শোষণ করে ক্রমাগত বাষ্পীভূত হয় এবং কুকুরের শরীর ঠান্ডা হয়। কুকুর স্বস্তি অনুভব করে। সেজন্য কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায়।

গ C বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা I_C হলে,

$$I_C = \frac{P}{4\pi r_c^2} = \frac{40}{4\pi \times (2 \times 10^3)^2} = 7.96 \times 10^{-7}\ Wm^{-2}\ (Ans.)$$

এখানে,
শব্দোৎসের ক্ষমতা, P = 40W
উৎস হতে দূরত্ব, $r_c = 2km = 2 \times 10^3 m$

ঘ 'গ' হতে পাই, C বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা, $I_c = 7.96 \times 10^{-7}Wm^{-2}$

B বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা I_B হলে,

$$I_B = \frac{P}{4\pi r_B^2} = \frac{40}{4\pi \times (1.5 \times 10^3)^2} = 1.41 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$$

B ও C অবস্থানে তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে β_B ও β_C হলে তীব্রতা লেভেলের পার্থক্য,

$$\Delta\beta = \beta_B - \beta_C$$
$$= 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_C}{I_0}$$
$$= 10 \log \left(\frac{I_B}{I_0} \times \frac{I_0}{I_C}\right)$$
$$= 10 \log \left(\frac{I_B}{I_C}\right)$$
$$= 10 \log \left(\frac{1.41 \times 10^{-6}}{7.96 \times 10^{-7}}\right)$$
$$= 2.48\ dB$$

অতএব, B ও C অবস্থানের শব্দের তীব্রতা লেভেলের তারতম্য 2.48 dB.

প্রশ্ন ▶ ৬৬ দুটি খুঁটির সাথে 2m দীর্ঘ একটি তার টান করে বাধা আছে। তারটির মাঝখানে টান দিয়ে ছেড়ে দিলে 4টি লুপ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 2Hz।

[নীলফামারী সরকারি কলেজ]

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১

খ. একটি দোলক ঘড়ি গ্রীষ্মকালে ধীরে এবং শীতকালে দ্রুত চলে কেন? ২

গ. উদ্দীপকে সৃষ্ট তরঙ্গের বেগ কত নির্ণয় কর। ৩

ঘ. এ ধরনের তরঙ্গের কোনো বিন্দুতে স্পন্দন সর্বোচ্চ এবং কোনো বিন্দুতে স্পন্দন সর্বনিম্ন হওয়ার কারণ চিত্রসহ গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখাও। ৪

৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ আমরা জানি, দোলকের দোলনকালের সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

কোনো নির্দিষ্ট স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান ধ্রুব। তাই L এর মান পরিবর্তনে T এর মান পরিবর্তিত হয়। গ্রীষ্মকালে দোলকের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ায় দোলনকাল বেড়ে যায়। একারণে গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে। আবার শীতকালে দোলকের দৈর্ঘ্য হ্রাস পাওয়ায় দোলনকাল হ্রাস পায়। ফলে শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে।

গ উদ্দীপকে 2m দৈর্ঘ্যের তারে চারটি লুপ সৃষ্টি হয় বলে,

$$4 \times \frac{\lambda}{2} = 2$$

বা, $2\lambda = 2$

$\therefore \lambda = 1m$

$\therefore$ তরঙ্গের বেগ v হলে,

$$v = f\lambda = 2 \times 1 = 2ms^{-1}\ (Ans.)$$

এখানে,
তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f = 2Hz$

ঘ উদ্দীপকে সৃষ্ট তরঙ্গ হলো স্থির তরঙ্গ। স্থির তরঙ্গের প্রমাণ সমীকরণ নিম্নরূপ: $y = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}\ \sin\frac{2\pi}{\lambda}vt$

এখানে, $A = 2a \cos\frac{2\pi}{\lambda}x$. বা, $A = 2a \cos kx$

সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সমপাতিত তরঙ্গ দুটি সরল ছন্দিত স্পন্দন উৎপন্ন করে যার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এবং বিস্তার $A = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x$.

সরল ছন্দিত স্পন্দনটি অগ্রগামী তরঙ্গ নয়। কারণ এতে দশার কোনো পার্থক্য নেই। অর্থাৎ এই সমীকরণে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণের ন্যায় দশা কোণের ভেতর $(vt - x)$ জাতীয় কোন রাশি অন্তর্ভুক্ত নেই। এই তরঙ্গের উপরস্থ প্রতিটি কণা A বিস্তার নিয়ে সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন করছে। নির্দিষ্ট বিন্দুতে এই বিস্তার ধ্রুবক, কিন্তু বিভিন্ন বিন্দুতে x এর মানের ওপর নির্ভর করে বিস্তারের মানও বিভিন্ন হবে।

যে সকল বিন্দুতে স্পন্দন সর্বাধিক তথা লব্ধি বিস্তার সর্বোচ্চ অর্থাৎ $A = \pm 2a$ হবে, সেখানে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে। অর্থাৎ যে সকল বিন্দুতে $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$ হবে সে সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

সুতরাং যে সকল বিন্দুতে,

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi\ 2\pi\ .....\ n\pi,\ \text{হবে}\ (n = 0, 1, 2, 3, ...)$$

বা, $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, ... \frac{n\lambda}{2}$, হবে $(n = 0, 1, 2, 3, ...)$

বা, $x = 0, \frac{2\lambda}{4}, \frac{4\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4} .... \frac{2n\lambda}{4}$ হবে $(n = 0, 1, 2, 3, ...)$

সেই সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

সুতরাং স্থির তরঙ্গের ওপর যে সকল বিন্দু $\frac{\lambda}{4}$ এর জোড় গুণিতক দূরে অবস্থিত সেই সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু হবে।

যে সকল বিন্দুতে স্পন্দন নেই তথা বিস্তার A = 0 সে সকল বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে। অর্থাৎ যে সকল বিন্দুতে $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = 0$ হবে সে সকল বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

সুতরাং যে সকল বিন্দুতে,

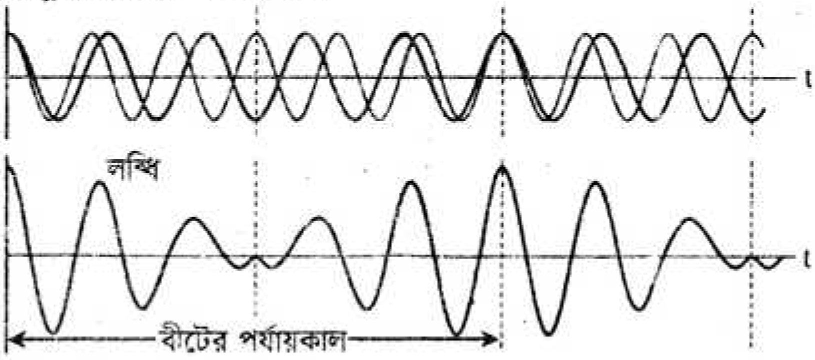
$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \ldots\ldots \ldots (2n+1)\frac{\pi}{2},$$ হবে $(n = 0, 1, 2, 3 \ldots)$

বা, $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \ldots\ldots (2n+1)\frac{\lambda}{4}$ হবে।

সেই সকল বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

সুতরাং স্থির তরঙ্গের ওপর যে সকল বিন্দু $\frac{\lambda}{4}$ এর বিজোড় গুণিতক দূরে অবস্থিত সেই সকল বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি হবে।

এভাবে স্থির তরঙ্গের কোনো বিন্দুতে সর্বোচ্চ স্পন্দন এবং কোনো বিন্দুতে সর্বনিম্ন স্পন্দন হয়।



প্রশ্ন ▶ ৬৭ A এবং B দুটি সুরশলাকা একটি গ্যাসে 1m এবং 1.01m তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট উৎপন্ন হয়। B-এর কম্পাঙ্ক 512Hz। 'A' শলাকার বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় একত্রে শব্দায়িত করলে একই সংখ্যক বীট উৎপন্ন হয়। *[লালবাগ সরকারি মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. অনুনাদ কাকে বলে? ১

খ. ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বুঝ? ২

গ. গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের 'A' সুরশলাকার কম্পাঙ্ক ভর বৃদ্ধির পূর্বে না পরে 'B' এর চেয়ে বেশি ছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর

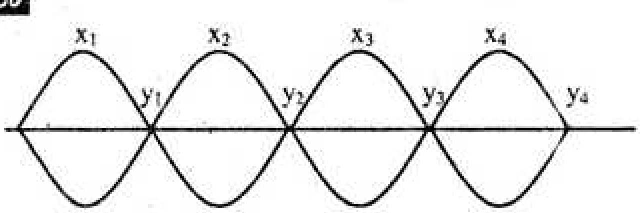
ক কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

খ ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে বোঝায় কোনো নির্দিষ্ট সময়ে ঢাকার বায়ুতে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ জলীয়বাষ্প ধারণ করতে পারে ঐ সময় তার শতকরা 70 ভাগ জলীয় বাষ্প ঢাকার বায়ুতে উপস্থিত আছে।

গ ৪ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৪ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৮



চিত্রানুসারে, x_1, x_2, x_3 ও x_4 সুস্পন্দ বিন্দু এবং y_1, y_2, y_3 ও y_4 নিস্পন্দ বিন্দু এবং তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক 250 Hz. *[শেরপুর সরকারি কলেজ]*

ক. বীট কী? ১

খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. x_1 ও x_2 এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.06m হলে, তরঙ্গ বেগ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের বিন্দুগুলো গঠিত হওয়ার শর্ত গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের কিন্তু কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরলরেখায় একই দিকে সঞ্চালিত হলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ যেহেতু x_1 ও x_2 দুটি সুস্পন্দ বিন্দু,

দেওয়া আছে,
কম্পাঙ্ক, $f = 250$ Hz
$x_2 - x_1 = 0.06$ m
তরঙ্গ বেগ, $v = ?$

$\therefore$ $x_2 - x_1$ = দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব

$\Rightarrow 0.06 = \frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow \lambda = 0.12$

$\Rightarrow \frac{v}{f} = 0.12$

$\Rightarrow \frac{v}{250} = 0.12$

$\therefore$ $v = 30\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ ধরা যাক, উদ্দীপকের চিত্রের তরঙ্গ দুটির সমীকরণ,

$$z_1 = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

$$z_2 = -a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)$$

$\therefore$ লব্ধি তরঙ্গ, $z = z_1 + z_2$

$$= a\left\{\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) - \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)\right\}$$

$$= 2a \cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt) \sin\frac{2\pi}{\lambda}x$$

$$= A\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt)$$ যেখানে, $A = 2a \sin\frac{2\pi}{\lambda}x.$

এখন, যে সকল বিন্দুতে $A = \pm 2a$, সে সকল বিন্দুতেই সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

$\therefore$ $A = \pm 2a$

$\Rightarrow 2a \sin\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 2a$

$\Rightarrow \sin\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots\ldots$

$\therefore$ $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \ldots\ldots\ldots$

অতএব, সুস্পন্দ বিন্দু তথা উদ্দীপকের x_1, x_2, x_3 ইত্যাদি বিন্দু তৈরি হতে হলে বিন্দুগুলোর অবস্থান হতে হবে $\frac{\lambda}{4}$ এর বিজোড় গুণিতকের সমান।

আবার, নিস্পন্দ বিন্দুর জন্য, $A = 0$

$\Rightarrow 2a \sin\frac{2\pi}{\lambda}x = 0$

$\Rightarrow \sin\frac{2\pi}{\lambda}x = 0$

$\therefore$ $\frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi \ldots\ldots$

$\Rightarrow x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \ldots\ldots$

$= 0, 2\frac{\lambda}{4}, 4\frac{\lambda}{4}, \ldots\ldots$

অতএব, নিস্পন্দ বিন্দু তথা উদ্দীপকের y_1, y_2, y_3 .... ইত্যাদি বিন্দু তৈরি হবে যদি বিন্দুগুলোর দূরত্ব হয় $\frac{\lambda}{4}$ এর জোড় গুণিতকের সমান।

প্রশ্ন ▶ ৬৯ Y = 100sinπ (100t − 5x) তরঙ্গটি সামনে বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হয়ে পুনরায় একই পথে বিপরীত দিকে ফিরে এসে একটি স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে। *[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]*

ক. ডেসিবেলের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. শব্দ একটি অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ —ব্যাখ্যা কর। ২

গ. তরঙ্গটির পর্যায়কাল কত? ৩

ঘ. পরপর দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব এবং পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব একই হবে কিনা —গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুটি শব্দের মধ্যে যদি একটির তীব্রতা অন্যটির $10^{0.1}$ গুণ বা 1.259 হয়, তখন এদের তীব্রতা লেভেল এর পার্থক্য হয় 0.1 বেল বা 1 ডেসিবেল।

খ শব্দ অগ্রগামী তরঙ্গের ন্যায় জড় ও স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে ক্রমাগত অগ্রসর হয়। আবার শব্দ তরঙ্গ বায়বীয় মাধ্যমের স্তরসমূহের পর্যায়ক্রমিক সংকোচন ও প্রসারণ দ্বারা সঞ্চালিত হয়। একই পদ্ধতিতে লম্বিক তরঙ্গও সঞ্চালিত হয়। সুতরাং লম্বিক তরঙ্গের সকল বৈশিষ্ট্য শব্দ তরঙ্গ মেনে চলে। তাই শব্দ তরঙ্গকে লম্বিক তরঙ্গ বলা হয়। পুনরায়, আড় তরঙ্গের সমাবর্তন ঘটে। কিন্তু লম্বিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে সমাবর্তন ঘটে না। শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে সমাবর্তনের কোনো পরীক্ষালব্ধ প্রমাণ নেই। অতএব বলা যায় যে, শব্দ একটা অগ্রগামী লম্বিক তরঙ্গ।

গ দেওয়া আছে,

$$Y = 100 \sin \pi (100 t - 5x)$$

বা, $Y = 100 \sin (100\pi t - 5\pi x)$

প্রদত্ত সমীকরণটিকে $y = a \sin (\omega t - kx)$ এর সাথে তুলনা করে পাই।

$\omega = 100\pi$

$\therefore$ পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi}$

$\therefore T = 0.02$ s **(Ans.)**

ঘ প্রদত্ত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ–

$Y_1 = 100 \sin \pi (100 t - 5x)$

এবং বিপরীত দিকে ফিরে আসা অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $Y_2 = -100 \sin \pi (100 t + 5x)$

সুতরাং তরঙ্গটির লব্ধি সরণ, y

$y = y_1 + y_2$

$= 100 \{\sin\pi (100t - 5x) - \sin\pi (100 t + 5x)\}$

$= 100 \{2 \cos\pi (100t) \sin\pi(5x)\}$

$= 200 \cos (100\pi t) \sin (5\pi x)$

$= A \cos (100 \pi t)$

সুস্পন্দ বিন্দুর জন্য,

$A = \pm 200$

বা, $200 \sin(5\pi x) = \pm 200$

বা, $\sin(5\pi x) = 1$

$5\pi x = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$

$x = (2n + 1) \frac{1}{10}$

$\therefore$ দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব,

$x_{n+1} - x_n = \{2(n + 1) + 1 - 2n - 1\} \times \frac{1}{10}$

$= \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ একক

নিস্পন্দ বিন্দুর জন্যে,

$A = 0$

বা, $\sin (5\pi n) = 0$

বা, $5\pi x = n\pi$

$\therefore x = \frac{n}{5}$

$\therefore$ দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব, $x_n - x_{n-1} = \frac{n}{5} - \frac{n-1}{5} = \frac{1}{5}$ একক

সুতরাং গাণিতিকভাবে বলা যায় যে, পরপর দুটি সুসম্পন্ন বিন্দুর দূরত্ব ও পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব একই হবে।

প্রশ্ন ▶ ৭০ একদিন রবি পড়ছিল। তখন তার মা ব্লেন্ডারে জুস তৈরি করছিলেন। শব্দের তীব্রতা লেভেল 65 dB। বাবা Radio শুনছিলেন যার তীব্রতার লেভেল 70 dB। একই সময়ে কাজের মেয়ে ফোম পরিষ্কার করার জন্য 60 dB এর ভ্যাকুয়াম ক্লিনার ব্যবহার করল তখন রবি চিৎকার দিয়ে অজ্ঞান হয়ে গেল। *[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. সেকেন্ড দোলক কী? ১

খ. পৃথিবীর কেন্দ্রে সরল দোলকের দোলনকাল কীরূপ হবে– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. রবির বাবা যদি Radio ভলিউম দ্বিগুণ করে তবে Radio এর তরঙ্গ লেভেলের কী পরিবর্তন হবে? ৩

ঘ. অতিরিক্ত শব্দের কারণে রবি অজ্ঞান হয়েছিল কিনা– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৭০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। তাই পৃথিবীর কেন্দ্রে যেকোনো সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$

দোলনকাল অসীম হওয়ায় পৃথিবীর কেন্দ্রে সরল দোলকটি কোনো দোল দিবে না এবং স্থির হয়ে থাকবে।

গ এখানে, রেডিওর তীব্রতা লেভেল, $\beta = 70$ dB

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2}

রেডিওর তীব্রতা, $I_1 = ?$

আমরা জানি,

$\beta = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$

বা, $70 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}}$

$\therefore I_1 = 1 \times 10^{-5}$ Wm^{-2}

এখন তীব্রতা দ্বিগুণ করলে, নতুন তীব্রতা, $I_2 = 2 \times 10^{-5}$Wm^{-2}

$\therefore$ নতুন তীব্রতা লেভেল, $\beta_2 = 10 \log \frac{2 \times 10^{-5}}{10^{-12}}$

$= 73$ dB

$\therefore$ তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন $= (73 - 70)$ dB

$= 3$ dB **(Ans.)**

ঘ এখানে, ব্লেন্ডারের তীব্রতা লেভেল, $\beta_1 = 65$dB

রেডিওর তীব্রতা লেভেল, $\beta_2 = 70$ dB

ভ্যাকুয়াম ক্লীনারের তীব্রতা লেভেল, $\beta_3 = 60$dB

প্রমাণ তীব্রতা $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2}

ব্লেন্ডারের শব্দের তীব্রতা, $I_1 = ?$

রেডিওর শব্দের তীব্রতা, $I_2 = ?$

ভ্যাকুয়াম ক্লীনারের শব্দের তীব্রতা, $I_3 = ?$

সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

এখন, $\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_o}$

বা, $65 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}}$

$\therefore I_1 = 3.16 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$

$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$

বা, $70 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}}$

$\therefore I_2 = 1 \times 10^{-5}\ Wm^{-2}$

$\beta_3 = 10 \log \frac{I_3}{I_o}$

বা, $60 = 10 \log \frac{I_3}{10^{-12}}$

$\therefore I_3 = 1 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$

সম্মিলিত তীব্রতা, $I = I_1 + I_2 + I_3$
$= 3.16 \times 10^{-6} + 1 \times 10^{-5} + 1 \times 10^{-6}$
$= 1.416 \times 10^{-5}$

$\therefore$ সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_o}$
$= 10 \log \frac{1.416 \times 10^{-5}}{10^{-12}}$
$= 71.5$ dB

71.5 dB এর শব্দে মানবদেহে তেমন ক্ষতিকর প্রভাব ফেলেনা। তাই বলা যায়, অতিরিক্ত শব্দে ববি অজ্ঞান হয়নি।

প্রশ্ন ▶ ৭১ শফিক ও তুহিন পরস্পর হতে 100 m দূরত্বে অবস্থান করে যথাক্রমে 400 Hz ও 500 Hz এর সুরশলাকা দ্বারা দুটি শব্দ উৎপন্ন করল যাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.165 m

[ব্রাহ্মণবাড়িয়া সরকারি কলেজ, ব্রাহ্মণবাড়িয়া]

ক. বীট কাকে বলে? ১
খ. কেঁচো চলার সময় তার শারীরিক অবস্থা কোন তরঙ্গের সাথে সাদৃশ্যপূর্ণ– তা ব্যাখ্যা করো। ২
গ. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে শব্দের বেগ নির্ণয় করো। ৩
ঘ. শফিক ও তুহিনের উৎপন্ন শব্দ একই সময়ে তুহিন ও শফিকের নিকট পৌছাতে পারবে কি-না গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

৭১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান বিস্তারের কিন্তু কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সময় একই সরলরেখায় একই দিকে সঞ্চালিত হলে এদের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ কেঁচো চলার সময় তার দেহকে একবার সংকুচিত করে, এরপর প্রসারিত করে এবং এভাবে সংকোচন প্রসারণের মাধ্যমে এগিয়ে যায়। যেহেতু অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সংকোচন প্রসারণের মাধ্যমে সঞ্চালিত হয়। তাই কেঁচোর চলন অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সাথে সাদৃশ্যপূর্ণ।

গ $f_1 = 400$ Hz ও $f_2 = 500$ Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শফিক ও তুহিনের শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 হলে,

$\lambda_1 \sim \lambda_2 = 0.165$

কিন্তু $f_1 < f_2$ এবং শব্দের বেগ, v সমান বলে, $f_1\lambda_1 = f_2\lambda_2$ হতে, $\lambda_1 > \lambda_2$

$\therefore \lambda_1 - \lambda_2 = 0.165$

বা, $\frac{v}{f_1} - \frac{v}{f_2} = 0.165$

বা, $v = \frac{0.165}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}}$

বা, $v = \frac{0.165}{\frac{1}{400} - \frac{1}{500}}$

$\therefore v = 330\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ যেহেতু শফিক ও তুহিন একই মাধ্যমে শব্দ উৎপন্ন করছে। তাই দুজনের জন্য শব্দের বেগ একই এবং 'গ' থেকে পাই শব্দের বেগ, $v = 330\ ms^{-1}$। শফিক ও তুহিনের মধ্যবর্তী দূরত্ব, d = 100 m.

$\therefore$ শফিকের শব্দ তুহিনের কাছে যেতে t_1 সময় লাগলে,

$t_1 = \frac{d}{v}$
$= \frac{100}{330}$
$= 0.303$ s

আবার, তুহিনের শব্দ শফিকের কাছে যেতে t_2 সময় লাগলে,

$t_2 = \frac{d}{v} = \frac{100}{330}$
$= 0.303$ s

$\therefore t_1 = t_2$

অর্থাৎ, শফিক ও তুহিনের উৎপন্ন শব্দ একই সময়ে পরস্পরের নিকট পৌছাবে যদি তারা একই মুহূর্তে শব্দ উৎপন্ন করে।

প্রশ্ন ▶ ৭২ $Y = 0.025 \sin 2\pi (100t - 0.5x)$ তরঙ্গটি $1.29 kgm^{-3}$ ঘনত্বের বায়ু মাধ্যমে সঞ্চালিত হচ্ছে।

[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]

ক. বিস্তার কাকে বলে? ১
খ. কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বুঝ? ২
গ. তরঙ্গটির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত? ৩
ঘ. ঐ তরঙ্গটি শব্দোচ্চতার সীমাকে অতিক্রম করবে কী-গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৭২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক তরঙ্গাস্থিত কোনো কণা তার স্পন্দনকালে সাম্যাবস্থা থেকে সর্বোচ্চ যতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিস্তার বলে।

খ কোনো স্থানের বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে বুঝায় কোনো নির্দিষ্ট সময় ওই স্থানের বায়ুতে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে ঐ সময় তার শতকরা 70 ভাগ জলীয় বাষ্প বায়ুতে উপস্থিত আছে।

গ ১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর : 2 SI Unit

ঘ

$Y = 0.025 \sin 2\pi (100t - 0.5x)$

$= 0.025 \sin \frac{2\pi}{2} (200t - x)$

উপরোক্ত সমীকরণকে $Y = a \sin \frac{2\pi}{\pi}$ (vt – x) এর সাথে তুলনা করে।

বিস্তার, a = 0.025 m

তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, $\lambda = 2$ m

বেগ, $v = 200\ ms^{-1}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{\lambda} = 100$ Hz

দেওয়া আছে, ঘনত্ব, $\rho = 1.29\ kgm^{-3}$

জানা আছে, প্রমাণ তীব্রতা লেভেল, $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$

$\therefore$ শব্দের তীব্রতা,

$I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$
$= 2\pi^2 \times (100)^2 \times (0.025)^2 \times 1.29 \times 200$
$= 31.829 \times 10^3\ W/m^2$

$\therefore$ তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$
$= 10 \log \frac{31.829 \times 10^3}{10^{-12}}$
$= 165$ dB.

যেহেতু, মানুষের শব্দোচ্চতার সীমা 120 dB, অতএব উদ্দীপকের শব্দটি শব্দোচ্চতার সীমা অতিক্রম করবে।

নবম অধ্যায় : তরঙ্গ

৩১৯. বাতাসে সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ কোন জাতীয় তরঙ্গ? (জ্ঞান)
ক যান্ত্রিক তরঙ্গ খ বেতার-তরঙ্গ
গ আড় তরঙ্গ ঘ পানির তরঙ্গ ক

৩২০. পানিতে সৃষ্ট তরঙ্গ কোন তরঙ্গ? (জ্ঞান)
ক লম্বিক তরঙ্গ খ পানীয় তরঙ্গ
গ আড় তরঙ্গ ঘ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ গ

৩২১. তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সাথে তরঙ্গ মুখের সম্পর্ক কীরূপ? (জ্ঞান)
ক ৯০° খ ৪৫°
গ ৬০° ঘ ০° ক

৩২২. T পর্যায়কাল সম্পন্ন বস্তু t সময়ে N সংখ্যক কম্পন সৃষ্টি করলে নিচের কোনটি সঠিক? (অনুধাবন)
ক $T = \frac{t}{N}$ খ $T = \frac{N}{t}$
গ $t = \frac{N}{f}$ ঘ $T = Nt$ ক

৩২৩. হার্জ (Hz) কীসের একক? (জ্ঞান)
ক পর্যায়কাল খ কম্পাঙ্ক
গ তরঙ্গদৈর্ঘ্য ঘ বেগ খ

৩২৪. একটি পূর্ণ কম্পনে T সময়ে দশার পরিবর্তন 2π হলে কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? (প্রয়োগ)
ক $\omega = 2\pi T$ খ $\omega = \frac{2\pi}{T}$
গ $\omega = \frac{2\pi}{f}$ ঘ $\omega = \frac{T}{2\pi}$ খ

৩২৫. $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}x$ সম্পর্কটি কোনটির জন্যে সঠিক? (জ্ঞান)
ক স্থির তরঙ্গ খ সুস্পন্দ বিন্দু
গ আড় তরঙ্গ ঘ অগ্রগামী তরঙ্গ ঘ

৩২৬. $y = 0.9 \sin\pi\left(\frac{x}{10} + \frac{2t}{0.3}\right)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ। তরঙ্গটির কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। সকল রাশি C.G.S এককে প্রকাশিত। (উচ্চতর দক্ষতা)
ক 20.91 rads^{-1} খ 0.209 rads^{-1}
গ 21.09 rads^{-1} ঘ 20 rads^{-1} খ

৩২৭. তরঙ্গস্থিত 0.297 m ব্যবধানে অবস্থিত দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 1.57 radian তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 2.80 Hz হলে মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। (প্রয়োগ)
ক 332.8 ms^{-1} খ 334.29 ms^{-1}
গ 402.6 ms^{-1} ঘ 339.33 ms^{-1} ক

৩২৮. কোনটি চলমান তরঙ্গের সমীকরণ? (অনুধাবন)
ক $y = \sin kx$ খ $y = \cot\omega t$
গ $y = \tan(kx - \omega t)$ ঘ $y = \cos kt \sin\omega t$ ক

৩২৯. উপরোক্ত তরঙ্গের পর্যায়কাল কত? (প্রয়োগ)
ক 0.08 sec খ 0.06 sec
গ 0.04 sec ঘ 0.02 sec গ

৩৩০. কোনো একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 512 Hz। তরঙ্গের পরপর দুটি নিঃস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0.50m। মাধ্যমের তরঙ্গ বেগ কত? (প্রয়োগ)
ক 128 ms^{-1} খ 256 ms^{-1}
গ 512 ms^{-1} ঘ 1024 ms^{-1} গ

৩৩১. তরঙ্গের তীব্রতা একক কী? (জ্ঞান)
ক Watt m^2 খ Watt m^{-2}
গ J^{m-2} ঘ $J\,m^2$ খ

৩৩২. শব্দ তরঙ্গের তীব্রতা সম্পর্কে নিচের কোনটি সত্য? এখানে প্রতীক সমূহ প্রচলিত অর্থ বহন করে। (জ্ঞান) *[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]*
ক $I = 2\pi^2 f^2 \rho v A^2$ খ $I = 2\pi f^2 \rho v A^2$
গ $I = 2\pi^2 f \rho v A^2$ ঘ $I = 2\pi^2 f \rho v A$ ক

৩৩৩. শব্দের তীব্রতা ও শব্দের বেগের মধ্যে সম্পর্ক কীরূপ? (জ্ঞান)
ক সমানুপাতিক খ ব্যস্তানুপাতিক
গ বর্গমূলের সমানুপাতিক
ঘ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ক

৩৩৪. একটি স্থির তরঙ্গের পাশাপাশি দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কত? (জ্ঞান)
ক λ খ $\frac{\lambda}{2}$
গ $\frac{\lambda}{4}$ ঘ zero খ

৩৩৫. কুয়ার পানিতে পাথরের টুকরো ফেলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায় যদি পাথর নিক্ষেপ করা হয়— (জ্ঞান)
ক) উল্লম্বভাবে খ) আনুভূমিকভাবে
গ) কুয়ার যেকোনো এক পাশে
ঘ) কুয়ার ঠিক মধ্যস্থলে ক

৩৩৬. নিচের কোনটি 1 GHz ও 1 MHz এর অনুপাতের সমান? (প্রয়োগ)
ক) 10^9 খ) 10^6
গ) 10^3 ঘ) 10^{-3} গ

৩৩৭. কত দূরত্বের বিন্দুতে গঠনমূলক ব্যতিচার সৃষ্টি হবে? (অনুধাবন) /ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর/
ক) $\frac{\lambda}{4}$ খ) $2\frac{\lambda}{4}$
গ) $3\frac{\lambda}{4}$ ঘ) $4\frac{\lambda}{4}$ ঘ

৩৩৮. একটি তারের ভর 3 gm এবং দৈর্ঘ্য 60 cm; তারটিকে কত বল দ্বারা টানা দিলে, এর আড় কম্পনে সৃষ্ট প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্ক হবে 200 Hz? (প্রয়োগ)
ক) 72 N খ) 76 N
গ) 80 N ঘ) 84 N ক

৩৩৯. একটি সাইরেনের চাকতি প্রতি সেকেন্ডে 10 বার ঘুরছে। চাকতিতে কতটি ছিদ্র থাকলে তা 480 কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকার সাথে ঐকতানিক হবে? (প্রয়োগ)
ক) 48টি খ) 36টি
গ) 18টি ঘ) 16টি ক

৩৪০. 1 bel সমান—(জ্ঞান) /ভোলা সরকারি কলেজ, ভোলা/
ক) 10 dB খ) $\frac{1}{10}$ dB
গ) 11 dB ঘ) 12 dB ক

৩৪১. খনিতে দূষিত গ্যাসের অস্তিত্ব নির্ণয়ে কোনটি ব্যবহৃত হয়? (জ্ঞান)
ক) অর্গান নল খ) পিকল পাইপ
গ) ফ্যাদোমিটার ঘ) সনোমিটার ক

৩৪২. অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে কোন সূত্র ব্যবহৃত হয়? (অনুধাবন)
ক) $N = f_1 + f_2$ খ) $N = f_1 \sim f_2$
গ) $N = f_1 f_2$ ঘ) $N = f_1/f_2$ খ

৩৪৩. একটি সুরের কম্পাঙ্ক আরেকটি সুরের দ্বিগুণ হলে, দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির কী বলা হয়? (জ্ঞান)
ক) অষ্টক খ) সুর
গ) স্বর ঘ) মেলোডি ক

৩৪৪. শব্দের ব্যতিচার হবে— (উচ্চতর দক্ষতা)
i. তরঙ্গ দুটির কম্পাঙ্ক ও বিস্তার সমান হলে
ii. তরঙ্গ দুটির আকৃতি ও দশা অপরিবর্তিত থাকলে
iii. তরঙ্গের উৎস দুটি সুসজ্জাত হলে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii ঘ

৩৪৫. স্থির-তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যসমূহ হলো— (অনুধাবন)
i. তরঙ্গের বিভিন্ন বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার বিভিন্ন
ii. মাধ্যমের কতকগুলো বিন্দুতে কণার কোনো সরণ পরিলক্ষিত হয় না
iii. স্থির তরঙ্গিত মাধ্যমের সুস্পন্দ ছাড়া অপর সব কণার গতি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii ক

৩৪৬. সৈন্যদল ব্রিজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়ার সময় পায়ের কম্পাঙ্ক যদি ব্রিজের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে— (অনুধাবন)
i. অনুনাদ সৃষ্টি হয়
ii. ব্রিজটি অধিক বিস্তারে কাঁপতে থাকে
iii. ব্রিজটি ভেঙে যাওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii ঘ

৩৪৭. অনুনাদের ক্ষেত্রে— (অনুধাবন)
i. পরবশ কম্পনশীল বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্কের সমান হয়
ii. বস্তু অধিক বিস্তারে কম্পিত হয়
iii. কম্পন বেশিক্ষণ স্থায়ী হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii ঘ

৩৪৮. তীব্রতালেভেলের ক্ষেত্রে— (প্রয়োগ)
i. যন্ত্রণাদায়ক শব্দের সূচনা সীমার তীব্রতা লেভেল 120 dB
ii. কামানের গর্জনের তীব্রতা লেভেল 110dB
iii. হাটবাজারের শব্দের তীব্রতা লেভেল 90 dB
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

৩৪৯. 1m দূরত্বে থেকে স্বাভাবিক কথোপকথনের— (অনুধাবন)
i. তীব্রতা 10^{-6} Wm^{-2}
ii. তীব্রতা লেভেল 60dB
iii. তীব্রতা $1Wm^{-2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৫০. যে বিন্দুতে দুটি তরঙ্গ বিপরীত দশায় মিলিত হবে সেখানে উপরিপাতনের ফলে— (অনুধাবন)
i. লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার তরঙ্গাদ্বয়ের বিস্তারের বিয়োগফলের সমান হবে
ii. শব্দের তীব্রতা বেড়ে যাবে
iii. শব্দের তীব্রতা কমে যাবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

৩৫১. সুর হলো— (অনুধাবন)
i. একটি মাত্র কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ
ii. একাধিক কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ
iii. একটি মাত্র তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট শব্দ
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

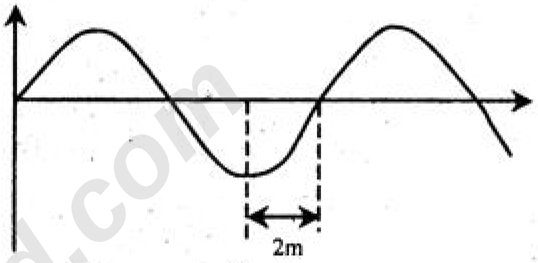
৩৫২. দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাত একটি পূর্ণ বা অখণ্ড সংখ্যা হলে, এদের মিলিত প্রভাবে— (প্রয়োগ)
i. সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি হয়
ii. শ্রুতিমধুর শব্দের সৃষ্টি হয়
iii. শ্রুতিকটু শব্দের সৃষ্টি হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৫৩ ও ৩৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
0.325m ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 3.14 radian। তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 512Hz।

৩৫৩. তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? (প্রয়োগ)
ক 0.65 m খ 0.60 m
গ 1.20 m ঘ 1.30 m **ক**

৩৫৪. তরঙ্গের বেগ কত? (প্রয়োগ)
ক $332\ ms^{-1}$ খ $332.8\ ms^{-1}$
গ $350\ ms^{-1}m$ ঘ $350.8\ ms^{-1}$ **খ**

নিচের চিত্রটি লক্ষ কর এবং ৩৫৫ ও ৩৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে প্রদর্শিত দূরত্ব অতিক্রমে তরঙ্গের 0.5s সময় লাগে।

৩৫৫. উদ্দিষ্ট তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য (λ) কত? (অনুধাবন)
ক 2 m খ 4 m
গ 6 m ঘ 8 m **ঘ**

৩৫৬. তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক কত? (প্রয়োগ)
ক 0.5 Hz খ 1 Hz
গ 2 Hz ঘ 4 Hz **ক**

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$y = -10\ \sin 2\pi\left(\frac{t}{0.04} - \frac{3}{30}\right)$ সমীকরণটি একটি তরঙ্গকে প্রকাশ করে। এখানে দৈর্ঘ্যকে cm এবং সময়কে sec এককে ধরা হয়েছে।

৩৫৭. উক্ত তরঙ্গটি —— (উচ্চতর দক্ষতা)
i. একটি অগ্রগামী তরঙ্গ
ii. একটি স্থির তরঙ্গ
iii. ঋণাত্মক x অক্ষ বরাবর গতিশীল
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **খ**

অধ্যায়-১০: আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব

প্রশ্ন ▶১ কোনো একদিন ল্যাবরেটরিতে সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্বের পাঠ 30°C এবং সিক্ত বাল্বের পাঠ 28°C পাওয়া গেল। ভিন্ন ভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ ও গ্লেইসারের উৎপাদকের মান নিচের সারণি-১ এ প্রদত্ত হলো:

সারণি-১

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ (m Hg)	গ্লেইসারের উৎপাদক
26°C	25.21×10^{-3}	1.69
28°C	28.35×10^{-3}	1.67
29°C	29.93×10^{-3}	1.66
30°C	31.83×10^{-3}	1.65

/চা. বো. ২০১৭/

ক. সংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. স্থিতিস্থাপক সীমা ও স্থিতিস্থাপক ক্লান্তির মধ্যে প্রধান পার্থক্য কী? ২

গ. ল্যাবরেটরিতে ঐ দিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত ছিল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. যদি ঐ দিন তাপমাত্রা হঠাৎ 1°C হ্রাস পায় তবে শিশিরাঙ্কের পরিবর্তন কীরূপ হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে বস্তুটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে। যেমন– মহাকর্ষজ বল।

খ যে মানের বল পর্যন্ত কোন বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে, তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে। আবার কোন তারের উপর ক্রমাগত পীড়নের দ্রুত হ্রাস-বৃদ্ধি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় এবং বল অপসারণের সাথে সাথে বস্তু আগের অবস্থা ফিরে পায় না, কিছুটা দেরি হয়। বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে। তখন অসহ ভারের চেয়ে কম ভারে এমনকি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যেই তারটি ছিঁড়ে যেতে পারে।

স্থিতিস্থাপক সীমা এবং স্থিতিস্থাপক ক্লান্তির প্রধান পার্থক্য হল– স্থিতিস্থাপক সীমার ক্ষেত্রে এই সীমা অতিক্রম করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম বিলুপ্ত হয় এবং তা পরবর্তীতে আর ফিরে পায় না। কিন্তু স্থিতিস্থাপক ক্লান্তিতে বস্তু সাময়িকভাবে তার স্থিতিস্থাপক ধর্ম হারায় কিন্তু কিছু সময় পরে আবার স্থিতিস্থাপক ধর্ম ফিরে পায়।

গ দেওয়া আছে,

শুষ্ক বাল্বের পাঠে, $\theta_1 = 30°C$

সিক্ত বাল্বের পাঠ, $\theta_2 = 28°C$

30°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক, $G = 1.65$

মনে করি,

শিশিরাঙ্ক $= \theta$

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ $= f$

θ_1 তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ, $F = 31.83 \times 10^{-3}$ mHg

আমরা জানি,

$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$

বা, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$= 30 - 1.65(30 - 28)$

$= 30 - 3.3$

$= 26.7°C$

এখন, (28 – 26) C° = 2 C° তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি

$= (28.35 - 25.21) \times 10^{-3}$ m Hg

$= 3.14 \times 10^{-3}$ m Hg

0.7 C° তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি $= \dfrac{3.14 \times 10^{-3} \times 0.7}{2}$

$= 1.099 \times 10^{-3}$ m Hg

∴ 26.7°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ,

$f = 25.21 \times 10^{-3} + 1.099 \times 10^{-3}$

$= 26.309 \times 10^{-3}$ mHg

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $= \dfrac{f}{F} \times 100\%$

$= \dfrac{26.309 \times 10^{-3}}{31.83 \times 10^{-3}} \times 100\%$

$= 82.65\%$ **(Ans.)**

ঘ যে তাপমাত্রায় কোনো স্থানের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে। শিশিরাঙ্ক বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে। তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে না। তাপমাত্রা কমতে কমতে শিশিরাঙ্কে যাওয়া পর্যন্ত যদি জলীয় বাষ্পের পরিমানের কোনো পরিবর্তন না হয় তবে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না। এক্ষেত্রে বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং শিশিরাঙ্ক 26.7°C। বায়ুর তাপমাত্রা 1°C কমায় জলীয় বাষ্পের পরিমাণের কোনো পরিবর্তন হয় নি। ফলে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না। তবে পরীক্ষাগারে অল্প পরিমাণ বায়ু নিয়ে এর তাপমাত্রা হঠাৎ 1°C কমানো হলে সামান্য পরিমাণ বাষ্পকণা সুপ্ততাপ ছেড়ে দিয়ে শিশিরে পরিণত হতে পারে। ফলে মোট জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কমে যাবে। তখন শিশিরাঙ্ক আরো নিচে নেমে যাবে।

প্রশ্ন ▶২ একটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে একটি হ্রদের 40.81m গভীরতায় নিয়ে যাওয়ায় সেটি 1 লিটার আয়তন ধারণ করল। হ্রদের তলদেশে বেলুনে আরও 1 লিটার বায়ু প্রবেশ করিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলে। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2}, পানির ঘনত্ব 10^3 kgm^{-3} এবং g = 9.804 ms^2। /চা. বো. ২০১৫/

ক. প্রমাণ চাপ কী? ১

খ. সমোষ্ণ প্রক্রিয়া বলতে কী বুঝ? ২

গ. নিমজ্জনের পূর্বে উদ্দীপকের বেলুনের আয়তন কত ছিল? ৩

ঘ. বেলুনের সর্বোচ্চ প্রসারণের ক্ষমতা ৯ লিটার। পানির উপরিতলে বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে কী? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রায় 760 mm বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে প্রমাণ চাপ বলা হয়।

খ পাত্রের দেয়াল তাপ সুপরিবাহী এবং গ্যাসের সংকোচন বা প্রসারণ ধীরে ধীরে সংগঠিত হলে গ্যাস পরিবেশকে তাপ দেয় অথবা পরিবেশ হতে তাপ গ্রহণ করে। ফলে তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে। এতে গ্যাসের চাপ ও আয়তন পরিবর্তিত হয়। তাপগতীয় এ প্রক্রিয়াকে সমোষ্ণ প্রক্রিয়া বলে।

গ মনে করি, নিমজ্জনের পূর্বে বেলুনের আয়তন ছিল $= V_1$

হ্রদের তলদেশে বেলুনের প্রারম্ভিক আয়তন, $V_2 = 1$ L

হ্রদের গভীরতা, $h = 40.81$ m

হ্রদের উপরিতলে চাপ, $P_1 = 10^5$ N·m^{-2}

হ্রদের তলদেশে চাপ, $P_2 = P_1 + h\rho g$

বয়েলের সূত্রানুসারে,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $P_1V_1 = (P_1 + h\rho g)V_2$

$\therefore V_1 = \frac{(P_1 + h\rho g)V_2}{P_1}$

$= \frac{10^5 \text{ N·m}^{-2} + 40.81 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg·m}^{-3} \times 9.8 \text{ m·s}^{-2}}{10^5 \text{ N·m}^{-2}} \times 1 \text{ L}$

$= 5 \text{ L}$

অতএব, নিমজ্জনের পূর্বে উদ্দীপকের বেলুনের আয়তন 5 L ছিল। **(Ans.)**

ঘ হ্রদের তলদেশে বেলুনটির নতুন আয়তন, $V_1 = (1 \text{ L} + 1 \text{ L}) = 2 \text{ L}$

ধরি, পৃষ্ঠ দেশে আসলে বেলুনের আয়তন = V_2

$\therefore P_2V_2 = P_1V_1$

$\therefore V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{(P_2 + h\rho g)V_1}{P_2}$

$= \frac{10^5 \text{ N·m}^{-2} + 40.81 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg·m}^{-3} \times 9.8 \text{ m·s}^{-2}}{10^5 \text{ N·m}^{-2}} \times 2\text{L}$

$= 10 \text{ L} > 9 \text{ L}$

সুতরাং পানির উপরিতলে বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে না। বেলুনটি ফেটে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ৩ পদার্থবিজ্ঞান বিভাগের প্রধান স্যার অফিস কক্ষে প্রবেশ করে দেখতে পেলেন হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক বাল্বের পাঠ 30°C এবং ঐদিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল 75%। তিনি এসি চালু করে কক্ষের তাপমাত্রা 23°C-এ নামিয়ে নিলেন। তখন আর্দ্র বাল্বের পাঠ 14.76°C। [গ্লেইসারের তালিকায় 30°C এবং 23°C এ গ্লেইসারের উৎপাদক যথাক্রমে $G = 1.65$ এবং $G = 1.74$। রেনোর তালিকায় 30°C, 23°C, 8°C এবং 9°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 29.92 mm, 20.24 mm, 8.29 mm এবং 9.22 mm পারদ চাপ।

[রা. বো. ২০১৭]

ক. স্বাধীনতার মাত্রা কী? ১

খ. একই তাপমাত্রায় ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুবক থাকে-ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা 23°C-এ নেমে এলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘণীভূত হবে? ৩

ঘ. কক্ষের ভিতর এসি চালু করায় বিভাগীয় প্রধান স্যার আরাম বোধ করেন কেন? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল সিস্টেম অবাধে বা স্বাধীনভাবে যতগুলো গতির অধিকারী হতে পারে তাকে ঐ গতিশীল সিস্টেমের স্বাধীনতার মাত্রা বলে অথবা কোনো গতিশীল সংস্থার অবস্থা বা অবস্থান নির্দিষ্টভাবে প্রকাশের জন্য যতগুলো স্থানাঙ্কের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ গতিশীল সংস্থার স্বাতন্ত্র মাত্রা বা স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

খ এক মোল কোনো গ্যাসের গড় গতিশক্তি E হলে,

$$E = \frac{3}{2}RT$$

যেখানে, R সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক এবং তাপমাত্রা T। এখানে দেখা যায় যে ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের গড় গতিশক্তি শুধু তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ $E \propto T$। আবার ভিন্ন ভিন্ন গ্যাসের এক মোলে 6.022×10^{23} টি অনু থাকে।

সুতরাং, নির্দিষ্ট সংখ্যক অনু বিবেচনা করলে, তাপমাত্রা স্থির থাকলে ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুব থাকে।

গ দেওয়া আছে,

শুষ্ক বাল্বের পাঠ বা বায়ুর তাপমাত্রা 30°C

30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F = 29.92$ mm

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = 75\% = 0.75$

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f = ?$

আমরা জানি,

$$R = \frac{f}{F}$$

$\therefore f = R \times F = 0.75 \times 29.92 \text{ mm} = 22.44 \text{ mm}$

সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা, 23°C

23°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 20.24 mm

সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের পরিবর্তন, 22.44 mm − 20.24 mm = 2.2 mm

$$\frac{\text{জলীয় বাষ্পের ভরের পরিবর্তন}}{\text{শিশিরাঙ্কে সঃ জঃ বাষ্পের ভর}} = \frac{\text{জলীয় বাষ্পের চাপের পরিবর্তন}}{\text{শিশিরাঙ্কে সঃ জঃ বাষ্পের চাপ}}$$

$$\frac{\text{ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{দুপুরে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}} = \frac{2.2 \text{ mm}}{22.44 \text{ mm}} = 9.8\%$$

সুতরাং ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ 9.8% **(Ans.)**

ঘ এসি চালু করার পরে,

শুষ্ক বাল্বের পাঠ, $\theta_1 = 23°\text{C}$

আর্দ্র বাল্বের পাঠ, $\theta_2 = 14.76°\text{C}$

23°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক, G = 1.74

শিশিরাঙ্ক θ হলে,

$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$= 23 - 1.74\,(23 - 14.76)$

$= 8.66°\text{C}$

আবার, 8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 8.92 mm (Hg)

9°C তাপমাত্রা সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 9.22 mm (Hg)

$\therefore$ 1 C° তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি

$= (9.22 - 8.92)$ mm (Hg) $= 0.3$ mm (Hg)

$\therefore$ 0.66 C° তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি

$= 0.3 \times 0.66 = 0.198$ mm (Hg)

$\therefore$ 8.66°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,

$f = (8.92 + 0.198)$ mm (Hg) $= 9.118$ mm (Hg)

এবং বায়ুর তাপমাত্রা 23°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,

$F = 20.24$ mm (Hg)

ঐ স্থানের পরিবর্তিত আপেক্ষিক আর্দ্রতা R হলে,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$= \frac{9.118}{20.24} \times 100\%$$

$$= 45\%$$

সুতরাং, এসি চালু করার পরে তাপমাত্রা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা উভয়ই হ্রাস পাওয়ায় বিভাগীয় প্রধান স্যার আরাম বোধ করেন।

প্রশ্ন ▶ ৪ কোনো গ্যাস অণুর ব্যাস 3×10^{-10} m এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 6×10^{20}। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অণুগুলোর মূলগড় বর্গবেগ 500ms^{-1}।

[রা. বো. ২০১৬]

ক. আপেক্ষিক আর্দ্রতা কী? ১

খ. পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসীয় অণুর গড় বর্গবেগও বৃদ্ধি পায়– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. N.T.P তে গ্যাসের ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে প্রতি সেকেন্ডে সংঘটিত সংঘর্ষের সংখ্যা কোন ক্ষেত্রে বেশি? ক্লসিয়াস ও বোল্জম্যানের সমীকরণ ব্যবহার করে তুলনা কর। ৪

৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থানে নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর ও বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব বায়ুর ঘনত্ব অপেক্ষা কম। তাই বায়ুর পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধি পেলে অর্থাৎ বায়ুতে জলীবাষ্পের পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে বায়ুর ঘনত্ব হ্রাস পায়। আমরা জানি, গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ,

$$\overline{c^2} = \frac{3P}{\rho}$$

সমীকরণ থেকে দেখা যায়, চাপ স্থীর থাকলে গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ চাপের ব্যাস্তানুপাতিক। এজন্য বায়ুর পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধিতে গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ বৃদ্ধি পায়।

গ এখানে,

গ্যাস অণুগুলোর মূল গড় বর্গ বেগ, $\sqrt{\overline{c^2}} = c = 500\ \text{m·s}^{-1}$

গ্যাসের চাপ, $P = 101325\ \text{N·m}^{-2}$

গ্যাসের ঘনত্ব, $\rho = ?$

আমরা জানি, $c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

বা, $\rho = \frac{3P}{c^2}$

বা, $\rho = \frac{3 \times 101325}{(500)^2}$

$\therefore \rho = 1.2159\ \text{kg·m}^{-3}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

গ্যাস অণুর ব্যাস $\sigma = 3 \times 10^{-10}$ m

একক আয়তনে অণুর সংখ্যা $n = 6 \times 10^{20}\ \text{cm}^{-3} = 6 \times 10^{26}\ \text{m}^{-3}$।

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ $500\ \text{m·s}^{-1}$।

ক্লসিয়াসের পদ্ধতিতে, গড়মুক্ত পথ $\lambda_C = \frac{1}{n\pi\sigma^2}$

$$= \frac{1}{6 \times 10^{26} \times 3.1416 \times (3 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 5.89 \times 10^{-9}\ \text{m}$$

বোলজম্যানের পদ্ধতিতে, $\lambda_B = \frac{3}{4n\pi\sigma^2} = \frac{3}{4} \times \lambda_C$

$$= \frac{3}{4} \times 5.89 \times 10^{-9}\ \text{m}$$

$$= 4.42 \times 10^{-9}\ \text{m}$$

কোনো অণুর একক সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$l = vt = ct = 500\ \text{m·s}^{-1} \times 1\text{s} = 500$ m

কোনো অণু l দূরত্ব অতিক্রম করতে N সংখ্যক ধাক্কা খায় তবে গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \frac{l}{N}$

বা, $N = \frac{l}{\lambda}$

$\therefore$ ক্লসিয়াসের পদ্ধতিতে ধাক্কা সংখ্যা, $N_C = \frac{l}{\lambda_C} = \frac{500\ \text{m}}{5.89 \times 10^{-9}\ \text{m}}$

$= 8.48 \times 10^{10}$ টি

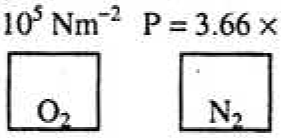
বোলজম্যানের পদ্ধতিতে ধাক্কার সংখ্যা, $N_B = \frac{l}{\lambda_B} = \frac{500\ \text{m}}{4.42 \times 10^{-9}\ \text{m}}$

$= 1.13 \times 10^{11}$ টি

সুতরাং বলা যায়, বোলজম্যানের সমীকরণ অনুযায়ী প্রতি সেকেন্ডে ধাক্কার সংখ্যা ক্লসিয়াসের সমীকরণ অনুযায়ী ধাক্কার সংখ্যা অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ▶ ৫ 2 cm³ আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A পাত্রে O_2 ও B পাত্রে N_2 নিয়ে নিচের চিত্রে প্রদর্শিত চাপ পাওয়া গেল :

$P = 3 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$ $P = 3.66 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$



পাত্র-A পাত্র-B

/রা. বো. ২০১৫/

ক. শিশিরাঙ্ক কাকে বলে? ১

খ. একই আয়তনের দুটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে ভিন্ন তাপমাত্রায় রাখলে কি ঘটবে? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. A পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি কত? ৩

ঘ. পাত্র A ও পাত্র B এর মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় কোনো স্থানের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে।

খ একই আয়তনের দুটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে ভিন্ন তাপমাত্রায় রাখলে $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ সূত্রানুসারে বেশি তাপমাত্রার বেলুনের আয়তন বেশি হবে, কারণ উভয়ক্ষেত্রে চাপ বায়ুমন্ডলীয় চাপের সমান হবে।

গ দেওয়া আছে.

A পাত্রের আয়তন, $V = 2\ \text{cm}^3 = 2 \times 10^{-6}\text{m}^3$

এবং চাপ, $P = 3 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

$\therefore$ A পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি $E_A = \frac{3}{2}PV$

$$= \frac{3}{2} \times 3 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2} \times 10^{-6}\text{m}^3$$

$$= 0.9\text{J}$$

ঘ পাত্র B এর ক্ষেত্রে, চাপ, $P = 3.66 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

এবং আয়তন, $V = 2 \times 10^{-6}\text{m}^3$

পাত্র B এর গ্যাসের গতিশক্তি $= \frac{3}{2}PV = 1.5 \times 3.66 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2} \times 2 \times 10^{-6}\text{m}^3$

$= 1.098\text{J}$

এই গতিশক্তি তাপরূপে দেখা দিবে, যা স্বস্ব পাত্রকে উত্তপ্ত করবে। যদি N_2 গ্যাসের পাত্রের মোট গতিশক্তি O_2 পাত্রের তুলনায় বেশি, কিন্তু উদ্দীপকে তাদের মোল সংখ্যা অনুপস্থিত। তাই তাদের তাপমাত্রা নির্ণয় অসম্ভব। উভয় ক্ষেত্রে nmole গ্যাস বিবেচনা করলে,

$P_AV_A = n\,RT_A$

$P_BV_B = n\,RT_B$

$\therefore \frac{P_A}{P_B} \cdot \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B}$

বা, $\frac{T_A}{T_B} = \frac{P_A}{P_B}$

$= \frac{3}{3.66}$

$\therefore T_B > T_A$;

অতএব, সমপরিমাণ গ্যাস বিবেচনা করলে B পাত্রটি বেশি উত্তপ্ত হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬ একটি গ্যাস সিলিন্ডারের আয়তন 1.5 m³। সিলিন্ডারটিতে 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাস অণুর ব্যাস 25×10^{-10} m। পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারটি সমআয়তনের অপর একটি খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করা হল।

/দি. বো. ২০১৭/

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের পরিবর্তন হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েলের সূত্র ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

খ গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে,

$$PV = \frac{1}{3} mN \overline{c^2}$$

এখানে,
P = গ্যাসের চাপ
V = গ্যাসের আয়তন
m = অণুর ভর
N = মোট অনুর সংখ্যা
$\overline{c}$ = অণুর মূল গড় বর্গবেগ।

যেহেতু, $\overline{c^2} \propto T$ সেহেতু স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য,

$$\frac{1}{3} mN \overline{c^2} = \text{ধ্রুব।}$$

অতএব, PV = ধ্রুব

$$\therefore P \propto \frac{1}{V}$$

অর্থাৎ স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ এর আয়তনের ব্যস্তানুপাতিক। এটাই বয়েলের সূত্র। অতএব, গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে।

গ দেওয়া আছে,

তাপমাত্রা, $T = 27°C = (273 + 27)\ K = 300\ K$
অণুর সংখ্যা, $N = 30 \times 10^{25}$
বোল্টজম্যান ধ্রুবক, $k = 1.38 \times 10^{-23}\ J{\cdot}K^{-1}$
গতিশক্তি, $E = ?$

আমরা জানি,

$$E = N \times \frac{3}{2} kT$$
$$= 30 \times 10^{25} \times 1.5 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$$
$$= 1.863 \times 10^{6}\ J\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারের আয়তন, $V_1 = 1.5\ m^3$
অণুর ব্যাস, $\sigma = 25 \times 10^{-10}\ m$

খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করার পর আয়তন, $V_2 = 2V_1$

প্রাথমিক অবস্থায় একক আয়তনে অণু সংখ্যা, $n_1 = \frac{N}{V_1}$

শেষ অবস্থায় একক আয়তনে অণু সংখ্যা, $n_2 = \frac{N}{V_2} = \frac{N}{2V}$

আমরা জানি, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$

অণুর ব্যাস, σ ধ্রুব বলে $\lambda \propto \frac{1}{n}$

প্রথমে ও শেষে গড়মুক্ত পথ যথাক্রমে λ_1 ও λ_2 হলে,

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{N}{V_1} \times \frac{2V_1}{N} = 2$$
$$\therefore \lambda_2 = 2\lambda_1$$

অতএব, খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্তপথ দ্বিগুণ হবে।

প্রশ্ন ▶ ৭ কোনো একদিন রাজশাহীর তাপমাত্রা 35°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50%। একই সময়ে কক্সবাজারে স্থাপিত একটি হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ 35°C এবং আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ 30°C। 35°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক এর মান 1.60। 26°C, 28°C এবং 35°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.21, 28.35 এবং 42.16 mm পারদ। /দি. বো. ২০১৬/

ক. স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কাকে বলে? ১
খ. সব দোলক সরল দোলক নয়—ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপক অনুসারে কক্সবাজারের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩
ঘ. একই তাপমাত্রা হওয়া সত্ত্বেও রাজশাহীর চেয়ে কক্সবাজারে কোনো ব্যক্তির অধিক অস্বস্তি অনুভব করার কারণ কী—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুবসংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে ঐ বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুনাংক বলে।

খ একটি ক্ষুদ্র ভারী বস্তুকে ওজনহীন পাকহীন অপ্রসারণশীল নমনীয় সুতার সাহায্যে কোনো দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলিয়ে দিলে যদি তা বিনা বাধায় অল্প বিস্তারে (4°) এদিক ওদিক দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে। একটি দোলকে এ সকল শর্ত পুরণ হলেই সেটি সরল দোলক হবে, অন্যথায় যেমন: বিস্তার অনেক বড় হলে সেটি দোলক হলেও সরল দোলক হবে না।

গ দেয়া আছে,

শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ, $\theta_1 = 35°C$
আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ, $\theta_2 = 30°C$
গ্লেইসারের উৎপাদক, $G = 1.60$
শিশিরাংক, $\theta = ?$

আমরা জানি, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$
$= 35°C - 1.60(35°C - 30°C)$
$= 27°C$ **(Ans.)**

ঘ দেয়া আছে,

রাজশাহীর আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_1 = 50\%$
কক্সবাজার বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ,
$F = 42.16$ mm পারদ
'গ' অংশ হতে পাই, কক্সবাজারে শিশিরাংক, $\theta = 27°C$
∴ শিশিরাংকে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ = 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ + 1°C তাপমাত্রা পরিবর্তনে বাষ্প চাপের বৃদ্ধি।

$$f = 25.21 + \frac{28.35 - 25.21}{2} \times 1$$
$$= 26.78\ \text{mm পারদ}$$

∴ কক্সবাজারে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_2 = \frac{f}{F} \times 100\%$

$$= \frac{26.78}{42.10} \times 100\% = 63.52\%$$

যেহেতু $R_2 > R_1$। অর্থাৎ রাজশাহী ও কক্সবাজারের তাপমাত্রা এক থাকলেও কক্সবাজারের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি। এ কারণে কক্সবাজারে কোনো ব্যক্তির শরীর থেকে নির্গত ঘাম কম শুকাবে এবং ঘাম বাষ্পায়নের জন্য কক্সবাজারে কম সুপ্ত তাপের প্রয়োজন হবে। তাই রাজশাহীর তুলনায় কক্সবাজারের ব্যক্তির শরীর কম তাপ হারাবে। অর্থাৎ গরম অনুভূত হবে। ফলে কক্সবাজারে ব্যক্তি অধিক অস্বস্তি অনুভব করবে।

প্রশ্ন ▶ ৮

X	Y
$P_x = 4 \times 10^5 N - m^2$	$P_y = 8 \times 10^5 N - m^2$
V_x = 4 litre	V_y = 8 litre
T_x = 600 k	T_y = 650 k

চিত্রে X ও Y সিলিন্ডারে কিছু গ্যাস আছে। যাদের ঘনত্ব ρ kg/m³ এবং ভর সমান। /দি. বো. ২০১৬/

ক. ঋণাত্মক কাজ কাকে বলে? ১
খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়। ব্যাখ্যা কর। ২
গ. X ও Y সিলিন্ডারের গ্যাসের গড় বর্গমূল বেগের তুলনা কর। ৩
ঘ. X ও Y পাত্র দুটিকে একটি নল দ্বারা যুক্ত করা হলে গ্যাসের অণুগুলি X পাত্র হতে Y পাত্রে যাবে কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগের ফলে বলের বিপরীত দিকে বস্তুর সরণ ঘটলে বা বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশ থাকলে তাহলে বল ও সরণের উপাংশের গুণফলকে ঋণাত্মক কাজ বলে।

খ কোনো স্বরে যেসব বিভিন্ন সুর থাকে, তাদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম, তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর, যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি, তাদেরকে উপসুর বলা হয়। আবার, উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে হারমোনিক বলে। এ কারণেই সকল হারমোনিক উপসুর হলেও সকল উপসুর হারমোনিক নয়।

গ দেওয়া আছে,

X সিলিন্ডারে গ্যাসের চাপ, $P_x = 4 \times 10^5\ N \cdot m^{-2}$

Y সিলিন্ডারে গ্যাসের চাপ, $P_y = 8 \times 10^5\ N \cdot m^{-2}$

বের করতে হবে, এদের গড় বর্গমূল বেগের তুলনা বা অনুপাত,

$$\sqrt{\overline{C_x^2}} : \sqrt{\overline{C_y^2}} = ?$$

গ্যাসদ্বয়ের ঘনত্ব সমান বিধায় এরা মূলত একই গ্যাস অর্থাৎ গ্রাম আণবিক ভর M এর মান উভয়ক্ষেত্রে সমান।

আমরা জানি, $\sqrt{\overline{C_x^2}} = \sqrt{\frac{3P_x}{\rho}}$ এবং $\sqrt{\overline{C_y^2}} = \sqrt{\frac{3P_y}{\rho}}$

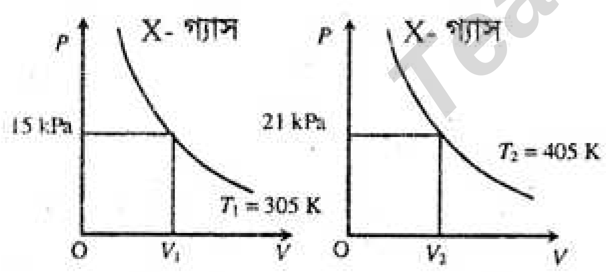
$$\therefore \frac{\sqrt{\overline{C_x^2}}}{\sqrt{\overline{C_y^2}}} = \sqrt{\frac{P_x}{P_y}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^5\ N \cdot m^{-2}}{8 \times 10^5\ N \cdot m^{-2}}} = 0.707$$

$$\therefore \sqrt{\overline{C_y^2}} > \sqrt{\overline{C_x^2}}$$

অতএব, Y সিলিন্ডারের গ্যাসের গড় বর্গমূল বেগের মান বেশি।

ঘ দুটি পাত্রের মধ্যে গ্যাসের আদান প্রদান নির্ভর করে গ্যাসের চাপের উপর। যেহেতু Y পাত্রে গ্যাসের চাপ বেশি তাই Y পাত্র থেকে গ্যাস X পাত্রে গমন করবে যতক্ষণ না উভয় পাত্রের চাপ সমান হয়। চাপ সমান হওয়ার পর গতিতত্ত্ব অনুসারে উভয় পাত্রের অণুগুলো ইতস্তত বিক্ষিপ্তভাবে ছোটাছুটি করতে থাকবে ফলে উভয় পাত্রের মধ্যে অণুর গমনাগমন ঘটতে থাকবে।

প্রশ্ন ▶ ৯



দুটি ভিন্ন পাত্রে সংরক্ষিত 325 gm এবং 288 gm ভরের 10 mole করে যথাক্রমে X গ্যাস ও Y গ্যাস এর জন্য দুটি P – V লেখ অংকিত আছে। [কু. বো. ২০১৭]

ক. আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা লিখ। ১

খ. কুষ্টিয়ায় কোনো একদিন সন্ধ্যায় শিশিরাংক 15°C বলতে কি বুঝ? ২

গ. উদ্দীপক অনুযায়ী গ্যাসদ্বয়ের আয়তনের তুলনা ($V_1 : V_2$) কর। ৩

ঘ. পাত্র দুটির মুখ একই সময়ে খুলে দিলে কোন পাত্রটি আগে খালি হবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর এবং ঐ তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ কুষ্টিয়ায় কোন একদিন সন্ধ্যায় শিশিরাঙ্ক 15°C বলতে বুঝায়, ঐ স্থানে 15°C তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা উক্ত স্থানের বায়ু সম্পৃক্ত হবে এবং তা ঘনীভূত হয়ে শিশির জমতে শুরু করবে।

গ দেওয়া আছে,

প্রথম পাত্রে,

গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_1 = 305\ K$

গ্যাসের চাপ, $P_1 = 15\ kPa$

আয়তন, V_1

দ্বিতীয় পাত্রে,

গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_2 = 405\ K$

গ্যাসের চাপ, $P_2 = 21\ kPa$

আয়তন, V_2

আমরা জানি,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}\ [\because \text{মোলসংখ্যা সমান}]$$

$$\text{বা, } \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2T_1}{P_1T_2}$$

$$\text{বা, } \frac{V_1}{V_2} = \frac{21 \times 305}{15 \times 405}$$

বা, $V_1 : V_2 = 427 : 405$ **(Ans.)**

ঘ জানা আছে,

$\frac{PV}{T} = nR =$ ধ্রুবক [যেহেতু দুই পাত্রেই n = 10 mole গ্যাস আছে]

তাহলে, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

বা, $\frac{15V_1}{305} = \frac{21V_2}{405}$

বা, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{305 \times 21}{405 \times 15}$

লেখচিত্র হতে,

১ম গ্যাসের ক্ষেত্রে,

$P_1 = 15 kPa$

$T_1 = 305\ K$

ভর, $m_1 = 325\ gm$

২য় গ্যাসের ক্ষেত্রে,

$P_1 = 21\ kPa$

$T_2 = 405\ K$

ভর, $m_2 = 288\ gm$

আবার,

ব্যাপনের হার, $r \propto \frac{1}{\sqrt{\text{ঘনত্ব}}}$

$$= \frac{K}{\sqrt{m/V}}$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{(m_2/V_2)}{(m_1/V_1)}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{V_1}{V_2}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{288}{328}\right) \times \frac{305 \times 21}{405 \times 15}}\ \left[\because \frac{V_1}{V_2} \text{ এর মান বসিয়ে}\right]$$

$r_1 = 0.96 \times r_2$

$\therefore r_1 < r_2$

যেহেতু $r \propto \frac{1}{t}$ তাই $t_2 < t_1$

অতএব, ২য় পাত্রটি দ্রুত নিঃশেষ হবে।

প্রশ্ন ▶ ১০ নিচের চিত্রে A ও B দুটি পাত্রে একটির মধ্যে নাইট্রোজেন গ্যাস ও অপরটিতে একটি অজানা গ্যাস রয়েছে।

পাত্র-A	পাত্র-B
চাপ, P = 42 MPa	P = 52 MPa
$c_{rms} = 1500\ ms^{-1}$	$c_{rms} = 1600\ ms^{-1}$
$V = 10^{-3}m^3$	$V = 10^{-3}m^3$
n = 2 mole	n = 2 mole

[কু. বো. ২০১৬]

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. গ্যাসের ক্ষেত্রে ঘনত্ব বনাম তাপমাত্রা লেখচিত্রের প্রকৃতি কেমন ব্যাখ্যা কর। ২

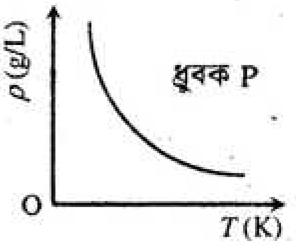
গ. S.T.P তে পাত্র-B তে রক্ষিত গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কোন পাত্রে জানা গ্যাসটি আছে বলে তুমি মনে কর? উদ্দীপকের তথ্য হতে তোমার গাণিতিকভাবে মতামত দাও। ৪

১০নং প্রশ্নের উত্তর

ক যেসব গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েলের সূত্র ও চার্লসের সূত্র পূর্ণরূপে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

খ স্থির চাপে গ্যাসের ঘনত্ব এর পরম তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক। গ্যাসের ঘনত্ব ρ এবং পরম তাপমাত্রা T এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $\rho \propto \frac{1}{T}$। এই সমীকরণ হতে দেখা যায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে ঘনত্ব কমে। লেখচিত্রটি হবে নিম্নরূপ—



গ এখানে, মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314\ J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}$

STP তে তাপমাত্রা, $T = 273\ K$

মোল সংখ্যা, $n = 2$ mol

পাত্র B তে রক্ষিত গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি E হলে

$$E = \frac{3}{2} n RT = \frac{3}{2} \times 2\ mol \times 8.314\ J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1} \times 273\ K$$

$$= 6809.166\ J$$

STP তে পাত্র B তে রক্ষিত গ্যাসের গতিশক্তি 6809.166 J **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক হতে পাই, A পাত্রে গ্যাসের

চাপ, $P_1 = 42\ MPa = 42 \times 10^6\ Pa$

আয়তন, $V_1 = 10^{-3}\ m^3$

মোল সংখ্যা, $n = 2$ mol

মূল গড় বর্গবেগ, $C_{rms_1} = 1500\ m{\cdot}s^{-1}$

আমরা জানি, $P_1V_1 = nRT_1$

$$\therefore RT_1 = \frac{P_1V_1}{n} = \frac{42 \times 10^6 \times 10^{-3}}{2} = 21 \times 10^3\ J{\cdot}mol^{-1}$$

$$\therefore C_{rms_1} = \sqrt{\frac{3\,RT_1}{M_1}}$$

$$\text{বা, } (1500)^2 = \frac{3 \times 21 \times 10^3}{M_1}$$

$$\therefore M_1 = 0.028\ kg = 28\ gm$$

∴ A পাত্রে রক্ষিত গ্যাসের গ্রাম আনবিক ভর = 28 gm

অনুরূপভাবে পাওয়া যায়, B পাত্রে রক্ষিত গ্যাসের গ্রাম আনবিক ভর = 30.47 gm

আমরা জানি, নাইট্রোজেন গ্যাসের গ্রাম আনবিক ভর 28 gm এবং A পাত্রে রক্ষিত গ্যাসের গ্রাম আনবিক ভরও 28 gm.

অতএব A পাত্রে নাইট্রোজেন গ্যাস আছে।

প্রশ্ন ▶ ১১ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো অক্সিজেন গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান $11.2\ kms^{-1}$। ঘনত্বের পরিবর্তন না করে গ্যাসকে এমনভাবে ঠান্ডা করা হল যেন এর চাপ অর্ধেক হয়। *[কু. বো. ২০১৫]*

ক. সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. বলের ঘাতের বৈশিষ্ট্য কি কি? ২

গ. ঠান্ডা করার পরে অক্সিজেন গ্যাস অণুর শেষ গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান কত? ৩

ঘ. নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 27°C তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মানের সমান হতে হলে, তাপমাত্রার ধারণা থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক এক মোল আদর্শ গ্যাসের জন্য PV/T একটি ধ্রুব সংখ্যা। সকল আদর্শ গ্যাসের জন্য এর মান একই হয় বলে একে সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে। এর মান $8.314\ J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}$।

খ বলের ঘাত হলো বলের মান ও ক্রিয়াকালের গুণফল। এর একক $N{\cdot}s$ বা $kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}$। এটি বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের সমান। এর মাত্রা MLT^{-1}। এগুলোই বলের ঘাতের বৈশিষ্ট্য।

গ দেওয়া আছে,

গড় বর্গবেগের বর্গমূলের আদি মান, $\sqrt{\overline{c_1^2}} = 11.2\ km{\cdot}s^{-1}$

আদি চাপ P_1 হলে পরিবর্তিত চাপ, $P_2 = P_1/2$

বের করতে হবে, গড় বর্গবেগের বর্গমূলের পরিবর্তিত মান, $\sqrt{\overline{c_2^2}} = ?$

আমরা পাই, $\sqrt{\overline{c_1^2}} = \sqrt{\frac{3P_1}{\rho}}$ এবং $\sqrt{\overline{c_2^2}} = \sqrt{\frac{3P_2}{\rho}}$

$$\therefore \frac{\sqrt{\overline{c_2^2}}}{\sqrt{\overline{c_1^2}}} = \sqrt{\frac{3P_2}{\rho}} \times \sqrt{\frac{\rho}{3P_1}} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = \sqrt{\frac{P_1}{2P_1}} = 0.707$$

$$\therefore \sqrt{\overline{c_2^2}} = 0.707 \times \sqrt{\overline{c_1^2}} = 0.707 \times 11.2\ km{\cdot}s^{-1} = 7.92\ km{\cdot}s^{-1}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ অক্সিজেনের মোলার আণবিক ভর, $M_1 = 32$ gm

নাইট্রোজেনের মোলার আণবিক ভর, $M_2 = 28$ gm

বর্গবেগের বর্গমূল, $\sqrt{\overline{c_1^2}} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}}$

এবং T_2 তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল,

$$\sqrt{\overline{c_2^2}} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M_2}}$$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{\overline{c_2^2}} = \sqrt{\overline{c_1^2}}$ বা, $\sqrt{\frac{3RT_2}{M_2}} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}}$

বা, $\frac{T_2}{M_2} = \frac{T_1}{M_1}$

$$\therefore T_2 = \frac{T_1}{M_1} \times M_2 = 300\ K \times \frac{28}{32} = 262.5\ K$$

সুতরাং 262.5 K বা, −10°C তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 27°C তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মানের সমান হবে।

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি সিলিন্ডারে 127°C তাপমাত্রা ও 72 cm পারদ চাপে 3 gm হিলিয়াম গ্যাস রাখা আছে। একই পরিমাণ হিলিয়াম গ্যাস অপর একটি সিলিন্ডারে STP তে রাখা হল। *[চ. বো. ২০১৭]*

ক. পরবশ কম্পন কাকে বলে? ১

খ. বক্রপথে ব্যাংকিং প্রয়োজন কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রথম সিলিন্ডারে গ্যাসের আয়তন হিসাব কর। ৩

ঘ. সিলিন্ডার দুটিতে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় পূর্বক তাপমাত্রা তুলনা করে ফলাফল বিশ্লেষণ কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্পন্দনক্ষম বস্তু যখন অন্য কোনো পর্যাবৃত্ত বলের প্রভাবে কাঁপতে থাকে তখন তার কম্পনকে পরবশ কম্পন বা আরোপিত কম্পন বলে।

খ প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেওয়ার জন্য বক্রপথে ব্যাংকিং প্রয়োজন। মোটর বা রেলগাড়ি যখন বাঁক নেয় তখন বাঁকা পথে ঘুরার জন্য একটা কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এ কেন্দ্রমুখী বল পাওয়া না গেলে গাড়ি গতি জড়তার কারণে বাঁকাপথের স্পর্শক বরাবর চলে যাবে। অনেক সময় গাড়ি উল্টে পড়ে গিয়ে দূর্ঘটনায় পতিত হয়। এই দূর্ঘটনা প্রতিহত করার জন্যই বক্রপথে ব্যাংকিং প্রয়োজন।

গ ১ম সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে,

চাপ, $P = 72\ cm$ পারদ $= 0.72 \times 13596 \times 9.8\ Pa$

$= 9.593 \times 10^4\ Pa$

তাপমাত্রা, $T = 127°C = (127 + 273)\ K = 400\ K$

হিলিয়াম গ্যাসের ভর, $m = 3$ gm

হিলিয়ামের আণবিক ভর, $M = 4$ gm/mol

∴ হিলিয়ামের মোল সংখ্যা, $n = \frac{m}{M} = 0.75$ mol

গ্যাসের আয়তন, $V = ?$

আমরা জানি,

$PV = nTR$

$\therefore V = \frac{nRT}{P} = \frac{0.75 \times 8.314 \times 400}{9.593 \times 10^4}$

$= 2.6 \times 10^{-2}$ m^3 (Ans.)

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_1 = 127°C = 400$ K

STP তে ২য় সিলিন্ডারের গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_2 = 273$ K

হিলিয়ামের মোল সংখ্যা, $n = 0.75$ mol

১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের গতিশক্তি, $E_1 = \frac{3}{2} nRT_1$

$= 1.5 \times 0.75 \times 8.31 \times 400$

$= 3.74 \times 10^3$ J

২য় সিলিন্ডারে গ্যাসের গতিশক্তি, $E_2 = \frac{3}{2} nRT_2$

$= 1.5 \times 0.75 \times 8.14 \times 273$

$= 2.55 \times 10^3$ J

লক্ষ্য করি, $T_1 > T_2$ এবং $E_1 > E_2$

অতএব, ১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রা ২য় সিলিন্ডারে গ্যাসের তাপমাত্রার চেয়ে বেশি হওয়ায় ১ম সিলিন্ডারে গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি ২য় সিলিন্ডারে গ্যাসের গতিশক্তি অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ▶১৩ একদিন হাইগ্রোমিটারের পাঠ নিতে গিয়ে দেখা গেল শুষ্ক ও আর্দ্র বালবের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C এবং 12.8°C। 20°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1.79। 7°C, 8°C ও 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.5×10^{-3}, 8.1×10^{-3} ও 17.4×10^{-3} পারদচাপ। *[চ. বো. ২০১৬]*

ক. প্রমাণ চাপ কী? ১

খ. গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে দুটি পার্থক্য লেখ। ২

গ. ঐ দিনের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়পূর্বক আবহাওয়ার পূর্বাভাস বিশ্লেষণ কর। ৪

১৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমুদ্রপৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রার 760 mm বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভে চাপকে প্রমাণ চাপ ধরা হয়।

খ কোনো পদার্থের তাপমাত্রা এর ক্রান্তি তাপমাত্রা অপেক্ষা কম হলে তাকে বাষ্প বলে। আর কোনো পদার্থের তাপমাত্রা এর ক্রান্তি তাপমাত্রা অপেক্ষা অধিক হলে তাকে গ্যাস বলে। তাপমাত্রা ঠিক রেখে গ্যাসকে শুধু চাপ প্রয়োগে তরলে পরিণত করা যায় না, বাষ্পকে তরলে পরিণত করা যায়।

গ দেয়া আছে,

শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 20°C$

আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 12.8°C$

20°C এ গ্লেইসার উৎপাদক, $G = 1.79$

শিশিরাঙ্ক, $\theta = ?$

জানা আছে,

$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$= 20 - 1.79\ (20 - 12.8)$

$= 7.112°C$

সুতরাং ঐ দিনের শিশিরাঙ্ক 7.112°C। (Ans.)

ঘ 8°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 8.1×10^{-3} m HgP

7°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 7.5×10^{-3} m HgP

∴ 1 C° বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি 0.6×10^{-3} m HgP

0.112 C° বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ বৃদ্ধি 0.0672×10^{-3} m HgP

∴ শিশিরাঙ্ক 7.112°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ,

$f = (7.5 + 0.0672) \times 10^{-3}$ m HgP

$= 7.5672 \times 10^{-3}$ m HgP

বায়ুর তাপমাত্রা 20°C এ জলীয় বাষ্প চাপ, $F = 17.4 \times 10^{-3}$ m HgP

আমরা জানি,

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{7.5672 \times 10^{-3} \text{ m HgP}}{17.4 \times 10^{-3} \text{ m HgP}}$

$= 43.49\%$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা 43.49%। তাই বলা যায় ঐ দিন ঐ স্থানের আবহাওয়া শুষ্ক ও রৌদ্রোজ্জ্বল থাকবে।

প্রশ্ন ▶১৪ একজন আবহাওয়াবিদ দৈনিক প্রতিবেদন তৈরির জন্য কোনো একদিন ঢাকা ও রাজশাহীতে স্থাপিত দুটি সিক্ত ও শুষ্ক বালব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের মাধ্যমে নিচের উপাত্তগুলো সংগ্রহ করলেন :

স্থান	শুষ্ক বালব থার্মো পাঠ	সিক্ত বালব থার্মো পাঠ	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক
ঢাকা	28.6°C	20°C	1.664
রাজশাহী	32.5°C	22°C	1.625

[14°C, 16°C, 28°C, 30°C, 32°C, 34°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ যথাক্রমে 11.99, 13.63, 28.35, 31.83, 35.66 এবং 39.90 mm Hg]

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : *[চ. বো. ২০১৫]*

ক. আদর্শ গ্যাস কী? ১

খ. একক চাপে এক মোল কোনো গ্যাসের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রা লেখচিত্রের ঢাল কী নির্দেশ করে? ২

গ. ঐ দিনে ঢাকার শিশিরাংক কত ছিল? ৩

ঘ. উপরোক্ত তথ্যমতে কোন ব্যক্তি কোথায় অধিকতর স্বস্তিবোধ করবেন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে, তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

খ আমরা জানি, $PV = nRT$

$P = 1$ এবং $n = 1$ হলে, $V = RT$ বা, $\frac{dV}{dT} = R$

সুতরাং একক চাপে এক মোল কোনো গ্যাসের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রা লেখচিত্রের ঢাল আদর্শ গ্যাস ধ্রুবক নির্দেশ করে।

গ দেওয়া আছে,

ঢাকায় শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 28.6°C$

এবং আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 20°C$

বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়াসের উৎপাদক, $G = 1.664$

শিশিরাংক θ হলে, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$= 28.6°C - 1.664\ (28.6°C - 20°C)$

$= 14.29°C$ (Ans.)

ঘ ঢাকায় শিশিরাংকে (14.29°C) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

$f = 11.99 + \frac{(13.63 - 11.99) \times 0.29}{2}$ mm HgP

$= 12.228$ mm HgP

বায়ুর তাপমাত্রায় (28.6°C) সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ,

$F = 28.35 + \frac{(31.83 - 28.35) \times 0.6}{2}$ mm HgP

$= 29.394$ mm HgP

∴ ঢাকায় আপেক্ষিক আদ্রতা, $R = \frac{f}{F} = \frac{12.228}{29.394} \times 100\% = 41.6\%$

রাজশাহীতে শিশিরাংক, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$= 32.5°C - 1.625\ (32.5°C - 22°C)$

$= 15.437°C$

রাজশাহীতে বায়ুর তাপমাত্রায় (32.5°C) সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ,

$$F' = 35.66 + \frac{(39.90 - 35.66) \times 0.5}{2} \text{ mm HgP}$$
$$= 36.72 \text{ mmHgP}$$

শিশিরাংকে (15.437°C) সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ,

$$f' = 11.99 + \frac{(13.63 - 11.99) \times 1.4375}{2} \text{ mm HgP}$$
$$= 13.169 \text{ mmHgP}$$

∴ রাজশাহীতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R' = \frac{f'}{F'} \times 100\% = \frac{13.169}{36.72} \times 100\% = 35.86\%$

এ রূপ কম আপেক্ষিক আর্দ্রতায় ঘাম হয় না বরং ত্বক শুষ্ক হয়ে পড়ে। ফলে শরীর চর্চর করে। যেহেতু রাজশাহীর আপেক্ষি আর্দ্রতা তুলনামূলক কম তাই রাজশাহীতে ত্বক বেশি শুষ্ক হবে। শুষ্ক ত্বকও অস্বস্থির কারণ। সুতরাং বলা যায় ঐ ব্যাক্তি ঢাকা অধিকতর স্বস্থি বোধ করবেন।

প্রশ্ন ▶ ১৫ কোনো ঘরের তাপমাত্রা 32°C, শিশিরাংক 14°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 48%। ঐ সময় ঘরের বাইরে তাপমাত্রা 11°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। 32°C ও 11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 33.6 mmHg ও 9.8 mmHg 32°C-এ গ্লেইসারের ধ্রুবক 1.63। [দি. বো. ২০১৭]

ক. মূল গড় বর্গ বেগ কাকে বলে? ১

খ. প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ঐ ঘরে ঝুলানো আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটারে আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটার কত পাঠ দেখাবে? ৩

ঘ. যদি ঘরের একটি জানালা খুলে দেয়া হয় তাহলে জলীয় বাষ্প কোন দিকে চলাচল করবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। ৪

১৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক গ্যাসানুসমূহের বেগের বর্গের গড় মানের বর্গমূলকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ বলে।

খ প্রমাণ চাপ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে 45° অক্ষাংশে 273K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ ব্যবহার করা হয়। এর প্রয়োজনীয়তাগুলো হলোঃ

i. পারদ তুলনামূলকভাবে অধিক ঘনত্বের হওয়া একই উচ্চতায় অধিক চাপ প্রয়োগ করতে সক্ষম।

ii. পারদের বাষ্পচাপ কম হওয়ায় বায়ুমণ্ডলীয় চাপের খুব সামান্য পরিবর্তন হলেও পাঠ নেওয়া সহজ।

iii. পারদ ব্যবহার করে 273 K তাপমাত্রার কমেও বায়ুমণ্ডলীয় চাপ পরিমাপ করা সম্ভব।

গ দেওয়া আছে, ঘরের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 32°C$

শিশিরাংক, $\theta = 14°C$

32°C-এ গ্লেইসারের ধ্রুবক 1.63।

আর্দ্র বাল্বের পাঠ, $\theta_2 = ?$

আমরা জানি,

$$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$$

বা, $32°C - 14°C = 1.63(32°C - \theta_2)$

বা, $32°C - \theta_2 = \frac{18°C}{1.63} = 11.04°C$

∴ $\theta_2 = 32°C - 11.04°C = 20.96°C$ **(Ans.)**

ঘ ঘরের ভিতরে

32°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F_1 = 33.6$ mm Hg

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_1 = 48\% = 0.48$

শিশিরাংকে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ f_1 হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_1 = \frac{f_1}{F_1}$

∴ $f_1 = R_1 \times F_1 = 0.48 \times 33.6$ mm Hg $= 16.128$ mm Hg

ঘরের বাইরে

11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F_2 = 9.8$ mm Hg

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_2 = 70\% = 0.70$

শিশিরাংকে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ f_2 হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R_2 = \frac{f_2}{F_2}$$

$$\therefore f_2 = R_2 \times F_2$$
$$= 0.70 \times 9.8 \text{ mm Hg}$$
$$= 6.86 \text{ mm Hg}$$

স্বাভাবিক অবস্থায় জলীয় বাষ্প উচ্চ চাপের স্থান হতে নিম্ন চাপের স্থানের দিকে প্রবাহিত হয়।

যেহেতু $f_1 > f_2$ সুতরাং জলীয়বাষ্প ঘরের ভেতর থেকে বাইরে বের হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৬ বিজ্ঞানের ছাত্রী জুতি আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের সাহায্যে দুপুরের তাপমাত্রা পেল 32°C। ঐ দিনের শিশিরাংক 10°C জেনে সে আপেক্ষিক আর্দ্রতা পেল 75%। আবার ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা দেখতে পেল 20°C। (10°C তাপমাত্রার সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 9.22×10^{-3} m Hg, 20°C এ সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 17.54×10^{-3} m Hg)। [সি. বো. ২০১৬]

ক. ভেক্টর বিভাজন কী? ১

খ. মহাকর্ষ বিভবের মান ঋণাত্মক হয় কেন? ২

গ. উদ্দীপকের আলোকে দুপুরের বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বের কর। ৩

ঘ. জুতির মনে হলো দুপুরের তুলনায় সন্ধ্যায় তাড়াতাড়ি ঘাম শুকাচ্ছে— উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে মতামত বিশ্লেষণ কর। ৪

১৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি ভেক্টরকে যদি দুই বা ততোধিক ভেক্টরে এমনভাবে বিভক্ত করা হয় যাদের লব্ধি মূল ভেক্টরের সমান হয়, তবে এই বিভক্তকরণ প্রক্রিয়াকে ভেক্টর বিভাজন বলে।

খ দুটি বস্তুর মধ্যে সর্বদা আকর্ষণ বল বিদ্যমান থাকায় একক ভরের বস্তুকে বৃহৎ ভরসম্পন্ন বস্তুর দিকে নিতে বহিঃশক্তি বা বাইরের কোনো এজেন্টকে প্রকৃতপক্ষে কোনো কাজ করতে হয় না। বহিঃস্থ এজেন্ট কর্তৃক কৃত কাজ ধনাত্মক। এক্ষেত্রে বহিঃস্থ এজেন্টকে কোনো কাজ করতে হয় না। উপরন্তু মহাকর্ষ বলের দ্বারা কাজ হয়। সুতরাং এক্ষেত্রে সম্পন্ন কাজ হবে ঋণাত্মক। কাজেই কোনো বস্তু কর্তৃক সৃষ্ট মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বিভবের মান সর্বদা ঋণাত্মক।

গ দুপুরে আপেক্ষিক আদ্রতা, $R = 75\%$

শিশিরাংকে জলীয় বাষ্পচাপ, $f = 9.22 \times 10^{-3}$ m Hg

বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বায়ুর চাপ, $F = ?$

আমরা জানি, আপেক্ষিক আদ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

বা, $75 = \frac{f}{F} \times 100$

বা, $F = \frac{f}{75} \times 100 = \frac{9.22 \times 10^{-3} \text{ m Hg}}{75} \times 100$

$= 12.29 \times 10^{-3}$ m Hg **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 17.54 \times 10^{-3}$m Hg

10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 9.22 \times 10^{-3}$m Hg

∴ সন্ধ্যায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা $= \frac{9.22 \times 10^{-3}}{17.54 \times 10^{-3}} \times 100\%$

$= 52.565\%$

$52.565 < 75$

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা কমেছে।

বি.দ্র: এজন্য তাড়াতাড়ি ঘাম শুকাচ্ছিল।

(প্রদত্ত তথ্যে ভুল আছে। বায়ুর তাপমাত্রা 32°C এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 35.66×10^{-3} m Hg এবং শিশিরাঙ্ক 10°C হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা হবে 25.8%, কিন্তু এ ক্ষেত্রে আপেক্ষিক আর্দ্রতা দেয়া আছে 75% যা সঠিক নয়। 25.8% আপেক্ষিক আর্দ্রতায় ঘাম হওয়ার প্রশ্নই উঠে না। সন্ধ্যায় তাপমাত্রা 20°C হলে যদি শিশিরাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকে তবে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পাবে কিন্তু এ তাপমাত্রা তো শীতকালের তাপমাত্রা, এ তাপমাত্রায় ঘাম হয় না, এটা আমাদের শরীরের জন্য খুবই আরামদায়ক)

প্রশ্ন ▶ ১৭ আবির পদার্থবিজ্ঞান গবেষনাগারে $5.7 \times 10^{-4} m^3$ আয়তনের 3g নাইট্রোজেন গ্যাসকে 0.64m পারদ স্তম্ভ চাপ ও 39°C তাপমাত্রা থেকে প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় রূপান্তর করলো। এতে গ্যাসে আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ের পরিবর্তন হলো। নেহাল বললো গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই হ্রাস পেয়েছে। নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28g এবং $R = 8.31\ JK^{-1}mol^{-1}$. [সি. বো. ২০১৬]

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বুঝায়? ২

গ. প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় কর। ৩

ঘ. নেহালের বক্তব্য কী সঠিক ছিল? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে, তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

খ কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে বুঝায়, ঐ তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বাতাসকে সম্পৃক্ত করতে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প দরকার তার শতকরা 70 ভাগ জলীয় বাষ্প ঐ মুহূর্তে ঐ স্থানের বায়ুতে রয়েছে।

গ দেওয়া আছে,

আদি আয়তন, $V_1 = 5.7 \times 10^{-4}\ m^3$

আদি চাপ, $P_1 = 0.64$ m HgP

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 39°C = (39 + 273)\ K = 312\ K$

চূড়ান্ত চাপ, $P_2 = 0.76$ m HgP

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 273$ K

বের করতে হবে, চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = ?$

আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

$$\therefore V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{P_2T_1}$$

$$= \frac{0.64\ m \times 5.7 \times 10^{-4}\ m^3 \times 273\ K}{0.76\ m \times 312\ K}$$

$$= 4.2 \times 10^{-4}\ m^3 \quad \textbf{(Ans.)}$$

ঘ যেহেতু $4.2 \times 10^{-4}\ m^3 < 5.7 \times 10^{-4}\ m^3$

সুতরাং গ্যাসটির আয়তন হ্রাস পেয়েছে।

T পরম তাপমাত্রায় n মোল গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}nRT$

n (মোল সংখ্যা) অপরিবর্তিত থাকলে, $E \propto T$

উদ্দীপকের ঘটনায়, গ্যাসের ভর তথা মোল সংখ্যা (n) অপরিবর্তিত। সুতরাং পরম তাপমাত্রার হ্রাসে (T_1 = 312 K হতে T_2 = 273 K) গতিশক্তিও হ্রাস পাবে।

এই গতিশক্তির পরিবর্তন

$$\Delta E_k = \frac{3}{2}nRT_1 - \frac{3}{2}nRT_2$$

$$= \frac{3}{2}nR(T_1 - T_2) \quad [\text{এখানে, মোট, } n = \frac{3}{28}\ mole]$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{3}{28} \times 8.314 \times (312 - 273)$$

$$= 52.11\ J$$

অর্থাৎ নেহালের বক্তব্য সঠিক।

প্রশ্ন ▶ ১৮ একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে স্থির চাপে প্রমাণ তাপমাত্রার কিছু পরিমাণ O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করায় গ্যাসের আয়তন দ্বিগুণ হল। এতে তার বন্ধু মন্তব্য করল পরীক্ষাধীন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগও দ্বিগুণ হবে। [য. বো. ২০১৭]

ক. বলের ঘাত কাকে বলে? ১

খ. একটি ভারী স্থির বস্তু ও হালকা গতিশীল বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে তাদের বেগের পরিবর্তন ব্যাখ্যা করো। ২

গ. চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তার বন্ধুর মন্তব্যের যথার্থতা যাচাই করো। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে বলের ঘাত বলে।

খ গতিশীল হালকা বস্তু ও স্থির ভারী বস্তুর মধ্যবর্তী স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ফলে হালকা বস্তুটি তার পূর্বের বেগ নিয়ে বিপরীত দিকে ফিরে আসবে। হালকা বস্তুটির সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে বেগ যথাক্রমে u ও v হলে, $v = \frac{m - M}{m + M} \times u$; $m << M$ হলে, $v \simeq -u$। বাস্তবে দেখা যায় যে, হালকা টেনিস বল দ্বারা শক্ত দেয়ালে আঘাত করলে বলটি আগের বেগ নিয়ে বিপরীত দিকে ফিরে আসে। মূলত খুব ভারী অসাড় বস্তুর সাথে হালকা বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে এ ধরনের ঘটনা ঘটে।

গ ধরা যাক, গ্যাসের আদি আয়তন, V_1

সুতরাং শেষ আয়তন, $V_2 = 2V_1$

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 273$ K

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

জানি,

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\therefore T_2 = \frac{V_2}{V_1} \times T_1 = \frac{2V_1}{V_1} \times 273\ K$$

$$= 546\ K\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 273$ K

O_2 এর আণবিক ভর, $M = 32\ gm = 32 \times 10^{-3}\ kg$

সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.316\ J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mole^{-1}$

$\therefore$ O_2 গ্যাসের গড় বর্গবেগ, $\overline{c_1^2} = \frac{3RT_1}{M}$

তাপমাত্রা বৃদ্ধি করা হলে,

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 546$ K

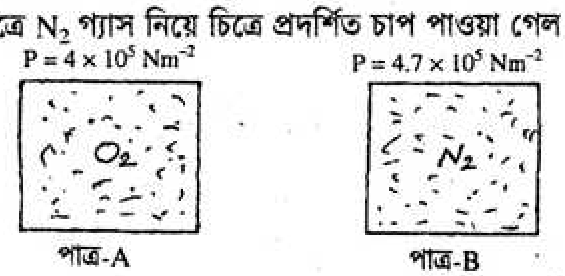
$\therefore$ O_2 গ্যাসের গড় বর্গবেগ, $\overline{c_2^2} = \frac{3RT_2}{M}$

$$\frac{\overline{c_2^2}}{\overline{c_1^2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{546\ K}{273\ K} = 2$$

অর্থাৎ $\overline{c_2^2} = 2\overline{c_1^2}$

অতএব, বন্ধুর মন্তব্য অর্থাৎ তাপমাত্রা বাড়ানোতে গড় বর্গবেগও দ্বিগুণ হবে কথাটি সঠিক।

প্রশ্ন ▶ ১৯ 3 cm^3 আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A-পাত্রে O_2 এবং B-পাত্রে N_2 গ্যাস নিয়ে চিত্রে প্রদর্শিত চাপ পাওয়া গেল।



পাত্র-A পাত্র-B

[য. বো. ২০১৬]

ক. হুকের সূত্র লিখ। ১
খ. ইয়ং এর গুণাঙ্ক $Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? ২
গ. A-পাত্রের গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
ঘ. A ও B পাত্রের মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত প্রদান কর। ৪

১৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক **হুকের সূত্র:** স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

খ ইয়ং এর গুণাংক, $Y = 2 \times 10^{11}$ $N \cdot m^{-2}$ বলতে বোঝায় 1 m^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোনো পদার্থের দৈর্ঘ্য বরাবর 2×10^{11} N বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে।

গ উদ্দীপক হতে পাই,

A পাত্রের গ্যাসের চাপ, $P = 4 \times 10^5$ $N \cdot m^{-2}$
A পাত্রের আয়তন, $V = 3$ $cm^3 = 3 \times 10^{-6}$ m^3
A পাত্রের গ্যাসের গতিশক্তি, $E = ?$

আমরা জানি,

$$E = \frac{3}{2}PV$$
$$= \frac{3}{2} \times 4 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6}$$
$$= 1.8 \text{ J } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেয়া আছে, (উভয় পাত্রে মোল সংখ্যা সমান কি না বলা নেই)

A পাত্রের গ্যাসের চাপ, $P_A = 4 \times 10^5$ $N \cdot m^{-2}$
B পাত্রের গ্যাসের চাপ, $P_B = 4.7 \times 10^5$ $N \cdot m^{-2}$

A পাত্রের আয়তন = B পাত্রের আয়তন = V
যদি প্রতিটি পাত্রের গ্যাসের মোল সংখ্যা = n হয়
ধরি A পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা = T_A
এবং B পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা = T_B
আমরা জানি,

$P_AV = nRT_A$ .... (i)
এবং $P_BV = nRT_B$ .... (ii)
(i) ÷ (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B}$$
বা, $\frac{4 \times 10^5}{4.7 \times 10^5} = \frac{T_A}{T_B}$
বা, $T_B = 1.175\ T_A$
সুতরাং $T_B > T_A$
অতএব, B পাত্রটি বেশি উত্তপ্ত।

প্রশ্ন ▶২০ একদিন শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটারে পাঠ যথাক্রমে 20°C এবং 12.8°C পাওয়া গেল। 20°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক 1.79। 7°C, 8°C এবং 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.5×10^{-3}, 8.1×10^{-3} এবং 17.4×10^{-3} m HgP। [ব. বো. ২০১৫]

ক. গ্যাসের ক্ষেত্রে বয়েলের সূত্র বিবৃত কর। ১
খ. চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার চাপ বৃদ্ধি পায় কেন? ২
গ. ঐ দিনের শিশিরাংক কত? ৩
ঘ. আপেক্ষিক আর্দ্রতা বের করে ঐ দিনের আবহাওয়া সম্পর্কে মতামত দাও। ৪

২০নং প্রশ্নের উত্তর

ক **বয়েলের সূত্র:** স্থির তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

খ চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার অভ্যন্তরে সমআয়তন প্রক্রিয়া চলে। এতে চাকার অভ্যন্তরে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি পায় না। চাকার সাথে রাস্তার ঘর্ষণের ফলে চাকায় যে তাপ উৎপন্ন হয় তার কিছু অংশ গ্যাসে প্রবেশ করে, এছাড়া গাড়ির গতিশক্তির সামান্য অংশ গ্যাসের তাপশক্তিরূপে দেখা দেয়। $\Delta Q = \Delta U + \Delta W$ সূত্রানুসারে, এক্ষেত্রে $\Delta W = 0$ (কারণ গ্যাসের প্রসারণ ঘটে না, $\Delta W = P\Delta V = P \times 0 = 0$), তাই $\Delta Q = \Delta U$ হয়। এই তাপশক্তির কারণে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। তখন স্থির আয়তনে চাপের সূত্রানুসারে $\left(\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}\right)$ গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায়। এ কারণে চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার চাপ বৃদ্ধি পায়।

গ ১৪(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 7.112°C।

ঘ $(8 - 7)^{\circ}C = 1^{\circ}C$ এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপের পার্থক্য
$= (8.1 - 7.5) \times 10^{-3}$
$= 0.6 \times 10^{-3}$ পারদচাপ।

0.112°C এর জন্য বাষ্পচাপের বৃদ্ধি
$= 0.0672 \times 10^{-3}$ পারদচাপ
∴ শিশিরাঙ্ক = 7.112°C [(গ) উত্তর: থেকে]
∴ শিশিরাঙ্ক 7.112°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ,

$$f = (7.5 + 0.0672) \times 10^{-3}$$
$$= 7.5672 \times 10^{-3} \text{ Hg}$$

বায়ুর তাপমাত্রা 20°C এ জলীয় বাষ্প চাপ, $F = 17.4 \times 10^{-3}$ mHg
আমরা জানি,

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$
$= 43.49\%$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা 43.49%। তাই বলা যায় ঐ দিন ঐ স্থানের আবহাওয়া শুষ্ক ও রৌদ্রোজ্জ্বল থাকবে।

প্রশ্ন ▶২১ পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একদল ছাত্র লক্ষ্য করল বিশুদ্ধ পানিপূর্ণ পাত্রে বায়ু বুদবুদ তলদেশ থেকে পৃষ্ঠদেশে আসার ফলে আয়তন 1.1 গুণ হয়। পরীক্ষার এক পর্যায়ে একজন ছাত্র পানিতে অন্য একটি তরল মিশ্রিত করায় পানির ঘনত্ব বেড়ে দ্বিগুণ হয়ে যায়। (বায়ু মণ্ডলের চাপ 10^5 $N \cdot m^{-2}$) [ব. বো. ২০১৭]

ক. শিশিরাংক কি? ১
খ. সম্পৃক্ত বাষ্পচাপই কোনো স্থানে সর্বাপেক্ষা বেশি এর যথার্থতা লিখ। ২
গ. পানির তাপমাত্রা ধ্রুব থাকলে পাত্রটির উচ্চতা কত? ৩
ঘ. তরল মিশ্রিত করার পর পৃষ্ঠদেশে আসা বুদবুদগুলোর আয়তনের কোনোরূপ পরিবর্তন হবে কী না গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় কোনো স্থানের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে।

খ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে। কোনো স্থান বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হলে সেখানে নতুন করে বাষ্প বায়ুর সাথে মিশে যেতে পারে না। অর্থাৎ, কোনো স্থান বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হলে সেখানে সর্বাধিক পরিমাণ জলীয়বাষ্প উপস্থিত থাকে, আবার বাষ্পচাপ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের সমানুপাতিক। তাই সম্পৃক্ত বাষ্পচাপই কোনো স্থানে সর্বাপেক্ষা বেশি।

গ দেওয়া আছে,

বায়ুমণ্ডলের চাপ = 10^5 $N \cdot m^{-2}$
পাত্রের তলদেশের আয়তন, $V_1 = V$ (ধরি)
পাত্রের পৃষ্ঠদেশের আয়তন, $V_2 = 1.1V$
পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ $kg \cdot m^{-3}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ $m \cdot s^{-2}$
পাত্রের গভীরতা h = ?

পাত্রের তলদেশের চাপ, P_1 = বায়ুমণ্ডলের চাপ + h গভীরতার পানির চাপ
বা, $P_1 = 10^5 + h\rho g$

আমরা জানি,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(10^5 + h\rho g)V = 10^5 \times 1.1V$

[বুদবুদ পানির উপরিতলে আসে, তাই $P_2 = 10^5\ Nm^{-2}$]

বা, $h\rho g = 0.1 \times 10^5$

$\therefore h = \frac{0.1 \times 10^5}{10^3 \times 9.8}$

$= 1.02$ m **(Ans.)**

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই,

পাত্রের গভীরতা, $h = 1.02$ m

উদ্দীপক হতে পাই,

পাত্রের পৃষ্ঠদেশের চাপ, $P_2 = 10^5\ N{\cdot}m^{-2}$

পাত্রের তলদেশের আয়তন $= V_1$

পাত্রের পৃষ্ঠদেশের আয়তন, $V_2 = ?$

পানির ঘনত্ব তরল মিশ্রণের পর হয়, $\rho' = 2\rho$

$= 2 \times 10^3\ kg{\cdot}m^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m{\cdot}s^{-2}$

আমরা জানি,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(10^5 + h\rho' g)V_1 = 10^5 \times V_2$

বা, $V_2 = \frac{10^5 + 1.02 \times 2 \times 10^3 \times 9.8}{10^5} V_1$ [ধরি, তরলের উচ্চতা সমান থাকে]

$= 1.19992\ V_1$

$= 1.2\ V_1$

অতএব, তরলটি মিশ্রিত করায় উপরে উঠে আসা বুদবুদের আয়তনের শতকরা পরিবর্তন $= \frac{1.2 - 1.1}{1.1} \times 100\%$

$= 9.1\%$

অর্থাৎ, পানির ঘনত্ব বৃদ্ধি করলে পৃষ্ঠদেশে আসা বুদবুদগুলোর আয়তন পূর্বের আয়তনের তুলনায় 9.1% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶২২ কোনো একটি পরীক্ষণের জাফলংয়ের আবদ্ধ বায়ুর তাপমাত্রা 19°C ও শিশিরাঙ্ক 7.4°C পাওয়া গেল। শৈত্যপ্রবাহে ঐ স্থানের তাপমাত্রা কমে 15°C হলো। 7°C, 8°C ও 19°C তাপমাত্রায় ঐ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 7.5, 8.2 এবং 16.5 mm পারদ। *[ব. বো. ২০১৬]*

ক. সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? ১

খ. সুষম দ্রুতিতে সরল পথে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না অথচ বৃত্তাকার পথে সুষম দ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. জাফলংয়ের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তাপমাত্রার পরিবর্তনে ঐ স্থানের আবদ্ধ বায়ুর শিশিরাঙ্ক পরিবর্তিত হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে মতামত দাও। ৪

২২নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ বেগ একটি ভেক্টর রাশি আর এ বেগের পরিবর্তনের হারকেই বলা হয় ত্বরণ বা মন্দন। আবার মান অথবা দিকের পরিবর্তনের সাপেক্ষে ভেক্টর রাশির পরিবর্তন ঘটে।

যখন কোনো বস্তু সুষম দ্রুতিতে সরল পথে চলমান থাকে তখন বেগের মান ও দিক দুটোই অপরিবর্তিত থাকে তাই তখন কোনো ত্বরণ থাকে না। আবার সুষম দ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর বেগের মান অপরিবর্তিত থাকলেও প্রতিনিয়ত তার দিক পরিবর্তিত হয় অর্থাৎ বেগের পরিবর্তন হয় তাই তখন তার ত্বরণ থাকে।

গ 8 °C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 8.2 mm Hg

7°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 7.5 mm Hg

$\therefore$ 1 C° তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের বৃদ্ধি 0.7 mm Hg

(7.4–7)C° বা 0.4C° তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি

$= \frac{0.7 \times 0.4}{1}$ mm Hg

$= 0.28$ mm Hg

$\therefore$ শিশিরাঙ্ক 7.4°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,

$f = (7.5 + 0.28)$ mm Hg $= 7.78$ mm Hg

আবার, 19° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,

$F = 16.5$ mm Hg

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{7.78}{16.5} \times 100\%$

$= 47.15\%$

$\therefore$ জাফলং-এর বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা, 47.15% **(Ans.)**

ঘ শিশিরাংকের সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি, যে তাপমাত্রায় বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে শুরু করে তাকে শিশিরাংক বলে। সুতরাং শিশিরাংক বায়ুর তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল নয়, বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভরশীল। বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ অপরিবর্তিত রেখে বায়ুর তাপমাত্রা হ্রাস (শিশিরাংক থেকে কম নয়) বা বৃদ্ধি করা হলে শিশিরাংকের কোনো পরিবর্তন হয় না। যেহেতু শৈত প্রবাহের ফলে বায়ুর তাপমাত্রা হ্রাস পেয়েছে কিন্তু আবদ্ধ স্থানের জলীয় বাষ্পের কোনোরূপ পরিবর্তন হয়নি, তাই বলা যায় শিশিরাংকের কোনো রূপ পরিবর্তন হয় নি।

প্রশ্ন ▶২৩ স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে 1 mole করে দুটি গ্যাস একই আয়তনের ছিপিযুক্ত দুটি পাত্রে রক্ষিত আছে। গ্যাস দুটির আণবিক ভর যথাক্রমে 2gm ও 32 gm. পাত্র দুটির মুখের ছিপি একই সাথে খুলে দেয়া হলো। [অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা = 6.023×10^{23} এবং R = 8.31 Jole $mole^{-1}K^{-1}$] *[ব. বো. ২০১৫]*

ক. পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? ১

খ. তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে গ্যাসের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায় — ব্যাখ্যা কর। ২

গ. দ্বিতীয় পাত্রের গ্যাসের গড় গতিশক্তি হিসাব কর। ৩

ঘ. পাত্র দুটি একই সাথে খালি হতে হলে দ্বিতীয় পাত্রের তাপমাত্রার কিরূপ পরিবর্তন হবে — গাণিতিক বিশ্লেষণ এর সাহায্যে লিখ। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থানের বাতাসে প্রতি ঘনমিটারে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

খ গ্যাসের অণুগুলো সবদিকেই এলোমেলোভাবে চলাচল করতে পারে এবং এদের মধ্যে সংঘর্ষ ঘটে। গ্যাস অণুগুলোর মধ্যে দূরত্ব অনেক বেশি হওয়ায় আন্তঃআণবিক বল নেই বললেই চলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুসমূহের গড় বেগ বৃদ্ধি পায়, ফলে সংঘর্ষও বাড়ে। সংঘর্ষ বাড়ার কারণে বিভিন্ন স্তরের প্রবাহে বাধার পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়।

গ এখানে গড় গতিশক্তি বলতে প্রতিটি গ্যাস অণুর গড় গতিশক্তি বুঝানো হয়েছে।

২য় পাত্রের প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি,

$E = \frac{3}{2}RT$

$= 1.5 \times 8.314\ J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1} \times 273$ K

$= 3404.583\ J{\cdot}mol^{-1}$

সুতরাং প্রতিটি গ্যাস অণুর গড় গতিশক্তি $= \frac{E}{N_A}$

$= \frac{3404.583\ J{\cdot}mol^{-1}}{6.023 \times 10^{23}\ mol^{-1}} = 5.65 \times 10^{-21}$ J **(Ans.)**

ঘ পাত্র দুটি হতে গ্যাস ব্যাপনের মাধ্যমে বের হবে। ব্যাপন হার সমান হলেই একই সময়ে পাত্র দুটি খালি হবে। আর ব্যাপন হার নির্ভর করে বর্গমূল গড় বর্গবেগের উপর।

উদ্দীপকের তথ্য হতে পাই,

১ম পাত্রের গ্যাসের আণবিক ভর, $M_1 = 2\ g = 0.002\ kg$

২য় পাত্রের গ্যাসের আণবিক ভর, $M_2 = 32\ g = 0.032\ kg$

১ম পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_1 = 273\ K$

মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31\ J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}$

২য় পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

১ম ও ২য় পাত্রের গ্যাসের বর্গমূল গড় বর্গবেগ যথাক্রমে c_1 ও c_2 হলে, $c_1 = c_2$ হতে হবে।

$$\therefore \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M_2}}$$

বা, $\frac{T_1}{M_1} = \frac{T_2}{M_2}$

বা, $T_2 = \frac{M_2}{M_1} \times T_1 = \frac{0.032}{0.002} \times 273 = 4368\ K$

∴ ২য় পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা বাড়াতে হবে $(4368 - 273)\ K = 4095\ K = 4095°C$

সুতরাং পাত্র দুটি একই সাথে খালি হতে হলে দ্বিতীয় পাত্রের তাপমাত্রা 4095°C বাড়াতে হবে।

প্রশ্ন ▶২৪ 30m গভীর একটি পুকুরের তলদেশের তাপমাত্রা 5°C. তলদেশে অবস্থিত একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস 10cm. পুকুরের উপরিতলের তাপমাত্রা 30°C এবং ঐ স্থানের শিশিরাংক 7.25°C. 7°C, 8°C, 28°C এবং 32°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.5mm Hg, 8.2 mm Hg, 29.6mm Hg এবং 33.06mm Hg.

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

ক. শিশিরাংক কাকে বলে? ১

খ. কোনো স্থানের পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা একই নয় কেন? ২

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. বায়ু বুদবুদটি তলদেশ থেকে পুকুরের উপরিতলে উঠে আসলে বুদবুদটির আয়তনের কী কোনো পরিবর্তন হবে? গাণিতিক যুক্তিসহকারে বিশ্লেষণ করো। 8

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ স্থানের শিশিরাঙ্ক বলে।

খ কোনো স্থানের পরম আর্দ্রতা হলো ঐ স্থানের বায়ুতে প্রতি ঘনমিটারে কী পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে সেটা। অর্থাৎ পরম আর্দ্রতার একক kgm^{-3}। অপরদিকে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা হলো একটি আনুপাতিক হিসাব। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানে যে পরিমাণে জলীয় বাষ্প আছে এবং সর্বোচ্চ যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকতে পারে-- এ দু'য়ের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে। একে শতকরায় প্রকাশ করা হয় বলে কোনো ভৌত একক নেই। তবে ব্যবহারিক ক্ষেত্রে পরম আর্দ্রতার চেয়ে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি ব্যবহৃত হয়। আপেক্ষিক আর্দ্রতা দ্বারা সংশ্লিষ্ট স্থানের আবহাওয়ার পূর্বাভাস দেওয়া যায়।

গ দেওয়া আছে, বায়ুর তাপমাত্রা 30°C

এবং শিশিরাংক 7.25°C

7°C, 8°C, 28°C এবং 32°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.5mm Hg, 8.2mm Hg, 29.6mm Hg এবং 33.06mm Hg।

∴ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, $F = \frac{29.6 + 33.06}{2}$

$= 31.33mm\ Hg$

শিশিরাংকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, $f = 7.5 + (8.2 - 7.5) \times 0.25$

$= 7.675mm\ Hg$

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

$= \frac{7.675}{31.33} \times 100\% = 24.5\%$ **(Ans.)**

ঘ প্রদত্ত উপাত্ত মতে,

পুকুরের তলদেশে তাপমাত্রা, $T_1 = (5 + 273)K = 278K$

এবং উপরিতলে তাপমাত্রা, $T_2 = (30 + 273)K = 303K$

পুকুরের উপরিতলে বুদবুদের ওপর চাপ $P_2 = 101325\ Pa$ হলে,

তলদেশে চাপ $P_1 = P_2 + h\rho g = (101325 + 30 \times 1000 \times 9.8)Pa = 395325\ Pa$

পুকুরের তলদেশে এবং পৃষ্ঠদেশে বুদবুদের আয়তন যথাক্রমে V_1 এবং V_2 হলে,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

বা, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1T_2}{P_2T_1}$

$= \frac{395325 \times 303}{101325 \times 278} = 4.2524$

বা, $V_2 = 4.2524\ V_1$

$\therefore\ V_2 \neq V_1$

সুতরাং, বায়ু বুদবুদটি তলদেশ থেকে পুকুরের উপরিতলে উঠে আসলে বুদবুদটি আয়তনে পূর্বের তুলনায় 4.2524 গুণ হবে।

প্রশ্ন ▶২৫

পাত্র-A	পাত্র-B	পাত্র-C
$P = 0.42 \times 10^5$ Pa	$P = 0.52 \times 10^5$ Pa	$P = 0.45 \times 10^5$ Pa
$C_{rms} = 1500\ ms^{-1}$	$C_{rms} = 1600\ ms^{-1}$	$C_{rms} = 2054\ ms^{-1}$
$V = 1m^3$	$V = 1m^3$	$V = 1m^3$
n = 2 mole	n = 2 mole	n = 2 mole

[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. অনুপ্রস্থ ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য আলোচনা করো। ২

গ. STP তে B পাত্রের গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় করো। ৩

ঘ. কোন পাত্রদ্বয়ে পরিচিত গ্যাস রয়েছে? উদ্দীপক অনুসারে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। 8

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে, তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

খ

অণুপ্রস্থ তরঙ্গ	অণুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ
i. এই তরঙ্গ জড় মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমকোণী হয়।	i. এই তরঙ্গ জড় মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমান্তরাল হয়।
ii. তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে তরঙ্গ শীর্ষ এবং তরঙ্গ পাদ সৃষ্টি হয়।	ii. তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে সংকোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি হয়।
iii. মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারায়ণ ঘটে।	iii. মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারায়ণ ঘটে না।

গ ১০(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 78 kJ

ঘ ১০(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: A পাত্রের গ্যাসের আণবিক ভর, $M_A = 28$.

B পাত্রের গ্যাসের আণবিক ভর, $M_B = 30.468$

C পাত্রের গ্যাসের আণবিক ভর, $M_C = 16$

সুতরাং A পাত্রে পরিচিত গ্যাস N_2 রয়েছে।

প্রশ্ন ▶ ২৬ কোনো একটি নির্দিষ্ট দিনে জনাব রহিম সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটার ব্যবহার করে ঢাকা ও রংপুরের আবহাওয়া পর্যবেক্ষণ করলেন এবং নিম্নোক্ত তথ্যসমূহ সংগ্রহ করলেন—

স্থান	শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটার রিডিং	সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটার রিডিং	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ার ধ্রুবক
ঢাকা	28.6°C	20°C	1.664
রংপুর	32.5°C	22°C	1.625

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]

ক. পৃষ্ঠটান কাকে বলে? ১
খ. শক্তির সমবিভাজন নীতি বলতে তুমি কী বোঝ? ২
গ. রংপুরের শিশিরাংক নির্ণয় করো। ৩
ঘ. উদ্দীপক অনুযায়ী জনাব রহিম কোন কোন শহরে বেশি অস্বস্তি অনুভব করবেন— তোমার মতামত গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ কোনো গতীয় সংস্থার মোট শক্তি তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}kT$।

এখন আমরা এই সূত্রটিকে গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করবো। আমরা জানি, এক পারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3।

অতএব, এই সূত্রানুযায়ী একটি অণুর গড় শক্তি $= \frac{3}{2}kT$। দ্বিপারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 5, অতএব প্রতিটি অণুর গড়শক্তি $= \frac{5}{2}kT$।

গ শিশিরাংক = θ হলে,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$
$$= 32.5° - 1.625(32.5 - 22)$$
$$= 17.06°C \text{ (Ans.)}$$

দেওয়া আছে,
রংপুরে,
শুষ্কবাল্ব রিডিং, $\theta_1 = 32.5°C$
সিক্ত বাল্ব রিডিং, $\theta_2 = 22°C$
গ্লেসিয়ারের ধ্রুবক, $G = 1.625$

ঘ ঢাকার শিশিরাংক = θ, শুষ্কবাল্ব রিডিং = θ_1 এবং সিক্ত বাল্ব রিডিং = θ_2 হলে,

$$\theta_D = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$
$$= 28.6 - 1.664(28.6 - 20) \text{ [উদ্দীপক হতে মান বসিয়ে]}$$
$$= 14.3°C$$

যেহেতু শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটার বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা নির্দেশ করে,

∴ ঢাকার, বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা = 28.6°C
রংপুরের বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা = 32.5°C
ঢাকার শিশিরাংক = 14.3°C
রংপুরের শিশিরাংক = 17.06°C ['গ' হতে]

ধরা যাক,
ঢাকায়, শিশিরাংকে বায়ুচাপ = 14.3°C তাপমাত্রায় বায়ুচাপ = $f_{14.3}$
বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রায় বায়ুচাপ = 28.6°C তাপমাত্রায় বায়ুচাপ = $F_{28.6}$
রংপুরে, শিশিরাংকে বায়ুচাপ = 17.06°C তাপমাত্রায় বায়ুচাপ = $f_{17.06}$
বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রায় বায়ুচাপ = 32.5°C তাপমাত্রায় বায়ুচাপ = $F_{32.5}$

এখন,
ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R_D = \frac{\text{শিশিরাংকে বায়ুচাপ}}{\text{বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রায় বায়ুচাপ}}$$
$$= \frac{f_{14.3}}{F_{28.6}}$$

অনুরূপভাবে, রংপুরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R_R = \frac{f_{17.06}}{F_{32.5}}$$
$$\therefore \frac{R_D}{R_R} = \frac{f_{14.3}}{F_{28.6}} \times \frac{F_{32.5}}{f_{17.06}}$$

যেহেতু, উদ্দীপক হতে 14.3°C, 17.06°C, 28.6°C এবং 32.5°C তাপমাত্রায় বায়ুচাপ জানা যায় না, অতএব, এখান থেকে কোন অঞ্চলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি তা জানা সম্ভব নয়। ফলে প্রদত্ত উদ্দীপক হতে কোন অঞ্চলে জনাব রহিম বেশি অস্বস্তি অনুভব করবেন তা বের করা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ▶ ২৭ আদর্শ তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেন এর ঘনত্ব 1.25 kgm^{-3}

[ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

ক. পরমশূন্য তাপমাত্রা কি? ১
খ. আদর্শ তাপমাত্রা ও চাপ বলতে কী বুঝ? ২
গ. উপরের গ্যাসটির rms বেগ বের কর। ৩
ঘ. যদি গ্যাসটির তাপমাত্রা আদর্শ তাপমাত্রা থেকে 100°C করা হয় তাহলে তার rms বেগ কি পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে? ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থির চাপে কোনো গ্যাসের আয়তন যে তাপমাত্রায় শূন্য হয় সেই তাপমাত্রাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলা হয়।

খ যে তাপমাত্রায় পানি, জলীয়বাষ্প ও বরফ পরস্পর সহাবস্থান অর্থাৎ পানি এর ভৌত অবস্থার তিনটি রূপেই অবস্থান করে, তাকে আদর্শ তাপমাত্রা (0°C) বলে।
আদর্শ তাপমাত্রায় যে পরিমাণ চাপে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা 76cm হয়, তাকে আদর্শ চাপ বলে।

গ দেওয়া আছে,
চাপ, P = 101325 Pa
ঘনত্ব, $\rho = 1.25 \text{ kgm}^{-3}$
গ্যাসের rms বেগ, $C_{rms} = ?$

আমরা জানি, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$
$$= \sqrt{\frac{3 \times 101326}{1.25}}$$
$$= 493.13 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ প্রথম অবস্থায় তাপমাত্রা, $T_1 = 273K$
পরিবর্তিত অবস্থায় তাপমাত্রা, $T_2 = 100°C$
$= (100 + 273) K = 373K$

প্রথমাবস্থায় ও পরিবর্তিত অবস্থায় rms বেগ যথাক্রমে C_{rms_1} এবং C_{rms_2} হলে,

$$\frac{C_{rms_2}}{C_{rms_1}} = \frac{\sqrt{\frac{3RT_2}{M}}}{\sqrt{\frac{3RT_1}{M}}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{373K}{273K}} = 1.169$$
$$= 116.9\% = 100\% + 16.9\%$$

সুতরাং যদি গ্যাসটির তাপমাত্রা আদর্শ তাপমাত্রা থেকে 100°C করা হয় তাহলে এর rms বেগ 16.9% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ২৮ কোনো নির্দিষ্ট দিনে একটি আর্দ্র ও শুষ্ক হাইগ্রোমিটারের পাঠ নিম্নের ছকে দেয়া হলো:

স্থান	শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ	আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের ধ্রুবক
কুমিল্লা	32.5°C	22°C	1.625
সিলেট	28.6°C	20°C	1.664

14°C, 16°C, 28°C, 30°C, 32°C এবং 34°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 11.99, 13.63, 28.35, 31.83, 35.66 এবং 39.90 mm Hg.

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কী? ১

খ. 'কোনো নির্দিষ্ট স্থানের শিশিরাংক 20°C' বলতে কী বোঝ? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. কুমিল্লার বায়ুর শিশিরাংক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের অনুসারে, কোন স্থানটি বেশি আরামদায়ক? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। ৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বাষ্প সর্বোচ্চ যে চাপ দিতে পারে বা নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে সেই পরিমাণ বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।

খ কোনো স্থানের শিশিরাংক 20°C বলতে বোঝায়, ঐ স্থানের তাপমাত্রা নেমে 20°C-এ উপনীত হলে ঐ স্থানের বায়ু এর মধ্যস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে, অর্থাৎ তখন আপেক্ষিক আর্দ্রতা হবে 100%।

গ দেওয়া আছে, কুমিল্লায় হাইগ্রোমিটারে,

শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ, $\theta_1 = 32.5°C$

এবং আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ, $\theta_2 = 22°C$

বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের ধ্রুবক, $G = 1.625$

বের করতে হবে, শিশিরাংক, $\theta = ?$

আমরা জানি,

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$
$$= 32.5 - 1.625(32.5 - 22)$$
$$= 15.44°C \text{ (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, 14°C এবং 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 11.99 এবং 13.63 mm Hg

$\therefore$ 2°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায় $= (13.63 - 11.99) = 1.64$ mm Hg

$\therefore$ (15.44° − 14°)C = 1.44°C তাপমাত্রা পার্থক্যে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায় $= \frac{1.64 \text{ mm Hg} \times 1.44}{2} = 1.1808$ mm Hg

$\therefore$ কুমিল্লার শিশিরাংকে (15.44°C) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

$$f = (11.99 + 1.1808)\text{mm Hg} = 13.17 \text{ mm Hg}$$

$\therefore$ কুমিল্লায় বায়ুর তাপমাত্রায় (32.5°C) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

$$F = 35.66 + (39.90 - 35.66) \times \frac{32.5 - 32}{34 - 32}$$
$$= 36.72 \text{ mm Hg}$$

$\therefore$ কুমিল্লায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{13.17}{36.72} \times 100\% = 35.87\%$

সিলেটের শিশিরাংক, $\theta = 28.6 - 1.664(28.6 - 20) = 14.29$

এবং শিশিরাংকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

$$f' = 11.99 + (13.63 - 11.99) \times \frac{14.29 - 14}{16 - 14}$$
$$= 12.23 \text{ mm Hg}$$

সিলেটে বায়ুর তাপমাত্রায় (28.6°C) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

$$F' = 28.35 + (31.83 - 28.35) \times \frac{28.6 - 28}{30 - 28}$$
$$= 29.394 \text{ mm Hg}$$

$\therefore$ সিলেটে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R' = \frac{f'}{F'} \times 100\%$

$$= \frac{12.23 \text{ mm Hg}}{29.394 \text{ mm Hg}} \times 100\% = 41.6\%$$

লক্ষ করি, 35.87% < 41.6%

অর্থাৎ কুমিল্লায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা < সিলেটে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, তাই কুমিল্লায় অবস্থানকারী কোনো ব্যক্তির দেহের ঘাম সিলেটের তুলনায় তাড়াতাড়ি শুকাবে। এ কারণে বসবাসের জন্য কুমিল্লা বেশি আরামদায়ক হবে।

প্রশ্ন ▶ ২৯ 20°C তাপমাত্রা ও 15 atm চাপে একটি সিলিন্ডারে 12L অক্সিজেন গ্যাস আছে। তাপমাত্রা 35°C এ উন্নীত করা হলো এবং আয়তন কমিয়ে 10.5 L করা হলো। আদর্শ গ্যাস বিবেচনা কর। *[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]*

ক. আর্দ্রতা কী? ১

খ. পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। ২

গ. গ্যাসের বায়ুমন্ডলীয় শেষ চাপ কত হবে? ৩

ঘ. এখানে কাজ সম্পন্ন হয়েছে কী? গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন স্থানের বায়ুতে কতটুকু জলীয় বাষ্প আছে অর্থাৎ বায়ু কতটুকু শুষ্ক বা ভেজা তার নির্দেশককে বায়ুর আর্দ্রতা বলে।

খ কোনো আবদ্ধ স্থানের বাতাসে যে পরিমাণ জলীয়বাষ্প উপস্থিত আছে তাকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে। আবার কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা হচ্ছে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা ও ঐ স্থানের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প দরকার তার ভরের অনুপাত। অর্থাৎ

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{পরম আর্দ্রতা}}{\text{সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পে ভর}} \times 100\%$$

গ এখন,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

বা, $P_2 = \frac{P_1V_1 \times T_2}{T_1 \times V_2}$

$$= \frac{15 \times 12 \times 308}{293 \times 10.5}$$
$$= 18 \text{ atm (Ans.)}$$

এখানে,
আদি চাপ, $P_1 = 15$ atm
আদি আয়তন, $V_1 = 12L$
আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 293K$
শেষ আয়তন, $V_2 = 10.5L$
শেষ চাপ, $P_2 = ?$

ঘ এখন,

$T_1V_1^{\gamma-1}$
$= 293 \times (12)^{1.4-1}$
$= 791.66$

এবং

$T_2V_2^{\gamma-1}$
$= 308 \times (10.5)^{0.4}$
$= 789$

এখানে,
আদি চাপ, $T_1 = 293K$
আদি আয়তন, $V_1 = 12L$
শেষ তাপমাত্রা, $T_2 = 308K$
শেষ আয়তন, $V_2 = 10.5$ L
অক্সিজেন গ্যাসের জন্য, $\gamma = 1.4$

অর্থাৎ $T_1V_1^{\gamma-1} \approx T_2V_2^{\gamma-1}$

অর্থাৎ সিস্টেমটি রুদ্ধতাপীয়। রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় কৃতকাজ সিস্টেমের অন্তঃস্থ শক্তি পরিবর্তনের সমান।

$$\therefore dW = -dU$$
$$= -nC_v dT$$

দ্বি পরমাণুক গ্যাসের জন্য, $C_v = \frac{5}{2}R$

বা, $dW = -\frac{PV}{RT} \times C_v dT$

$$= -\frac{15 \times 101325 \times 12 \times 10^{-3}}{8.314 \times 293} \times \frac{5}{2}R \times 15$$
$$= -2334.3 \text{ J}$$

কাজ ঋণাত্মক অর্থাৎ সিস্টেমের উপর কাজ সম্পাদিত হয়েছে।

প্রশ্ন ▶ ৩০ কোনো একদিন ঢাকায় আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রে শুষ্ক ভাল্বের পাঠ 25°C এবং শিশিরাংক 10.5°C। ঐ একই দিনে চট্টগ্রামের বায়ুর তাপমাত্রা ঢাকার বায়ুর তাপমাত্রার সমান এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। 24°C ও 26°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক যথাক্রমে 1.72 ও 1.69। 17°C, 19°C ও 25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 14.52mmHgP, 16.46mmHgP ও 23.69mmHgP. *[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]*

ক. স্বাধীনতার মাত্রা কী? ১
খ. আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের সাহায্যে কীভাবে আবহাওয়ার পূর্বাভাস পাওয়া যায় –ব্যাখ্যা কর। ২
গ. ঢাকায় আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের সিক্ত বাল্বের পাঠ কত? ৩
ঘ. ঢাকা ও চট্টগ্রামের শিশিরাংক একই হবে কীনা-গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর গতিশীল অবস্থা বা অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

খ আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের দুই থার্মোমিটারের পাঠের ব্যবধান থেকে জানা যায়–
১. বেশি হলে বায়ু তথা আবহাওয়া শুষ্ক।
২. কম হলে বায়ু আর্দ্র।
৩. ধীরে ধীরে কমলে বৃষ্টির সম্ভাবনা রয়েছে।
৪. হঠাৎ কমলে ঝড়ের সম্ভাবনা রয়েছে।

গ ১৫(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 16.4956°C

ঘ চট্টগ্রামে শিশিরাংকে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, f হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$।

বা, $70\% = \frac{f}{F} \times 100\%$

$\therefore f = \frac{70}{100} \times F$

$= \frac{7}{10} \times 23.69$

$= 16.583$ mm HgP.

এখানে,
আপেক্ষিক আর্দ্রতা, R = 70%
25°C তাপমাত্রা, সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, F = 23.69 mm HgP

দেওয়া আছে, 17°C ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 14.52 HgP ও 16.46 mm HgP

$\therefore$ (16.46 – 14.52) = 1.94 mm HgP.চাপ পরিবর্তন হয় 19 – 17 = 2°C তাপমাত্রার পার্থক্যের জন্য।

$\therefore$ (16.583 – 16.46) = 0.123 mmHgP চাপ পরিবর্তন হবে $\frac{2 \times 0.123}{1.94} = 0.127$°C তাপমাত্রার পার্থক্যের জন্য।

$\therefore$ চট্টগ্রামের শিশিরাংক 19 + 0.127 = 19.127°C

কিন্তু ঢাকায় শিশিরাংক 10.5°C, যা চট্টগ্রামের শিশিরাংক হতে ভিন্ন। অর্থাৎ ঢাকা চট্টগ্রামের শিশিরাংক একই হবে না।

প্রশ্ন ▶৩১

দিন	বায়ুর তাপমাত্রা	আঃ আর্দ্রতা	সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ
রবিবার	15°C	50%	0.1546 m.m HgP
সোমবার	20°C	75%	0.198 m.m HgP

কোনো এক স্থানে এই দুই দিনেই সন্ধ্যায় তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে 10°C হলো। 10°C সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ 10.5×10^{-3}mmHgP.
[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ]

ক. বয়েলের সূত্র বিবৃত কর? ১
খ. তাপমাত্রার পরিবর্তনে গ্যাসের সান্দ্রতার কি পরিবর্তন ঘটে সমীকরণসহ আলোচনা কর। ২
গ. রবিবার বাতাসে উপস্থিত জলীয় বাষ্প চাপ কত? ৩
ঘ. বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পে ঘনীভূত অংশের পরিমাণ কোনদিন বেশি হবে? ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন তার উপর প্রযুক্ত চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

খ তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। গ্যাসের সান্দ্রতা সহগ তার কেলভিন তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।

$\therefore \eta \propto \sqrt{T}$

অপরদিকে গ্যাসের অণুগুলো থাকে তরলের তুলনায় অনেক আলগাভাবে বাঁধা। অর্থাৎ, গ্যাসের অনুগুলোর মধ্যে আন্তঃআনবিক আকর্ষণ কম খুবই নগণ্য থাকে এবং অণুগুলো প্রায় মুক্ত অবস্থায় বিচরণ করে ও এদের মধ্যে একটি ইতস্তত গতি বিরাজ করে। তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে এদের ইতস্তত গতি অত্যন্ত বেড়ে যায়। ধীরগতির স্তরের কিছু অণু দ্রুতগতির স্তরে যায়। ফলে দ্রুতগতি স্তরের অণুগুলোর গড় দ্রুতি হ্রাস পায়। আবার এই ইতস্তত গতির ফলে দ্রুতগতি স্তরের কিছু অণু ধীরগতির স্তরে চলে যায়। এতে ধীরগতি স্তরের অণুগুলোর গড় দ্রুতি বৃদ্ধি পায়। এর ফলে দুই স্তরের মধ্যকার আপেক্ষিক গতি হ্রাস পায় তথা সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়।

গ জানা আছে,

$$\text{আঃ আর্দ্রতা} = \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রার উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$$= \frac{\text{15°C তাপমাত্রায় উপস্থিত বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{15°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$R = \frac{f}{F} \times 100\%$

বা, $0.5 = \frac{f}{0.1546}$

বা, $f = 0.1546 \times 0.5$
$= 0.0773$mmHgP

এখানে,
15°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,
F = 0.1546 mm.HgP
আপেক্ষিক আর্দ্রতা,
R = 50% = 0.5
15°C তাপমাত্রায় উপস্থিত বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের চাপ, f = ?

ঘ কোনো দিনের তাপমাত্রা কমে গেলে কত অংশ ঘনীভূত হবে তা নির্ধারণ করা হয় বায়ুর তাপমাত্রায় বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পচাপ ও ঐ দিন শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপের পার্থক্য থেকে।

উল্লিখিত দুই দিনে সন্ধ্যায় তাপমাত্রা হ্রাস পায় এবং 10°C হয়। ধরা যাক, 10°C তাপমাত্রায় বায়ু জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়।

রবিবার,
দিনের তাপমাত্রায় বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পচাপ, f = 0.0773 mmHgP ['গ' হতে প্রাপ্ত]

সন্ধ্যার তাপমাত্রায় (10°C) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, $F_{10} = 10.5 \times 10^{-3}$ mmHgP

$\therefore \Delta f_1 = f_1 - F_{10} = (0.0773 - 10.5 \times 10^{-3})$ mmHgP = 0.0668 mmHgP

আবার,
সোমবার, দিনের তাপমাত্রায় আঃ আর্দ্রতা, R = 75% = 0.75
সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, F = 0.198 mm HgP
এবং বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পচাপ, f_2 হলে,

$R = \frac{f_2}{F}$

বা, $f_2 = R \times F = 0.75 \times 0.198$
$= 0.1485$ mmHgP

আবার সন্ধ্যার তাপমাত্রায় (10°C) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, F_{10}

$\therefore \Delta f_2 = f_2 - F_{10} = 0.1485 - 10.5 \times 10^{-3}$
$= 0.138$ mmHgP

এখানে, $\Delta f_2 > \Delta f_1$

সুতরাং, রবিবারের থেকে সোমবারের সন্ধ্যায় জলীয় বাষ্পচাপের পার্থক্য বেশি। অর্থাৎ রবিবার হতে সোমবারে সন্ধ্যায় বেশি পরিমান জলীয় বাষ্প বায়ু হতে মুক্ত হয়েছে বা ঘনীভূত হয়েছে বিধায় বাষ্পচাপ সোমবার বেশি হ্রাস পেয়েছে।

অতএব উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ অনুযায়ী বলা যাচ্ছে যে সোমবার বায়ুস্থ জলীয়বাষ্পের ঘনীভূত অংশের পরিমাণ বেশি।

প্রশ্ন ▶৩২ অনিক তার শিক্ষকের সাথে গবেষণাগারে একটি গ্যাসের ধর্ম নিয়ে কাজ করছিল। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় তারা গ্যাসটির অণুগুলোর মূল গড় বর্গ বেগ পরিমাপ করলো 500 ms^{-1} ইলেকট্রন অণুবীক্ষণ যন্ত্রে গ্যাসের একটি অণুর ব্যাসার্ধ পেল 2×10^{-10}m.

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

ক. বাস্তব গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. আবদ্ধ স্থানের তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাংকের কি পরিবর্তন হয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের গ্যাসটির ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গ্যাস অণুগুলোর পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যে সময় ব্যবধান কেমন হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার মতামত দাও। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র যুগপৎ মেনে চলে না তাকে বাস্তব গ্যাস বলে।

খ শিশিরাঙ্ক হলো সেই তাপমাত্রা যে তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ বায়ুতে বিদ্যমান জলীয় বাষ্প সম্পৃক্ত হয়। তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে যেহেতু জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বৃদ্ধি পায় না সেহেতু আবদ্ধ স্থানের তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না, শিশিরাঙ্ক একই থাকবে।

গ জানা আছে,

$C = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

বা, $\rho = \frac{3p}{C^2} = \frac{3 \times 101325}{500^2}$

$= 1.2159$ $kg.m^{-3}$

এখানে,
$C_{r.m.s} = 500$ ms^{-1}

ঘ

গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \frac{1}{n\pi\sigma}$

এখন, $C_{r.m.s} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$\therefore M = \frac{3RT}{C_{r.m.s}^2}$

$= \frac{3 \times 8.314 \times 273}{(500^2)}$

$= 0.02724$ kg mol^{-1}

এখানে,
গ্যাসটির rms বেগ,
$C_{r.m.s} = 500$ ms^{-1}
অণুর ব্যাস, $\sigma = 4 \times 10^{-10}$ m
দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময় ব্যবধান, t = ?
'গ' হতে ঘনত্ব, $\rho = 1.2159$ kgm^{-3}

এখন একক আয়তনে অণুর সংখ্যা, $n = \frac{\rho \times N_A}{M}$ $\left[\because \text{আয়তন, } V = \frac{M}{\rho}\right]$

$= \frac{1.2159 \times 6.023 \times 10^{23}}{0.02724}$

$= 2.688 \times 10^{25}$ m^{-3}

$\therefore \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \times 2.688 \times 10^{25} \times \pi \times (4 \times 10^{-10})^2} = 5.23 \times 10^{-8}$ m

$\therefore$ দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময় ব্যবধান, $t = \frac{\lambda}{C_{r.m.s}} = \frac{5.23 \times 10^{-8} \text{ m}}{500 \text{ ms}^{-1}}$

$= 1.04 \times 10^{-10}$ s **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৩ একটি ক্লিনিকে একজন রোগীর ব্যবহারের জন্য $10^{-2}m^3$ আয়তনবিশিষ্ট এবং 300°C সহনশীল মাত্রার একটি অক্সিজেন সিলিন্ডার 27°C তাপমাত্রায় সরবরাহ করা হল। কিছু পরিমাণ অক্সিজেন কমে যাওয়ার পর চাপ কমে $1.3 \times 10^5 Nm^{-2}$ হলো।

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কী? ১

খ. বেগের মান সমান থাকলেও একটি গতিশীল কণার ত্বরণ থাকতে পারে— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. অক্সিজেনের আদিচাপ 2.5×10^5 Nm^{-2} হলে সিলিন্ডারের কী পরিমাণ অক্সিজেন কমে গেল তা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. সিলিন্ডারে চাপ অপরিবর্তিত রেখে এতে $2 \times 10^{-2}m^3$ অক্সিজেন প্রবেশ করালে সিলিন্ডারটি ব্যবহার করা নিরাপদ হবে কিনা? ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে সরণের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ আমরা জানি, ভেক্টরের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর পরিবর্তীত হয়। বেগ হচ্ছে ভেক্টর রাশি। সুতরাং মান পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তনে বেগ পরিবর্তীত হবে। সমদ্রুতিতে বক্রপথে চলার সময় বেগের মান পরিবর্তীত না হলেও দিকের পরিবর্তন হয়। আর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, সরল পথে সমদ্রুতিতে চলমান কোনো বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বক্র পথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

গ প্রাথমিক অবস্থায়, $P_1V = \frac{W_1}{M}RT$

বা, $\frac{W_1}{M} = \frac{P_1V}{RT}$ ... (i)

শেষ অবস্থায়, $P_2V = \frac{W_2}{M}RT$

বা, $\frac{W_2}{M} = \frac{P_2V}{RT}$ ... (ii)

যেহেতু $W_1 > W_2$ তাই (i) – (ii) ⇒

$\frac{W_1 - W_2}{M} = \frac{(P_1 - P_2)V}{RT}$

বা, $W_1 - W_2 = \frac{(P_1 - P_2) \times V \times M}{RT}$

$= \frac{(2.5 - 1.3) \times 10^5 \times 10^{-2} \times 32 \times 10^{-3}}{8.314 \times 300}$

$= 0.01539$ kg

∴ অক্সিজেন বের হয়ে যায় 0.01539 kg **(Ans.)**

এখানে,
সিলিন্ডারের আয়তন,
$V = 10^{-2}m^3$
সিলিন্ডারের আদি চাপ,
$P = 2.5 \times 10^5$ Nm^{-2}
তাপমাত্রা, $T = 27 + 273$
$= 300K$
গ্যাসধ্রুবক,
$R = 8.31J$ $mol^{-1}K^{-1}$
শেষ চাপ, $P_2 = 1.3 \times 10^5$ Nm^{-2}
অক্সিজেনের আণবিক ভর,
$M = 32g = 32 \times 10^{-3}$ kg

ঘ সিলিন্ডারের চাপ অপরিবর্তিত রেখে $2 \times 10^{-3}m^3$ গ্যাস প্রবেশ করলে এর ভর বৃদ্ধি পাবে।

এখন, PV = nRT

বা, $PV = \frac{W}{M}RT$

$\therefore W \propto V$

অর্থাৎ দ্বিগুণ আয়তনের বেশি গ্যাস প্রবেশ করানোর ফলে ভর দ্বিগুণ বেড়ে যাবে। অর্থাৎ মোট ভর 3 গুণ হবে।

এখন, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

বা, $T_2 = \frac{V_2}{V_1} \times T_1$

এখন, একই পাত্রে পূর্বের তুলনায় 3 গুণ বেশি গ্যাস রয়েছে।

$\therefore T_2 = 3 \times (273 + 27)$

$= 900$ K

অর্থাৎ তাপমাত্রা বেড়ে (900 – 273)K = 627K বা 627°C হবে। অর্থাৎ সিলিন্ডারটি নিরাপদ নয়।

প্রশ্ন ▶৩৪ একটি গ্যাস সিলিন্ডারের আয়তন $1.5m^3$। সিলিন্ডারটিতে 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাস অণুর ব্যাস 25×10^{-10} m. পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারটি সমআয়তনের অপর একটি খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করা হল।

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. শিশিরাঙ্ক কি? ১

খ. গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে —ব্যাখ্যা কর। ২

গ. সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. খালি সিলিন্ডারটি যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের পরিবর্তন হবে কিনা— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ ৬ (খ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

গ ৬ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৬ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৫ একটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে একটি হ্রদের 40.81 m গভীরতায় নিয়ে যাওয়ায় সেটি 1 লিটার আয়তন ধারণ করল। হ্রদের তলদেশে বেলুনে আরও 1 লিটার বায়ু প্রবেশ করিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলে বায়ুমন্ডলের চাপ $10^5 Nm^{-2}$, পানির ঘনত্ব 10^3 kgm^{-3} এবং $g = 9.804$ ms^{-2}। *[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ]*

ক. শিশিরাঙ্ক কাকে বলে? ১

খ. কোনো একদিন ঢাকার আপেক্ষিক আদ্রতা 85% বলতে কি বোঝায়? ২

গ. নিমজ্জনের পূর্বে উদ্দীপকের বেলুনের আয়তন কত ছিল? ৩

ঘ. বেলুনের সর্বোচ্চ প্রসারণের ক্ষমতা 9 লিটার। পানির উপরিতলে বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ ঢাকায় বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 85% বলতে বুঝায় কোনো নির্দিষ্ট সময় ঢাকার বায়ুতে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে ঐ সময় তার শতকরা 85 ভাগ জলীয় বাষ্প ঢাকার বায়ুতে উপস্থিত আছে।

গ এখন,

$P_1V_1 = P_2 + V_2$

$\Rightarrow V_1 = \frac{P_2V_2}{P_1}$

$= \frac{499938 \times 1}{1 \times 10^5}$

$= 4.999$ L

$\cong 5$L

এখানে,
হ্রদের গভীরতা, $h = 40.81m$
বায়ুমন্ডলের চাপ, $P_1 = 10^5 Nm^{-2}$
হ্রদের তলদেশে চাপ,
$P_2 = P_1 + h\rho g$
$= 1 \times 10^5 + (40.81 \times 10^3 \times 9.8)$
$= 499938$ Nm^{-2}
হ্রদের তলদেশে আয়তন, $V_2 = 1$ L
নিমজ্জনের পূর্বে বেলুনের আয়তন = হ্রদের উপরিতলে আয়তন, $V_1 = ?$

ঘ 'গ' হতে পাই,
পানির উপরিতলে আয়তন, $V_1 = 5L$
এবং হ্রদের তলদেশে আয়তন, $V_2 = 1L$
অর্থাৎ হ্রদের তলদেশ থেকে উপরে উঠে আসার ফলে
আয়তন বৃদ্ধির অনুপাত, $\frac{V_1}{V_2} = 5$
এখন হ্রদের তলদেশে নিয়ে আরও 1 L বায়ু প্রবেশ করালে আয়তন হয় $(1 + 1)$ L = 2L
পানির উপরিতলে আসলে এই আয়তন হবে $5 \times 2L = 10$ L
কিন্তু উদ্দীপক হতে বেলুনের সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 9L। অর্থাৎ পানির উপরিতলে বেলুনটি অক্ষত পৌঁছাবে না।

প্রশ্ন ▶৩৬ A ও B দুটি ঘনাকৃতির পাত্র, প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 2m ও 3m। পাত্র দুটি যথাক্রমে 5×10^5Pa ও 4×10^5 Pa চাপে O_2 গ্যাস দ্বারা পূর্ণ করা হয়েছে। *[দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর]*

ক. পরম আর্দ্রতা কী? ১

খ. কোন স্থানের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা জেনে আবহাওয়ার পূর্বাভাস দেয়া যায়— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. A পাত্রে গ্যাসের মূল গড় বর্গ বেগ $1.5 \times 10^5 ms^{-1}$ হলে গ্যাসটির ভর কত? ৩

ঘ. কোন পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি বেশি হবে তা যুক্তিসহ বিশ্লেষণ করো। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থানের বাতাসে প্রতি ঘনমিটারে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

খ কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর আবহাওয়ার পূর্বাভাস দেয়া সম্ভব।
– আপেক্ষিক আর্দ্রতা ধীরে ধীরে বাড়লে আবহাওয়া আর্দ্র থাকবে। অর্থাৎ বৃষ্টিপাত হবে।
– আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে আবহাওয়া শুষ্ক থাকবে।
– আপেক্ষিক আর্দ্রতা হঠাৎ বেড়ে গেলে ঝড় আসতে পারে।

গ $\overline{C} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3P}{m/_V}}$

$\Rightarrow \overline{C}^2 = \frac{3PV}{m}$

$\therefore m = \frac{3PV}{\overline{c}^2}$

$= \frac{3 \times 5 \times 10^5 \times 8}{(1.5 \times 10^5)^2} = 0.000533$ kg

$= 0.533$ g **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
A পাত্রের একটি বাহু, $a = 2m$
$\therefore$ A পাত্রের আয়তন, $V_A = 2^3 = 8m^3$
A পাত্রে চাপ, $P_A = 5 \times 10^5$ Pa
গড় বর্গবেগ, $\overline{C} = 1.5 \times 10^5$ m/s

ঘ A পাত্রের গতিশক্তি, $E_A = \frac{3}{2}P_AV_A$
$= \frac{3}{2} \times 5 \times 10^5 \times 2^3$
$= 6$ MJ

B পাত্রের গতিশক্তি, $E_B = \frac{3}{2}P_BV_B$
$= \frac{3}{2} \times 4 \times 10^5 \times 3^3$
$= 16.2$ MJ

$\therefore E_B > E_A$

অতএব, B পাত্রের গ্যাসের গতিশক্তি A পাত্রের তুলনায় বেশি।

প্রশ্ন ▶৩৭ একটি হ্রদের তলদেশের পানির তাপমাত্রা 14°C। হ্রদটির তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠের বায়ুচাপ $10^5 Nm^{-2}$, তাপমাত্রা 35°C এবং হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন 1 cm^3। *[বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. প্রমাণ চাপ কী? ১

খ. চট্টগ্রামের শিশিরাঙ্ক 15°C বলতে কী বুঝ? ২

গ. হ্রদের পানির তাপমাত্রা ধ্রুব হলে এর গভীরতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের আলোকে বুদবুদের আয়তনের পরিবর্তন হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণে মতামত দাও। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে প্রমাণ চাপ বলা হয়।

খ বায়ুর শিশিরাংক 15°C বলতে বুঝায়, বায়ুর তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে 15°C এ উপনীত হলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্প দ্বারা চট্টগ্রামের বায়ু সম্পৃক্ত হবে অর্থাৎ 15°C তাপমাত্রায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা হবে (100%) ফলে উক্ত স্থানে জলীয় বাষ্প শিশির কণা আকারে ঝরে পড়তে শুরু করবে।

গ এখানে, হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুচাপ, $P_1 = 10^5 Nm^{-2}$
পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3 kgm^{-3}$
হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

আমরা জানি, আয়তন ∝ (ব্যাস)^3
তাই ব্যাস দ্বিগুণ হলে আয়তন আটগুণ হয়।
অর্থাৎ, V_1 ও V_2 যথাক্রমে হ্রদের পৃষ্ঠদেশে ও তলদেশে বুদবুদের আয়তন হলে, $V_1 = 8V_2$

হ্রদের তলদেশে চাপ P_2 হলে,

$P_2 = P_1 + h\rho g$...............(i) [তাপমাত্রা ধ্রুব বিবেচনা করে]

আবার, তাপমাত্রা ধ্রুব থাকলে,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $P_1 \times 8V_2 = P_2V_2$

বা, $P_2 = 8P_1$...............(ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $8P_1 = P_1 + h\rho g$

বা, $7P_1 = h\rho g$

বা, $h = \frac{7P_1}{\rho g}$

$\therefore h = \frac{7 \times 10^5 Nm^{-2}}{10^3 kgm^{-3} \times 9.8ms^{-2}}$

$= 71.428m$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুচাপ, $P_1 = 10^5 Nm^{-2}$

তাপমাত্রা, $T_1 = 35°C = 308K$

হ্রদের তলদেশে বায়ুচাপ, $P_2 = 8P_1$ ['গ' হতে]

তাপমাত্রা, $T_2 = 14°C = 287K$

আয়তন, $V_2 = 1cm^3$

হ্রদের পৃষ্ঠে আয়তন V_1 হলে,

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

বা, $V_1 = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times V_2$

$= \frac{308}{287} \times \frac{8P_1}{P_1} \times 1cm^3$

$= 8.585 \ cm^3 \neq V_2$

অতএব, উদ্দীপকের আলোকে বুদবুদের আয়তন পরিবর্তন হবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৮ পরীক্ষাগারে সুমনা STP-তে একই আয়তনের দুটি সিলিন্ডারের প্রথমটি 16gm অক্সিজেন ও দ্বিতীয়টি 2gm হাইড্রোজেন দিয়ে পূর্ণ করলো। তারপর সিলিন্ডার দুটি হাতে নিয়ে সুমনা অনুভব করলো, 'একটির তুলনায় অপরটি হালকা এবং তার মনে হলো, হালকা গ্যাসটির গড় বর্গবেগের বর্গমূলের মান বেশি হবে'। *[হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা]*

ক. আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? ১
খ. শীতের রাতে শিশির পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. প্রথম সিলিন্ডারে রক্ষিত গ্যাসটির গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপক অনুসারে উল্লেখিত তথ্য দুটির সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে এবং ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ শীতের সকালে ঘাসের ওপর বিন্দু বিন্দু পানি জমে থাকতে দেখা যায়। এগুলোকে শিশির বলে। শীতকালে দিন ও রাতে যথেষ্ট তাপমাত্রার পার্থক্য পরিলক্ষিত হয়। দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ ও সংলগ্ন বায়ু উত্তপ্ত হয়। এ সময় বায়ু জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। কিন্তু রাতের বেলায় ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ধীরে ধীরে শীতল হতে থাকে। তাপ বিকিরণের হার সব বস্তুর সমান নয়। ঘাস পাতা ইত্যাদির তাপ বিকিরণের হার বেশি বলে এগুলো বেশি শীতল হয় এবং সাথে সাথে সংলগ্ন বায়ুকেও শীতল করে। এগুলোর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে গেলে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে এগুলোর গায়ে বিন্দু বিন্দু আকারে জমা হয়।

গ দেওয়া আছে,
অক্সিজেনের ভর, $m = 16$ gm
জানা আছে, STP তে তাপমাত্রা, $T = 273$ K
অক্সিজেনের আণবিক ভর, $M = 32$ gm/ mol^{-1}
সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31JK^{-1} mol^{-1}$
বের করতে হবে, অক্সিজেনের মোট গতিশক্তি, $E = ?$
আমরা জানি,

$E = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$

$= \frac{3}{2} \times \frac{16}{32} \times 8.31 \times 273$

$= 1701.4725$ J **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,
প্রথম সিলিন্ডারে অক্সিজেনের ভর, $m_1 = 16gm$
দ্বিতীয় সিলিন্ডারে হাইড্রোজেনের ভর, $m_2 = 2gm$
যেহেতু, $m_1 > m_2$
সুতরাং, প্রথম সিলিন্ডারটি দ্বিতীয় সিলিন্ডার অপেক্ষা ভারী অনুভূত হবে।
জানা আছে,
সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31 \ JK^{-1} mol^{-1}$
STP তে তাপমাত্রা, $T = 273$ K
অক্সিজেনের আণবিক ভর, $M_1 = 32$ gm/mol
হাইড্রোজেনের আণবিক ভর, $M_2 = 2$ gm/mol
ধরা যাক, STP-তে অক্সিজেন ও হাইড্রোজেনের বর্গমূল গড় বর্গবেগ যথাক্রমে C_1 ও C_2

$\therefore C_1 = \sqrt{\frac{3RT}{M_1}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 273}{32 \times 10^{-3}}}$

বা, $C_1 = 461.177 \ ms^{-1}$

এবং $C_2 = \sqrt{\frac{3RT}{M_2}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 273}{2 \times 10^{-3}}} = 1844.707 \ ms^{-1}$

যেহেতু, $C_2 > C_1$
সুতরাং হালকা গ্যাসটির গড় বর্গ বেগের বর্গমূল মান বেশি হবে।

প্রশ্ন ▶ ৩৯ চট্টগ্রামের কর্ণফুলী টানেল অর্থনীতির দিগন্ত উন্মোচনের এক নতুন স্বপ্ন। এর নির্মান কাজ পর্যবেক্ষনের জন্য একজন প্রযুক্তিবিদ 35m গভীরে টানেলের নিকট পৌছান এবং সেখানে সৃষ্ট 0.2m^3 আয়তনের একটি বুদবুদ পানির পৃষ্ঠে আসায় আয়তন বৃদ্ধি পায়। কিন্তু নদীর তলদেশ হতে একই আয়তনের অপর একটি বুদবুদ পৃষ্ঠে আসায় তার আয়তন পৃষ্ঠে অবস্থিত প্রথম বুদবুদের আয়তনের দ্বিগুণ হয়। স্বাভাবিক বায়ু চাপে পানি স্থির এবং তাপমাত্রা ধ্রুব ছিল। *[মাইলস্টোন কলেজ]*

ক. শিশিরাংক কাকে বলে? ১
খ. ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বোঝায়? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. প্রথম বুদবুদটি পানির উপরি পৃষ্ঠে আসলে আয়তন কত হয় নির্ণয় কর। ৩
ঘ. টানেল টিউবটি নদীর অর্ধেক গভীরতায় স্থাপিত কিনা? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ ঢাকায় বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে বুঝায় কোনো নির্দিষ্ট সময় ঢাকার বায়ুতে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে ঐ সময় তার শতকরা 70 ভাগ জলীয় বাষ্প ঢাকার বায়ুতে উপস্থিত আছে।

গ

এখন,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $V_1 = \frac{P_2V_2}{P_1}$

$= \frac{444325 \times 0.2}{101325}$

$= 0.877\ m^3$ **(Ans.)**

এখানে,

উপরিতলে চাপ, $P_1 = 101325\ Nm^{-2}$

গভীরতা, $h = 35\ m$

h গভীরতায় চাপ,

$P_2 = P_1 + h\rho g$

$= 101325 + 35 \times 1 \times 10^3 \times 9.8$

$= 444325\ Nm^{-2}$

h গভীরতায় আয়তন, $V_2 = 0.2\ m^3$

উপরিতলে আয়তন, $V_1 = ?$

ঘ

এখন,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $P_1V_1 = (P_1 + h\rho g)V_2$

বা, $101325 \times 1.754 = (101325 + h\rho g) \times 0.2$

বা, $h\rho g + 101325 = 888620.25$

বা, $h = \frac{787295.25}{1 \times 10^3 \times 9.8}$

$= 80.34\ m$

এখানে,

ধরি, নদীর গভীরতা = h

'গ' হতে উপরিতলে ১ম বুদবুদের আয়তন = $0.877\ m^3$

উপরিতলে ২য় বুদবুদের আয়তন, $V_1 = 2 \times 0.877 = 1.754\ m^3$

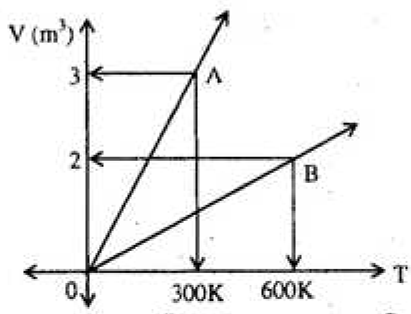
h গভীরতার আয়তন, $V_2 = 0.2\ m^3$

উপরিতলে চাপ, $P_1 = 101325\ Nm^{-2}$

h গভীরতায় চাপ, $P_2 = P_1 + h\rho g$

কিন্তু টানেলটি 35m গভীরতায় অবস্থিত। এর দ্বিগুণ = (35×2) m = 70 m। দেখা যাচ্ছে যে নদীর গভীরতা 80.34 m হলে ২য় বুদবুদের আয়তন ১ম বুদবুদের আয়তনের দ্বিগুণ হয়। অর্থাৎ টানেল টিউবটি নদীর অর্ধেক গভীরতায় স্থাপিত না।

প্রশ্ন ▶ ৪০



A বিন্দুর রেখাটি এক মোল অক্সিজেন ও B রেখাটি এক মোল N_2 গ্যাস নির্দেশ করে। *[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ]*

ক. অষ্টক কাকে বলে? ১

খ. কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বোঝায়? ২

গ. চিত্রে A এবং B বিন্দুতে চাপের অনুপাত কত? ৩

ঘ. A বিন্দুতে গ্যাসের মোট গতিশক্তি B বিন্দুতে গ্যাসের মোট গতিশক্তির অর্ধেক। গাণিতিক ভাবে সত্যতা নিরূপণ করো। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্বরে উপস্থিত কোনো উপসুরের কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হলে ঐ উপসুরকে অষ্টক বলে।

খ কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে বোঝা যায়, বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয়বাষ্প প্রয়োজন তার শতকরা 70 ভাগ জলীয় বাষ্প ঐ স্থানের বায়ুতে আছে। সুতরাং, ঐ মুহূর্তে তখন বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কম। বৃষ্টি হওয়ার জন্য আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% হতে হবে।

গ এখানে,

A বিন্দুতে–

আয়তন, $V_A = 3m^3$

তাপমাত্রা, $T_A = 300K$

ধরি, চাপ = P_A

B বিন্দুতে, আয়তন, $V_B = 2m^3$

তাপমাত্রা, $T_B = 600K$

ধরি, চাপ = P_B

বের করতে হবে, $\frac{P_A}{P_B} = ?$

আমরা জানি,

$PV = nRT$

$\therefore\ P_A = \frac{n_ART_A}{V_A}$

বা, $P_A = \frac{RT_A}{V_A}$ .... (i) [$\because$ n = 1mole]

আবার,

$P_B = \frac{n_BRT_B}{V_B}$

বা, $P_B = \frac{RT_B}{V_B}$ .... (ii) [$\because$ n = 1 mole]

(i) ÷ (ii) করে পাই,

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{RT_A}{V_A}}{\frac{RT_B}{V_B}} = \frac{T_A}{V_A} \times \frac{V_B}{T_B}$$

বা, $\frac{P_A}{P_B} = \frac{300}{3} \times \frac{2}{600}$

বা, $\frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{3}$

$\therefore\ P_A : P_B = 1 : 3$ (Ans.)

ঘ এখানে,

A বিন্দুতে, তাপমাত্রা, $T_A = 300$ K

মোল সংখ্যা, $n_A = 1$ mole

B বিন্দুতে, তাপমাত্রা, $T_B = 600$ K

মোল সংখ্যা, n = 1 mole

জানা আছে, মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.316\ Jmol^{-1}K^{-1}$

A বিন্দুতে মোট গতিশক্তি,

$E_{k_A} = \frac{3}{2} n_A RT_A$

$= \frac{3}{2} \times 1 \times 8.316 \times 300$

$= 3.74 \times 10^3$ J

B বিন্দুতে মোট গতিশক্তি,

$E_{k_B} = \frac{3}{2} n_B RT_B$

$= \frac{3}{2} \times 1 \times 8.316 \times 600$

$= 7.48 \times 10^3$ J

এখন, $\frac{E_{k_A}}{E_{k_B}} = \frac{3.74 \times 10^3 J}{7.48 \times 10^3 J}$

বা, $\frac{E_{k_A}}{E_{k_B}} = \frac{1}{2}$

বা, $E_{k_A} = \frac{1}{2} \times E_{k_B}$

$\therefore$ A বিন্দুতে মোট গতিশক্তি = $\frac{1}{2}$ × B বিন্দুতে গতিশক্তি।

অর্থাৎ A বিন্দুতে মোট গতিশক্তি B বিন্দুতে মোট গতিশক্তির অর্ধেক।

প্রশ্ন ▶ ৪১ 27°C তাপমাত্রায় একটি ঘর্ষণহীন পিস্টনযুক্ত সিলিন্ডারে 1mole O_2 গ্যাস আছে। *[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]*

ক. শিশিরাংক কাকে বলে? ১

খ. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ একমাত্রিক কেন – ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ঐ তাপমাত্রায় O_2 গ্যাস এর মূল গড় বর্গ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. তাপমাত্রা সেলসিয়াস স্কেলে পূর্বের দ্বিগুণ করলে গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে কী-না গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের উলম্ব উপাংশ শূন্য হয়ে যাওয়ায় শুধুমাত্র আনুভূমিক উপাংশ থাকে। তাই প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ একমাত্রিক।

গ

1 মোল গ্যাসের জন্য $PV = RT$

এবং $PV = \frac{1}{3}mN\overline{C}^2$

$\therefore \frac{1}{3}mN\overline{C}^2 = RT$

বা, $\overline{C}^2 = \frac{3RT}{mN} = \frac{3RT}{M}$ [mN = এক মোল গ্যাসের ভর = M]

বা, $\sqrt{\overline{C}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$= \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 300}{32 \times 10^{-3}}}$

$= 483.56\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
তাপমাত্রা, $T = 27°C = 300K$
মোল, $n = 1$
1mole O_2 গ্যাসের
ভর, $M = 32g/mole$
$= 32 \times 10^{-3} kg/mole$

ঘ

1 mole গ্যাসের অণুর গতিশক্তি, $E_k = \frac{3}{2}RT$

অর্থাৎ, $E_k \propto T$. [$\because$ R = ধ্রুব]

$\therefore \frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{327}{300}$

বা, $E_{k_2} = 1.09\ E_{k_1}$

প্রাথমিক তাপমাত্রা,
$T_1 = 27°C = 300K$
গতিশক্তি, $= E_{k_1}$
পরবর্তী, তাপমাত্রা, $T_2 = 2 \times 27°C$
$= 54°C$
$= 327K$
গতিশক্তি $= E_{k_2}$

অতএব, সেলসিয়াস স্কেলে তাপমাত্রা পূর্বের দ্বিগুণ করলে গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে না।

প্রশ্ন ▶ ৪২ কোনো ঘরের তাপমাত্রা 32°C এবং শিশিরাংক 16° C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50%। ঐ সময়ে ঘরের বাইরের তাপমাত্রা 12°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 75%। 32°C ও 12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 33.5mm Hg ও 9.5 mm Hg। 32°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1.63। *[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, খুলনা]*

ক. শক্তির সমবিভাজন নীতিটি বিবৃতি কর। ১
খ. মেঘ মুক্ত আকাশ শিশির জমার জন্য সহায়ক কেন? ২
গ. উদ্দীপকে বর্ণিত ঘরে একটি হাইগ্রোমিটারের আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটার কত পাঠ দেখাবে? ৩
ঘ. যদি ঘরের জানালো খুলে দেওয়া হয় তবে জলীয় বাষ্প কোন দিকে চলাচল করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

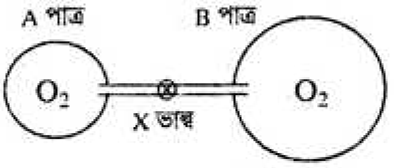
ক শক্তির সমবিভাজন নীতিটি হলো— তাপীয় সাম্যবস্থায় আছে এমন গতীয় সিস্টেমের মোট শক্তি বিভিন্ন স্বাধীনতার মাত্রার ভেতর সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রা পিছু শক্তির পরিমাণ হয় $\frac{1}{2}kT$।

খ দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূপৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘমুক্ত রাত্রিতে ভূপৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে এমন একটি তাপমাত্রায় উপনীত হয় যখন বাতাস জলীয় বাষ্প সম্পৃক্ত হয় এবং জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির জমে।
কিন্তু আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূপৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে পারে না। কারণ মেঘ তাপরোধী পদার্থ বলে ভূপৃষ্ঠ হতে বিকিরণজনিত তাপ পরিবাহিত হতে পারে না। ফলে ভূপৃষ্ঠ ঠান্ডা হয় না এবং শিশির জমে না।

গ ১৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : 22.184°C.

ঘ ১৫(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : ঘরের ভেতরে জলীয় বাষ্পচাপ বাইরের তুলনায় বেশি তাই জলীয়বাষ্প ঘরের ভেতর থেকে বাইরে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ৪৩



X ভাল্ব যুক্ত সংযোগ নলটির আয়তন নগন্য। B পাত্রের আয়তন A পাত্রের আয়তনের 5 গুণ। ভাল্ব বন্ধ অবস্থায় A ও B পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা ও চাপ যথাক্রমে 300 K ও 400 K এবং 5×10^5 Pa ও 1×10^5 Pa। *[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. আপেক্ষিক আর্দ্রতা কী? ১
খ. গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে এবং শীতকালে দ্রুত চলে কেন? ২
গ. বাল্ব বন্ধ অবস্থায় B পাত্রের গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ কত? ৩
ঘ. পাত্রদ্বয়ের তাপমাত্রার পরিবর্তন না করে, বাল্বটি খুলে দিয়ে ব্যবস্থাটির গ্যাসের চাপ নির্ণয় করা যাবে কি না— ব্যাখ্যা করো। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে এবং ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ আমরাজানি, দোলকের দোলনকালের সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; কোনো নির্দিষ্ট স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান ধ্রুব। তাই L এর মান পরিবর্তনে T এর মান পরিবর্তিত হয়। গ্রীষ্মকালে দোলকের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ায় দোলনকাল বেড়ে যায়। এ কারণে গ্রীষ্মকালে অধিক তাপমাত্রার কারণে দোলকঘড়ি ধীরে চলে। আবার শীতকালে দোলকের দৈর্ঘ্য হ্রাস পাওয়ায় দোলনকাল হ্রাস পায়। ফলে শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে।

গ বাল্ব বন্ধ অবস্থায় B পাত্রের গ্যাসের অণুর বর্গমূল গড় বর্গবেগ, C_{rms} হলে,

$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$= \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 400}{32 \times 10^{-3}}}$

$= 558.37\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
B পাত্রের তাপমাত্রা, $T = 400$ K
অক্সিজেনের মোলার ভর, $M = 32g$
$= 32 \times 10^{-3}$ kg
মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$

ঘ এখানে,
A পাত্রের আয়তন, $V_A = V$
B পাত্রের আয়তন $V_B = 5V$
[$\because V_B = 5V_A$]
A পাত্রের তাপমাত্রা, $T_A = 300$ K
B পাত্রের তাপমাত্রা, $T_B = 400$ K
A পাত্রের চাপ, $P_A = 5 \times 10^5$ Pa
B পাত্রের চাপ, $P_B = 10^5$ Pa
মনে করি, A পাত্রে O_2 এর মোল সংখ্যা $= n_A$
B পাত্রে O_2 এর মোল সংখ্যা $= n_B$

মনে করি, মিশ্রণের চাপ ও তাপমাত্রা যথাক্রমে P ও T।
আদর্শ গ্যাস সমীকরণ থেকে পাই,

$P_AV_A = n_ART$

বা, $n_A = \frac{P_AV_A}{RT}$

$= \frac{5 \times 10^5 \times V}{R \times 300}$

$= \frac{5V}{3R} \times 1000$

$= \frac{5000}{3R} V$ .... (i)

$P_BV_B = n_BRT$

বা, $n_B = \frac{P_BV_B}{RT}$

$= \frac{10^5 \times 5V}{400 \times R}$

$= \frac{5000V}{4R}$ .... (ii)

যেহেতু সমস্ত সিস্টেমটির আয়তন অপরিবর্তিত থাকে। সেহেতু মোট কৃতকাজ শূন্য।

$\therefore n_AC_V \Delta T_A = n_BC_V \Delta T_B$

বা, $n_A (T - T_A) = n_B (T_B - T)$

বা, $(n_A + n_B) T = n_AT_A + n_BT_B$

বা, $T = \frac{n_AT_A + n_BT_B}{n_A + n_B}$ ... ... (iii)

dQ = du + dw, dw = 0 তাই অভ্যন্তরীণ শক্তি = du এবং $du = C_Vdt$

∴ মিশ্রণে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ ব্যবহার করে পাই,

$PV_T = nRT$ [V_T = মোট আয়তন]

বা, $P (V_A + V_B) = (n_A + n_B) RT$

বা, $P (V + 5V) = (n_A + n_B) R \frac{n_AT_A + n_BT_B}{(n_A + n_B)}$

বা, $6PV = (n_AT_A + n_BT_B) R$

বা, $P = \frac{n_AT_A + n_BT_B}{6V} R$

বা, $P = \frac{\frac{5000}{3R} V \times 300 + \frac{5000}{4R} V \times 400}{6V} \times R$

বা, $P = \frac{\frac{5 \times 10^5 V}{R} + \frac{5 \times 10^5 V}{R}}{6V} \times R$

বা, $P = \frac{5 \times 10^5 + 5 \times 10^5}{6}$

$\therefore P = 1.67 \times 10^5$ Pa

অতএব, ভাল্ব খুলে দেওয়ার পর ব্যবস্থাটির চাপ নির্ণয় করা যাবে এবং তা হবে 1.67×10^5 Pa।

প্রশ্ন ▶ ৪৪ $2cm^3$ আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A পাত্রে 1 mole O_2 গ্যাস আছে যার চাপ $3 \times 10^5 \ Nm^{-2}$ এবং B পাত্রে 1 mole N_2 গ্যাস আছে যার চাপ $3.66 \times 10^5 \ Nm^{-2}$

[মাগুরা সরকারি মহিলা কলেজ]

ক. মূল গড় বর্গবেগ কি? ১

খ. গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে কিভাবে চার্লসের সূত্র পাওয়া যায়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. B পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি কত? ৩

ঘ. A ও B পাত্রের মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক গ্যাস অণুগুলোর বেগের বর্গের গড়মানের বর্গমূলকে মূল গড় বর্গবেগ বলে।

খ গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে জানা যায়,

$PV = \frac{1}{3}m \ NC^{-2}$; যেখানে m হলো প্রতিটি গ্যাস অণুর ভর এবং N হলো মোট অণুর সংখ্যা।

আবার, $\bar{C} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$; M গ্যাসের আণবিক ভর,

$\therefore PV = \frac{1}{3} mN \left(\frac{3RT}{M}\right)$

বা, PV = nRT

$\therefore V = \frac{nR}{P} T$; R = সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক।

যদি গ্যাসের পরিমাণ (n) ধ্রুব হয় এবং গ্যাসটিকে স্থির চাপে (P) রাখা হয়, তবে

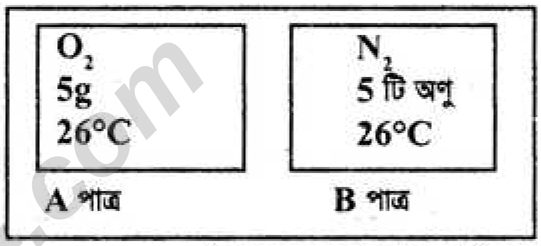
$V \propto T$

অর্থাৎ স্থির চাপে নির্দিষ্ট পরিমাণ কোনো আদর্শ গ্যাসের আয়তন এর পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক এটাই চার্লসের সূত্র।

গ ১৯(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর : 1.098 J।

ঘ ১৯(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৪৫



[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. বয়েলের সূত্রটি লিখো। ১

খ. বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কমে গেলে সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠ হ্রাস পায়— ব্যাখ্যা করো। ২

গ. প্রমাণ চাপে A পাত্রের আয়তন কত হবে? ৩

ঘ. A ও B পাত্রের গ্যাসের C_{rms} বেগের তুলনা করো। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক তাপমাত্রা স্থির থাকলে নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন এর চাপের বিপরীত অনুপাতে পরিবর্তিত হয়।

খ আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে সিক্ত মসলিন/লিনেন থেকে পানির বাষ্পায়নের জন্য সিক্ত বাল্বে কম তাপমাত্রা দেখা যায়। বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কমে গেলে পানির বাষ্পায়নের হার বেড়ে যায়। ফলে সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটারের তাপমাত্রা হ্রাস পায়।

গ $PV = nRT = \frac{mRT}{M}$

$\therefore V = \frac{mRT}{PM}$

$= \frac{5 \times 8.314 \times 299}{101325 \times 32}$

$= 3.8334 \times 10^{-3} \ m^3$

$= 3833.4 \ cm^3$ **(Ans.)**

দেয়া আছে,
A পাত্রে,
গ্যাসের ভর, m = 5g
তাপমাত্রা, T = 26°C = 299K
আণবিক ভর, M = 32g
প্রমাণ চাপ, P = 101325 Pa

ঘ জানা আছে,

$\bar{C}_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$\therefore \bar{C}_A = \sqrt{\frac{3RT_A}{M_A}}$

$\bar{C}_B = \sqrt{\frac{3RT_B}{M_B}}$

এখানে,
A পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা,
$T_A = 2°C = 299K$
B পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা,
$T_B = 26°C = 299K$
O_2 এর আণবিক ভর,
$M_A = 32 \ gm \ mol^{-1}$
N_2 গ্যাসের আণবিক ভর,
$M_B = 28 \ gm \ mol^{-1}$

$$\therefore \frac{\overline{C_A}}{\overline{C_B}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_B}\cdot\frac{M_B}{M_A}}$$
$$= \sqrt{1\times\frac{28}{32}}$$
$$= \sqrt{\frac{7}{8}}$$
$$= \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$
$$= 0.93 < 1$$
$$\therefore \overline{C_A} < \overline{C_B}$$

অতএব, B পাত্রের গ্যাসের $C_{r.m.s}$ বেগের মান A পাত্রের গ্যাসের তুলনায় বৃহত্তর।

প্রশ্ন ▶৪৬ একটি হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসার ফলে বায়ু বুদবুদের ব্যাস 5 গুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুচাপ 1.013×10^5pa পানির ঘনত্ব 10^3kgm^{-3}। তাপমাত্রা স্থির বিবেচনা করা হল।

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]

ক. সান্দ্র বল কী? ১

খ. সান্দ্রতাঙ্কের মাত্রা বের করো? ২

গ. উদ্দীপকের হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. যদি হ্রদের তলদেশ ও পৃষ্ঠদেশের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C ও 40°C হয়, তবে বুদবুদের আয়তনের পরিবর্তন কীরূপ হবে, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রবাহীর একটি স্তর অপর স্তরের সংস্পর্শে থেকে চলার চেষ্টা করলে এবং কোনো বস্তু কোনো প্রবাহীর মধ্যদিয়ে গতিশীল হলে বা হওয়ার চেষ্টা করলে গতির বিপরীতে যে বাধা বলের উদ্ভব হয় তাকে সান্দ্র বল বলে।

খ আমরা জানি, সান্দ্রতাঙ্ক, $\eta = \frac{F\,dy}{A\,dv}$

$$\therefore \text{মাত্রা সমীকরণ, } [\eta] = \frac{\text{বল}\times\text{দূরত্ব}}{\text{ক্ষেত্রফল}\times\text{বেগ}}$$
$$= \frac{MLT^{-2}\times L}{L^2\times LT^{-1}}$$
$$= \frac{MLT^{-2}\times L\times T}{L^3} = ML^{-1}T^{-1}$$

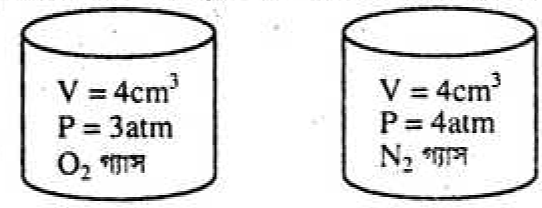
গ ২১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 1.28 km

ঘ তলদেশে তাপমাত্রা, $T_1 = 20°C = 293K$
উপরিতলে তাপমাত্রা, $T_2 = 40°C = 313K$
বায়ুর চাপ, $P_{atm} = 1.013\times10^5$ Pa

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$
$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1T_2}{P_2T_1}$$
$$= \frac{P_{atm}+h\rho g}{P_{atm}}\times\frac{313}{293}$$
$$= \frac{101300+1281\times1000\times9.8}{101300}\times\frac{313}{293}$$
$$= 133.5$$
$$\therefore V_2 = 133.5\,V_1$$

∴ পানির উপরিতলে বুদবুদের আয়তন তলদেশের আয়তন অপেক্ষা 133.5 গুণ বেশি হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪৭ নিচের চিত্রে পাত্র দুটি লক্ষ করো এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



১ম পাত্র ২য় পাত্র

[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]

ক. মোলার গ্যাস ধ্রুবক কী? ১

খ. কাদা শরীরে লেগে থাকে কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. ১ম পাত্রের গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় করো। ৩

ঘ. কোন পাত্রটি বেশি গরম হবে– গাণিতিক বিশ্লেষণ পূর্বক মতামত দাও। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থির চাপে ১ক মোল আদর্শ কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 1K বৃদ্ধি করলে গ্যাস কর্তৃক যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাই মোলার গ্যাস ধ্রুবক।

খ শুকনো মাটি ও মানব দেহের মধ্যবর্তী আসঞ্জন বল কম কিন্তু মাটিতে পানি মিশালে মানবদেহের সাথে পানিযুক্ত মাটি বা কাদা মাটির আসঞ্জন বল বৃদ্ধি পায়। তাই কাদা শরীরে মাখলে লেগে থাকে।

গ ১৯(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 1.824 J [1 mol গ্যাস বিবেচনা করে]

ঘ ১৯(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** প্রত্যেক পাত্রে 1 mole গ্যাস আছে বিবেচনা করলে ২য় পাত্রটি বেশি উত্তপ্ত হবে।]

প্রশ্ন ▶৪৮ একদিন রাজশাহীতে আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটার এবং সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটার পাঠ যথাক্রমে 30°C এবং 28°C পাওয়া গেল, 26°C, 28°C ও 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.25×10^{-3} mHgP, 28.45×10^{-3} mHgP, 31.85×10^{-3} mHgP এবং 30°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের ধ্রুবক 1.65.

[নিউ গভ. ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী]

ক. শক্তির সমবিভাজন নীতি কী? ১

খ. রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনের তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে কেন– ব্যাখ্যা করো। ২

গ. ঐদিন রাজশাহীর শিশিরাঙ্ক কত ছিল। ৩

ঘ. ঐদিন রাজশাহীর লোকজন অস্বস্তি অনুভব করেছিল কিনা– গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক শক্তির সমবিভাজন নীতিটি হলো– তাপীয় সাম্যবস্থায় আছে এমন গতীয় সিস্টেমের মোট শক্তি বিভিন্ন স্বাধীনতার মাত্রার ভেতর সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রা পিছু শক্তির পরিমাণ হয় $\frac{1}{2}kT$।

খ রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে পরিবেশের সাথে সিস্টেমের কোন তাপের আদান-প্রদান হয় না। তাই রুদ্ধতাপীয় প্রসারণে কাজ করার জন্য গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তির একটি অংশ ব্যয় হয় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পায়। আবার একইভাবে রুদ্ধতাপীয় সংকোচনে গ্যাসের উপরে কৃতকাজ অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি করে এবং গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। তাই রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে।

গ ১৪(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 26.7°C

ঘ ১৪(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর: আপেক্ষিক আর্দ্রতা 82.79%। অতএব, অস্বস্তিবোধ হবে।

প্রশ্ন ▶৪৯ 10×10^3Pa বায়ুর চাপে 200×10^6cm^3 আয়তনের বেলুনকে হিলিয়াম গ্যাস ভরে ছেড়ে দেওয়া হলো। বেলুনটি আকাশের দিকে উড়ে যায় এবং এটি 260×10^6cm^3 আয়তন পর্যন্ত সম্প্রসারিত হয়।

[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]

ক. পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? ১

খ. শক্তির সমবিভাজন নীতি ব্যাখ্যা করো। ২

গ. তাপমাত্রা স্থির আছে ধরে নিয়ে আকাশে বেলুনের অবস্থানে বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় করো। ৩

ঘ. গ্যাসটির চাপ-আয়তন পরিবর্তনের সম্পর্ক লেখচিত্রের মাধ্যমে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থানের বাতাসে প্রতি ঘনমিটারে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

খ কোনো গতীয় সিস্টেমের মোট শক্তি তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}kT$, যেখানে, k = বোল্টজম্যানের ধ্রুবক।

এখন আমরা এই সূত্রটিকে গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করবো। আমরা জানি, এক পারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। অতএব, এই সূত্রানুযায়ী একটি অণুর গড় শক্তি $= \frac{3}{2}kT$। দ্বিপারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 5, অতএব প্রতিটি অণুর গড়শক্তি $= \frac{5}{2}kT$।

গ $P_1V_1 = P_2V_2$

$\therefore P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2}$

$= \frac{10 \times 10^3 \times 200 \times 10^6}{260 \times 10^6}$

$= 7.69 \times 10^3$ Pa **(Ans.)**

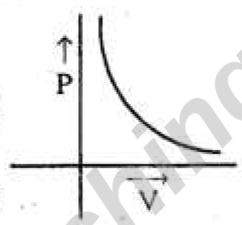
দেয়া আছে,
আদি চাপ, $P_1 = 10 \times 10^3$ Pa
আদি আয়তন, $V_1 = 200 \times 10^6\ cm^3$
শেষ আয়তন, $V_2 = 260 \times 10^6\ cm^3$

ঘ স্থির তাপমাত্রায়, PV = ধ্রুবক

$\therefore P \propto \frac{1}{V}$

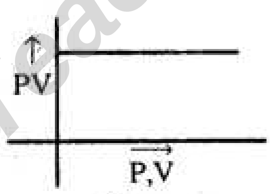
$\therefore$ গ্যাসটির চাপ ও আয়তনের সম্পর্ক হবে চিত্র-১ এর মত।

অর্থাৎ, চাপ বাড়লে আয়তন কমবে, চাপ কমলে আয়তন বাড়বে।



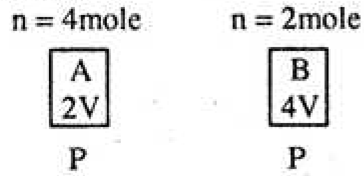
চিত্র-১

আবার, যেহেতু চাপ ও আয়তনের গুণফল সর্বদা ধ্রুবক থাকে, তাই চাপ ও আয়তনের গুণফল চাপ বা আয়তন পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হবে না যা চিত্র-২ এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র-২

প্রশ্ন ▶৫০ চিত্রে দুটি পাত্রে A ও B দুটি গ্যাস রক্ষিত আছে যাদের আয়তন যথাক্রমে 2V এবং 4V ও মোল সংখ্যা যথাক্রমে 4 mole এবং 2 mole। উভয়ের চাপ সমান এবং B এর আণবিক ভর A এর আণবিক ভর অপেক্ষা 36 গুণ ভারি।



[শেখ ফজিলাতুন্নেছা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

ক. শক্তির সমবিভাজন নীতি কাকে বলে? ১

খ. গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে কীভাবে চার্লসের সূত্র পাওয়া যায়? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. A গ্যাসটির গড় গতিশক্তি ও মোট গতিশক্তির পরিমাণ নির্ণয় করো যখন তাপমাত্রা 27°C। ৩

ঘ. উদ্দীপকে গ্যাসদ্বয়ের গড় বর্গমূল মান সমান হবে কি-না গাণিতিভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক শক্তির সমবিভাজন নীতিটি হলো– তাপীয় সাম্যবস্থায় আছে এমন গতীয় সিস্টেমের মোট শক্তি বিভিন্ন স্বাধীনতার মাত্রার ভেতর সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রা পিছু শক্তির পরিমাণ হয় $\frac{1}{2}kT$।

খ গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ, E = (3/2)RT থেকে আমরা জানি, গ্যাস অণুর গতিশক্তি কেলভিনে প্রকাশিত তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $E \propto T$

বা, $\frac{1}{2}M\overline{C^2} \propto T$

বা, $\frac{1}{2}M\overline{C^2} = kT$ [এখানে k একটি ধ্রুবক]

সুতরাং সমীকরণ $PV = \frac{1}{3}M\overline{C^2}$ থেকে আমরা পাই,

$$PV = \frac{1}{3}M\overline{C^2} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}M\overline{C^2} = \frac{2}{3}kT$$

সুতরাং স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটাই চার্লসের সূত্র।

গ মোট গতিশক্তি,

$E = \frac{3}{2}nRT$

$= \frac{3}{2} \times 4 \times 8.314 \times 300$

$= 14.965$ kJ

দেয়া আছে,
তাপমাত্রা, T = 27°C
= 300K

একটি অণুর গড় গতিশক্তি, $E' = \frac{3}{2}kT$

$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$

$= 6.21 \times 10^{-21}$ J **(Ans.)**

ঘ গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে পাই,

$\overline{C} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3PV}{nM}}$

$\therefore \overline{C_A} = \sqrt{\frac{3P_AV_A}{n_AM_A}}$

$\overline{C_B} = \sqrt{\frac{3P_BV_B}{n_BM_B}}$

$\therefore \frac{\overline{C_A}}{\overline{C_B}} = \sqrt{\frac{P_A}{P_B}\frac{V_A}{V_B}\frac{n_B}{n_A}\frac{M_B}{M_A}}$

$= \sqrt{1 \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times 36}$

$= 3$

$\therefore \overline{C_A} = 3\overline{C_B}$

এখানে,
A গ্যাসের আয়তন, $V_A = 2V$
B গ্যাসের আয়তন, $V_B = 4V$
A গ্যাসের মোল সংখ্যা, $n_A = 4$ mole
B গ্যাসের মোল সংখ্যা, $n_B = 2$ mole
$M_B = 30\ M_A$
$P_A = P_B$

অতএব, গ্যাসদ্বয়ের বর্গমূল গড় বর্গবেগ সমান নয় বরং A গ্যাসের r.m.s, B গ্যাসের তিন গুণ।

প্রশ্ন ▶৫১ একটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে একটি হ্রদের 40.81 m গভীরতায় নিয়ে যাওয়ায় সেটি 1 লিটার আয়তন ধারণ করল। হ্রদের তলদেশে বেলুনে আরও 1 লিটার বায়ু প্রবেশ করিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো বায়ুমণ্ডলের চাপ $10^5\ Nm^{-2}$. পানির ঘনত্ব $10^3\ kgm^{-3}$ এবং g = 9.804 ms^{-2}. *[আহম্মদ উদ্দিন শাহ্ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা]*

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কী? ১

খ. গাইবান্ধার বাতাসের আর্দ্রতা 55% বলতে কী বোঝায়? ২

গ. নিমজ্জনের পূর্বে উদ্দীপকের বেলুনের আয়তন কত ছিল? ৩

ঘ. বেলুনের সর্বোচ্চ ক্ষমতা 9 লিটার হলে বেলুনটি পানির উপরিতলে অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে– গাণিতিকভাবে তোমার মতামত দাও? ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ গাইবান্ধার বাতাসের আর্দ্রতা 55% বলতে বোঝায়, কোনো নির্দিষ্ট সময় গাইবান্ধার বায়ুতে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে ঐ সময় তার শতকরা 55 ভাগ জলীয় বাষ্প গাইবান্ধার বায়ুতে উপস্থিত আছে।

গ ২(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য। **উত্তর:** 5 Litres

ঘ ২(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য। **উত্তর:** অক্ষত থাকবে না।

প্রশ্ন ▶৫২ একটি হ্রদের পানির পৃষ্ঠদেশে বায়ুর চাপ $10^5 N.m^{-2}$। হ্রদের তলদেশ হতে একটি বুদবুদ আসার ফলে এর আয়তন আট গুণ হয়ে যায়। *[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]*

ক. প্রমাণ চাপ কাকে বলে? ১

খ. কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বোঝায়? ২

গ. উদ্দীপকের হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন দ্বিগুণ করা হলে পৃষ্ঠদেশে বুদবুদের আয়তন কত পরিবর্তন হতো তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে প্রমাণ চাপ বলা হয়।

খ কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে বোঝা যায়, বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয়বাষ্প প্রয়োজন তার শতকরা 70 ভাগ জলীয় বাষ্প ঐ স্থানের বায়ুতে আছে। সুতরাং, ঐ মুহূর্তে তখন বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কম। বৃষ্টি হতে আরো দুই তিনদিন সময় লাগবে। বৃষ্টি হওয়ার জন্য আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% হতে হবে।

গ ২১(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। **উত্তর:** 71.43m।

ঘ $P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(P_{atm} + h\rho g)2V = P_{atm} \times V_2$

বা, $V_2 = \left(1 + \frac{h\rho g}{P_{atm}}\right)2V$

$= \left(1 + \frac{71.43 \times 10^3 \times 9.8}{10^5}\right)2V$

$= 16V$

তলদেশে,
চাপ, $P_1 = P_{atm} + h\rho g$
আয়তন, $V_1 = 2V$
উপরিতলে,
চাপ, $P_2 = P_{atm}$
আয়তন, $V_2 = ?$

অতএব, আয়তন বৃদ্ধি $= \frac{16V}{2V} = 8$ গুণ।

অর্থাৎ, এক্ষেত্রেও আয়তন পূর্বের সমান অনুপাতে বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶৫৩ আবির পদার্থ বিজ্ঞান গবেষণাগারে $5.7 \times 10^{-4} m^3$ আয়তনের 3g নাইট্রোজেন গ্যাসকে 0.64 m পারদ স্তম্ভ চাপ ও 39°C তাপমাত্রা থেকে প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় রূপান্তর করল। এতে গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ের পরিবর্তন হলো। নেহাল বলল গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই হ্রাস পেয়েছে। নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28g এবং $R = 8.31 JK^{-1} mol^{-1}$। *[ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আদ্রতা 70% বলতে কী বোঝায়? ২

গ. প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় করো। ৩

ঘ. নেহালের বক্তব্য কী সঠিক ছিল? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দ্রষ্টব্য

১৭ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৪ A ও B দুটি হ্রদ। A হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ুর বুদবুদ উপরিপৃষ্ঠে আসলে এর ব্যাস 4 গুণ হয়। এতে বায়ুমণ্ডলীর চাপ $10^5 Pa$। বায়ুর তাপমাত্রা 18.6°C এবং আ: আর্দ্রতা 52.4%। অন্য একটি হ্রদ B তে বায়ুর তাপমাত্রা একই হলেও শিশিরাংক 7.4°C। 7°C, 8°C 18°C ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 7.5×10^{-3} mm, 8.2×10^{-3} mm, 15.6×10^{-3} mm এবং 16.5×10^{-3} mm পারদ চাপ। *[শাহজালাল সিটি কলেজ, সিলেট]*

ক. স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি কাকে বলে? ১

খ. কোন স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক $10 Nm^{-1}$ বলতে কী বোঝ? ২

গ. উদ্দীপকের A হ্রদের গভীরতা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন হ্রদটিতে একজন মানুষ অধিক স্বস্তিবোধ করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যেও কোনো বস্তুতে বা তারে অনেকক্ষণ যাবৎ পীড়নের হ্রাস-বৃদ্ধি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে। তখন অসহ ভার অপেক্ষা কম ভারে তারটি বা বস্তুটি ছিঁড়ে যেতে পারে। বস্তু বা তারের এ অবস্থা হলো স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি।

খ একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক $10 Nm^{-1}$ বলতে বোঝায়, একে এর সাম্যাবস্থান থেকে 1m প্রসারিত করতে 10N বল প্রয়োজন হবে।

গ দেওয়া আছে,

P হ্রদের উপরিতলে বায়ুর চাপ, $P_1 = 10^5 Nm^{-2}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 kgm^{-3}$

ধরি, P হ্রদের গভীরতা h m এবং তলদেশে বায়ু বুদবুদের ব্যাস d_2 m

∴ হ্রদের উপরিতলে বুদবুদের ব্যাস, $d_1 = 4d_2$ m

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের চাপ, $P_2 = (P_1 + h\rho g) Nm^{-2}$

হ্রদের উপরিতলে বুদবুদের আয়তন, $V_1 = \frac{1}{6}\pi d_1^3$

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, $V_2 = \frac{1}{6} \times \pi d_2^3$

আমরা জানি, $P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $P_1 \times \frac{1}{6}\pi d_1^3 = (P_1 + h\rho g) \times \frac{1}{6}\pi d_2^3$

বা, $P_1 \times \frac{1}{6}\pi \times (4d_2)^3 = (P_1 + h\rho g) \times \frac{1}{6}\pi d_2^3$

বা, $P_1 \times 64 = P_1 + h\rho g$

বা, $h\rho g = 63P_2$

∴ $h = \frac{63P_2}{\rho g} = \frac{63 \times 10^5}{1000 \times 9.8} = 642.8571m$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, A হ্রদের আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_A = 52.4\%$

B হ্রদে বায়ুর তাপমাত্রা = 18.6°C

B হ্রদে শিশিরাঙ্ক = 7.4°C

7°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $= 7.5 \times 10^{-3}$m HgP

8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $= 8.2 \times 10^{-3}$m HgP

∴ 1°C বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি

$= \{(8.2 - 7.5) \times 10^{-3} \times 0.4m\}$

$= 0.28 \times 10^{-3}$m HgP

∴ শিশিরাঙ্কে (7.4°C) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ

$(7.5 + 0.28) \times 10^{-3}$m HgP

বা, $f = 7.78 \times 10^{-3}$m HgP

আবার, 18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ 15.6×10^{-3}m HgP

19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ 16.5×10^{-3}m HgP

1°C তাপমাত্রায় বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ বৃদ্ধি

$$= (16.5 - 15.6) \times 10^{-3}\text{m HgP}$$

∴ 0.6°C তাপমাত্রায় বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ বৃদ্ধি

$$= \{(16.5 - 15.6) \times 10^{-3} \times 0.6\}\text{g}$$
$$= 0.54 \times 10^{-3}\text{m HgP}$$

∴ বায়ুর তাপমাত্রায় (18.6°C) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ

$$F = (15.6 + 0.54) \times 10^{-3}\text{m}$$

বা, $F = 16.14 \times 10^{-3}\text{m HgP}$

∴ B হ্রদে আপেক্ষিক আর্দ্রতা $R_Q = \frac{f}{F} \times 100\%$

$$= \frac{7.78 \times 10^{-3}}{16.14 \times 10^{-3}} \times 100\%$$
$$= 48.2\%$$

যেহেতু A হ্রদের আপেক্ষিক আর্দ্রতা B হ্রদের চেয়ে বেশি। সুতরাং, B হ্রদে বেশি স্বস্তিবোধ হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৫ একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে স্থির চাপে প্রমাণ তাপমাত্রার কিছু পরিমাণ O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করায় গ্যাসের আয়তন দ্বিগুণ হল। এতে তার বন্ধু মন্তব্য করল পরীক্ষাধীন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগও দ্বিগুণ হবে। *[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী]*

ক. বলের ঘাত কাকে বলে? ১

খ. একটি ভারী স্থির ও হালকা গতিশীল বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে তাদের বেগের পরিবর্তন ব্যাখ্যা করো। ২

গ. চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তার বন্ধুর মন্তব্যের যথার্থতা যাচাই করো। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অতি অল্প সময়ে কোন বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল এবং সময়ের গুণফলকে বলের ঘাত বলে।

খ সংঘর্ষের পর হালকা বস্তু ও ভারী বস্তুর বেগ, যথাক্রমে, v_{1f} ও v_{2f} হলে,

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{ie} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{ie} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

$v_{2i} = 0$ এবং $m_2 >> m_1$ হলে,

$$v_{1f} \approx -v_{1i} \text{ এবং } v_{2f} \approx 0$$

অর্থাৎ, একটি হালকা বস্তু দ্বারা একটি খুব ভারী বস্তুকে আঘাত করলে হালকা বস্তুটি একই বেগে বিপরীত দিকে ফিরে আসবে এবং ভারী স্থির বস্তুটি স্থিরই থেকে যাবে। একটি স্থিতিস্থাপক রাবারের বল দ্বারা একটি বড় পাথরে আঘাত করলে বলটি একই বেগে ফিরে আসে এবং পাথরটি স্থিরই থেকে যায়

গ ১৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১৮(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৬ কোনো ঘরের তাপমাত্রা 30°C, শিশিরাংক 14°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 48%। ঐ সময় ঘরের বাইরে তাপমাত্রা 11°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। 32°C ও 11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 33.6 mmHg ও 9.8mmHg, 32°C গ্লেইসারে ধ্রুবক 1.63। *[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী]*

ক. মূল গড় বর্গবেগ কাকে বলে? ১

খ. প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করো। ২

গ. ঐ ঘরে ঝুলানো আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটারে আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটার কত পাঠ দেখাবে? ৩

ঘ. যদি ঘরের একটি জানালা খুলে দেয়া হয় অহলে জলীয় বাষ্প কোন দিকে চলাচল করবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য করো। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক গ্যাস অনুগুলোর বেগের বর্গের গড়মানের বর্গমূলকে মূল গড় বর্গবেগ বলে।

খ প্রমাণ চাপ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে 45° অক্ষাংশে 273 K তাপমাত্রায় উলম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ ব্যবহার করা হয়। এর প্রয়োজনীয়তাগুলো হলো:

i. পারদ তুলনামূলকভাবে অধিক ঘনত্বের হওয়া একই উচ্চতায় অধিক চাপ প্রয়োগ করতে সক্ষম।

ii. পারদের বাষ্পচাপ কম হওয়ায় বায়ুমণ্ডলীয় চাপের খুব সামান্য পরিবর্তন হলেও পাঠ নেওয়া সহজ।

iii. পারদ ব্যবহার করে 273 K তাপমাত্রার কমেও বায়ুমণ্ডলীয় চাপ পরিমাপ করা সম্ভব।

গ ১৫(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ১৫(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৭ একদিন দুপুর বেলা সুমনের কক্ষে বায়ুর তাপমাত্রা 35°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল 70%, সুমন কক্ষে প্রবেশ করে তাপমাত্রা 25°C তে নামিয়ে নিলেন। ওই দিনের শিশিরাঙ্ক ছিল 13.3°C। 35°C, 25°C, 13°C এবং 12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 32.6 cm Hg, 20.4 cm Hg, 11. 6 cm Hg, 10.8 cm Hg. *[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*

ক. প্রমাণ চাপ কাকে বলে? ১

খ. পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাস অণুগুলোর গতিশক্তি কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত দিনে সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা 25°C-এ নেমে এলে বায়ুস্থ জলীয়বাষ্পে কত অংশ ঘনীভূত হবে নির্ণয় কর। ৩

ঘ. 'কক্ষের ভেতর প্রবেশ করে সুমন আরাম বোধ করবেন'— উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রায় উলম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে প্রমাণ চাপ বলা হয়।

খ পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি শূন্য হয় বলে পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে। আমরা জানি, T কেলভিন তাপমাত্রায় প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি $= \frac{3}{2}RT$। পরমশূন্য তাপমাত্রায় $T = 0$ K, এক্ষেত্রে গতিশক্তি $= \frac{3}{2} \times R \times 0 = 0$ J। অর্থাৎ পরমশূন্য (0 K) তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে।

গ ৩(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর অনুরূপ। উত্তর : 10.6%।

ঘ ৩(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 22°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। 12°C ও 22°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 10.5×10^3 m এবং 19.8×10^{-3} m এবং 19.8×10^{-3} m পারদ। *[সরকারি শহীদ বুলবুল কলেজ, পাবনা]*

ক. গড়মুক্ত পথ কী? ১

খ. মেঘলা রাত্রি অপেক্ষা মেঘহীন রাত্রি শিশির জমার জন্য সহায়ক কেন? ২

গ. উদ্দীপকের বায়ুর শিশিরাংক নির্ণয় করো। ৩

ঘ. যদি ঐ স্থানের তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে 12°C হয় তবে বায়ুর জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে? ৪

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে একটি গ্যাস অণু গড়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্তপথ বলে।

খ দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূপৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘহীন রাত্রিতে ভূপৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে এমন একটি তাপমাত্রায় উপনীত হয় যখন বাতাস জলীয় বাষ্প সম্পৃক্ত হয় এবং জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির জমে।

কিন্তু আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূপৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে পারে না। কারণ মেঘ তাপরোধী পদার্থ বলে ভূপৃষ্ঠ হতে বিকিরণজনিত তাপ পরিবাহিত হতে পারে না। ফলে ভূপৃষ্ঠ ঠান্ডা হয় না এবং শিশির জমে না।

গ শিশিরাংকে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = f হলে,

দেওয়া আছে,
আপেক্ষিক আর্দ্রতা, R = 60% = 0.6
কক্ষ তাপমাত্রা = 22°C এ
বাষ্পচাপ, $F = 19.8 \times 10^{-3}$ m

$R = \frac{f}{F}$

$\Rightarrow 0.6 = \frac{f}{19.8 \times 10^{-3}}$

$\therefore f = 11.88 \times 10^{-3}$ m

এখন, দেওয়া আছে,
12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 10.5×10^{-3} m

$\therefore 19.8 \times 10^{-3} - 10.5 \times 10^{-3} = 9.3 \times 10^{-3}$ m বাষ্পচাপের পরিবর্তনের জন্য তাপমাত্রার পরিবর্তন = (22−12)°C = 10°C

$\therefore$ 1m বাষ্পচাপের পরিবর্তনের জন্য তাপমাত্রার পরিবর্তন = $\frac{10}{9.3 \times 10^{-3}}$

$\therefore 19.8 \times 10^{-3} - 11.88 \times 10^{-3} = 7.92 \times 10^{-3}$ m বাষ্পচাপ পরিবর্তনের জন্য তাপমাত্রার পরিবর্তন = $\frac{10 \times 7.92 \times 10^{-3}}{9.3 \times 10^{-3}} = 8.52$°C

$\therefore$ শিশিরাংক = (22 − 8.52)°C = 13.48°C.

ঘ 'গ' হতে পাই, শিশিরাংক = 13.48°C
আমরাজানি, শিশিরাংক হলো সেই তাপমাত্রা যেই তাপমাত্রায় বায়ু জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়।
সুতরাং, উদ্দীপকে উল্লিখিত দিনে বায়ু 13.48°C তাপমাত্রাতেই সম্পৃক্ত হবে এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা হবে 100%।
অর্থাৎ, বায়ুর তাপমাত্রা কমে 12°C হলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের শতকরা 100 ভাগ ঘনীভূত হবে।

প্রশ্ন ▶ ৫৯ বান্দরবানে কোনো একদিনের তাপমাত্রা 31°C এবং আ: আর্দ্রতা 50.45%। একসময় তাপমাত্রা কমে গিয়ে 14°C এ উপনীত হলো। বৃষ্টিপাত বন্ধ হওয়ার কিছু সময় পর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেয়ে 24°C হলো। এ সময় বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের পরিমাণ 20% বৃদ্ধি পেল।

14°C	তাপমাত্রায়	সম্পৃক্ত	বাষ্পচাপ	= 11.99 mm HgP
24°C	"	"	"	= 22.38 mm HgP
30°C	"	"	"	= 31.83 mm HgP
32°C	"	"	"	= 35.66 mm HgP

[বান্দরবান সরকারি কলেজ]

ক. অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কি? ১
খ. হ্রদের তলদেশ হতে পৃষ্ঠে আসার ফলে বুদবুদের আয়তন বৃদ্ধি পায় কেন? ২
গ. বৃষ্টিপাতের ফলে জলীয়বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হলো? ৩
ঘ. তাপমাত্রা যখন 24°C এ উন্নীত হলো তখনকার আ:আর্দ্রতা কত হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা বায়ু অসম্পৃক্ত হলে সে বাষ্প যে পরিমাণ চাপ দেয় তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।

খ গ্যাসের সমন্বয় সূত্র হতে আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ = ধ্রুবক

অর্থাৎ, $\frac{PV}{T}$ = ধ্রুবক

ধ্রুব তাপমাত্রার ক্ষেত্রে, PV = ধ্রুবক

বা, $P \propto \frac{1}{V}$

অর্থাৎ গ্যাসের আয়তন চাপের ব্যাস্তানুপাতিক। যেহেতু, পানির পৃষ্ঠ থেকে যত নিচে যাওয়া যায় চাপ তত বাড়তে থাকে, এ জন্য পানির নিচে যেতে থাকলে গ্যাসের আয়তন কমতে থাকে। বিপরীতক্রমে জলাশয়ের তলদেশ থেকে বুদবুদ উপরে উঠে আসতে থাকলে চাপ হ্রাস পাওয়ায় বুদবুদের আয়তন বাড়ে।

গ বায়ুর তাপমাত্রায় (31°C) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,

$F = \frac{31.83 + 35.66}{2} = 33.745$ mm HgP

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, R = 50.45% = 0.5045

$\therefore R = \frac{f}{F}$

বা, $f = F \times R$
$= 33.745 \times 0.5045 = 17.024$ mm HgP

$\therefore$ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, f = 17.02435 mm HgP
14°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, f' = 11.99 mm HgP
সুতরাং বৃষ্টিপাতের ফলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের ঘনীভূত হলো —

$= \frac{f - f'}{f}$ অংশ

$= \frac{17.02435 - 11.99}{17.02435}$ অংশ

= 0.2957 অংশ বা 29.57% **(Ans.)**

ঘ বৃষ্টিপাত শেষ হওয়ার কয়েক ঘন্টা পর,
শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, f = 14°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ × 120%
= 11.99 mmHgP × 1.20 = 14.388 mm HgP
কিন্তু তখন বায়ুর তাপমাত্রায় (24°C) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ,
F = 22.38 mm HgP

সুতরাং তখনকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

$= \frac{14.388}{22.38} \times 100\%$

= 64.29% **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬০ জামাল পদার্থবিজ্ঞান গবেষণাগারে $5.7 \times 10^{-4} m^3$ আয়তনের 3g নাইট্রোজেন গ্যাসকে 0.64 m পারদ স্তম্ভ চাপ ও 39°C তাপমাত্রা থেকে প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় রূপান্তর করল। এতে গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ের পরিবর্তন হলো। নেহাল বললো গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই হ্রাস পেয়েছে। নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28 g এবং $R = 8.31 JK^{-1}mol^{-1}$। *[লক্ষ্মীপুর সরকারি কলেজ]*

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১
খ. কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বুঝায়? ২
গ. প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় করো। ৩
ঘ. নেহালের বক্তব্য কী সঠিক ছিল? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

১৭ নং সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তর দ্রষ্টব্য

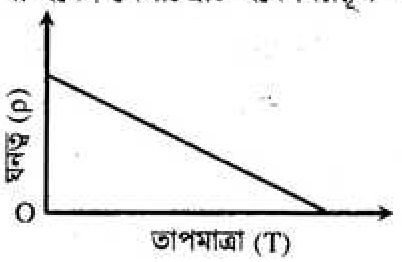
প্রশ্ন ▶ ৬১ কোনো একটি পরীক্ষণে জাফলংয়ের আবদ্ধ বায়ুর তাপমাত্রা 19°C ও 7.4°C শিশিরাংক পাওয়া গেল। শৈত্যপ্রবাহে ঐ স্থানের তাপমাত্রা কমে 15°C হলো। 7°C, 8°C ও 19°C তাপমাত্রায় ঐ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 7.5, 8.2 এবং 16.5 mm পারদ।
[লক্ষ্মীপুর সরকারি কলেজ]

ক. বাস্তব গ্যাস কাকে বলে? ১
খ. গ্যাসের ক্ষেত্রে ঘনত্ব বনাম তাপমাত্রা লেখচিত্রের প্রকৃতি ব্যাখ্যা করো। ২
গ. জাফলংয়ের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করো। ৩
ঘ. তাপমাত্রার পরিবর্তনে ঐ স্থানের আবদ্ধ বায়ুর শিশিরাংক পরিবর্তিত হবে কিনা– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র যুগপৎ মেনে চলে না তাকে বাস্তব গ্যাস বলে।

খ আমরা জানি, স্থির চাপে গ্যাসের ঘনত্ব এর পরম তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক। গ্যাসের ঘনত্ব ρ এবং পরম তাপমাত্রা T এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $\rho \propto \frac{1}{T}$। এই সমীকরণ হতে দেখা যায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে ঘনত্ব কমে। ফলে ঘনত্ব বনাম তাপমাত্রা লেখাটি x ও y অক্ষকে ছেদকারী সরলরেখা হবে। লেখচিত্রটি হবে নিম্নরূপ–



গ ২২ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ২২ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৬২ একদিন দুপুরে বায়ুর তাপমাত্রা ছিল 30°C এবং ঐ দিনের শিশিরাংক এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল যথাক্রমে 17°C এবং 75%। প্রান্তি দেখল ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা 22°C। 17°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 13.63×10^{-3}mHg এবং 22°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 19.83×10^{-3}mHg। *[কক্সবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]*

ক. অবস্থান ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও। ১
খ. গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন? ২
গ. দুপুরে উক্ত স্থানের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কত? ৩
ঘ. প্রান্তির মনে হলো দুপুরের তুলনায় সন্ধ্যায় তাড়াতাড়ি ঘাম শুকাচ্ছে –উদ্দীপকের আলোকে কথাটির সত্যতা যাচাই করো। ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় বা নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ অনুসারে, $T \propto \sqrt{L}$, অর্থাৎ কোনো সরলদোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বেড়ে গেলে দোলনকাল বেড়ে যায়। অর্থাৎ দোলকটি ধীরে চলবে। দোলক ঘড়ি ধাতুর তৈরি হওয়ায় তা গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে দৈর্ঘ্যে বৃদ্ধি ঘটে। আর তাই সরলদোলকের সূত্রানুযায়ী দোলনকাল ও বেড়ে যায় অর্থাৎ দোলক ঘড়ি ধীরে চলে।

গ ১৬(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : 18.17×10^{-3}mHg।

ঘ ১৬(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।
উত্তর : আর্দ্রতা কমে যাওয়ায় দ্রুত ঘাম শুকায়।

প্রশ্ন ▶৬৩ কোনো একদিন একটি ঘরের ভিতরের তাপমাত্রা 25°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 65%। ঐদিন বাহিরের তাপমাত্রা 15°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 80%। 25°C ও 15°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 20×10^{-3}m পারদ চাপ ও 10×10^{-3}m পারদ চাপ। *[আর.ডি.এ ল্যাব. স্কুল এন্ড কলেজ, বগুড়া]*

ক. পরম শূন্য তাপমাত্রা কাকে বলে? ১
খ. কোনো স্থানের তাপমাত্রা 25°C এবং শিশিরাংক 15°C বলতে কী বোঝ? ২
গ. ঘরের ভিতরের বাষ্পের চাপ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. ঘরের জানালা খুলে দিলে বাষ্প ঘরে ঢুকবে না বাহিরে যাবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থির চাপে কোনো গ্যাসের আয়তন যে তাপমাত্রায় শূন্য হয় সেই তাপমাত্রাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলা হয়।

খ কোনো স্থানের তাপমাত্রা 25°C বলতে বোঝায় উক্ত স্থানে 25°C এর বেশি তাপমাত্রার কোনো বস্তু তাপ হারাবে এবং এর কম তাপমাত্রার কোনো বস্তু পরিবেশ থেকে তাপ গ্রহণ করবে।
কোনো স্থানের শিশিরাংক। 15°C বলতে বোঝায় ঐ স্থানের তাপমাত্রা 15°C করা হলে উক্ত স্থানে বিদ্যমান জলীয়বাষ্প দ্বারা ঐ স্থান সম্পৃক্ত হবে।
সম্মিলিতভাবে কোনো স্থানের তাপমাত্রা ও শিশিরাংক যথাক্রমে 25°C ও 15°C বলতে বুঝানো যায় যে; ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% এর কম এবং তাপমাত্রা (25 – 15)°C = 10°C নিচে নামলে ঐ স্থানের বায়ু জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে।

গ ঘরের ভিতরে,
25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, $F = 20 \times 10^{-3}$m HgP
আপেক্ষিক আদ্রতা, R = 65%
বাষ্পের চাপ, f = ?
আমরা জানি,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

বা, $65\% = \frac{f}{F} \times 100\%$

বা, $f = \frac{65}{100} \times 20 \times 10^{-3}$m HgP

$\therefore$ f = 0.013 m HgP

ঘ এখানে,
15°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, $F = 10 \times 10^{-3}$m HgP
আপেক্ষিক আদ্রতা, R = 80%
আমরা জানি, $R = \frac{f'}{F} \times 100\%$
$\therefore$ বাইরের তাপমাত্রায় (15°C) বায়ুতে বাষ্পের চাপ,

$$f' = \frac{R \times F}{100\%} = \frac{80\% \times 10 \times 10^{-3}}{100\%} = 0.008\text{m HgP}$$

যেহেতু, 0.013 m HgP > 0.008m HgP
ঘরের বায়ুতে বাষ্পের চাপ > ঘরের বাইরের বায়ুতে বাষ্পের চাপ।
সুতরাং, ঘরের ভেতর থেকে বাইরে বাষ্প গমন করবে।

প্রশ্ন ▶৬৪ 1020 kgm^{-3} ঘনত্বের লবণ পানি দ্বারা পূর্ণ একটি হ্রদের তলদেশ থেকে উপরিতলে আসার ফলে একটি বায়ু বুদবুদের আয়তন দ্বিগুণ হয়। স্বাভাবিক বায়ুমন্ডলীয় চাপ 10^5pa। *[ব্রাহ্মণবাড়ীয়া সরকারি কলেজ]*

ক. সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কী? ১
খ. শীতকালে আমাদের শরীরের কোমল অংশ ফেটে যায় কেন তা ব্যাখ্যা কর। ২
গ. হ্রদটির গভীরতা নির্ণয় কর? ৩
ঘ. উদ্দীপকের হ্রদটি শুধু পানি দ্বারা পূর্ণ থাকলে সর্বোচ্চ দেড়গুণ প্রসারণশীল দুই লিটার আয়তনের একটি বেলুনকে হ্রদটির তলদেশ হতে উপরিতলে নিয়ে আসা সম্ভব হবে কী? গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বাষ্প সর্বোচ্চ যে চাপ দিতে পারে বা নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে সেই পরিমাণ বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

খ শীতকালে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম থাকে অর্থাৎ বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম থাকে। তাই শরীরের চামড়ার জলীয় অংশ শুকিয়ে যায়। কোমল অংশ সব সময় ভেজা থাকে। ফলে সেখানে বাষ্পায়ন বেশি হয় এবং দ্রুত শুকিয়ে যায় এবং চামড়া সংকুচিত হয়। সংকুচিত হবার জন্য শরীরের কোমল অংশের ভেতরে ও বাইরের চাপের বৈষম্যের জন্য ফেটে যায়।

গ ধরি, হ্রদের গভীরতা = h

h গভীরতায় বুদবুদের আয়তন, $V_1 = V$

হ্রদের উপরিতলে বুদবুদের আয়তন, $V_2 = 2V$

স্বাভাবিক বায়ুমন্ডলীয় চাপ, $P_2 = 10^5$ Pa

h গভীরতায় বায়ুর চাপ, $P_1 = P_2 + h\rho g$

লবণ পানির ঘনত্ব, $\rho = 1020\ kgm^{-3}$

আমরা জানি,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(P_2 + h\rho g)\ V = P_2 \times 2V$

বা, $P_2 + h\rho g = 2P_2$

বা, $h\rho g = P_2$

বা, $h = \frac{P_2}{\rho g} = \frac{10^5}{1020 \times 9.8} = 10.004m$ (Ans.)

ঘ শুধু পানি থাকলে এর ঘনত্ব, $\rho_w = 1000\ kg/m^3$

h = 10.004 m ('গ' হতে পাই)

h গভীরতায় মোট চাপ, $P_1 = P_{atm} + h\rho_w g$
$= 10^5 + 10.004 \times 1000 \times 9.8$
$= 1.98 \times 10^5\ N/m^2$

তরলের পৃষ্ঠতলে চাপ, $P_2 = 10^5\ N/m^2$

আয়তনের অনুপাত, $\frac{V_2}{V_1} = ?$

তাপমাত্রা স্থির থাকলে,

$P_2V_2 = P_1V_1$

বা, $\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \left(\frac{1.98 \times 10^5}{105}\right) = 1.98$

লক্ষ করি, $\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 1.5$

যেহেতু বেলুনটি তরলের উপরিতলে আসলে আয়তন প্রসারণ দেড়গুণের বেশি। তাই একে হ্রদের উপরিতলে আনা সম্ভব'না।

প্রশ্ন ▶ ৬৫ 6 লিটার সর্বোচ্চ ধারণক্ষমতা সম্পন্ন একটি বেলুন 20° সেলসিয়াস তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাস দ্বারা পূর্ণ করা হয় তখন এর চাপ 3atm। পরবর্তীতে বেলুনটিকে 35° সেলসিয়াস তাপমাত্রার খোলা মাঠে ওড়াতে গেলে ফেটে যায়।

[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]

ক. শিশিরাংক কাকে বলে? ১

খ. "হৃদকম্প ও গ্রহের আবর্তন কালিক পর্যায়ক্রম" ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের আলোকে বেলুনটির শেষ চাপ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বেলুনটিতে 5 লিটার গ্যাস দ্বারা পূর্ণ করা হলে ফাটবে কিনা? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ কালিক পর্যায়ক্রম হলো সেই সকল ঘটনা যা একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে।

প্রতি মিনিটে হৃদকম্প 70-72 বার। অর্থাৎ প্রতি 0.83 সেকেন্ড পর পর হৃদকম্পের পুনরাবৃত্তি ঘটে।

আবার প্রতিটি গ্রহ নির্দিষ্ট সময়ে সূর্যের চারিদিকে একবার ঘুরে আসে। যেমন পৃথিবী সূর্যের চারিদিকে 365 দিনে একবার ঘুরে আসে। অর্থাৎ একটি নির্দিষ্ট সময় পর গ্রহের আবর্তনের পুনরাবৃত্তি ঘটে।

সুতরাং "হৃদকম্প ও গ্রহের আবর্তন কালিক পর্যায়ক্রম।"

গ আমরা জানি,

$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

বা, $P_2 = \frac{P_1T_2}{T_1}$

বা, $P_2 = \frac{3 \times 308}{293}$

$\therefore P_2 = 3.15$ atm

এখানে, আদি তাপমাত্রা,
$T_1 = 20°C = (273 + 20)\ K = 293\ K$
আদি চাপ, $P_1 = 3atm$
শেষ তাপমাত্রা, $T_2 = 35°C = (273 + 35)\ K = 308\ K$
শেষ চাপ, $P_2 = ?$

$\therefore$ বেলুনটির শেষ চাপ 3.15 atm **(Ans.)**

ঘ জানা আছে,

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

বা, $\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{P_1}{T_1} \times \frac{T_2}{P_2}$
$= \frac{3}{293} \times \frac{308}{3.15}$

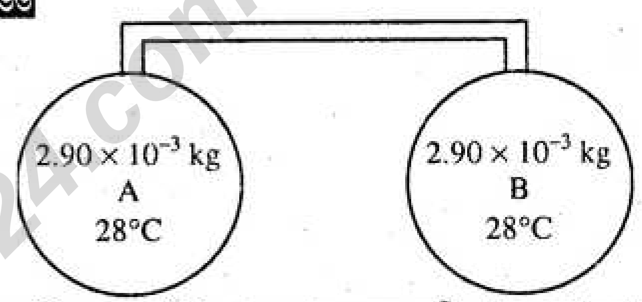
$\therefore V_2 = 1.00113 \times 5$

বা, $V_2 = 5.0056 < 6L$

এখানে,
প্রাথমিক অবস্থায়
$T_1 = 20°C = 293\ K$
$P_1 = 3$ atm
$V_1 = 5$ L
মাঠের ক্ষেত্রে,
$T_2 = 35°C = 308\ K$
$P_2 = 3.15$ atm

লক্ষ করি, বেলুনটিকে মাঠে নিয়ে গেলে এর আয়তন তেমন বৃদ্ধি পায় না। তাই এবার এটি ফাটবে না।

প্রশ্ন ▶ ৬৬



উপরের ছবিতে বায়ুভর্তি সমান আয়তনের দুটি পাত্র দেখানো হয়েছে। একটি নগন্য আয়তনের টিউব দিয়ে এরা যুক্ত আছে।

[বৃন্দাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ]

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. আকাশ মেঘলা থাকলে শিশির পড়ে না কেন? ২

গ. যদি বায়ুর চাপ $1.01 \times 10^5 Nm^{-2}$ হয়, তবে A পাত্রে 25g আনবিক ভরের গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের A পাত্রকে 0°C তাপমাত্রায় ঠান্ডা করলে এবং একই সাথে B পাত্রকে 100°C তাপমাত্রায় গরম করলে কোনো পাত্রের গ্যাসের চাপ বায়ুমন্ডলীয় চাপের সমান হবে কি— বিশ্লেষণ করো। A ও B গ্যাসের আদি চাপ 81.77 kPa। ৪

৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে, তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

খ আকাশ মেঘলা থাকলে পৃথিবী হতে বিকীর্ণ তাপ মেঘ ভেদ করে মহাকাশে চলে যেতে পারে না। ফলে পৃথিবীর তাপমাত্রাও কমতে পারে না, অপরিবর্তিত থাকে। এর ফলে তাপমাত্রা কমে শিশিরাঙ্কে পৌঁছতে পারে না এবং শিশিরও পড়ে না।

গ

$PV = nRT = \frac{m}{M}RT$

$\therefore V = \frac{mRT}{MP}$
$= \frac{2.9 \times 10^{-3} \times 8.316 \times 301}{25 \times 10^{-3} \times 1.01 \times 10^5}$
$= 2.87$ L. **(Ans.)**

এখানে, A পাত্রে, গ্যাসের ভর, $m = 2.9 \times 10^{-3}$ kg
গ্যাসের আণবিক ভর, $M = 25 \times 10^{-3}$ kg.
তাপমাত্রা, $T = 28°C = 301\ K$
চাপ, $P = 1.01 \times 10^5$ Pa

ঘ এখানে দেওয়া আছে,

A পাত্রের, আদি চাপ, $P_A = 81.77$ kPa

আদি তাপমাত্রা, $T_A = 28°C$
$= 301$ K

শেষ তাপমাত্রা, $T_A' = 0°C$
$= 273$ K.

B পাত্রের, আদি চাপ, $P_B = 81.77$ kPa

আদি তাপমাত্রা, $T_B = 28°C = 301$ K

শেষ তাপমাত্রা, $T_B' = 100°C = 373$ K

$\therefore$ A গ্যাসের শেষ চাপ $= P_A'$ হলে,

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_A'}{T_A'}$$

$$\Rightarrow P_A' = \frac{T_A'}{T_A} \times P_A = \frac{273}{301} \times 81.77 \text{ kPa}$$
$$= 74.16 \text{ kPa}$$

অনুরূপভাবে, B গ্যাসের শেষ চাপ,

$$\Rightarrow P_B' = \frac{T_B'}{T_B} \times P_B = \frac{373}{301} \times 81.77 \text{ kPa}$$
$$= 101.329 \text{ kPa}$$
= বায়ুমন্ডলীয় চাপ

অতএব A গ্যাসের তাপমাত্রা 0° তে নামালে চাপ বায়ুমন্ডলীয় চাপের সমান হবে না। তবে B গ্যাসের তাপমাত্রা 100°C এ উন্নীত করলে চাপ বায়ুমন্ডলীয় চাপের সমান হবে।

প্রশ্ন ▶ ৬৭ কোনো গ্যাস অণুর ব্যাস 3×10^{-10}m এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 6×10^{20}টি। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অণুগুলোর মূলগড় বর্গ বেগ 500 ms^{-1}।

[কদমতলা পূর্ব বাসাবো স্কুল অ্যান্ড কলেজ]

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

খ. পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসীয় অণুর গড় বর্গবেগও বৃদ্ধি পায়- ব্যাখ্যা কর। ২

গ. N.T.P তে গ্যাসের ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে প্রতি সেকেন্ডে সংঘটিত সংঘর্ষের সংখ্যা কোন ক্ষেত্রে বেশি? ক্লসিয়াস ও বোলজম্যানের সমীকরণ ব্যবহার করে লিখ। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে, তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

খ কোনো সময় কোনো স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে।

গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে এর জলীয় বাষ্প ধারণ ক্ষমতাও বৃদ্ধি পায়। আর জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বাড়লে পরম আদ্রতাও সমাণুপাতে বৃদ্ধি পায়। যেহেতু পরম আর্দ্রতা তাপমাত্রার সাথে বাড়ে,

$\bar{C} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ সূত্রানুসারে গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ ও বৃদ্ধি পায়

গ ৪(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ৪(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৮ কোনো স্থানে কোনো একদিনের বায়ুর তাপমাত্রা 19°C ও শিশিরাঙ্ক 7.4°C। শৈত্যের ফলে তাপমাত্রা কমে 15°C হলো। 17°C, 8°C ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.5×10^{-3}m, 8.2×10^{-3}m ও 16.5×10^{-3}m পারদ। *[বরিশাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ]*

ক. শিশিরাঙ্ক কাকে বলে? ১

খ. সিক্ত ও শুষ্ক বালব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে কীভাবে আবহাওয়ার পূর্বাভাস দেয়া যায়? ২

গ. উক্ত স্থানের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত? ৩

ঘ. তাপমাত্রার পরিবর্তনের জন্য উক্ত স্থানের শিশিরাঙ্কের কোন পরিবর্তন হবে কী? বিশ্লেষণ কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ সিক্ত শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটার এর সাহায্যে সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব রিডিং নিয়ে গ্লেসিয়ারের ধ্রুবক ব্যবহার করে ঐ স্থানের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব। পরবর্তীতে রেনোর তালিকা হতে এই শিশিরাঙ্কে এবং শুষ্ক বাল্ব তাপমাত্রায় বায়ুচাপ নির্ণয় করে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বের করা সম্ভব হবে। এই আপেক্ষিক আর্দ্রতা ব্যবহার করে আবহাওয়ার পূর্বাভাস দেয়া যায়। উদাহরণস্বরূপ- যদি কোন স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা হঠাৎ কমে যায়, তবে তা থেকে ঝড়ের পূর্বাভাস দেয়া যেতে পারে।

গ ২২ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ২২ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৯ প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে কোন গ্যাসের ঘনত্ব 1.4kgm^{-3}। তার একটি বুদবুদ 93m গভীরতা সম্পন্ন লেকের তলদেশ হতে উপরিতলে আসল। লেকের উপরিপৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ 76 cmHgP।

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ]

ক. স্বাধীনতার মাত্রা কী? ১

খ. শক্তির সমবিভাজন নীতি ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের গ্যাসটির বর্গমূল গড় বর্গ বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বুদবুদের আয়তনের শতকরা পরিবর্তন গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর গতিশীল অবস্থা বা অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

খ কোনো গতীয় সিস্টেমের মোট শক্তি তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}kT$।

এখন আমরা এই সূত্রটিকে গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করবো। আমরা জানি, এক পারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। অতএব, এই সূত্রানুযায়ী একটি অণুর গড় গতিশক্তি $= \frac{3}{2}kT$। দ্বিপারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 5, অতএব প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি $= \frac{5}{2}kT$।

গ গ্যাসটির বর্গমূল গড় বর্গ বেগ,

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$
$$= \sqrt{\frac{3 \times 101325}{1.4}}$$
$$= 466 \text{ ms}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

দেওয়া আছে,
ঘনত্ব, $\rho = 1.4$ kg/m^3
প্রমাণ চাপ, P = 76 cmHgP
= 101325 Pa

ঘ পানির তলদেশ ও উপরিপৃষ্ঠে আয়তন যথাক্রমে V_1 ও V_2 হলে,

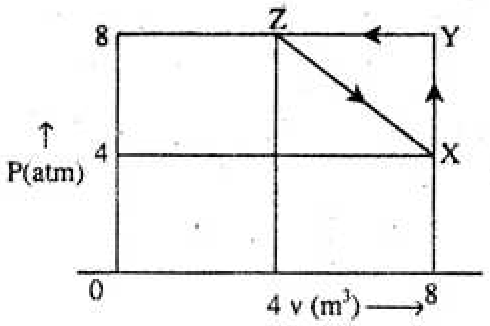
$$P_1V_1 = P_2V_2$$
$$\Rightarrow V_1(P_{atm} + h\rho g) - P_{atm}V_2$$
$$\Rightarrow V_1\left(1 + \frac{h\rho g}{P_{atm}}\right) = V_2$$
$$\Rightarrow V_1\left(1 + \frac{93 \times 1000 \times 9.8}{101325}\right) = V_2$$
$$\therefore V_2 = 10V_1$$
$$= V_1 + 9V_1$$
$$= V_1 + V_1 \times 900\%$$

পানির উপরিপৃষ্ঠে চাপ,
$P_2 = P_{atm}$ = বায়ুমণ্ডলীয় চাপ
= 76 cm HgP
= 101325 Pa

পানির তলদেশে চাপ,
$P_1 = P_{atm} + h\rho g$,
যেখানে h = পানির গভীরতা,
ρ = পানির ঘনত্ব

অতএব, বুদবুদের আয়তন শতকরা 900 ভাগ বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ৭০



চিত্রে কোনো গ্যাসের জন্য P বনাম V লেখচিত্র দেওয়া আছে। গ্যাসটির ভর 2kg এবং গ্রাম পারমাণবিক ভর 2gm। *[কুমিল্লা সরকারি সিটি কলেজ]*

ক. প্রমাণ চাপ কি? ১

খ. অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গ্যাসের গতিতত্ত্বের স্বীকার্য প্রযোজ্য হয় কি না ব্যাখ্যা কর। ২

গ. Y বিন্দুতে গ্যাসটির তাপমাত্রা কত? ৩

ঘ. X, Y এবং Z কোন বিন্দুতে তাপমাত্রার মান কত হবে-- গাণিতিকভাবে তুলনামূলক বিশ্লেষণ করো। ৪

৭০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে প্রমাণ চাপ বলা হয়।

খ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গ্যাসের গতি তত্ত্বের স্বীকার্য প্রযোজ্য হয় না। কারণ, অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গ্যাসাণুর গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না। গ্যাসের গতিতত্ত্বের স্বীকার্য অনুসারে, গ্যাসের প্রতিটি অণুর গতিশক্তি সমান হবে এবং অণুসমূহ স্থিতিস্থাপক ফলে অণু-অণু, অণু ও দেয়ালের মধ্যে যে সংঘর্ষ ঘটে তা স্থিতিস্থাপক হওয়া বাঞ্ছনীয়। না হলে গ্যাসের গতিতত্ত্বের স্বীকার্য প্রযোজ্য হয় না।

গ এখানে, গ্যাসের ভর, $m = 2kg$

গ্যাসের গ্রাম পারমাণবিক ভর, $m = 2g = 2 \times 10^{-3}$ kg

Y বিন্দুতে চাপ, $P = 8$ atm

$= 8 \times 101325$ Nm^{-2}

$= 810600$ Nm^{-2}

Y বিন্দুতে আয়তন, $V = 8$ m^3

∴ Y বিন্দুতে তাপমাত্রা, T = ?

আমরা জানি, $PV = nRT$

বা, $PV = \frac{m}{M} RT$

বা, $T = \frac{MPV}{mR}$

$= \frac{2 \times 10^{-3} \times 810600 \times 8}{2 \times 8.314}$

$= 780$ K **(Ans.)**

ঘ Y বিন্দুতে, $T_y = 780$ K

$P_y = 8$ atm

$V_y = 8m^3$

X বিন্দুতে, $P_x = 4$ atm

$V_x = 8atm$

$T_x = ?$

এখন, $\frac{P_xV_x}{T_x} = \frac{P_yV_y}{T_y}$

$\therefore T_x = \frac{T_y \times P_x}{P_y}$

$= \frac{780 \times 4}{8}$

$= 390$ K

Z বিন্দুতে, $P_z = 8atm$

$V_Z = 4m^3$

$T_Z = ?$

$\therefore \frac{P_zV_z}{T_z} = \frac{P_yV_y}{T_y}$

বা, $T_z = \frac{T_yV_z}{V_y}$

$= \frac{780 \times 4}{8}$

$= 390$ K

অর্থাৎ, $T_x = T_z$

উল্লেখ্য, $P_zV_z = 8 \times 4 = P_xV_x$

অর্থাৎ XY একটি সমোষ্ণ প্রক্রিয়া।

$\therefore T_y > T_x, T_y > T_z$ এবং $T_x = T_z$

প্রশ্ন ▶ ৭১ কোনো একদিন রাজশাহীর তাপমাত্রা 30°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। একই সময়ে কক্সবাজারে স্থাপিত একটি হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ 30°C এবং আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ 28°C। 30°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক এর মান 1.65। 26°C, 28°C এবং 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.21, 28.35 এবং 38.16mm পারদ। *[ড: আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]*

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী? ১

খ. টেলিযোগাযোগের ক্ষেত্রে ভূ-স্থির উপগ্রহ ব্যবহার করা হয় কেন? ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে কক্সবাজারের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

ঘ. একই তাপমাত্রা হওয়া সত্ত্বেও রাজশাহীর চেয়ে কক্সবাজারে কোনো ব্যক্তির অধিক অস্বস্তি অনুভব করার কারণ কি– গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

৭১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ টেলিযোগাযোগের ক্ষেত্রে ভূপৃষ্ঠ হতে যে সিগন্যালসমূহ আসে তাদেরকে উপগ্রহ গ্রহণ করে এবং উপযুক্ত স্থানে প্রেরণ করে।

ভূস্থির উপগ্রহ ব্যবহার না করলে সময়ের সাথে সিগন্যালের উৎসের সাথে স্যাটেলাইটের দূরত্ব ক্রমশ পরিবর্তন হতো। ফলে উৎস হতে স্যাটেলাইটে সিগন্যাল প্রেরণের প্রযুক্তি আরও উন্নত হতে হতো। সেই সাথে উৎস হতে অধিক দূরত্বে সিগন্যাল পাঠানো আরো ব্যয়সাপেক্ষ এবং সিগন্যালের শক্তির অপচয় বেড়ে যেতো।

এ কারণে, ভূস্থির উপগ্রহ ব্যবহার করা হয়।

গ ৭ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : 26.7°C

ঘ ৭ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : আঃ আর্দ্রতা 68.94% > 60% তাই অস্বস্তিবোধ হবে।

দশম অধ্যায় : আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব

৩৫৮. যেসব গ্যাস গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ মেনে চলে তাকে কী বলে? (জ্ঞান)
ক বাস্তব গ্যাস খ অনাদর্শ গ্যাস
গ প্রাকৃতিক গ্যাস ঘ আদর্শ গ্যাস **ঘ**

৩৫৯. দ্বি-পারমাণবিক গ্যাস অণুর স্বাধীনতার মাত্রা কয়টি? (জ্ঞান) */ভোলা সরকারি কলেজ, ভোলা/*
ক ২ খ ৩
গ ৪ ঘ ৫ **ঘ**

৩৬০. এক পরমাণু হিলিয়াম গ্যাস অণুর স্বাধীনতার মাত্রা কত? */ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর/*
ক 1 খ 2
গ 3 ঘ 4 **গ**

৩৬১. গ্যাসের চলরাশি তিনটি কী কী? (জ্ঞান)
ক আয়তন, ভর ও ঘনত্ব
খ আয়তন, তাপমাত্রা ও ঘনত্ব
গ আয়তন, ভর ও তাপমাত্রা
ঘ আয়তন, তাপমাত্রা ও চাপ **ঘ**

৩৬২. PV = K এই সমীকরণটি সাধারণভাবে কোন সূত্রের প্রকাশ? (প্রয়োগ)
ক চার্লসের সূত্র
খ বয়েলের সূত্র
গ চাপের সূত্র
ঘ আদর্শ গ্যাস সমীকরণ **খ**

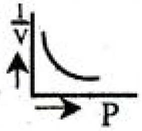
৩৬৩. 1 atm = কত? (প্রয়োগ)
ক 0.76 m পারদ চাপ খ 101325 Nm^{-2}
গ 1.01325×10^5 Pa ঘ সবগুলো **ঘ**

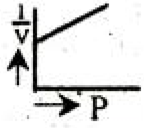
৩৬৪. বয়েলের সূত্রটি কত সালে আবিষ্কৃত হয়? (জ্ঞান)
ক ১৫৬২ খ ১৬৬২
গ ১৭৬২ ঘ ১৮৬২ **খ**

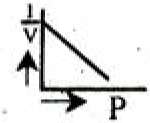
৩৬৫. স্থির উষ্ণতায় কত চাপ প্রয়োগ করলে একটি গ্যাসের আয়তন এর স্বাভাবিক চাপে আয়তনের 4 গুণ হবে? (প্রয়োগ)
ক $2.35 \times 10^4\ Nm^{-2}$ খ $2.53 \times 10^4\ Nm^{-2}$
গ $1.35 \times 10^4\ Nm^{-2}$ ঘ $1.53 \times 10^4\ Nm^{-2}$ **খ**

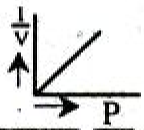
৩৬৬. যদি $R = 8.31\ JK^{-1}\ mol^{-1}$ হয় তবে 72 cm পারদ চাপে এবং 27°C তাপমাত্রায় 20g অক্সিজেনের আয়তন কত? (প্রয়োগ)
ক $1.2 \times 10^{-2} m^3$ খ $1.6 \times 10^{-2} m^3$
গ $2.2 \times 10^{-2} m^3$ ঘ $2.8 \times 10^{-2} m^3$ **খ**

৩৬৭. বয়েলের সূত্রানুসারে P বনাম $\frac{1}{V}$ লেখচিত্র কেমন হবে? (অনুধাবন) */ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর/*

ক 

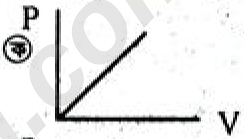
খ 

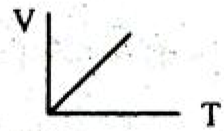
গ 

ঘ 

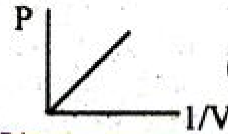
ঘ

৩৬৮. নিচের কোন লেখচিত্রটি বয়েলের সূত্র সমর্থন করে? */হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা/*

ক 

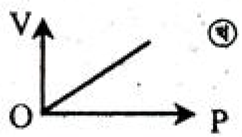
খ 

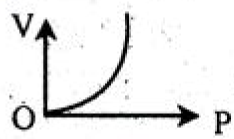
গ 

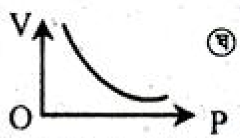
ঘ 

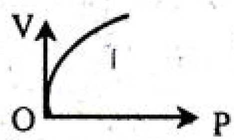
ঘ

৩৬৯. তাপমাত্রা স্থির থাকলে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন (V) বনাম চাপ (P) এর লেখচিত্রের প্রকৃতি কোনটি? (অনুধাবন) */বরিশাল সরকারি মহিলা কলেজ, বরিশাল/*

ক 

খ 

গ 

ঘ 

গ

৩৭০. পানির ত্রৈধ বিন্দুর চাপ কত? (জ্ঞান)
ক 3.58 mm HgP খ 5.58 mHgP
গ 4.58 cmHgP ঘ 4.58 mmHgP **ঘ**

৩৭১. গড় বর্গবেগের বর্গমূল, গড়বেগ এবং সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগের মধ্যে কীরূপ সম্পর্ক দেখা যায়? (অনুধাবন)
ক $c_{rms} < c_{av} > c_m$ খ $c_{rms} > c_{av} < c_m$
গ $c_{rms} > c_{av} > c_m$ ঘ $c_m > c_{rms} > c_{av}$ **গ**

৩৭২. N.T.P তে হাইড্রোজেন অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ নির্ণয় কর। N.T.P. তে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0.088 km^{-3}। (প্রয়োগ)

ক $1.90\ kms^{-1}$ খ $1.84\ kms^{-1}$
গ $1.88\ kms^{-1}$ ঘ $1.86\ kms^{-1}$ **খ**

৩৭৩. স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেন অণুর RMS বেগ কত? */হলি ক্রস কলেজ, ঢাকা/*

ক $1885\ ms^{-1}$ খ $1845\ ms^{-1}$
গ $1800\ ms^{-1}$ ঘ $465.1\ ms^{-1}$ **খ**

৩৭৪. গড় মুক্তপথ λ এবং গ্যাসের তাপমাত্রা T এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (জ্ঞান)

ক $\lambda \propto T$ খ $\lambda \propto \frac{1}{T}$
গ $\lambda \propto \frac{1}{T^2}$ ঘ $\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$ **ক**

৩৭৫. গড়মুক্তপথ λ ও গ্যাসের চাপ P-এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (জ্ঞান)

ক $\lambda \propto \rho$ খ $\lambda \propto \frac{1}{P}$
গ $\lambda \propto \frac{1}{P^2}$ ঘ $\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{P}}$ **খ**

৩৭৬. বিজ্ঞানী বোল্টজম্যানের গড় মুক্তপথের সমীকরণ কোনটি? (জ্ঞান)

ক $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ খ $\lambda = \frac{3}{4\pi\sigma^2 n}$
গ $\lambda = \frac{1}{4\pi\sigma^2 n}$ ঘ $\lambda = \frac{1}{n\pi\sigma^2}$ **খ**

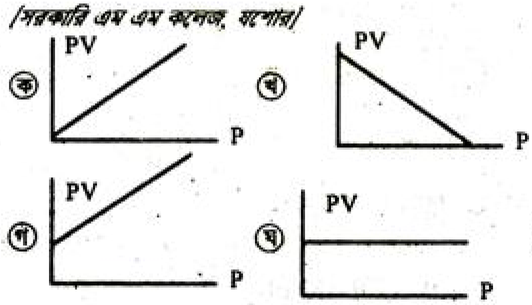
৩৭৭. গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগের সাথে চাপ ও ঘনত্বের সম্পর্ক নিচের কোনটি? (অনুধাবন)

ক $C = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$ খ $C = \frac{3P}{\rho}$
গ $C = \frac{P}{\rho}$ ঘ $C = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$ **ঘ**

৩৭৮. কোনটির মূল গড় বর্গবেগের সাথে তাপমাত্রার সম্পর্ক প্রকাশ করে? (অনুধাবন)

ক $C = \frac{3RT}{M}$ খ $C = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
গ $C = \frac{RT}{M}$ ঘ $C = \sqrt{\frac{RT}{M}}$ **খ**

৩৭৯. তাপমাত্রা যদি ধ্রুবক থাকে তবে P এর সাথে PV এর সম্পর্ক নিচের কোনটি? (অনুধাবন) */সরকারি এম এম কলেজ, যশোর/*



ঘ

৩৮০. অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ f, এবং সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ F হলে নিচের কোনটি সঠিক? (জ্ঞান) */সরকারি এম এম কলেজ, যশোর/*

ক $f > F$ খ $f \geq F$
গ $f < F$ ঘ $f = F$ **গ**

৩৮১. কখন শিশির পড়ে? (অনুধাবন)

ক মেঘমুক্ত রাতে খ চাঁদনি রাতে
গ মেঘলা রাতে ঘ অন্ধকার রাতে **ক**

৩৮২. প্রায় সকল গ্যাসে একই রকম আচরণ পরিলক্ষিত হয়—(অনুধাবন)

i. নিম্ন চাপে
ii. নিম্ন ঘনত্বে
iii. নিম্ন তাপমাত্রায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii
গ i ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৮৩. আদর্শ গ্যাসসমূহ যে সূত্র মেনে চলে তা হলো—(অনুধাবন)

i. বয়েলের সূত্র ii. চার্লসের সূত্র
iii. চাপের সূত্র

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
খ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩৮৪. একটি আবদ্ধ গ্যাসের কতগুলো অণুর গড়বেগ $\bar{C}$ এবং মূল গড় বর্গবেগ C হলে— (অনুধাবন)

i. $\bar{C} > C$ ii. $\bar{C} = C$
iii. $\bar{C} < C$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **গ**

৩৮৫. গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথ অণুর— (অনুধাবন)

i. মোট দূরত্বকে মোট কণার সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়
ii. পর পর দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী দূরত্ব
iii. পথগুলো পরস্পর সমান হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

ক

৩৮৬. অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য— (উচ্চতর দক্ষতা) *[আইডিয়াল স্কুল ও কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*

i. তাপ বাড়ালে সম্পৃক্ত হয়
ii. বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে
iii. ঠাণ্ডা করতে থাকলে ধীরে ধীরে চাপ কমে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

খ

৩৮৭. বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নামতে পারে কারণ— (উচ্চতর দক্ষতা)

i. বায়ু বিকিরণ প্রক্রিয়ায় তাপ বর্জন করে
ii. শীতল ও গরম বায়ুর মিশ্রণ
iii. রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় চাপের দ্রুত পরিবর্তন

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

ক

৩৮৮. নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানের পরম আর্দ্রতা $0.002 kg/m^3$ হলে— (অনুধাবন)

i. ঐ স্থানের প্রতি ঘন মিটার বায়ুতে 0.002 kg জলীয় বাষ্প আছে
ii. ঐ স্থানের প্রতি ঘন সেমি. বায়ুতে 0.002 mg জলীয় বাষ্প আছে
iii. ঐ তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ুর জলীয় বাষ্প ধারণ ক্ষমতা $0.0025 kg/m^3$ হলে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 80%

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

ঘ

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৮৯-৩৯১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

30°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন তিনগুণ করা হলো।

৩৮৯. উদ্দীপকটি নিচের কোন সূত্রকে সমর্থন করে?

ক বয়েলের সূত্র
খ চার্লস এর সূত্র
গ গে-লুসাকের সূত্র
ঘ অ্যাভোগেড্রোর সূত্র

খ

৩৯০. গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত?

ক −172°C
খ 90°C
গ 101°C
ঘ 636°C

ঘ

৩৯১. পর্বতের চূড়ায় ভাত রান্না বেশ কঠিন কারণ— (অনুধাবন) *[দিনাজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, দিনাজপুর]*

i. বায়ুর চাপ বেশি
ii. বায়ুর চাপ কম
iii. পানির স্ফুটনাংক কম

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

খ

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৯২ ও ৩৯৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

কোনো গ্যাসের তিনটি অণুর বেগ যথাক্রমে $15 m^{-1}$, $20 ms^{-1}$ এবং $25 ms^{-1}$ গ্যাসের অণুসমূহের ক্ষেত্রে গড় বেগ, গড় বর্গ ও মূল গড় বর্গবেগ তিনটি গুরুত্বপূর্ণ ধারণা। এ রাশিগুলো পরস্পর সম্পর্কিত।

৩৯২. উদ্দীপকের রাশিগুলোর সম্পর্ক— (অনুধাবন)

i. $c = \sqrt{\overline{c^2}}$
ii. $c^2 = \sqrt{\overline{c^2}}$
iii. $\bar{c} < \sqrt{\overline{c^2}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

গ

৩৯৩. গ্যাসটির গড় বর্গবেগ কত? (প্রয়োগ)

ক $20.41 ms^{-1}$
খ $30.21 ms^{-1}$
গ $416.67 m^2s^{-2}$
ঘ $416.67 ms^{-1}$

গ

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৯৪ ও ৩৯৫ নং প্রশ্নে উত্তর দাও:

সম-আয়তনের পানি ও একটি তরল পদার্থের ভর যথাক্রমে 0.3 kg এবং 0.2 kg। তাদের একই ক্যালরিমিটারে পর পর রেখে 50°C থেকে 30°C এ শীতল করতে যথাক্রমে 600s এবং 300s সময় লাগে। ক্যালরিমিটারের উপাদানের তাপ ধারকত্ব $42 JK^{-1}$.

৩৯৪. ক্যালরিমিটার ও পানি কর্তৃক তাপ হ্রাসের হার কত? (প্রয়োগ)

ক $43.4 Js^{-1}$
খ 44.4W
গ 45.4 W
ঘ 46.4W

ক

৩৯৫. তরলটির আপেক্ষিক তাপ কত নির্ণীত হবে? (জ্ঞান)

ক $3035 Jkg^{-1} K^{-1}$
খ $3045 Jkg^{-1} K^{-1}$
গ $3055 Jkg^{-1} K^{-1}$
ঘ $3065 Jkg^{-1} K^{-1}$

খ